DEPARTAMENTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
Procesos estocásticos CM0433
Taller de Seguimiento 1

Profesor: Nicolás MORENO Grupo: 01 21 de febrero de 2022.

Problema Considere el $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, \ldots, n-1\}$ el conjunto de clases residuales modulo n. Sobre este conjunto defina una cadena de Markov con la siguiente matriz de transición:

$$P(j,k) = \begin{cases} 1/2 & \text{si} \quad k \equiv j+1 (\text{mod } n) \\ 1/2 & \text{si} \quad k \equiv j-1 (\text{mod } n) \\ 0 & \quad \text{en otro caso} \end{cases}$$

Problema 1. ¿Es un proceso recurrente y aperiódico?

Problema 2. Defina la versión perezosa del proceso, es decir, defina un proceso sobre el mismo espacio de estados pero que tenga una probabilidad de $1/4$ de avanzar, $1/4$ de retroceder y $1/2$ de quedarse en la misma posición. ¿La versión perezosa del proceso es recurrente y aperiódica? ¿Cual es su medida estacionaria?

Problema 3. Tomando en cuenta la versión no perezosa del proceso, defina τ_{cub} como el primer instante que el paseo aleatorio visita todos los estados. Utilice simulación para mostrar que el tiempo esperado de cubrimiento es $n(n-1)/2$, es decir,

$$\max_{x \in \mathbb{Z}_n} \mathbb{E}(\tau_{cub}) = n(n-1)/2$$

Problema 4. Muestre el resultado anterior utilizando la siguiente estrategia. Considere T_n el tiempo esperado que la cadena alcanza los n estados. En el momento justo cuando la cadena a visitado $n-1$ estados distintos, los estados visitados se pueden disponer en una recta, uno tras otro y pensar el problema como la ruina del jugador. Así, podríamos tener

$$T_n = T_{n-1} + \text{Tiempo esperado en alcanzar el estado 1 (o n-1) en la ruina de un jugador}$$

Entregables: Un breve informe que fundamente la respuestas a la preguntas planteadas. El informe debe contener además el pseudo-código que utilizó en las simulaciones.

Fecha de entrega: Lunes 28 de febrero antes de las 18H00.