
Dynamique en temps de vol d'impuretés de spin dans un condensat de Bose-Einstein

Résumé : *En 2016, un article de Chang et al. (5) publié par l'équipe d'accueil a présenté la mesure du profil de densité d'un gaz de Bose après un temps de vol en fonction de l'impulsion des atomes. Ce profil présente des ailes décroissantes en k^{-4} à grandes impulsions dont la première interprétation a été rejetée par une étude théorique. La découverte récente d'impuretés de spin dans le gaz a relancé la recherche d'une origine à ces ailes. Pendant ce stage, nous avons simulé la dynamique de temps de vol de ces impuretés en les décrivant comme des particules ponctuelles interagissant avec le champ moyen du condensat de Bose Einstein. Cette approche n'a pas rendu compte des observations expérimentales. Ce résultat nous incite à conclure qu'un modèle plus complexe de la dynamique des l'interaction condensat-impuretés doit être développé dans le futur pour rendre compte des observations expérimentales.*

Mots clefs : *Condensat de Bose, dynamique de temps de vol, impureté magnétique*

Stage encadré par :

CLEMENT David

david.clement@institutoptique.fr / tél. (+33) 1 64 53 33 36

Institut d'optique graduate school

2 avenue Augustin Fresnel

91120 PALAISEAU FRANCE

<https://www.lcf.institutoptique.fr/>



Remerciements

Je souhaiterais remercier toute l'équipe de gaz sur réseau du laboratoire Charles Fabry pour l'accueil chaleureux qu'elle m'a réservé malgré les difficultés sanitaires. Plus particulièrement, je tiens à remercier David Clément qui s'est toujours montré à l'écoute et ce même en période de confinement, merci également pour tout ce qu'il m'a fait découvrir, des concepts physiques à la gastronomie italienne. Je voudrais également remercier Antoine, JP et Gaétan pour toutes leurs explications et leur disponibilité, ainsi que pour les bons moments partagés autour des déjeuners. Merci à tous et bonne continuation !

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Gaz de Bose polarisé en spin | 1 |
| 1.1 | Gaz idéal | 1 |
| 1.2 | Gaz en interaction de champ moyen | 3 |
| 1.2.1 | Profil de densité du condensat | 4 |
| 1.2.2 | Profil du nuage thermique | 4 |
| 1.2.3 | Expansion en temps de vol | 5 |
| 2 | Gaz de Bose polarisé en présence d'impuretés | 8 |
| 2.1 | Origine des impuretés | 8 |
| 2.2 | Interaction impuretés-condensat en temps de vol | 9 |
| 3 | Résultats des simulations numériques | 10 |
| 3.1 | Dynamique des impuretés lors du temps de vol sous l'effet du BEC | 10 |
| 3.2 | Dynamique des impuretés sous l'effet du BEC, du nuage thermique et de leurs propres interactions | 13 |
| 4 | Conclusion et perspectives | 16 |

Introduction

Les expériences d'atomes froids permettent d'étudier très précisément la physique des systèmes quantiques en interaction. Ce stage s'est intéressé à expliquer la forme d'un profil de densité obtenu en 2016 (5) (cf. fig 1). Ce profil montre l'existence d'ailes décroissant en k^{-4} pour des impulsions k élevées qui intrigue les chercheurs. D'abord interprété comme une signature du phénomène de déplétion quantique, un travail théorique a réfuté cette explication et l'origine de ces ailes est toujours inconnue aujourd'hui.

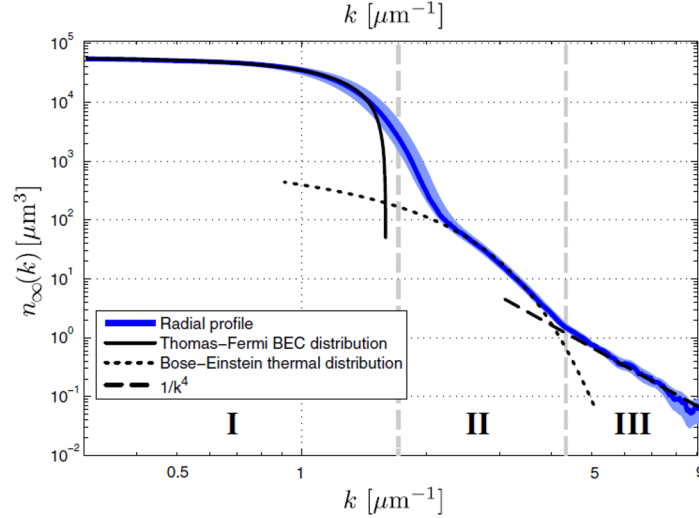


FIGURE 1 – Profil de densité asymptotique d'un gaz de Bose après temps de vol issu de l'article (5). Trois zones sont visibles, les deux premières sont identifiées et des études théoriques les ont décrites. La zone III présente une aile de densité en k^{-4} dont l'origine n'est toujours pas éclaircie aujourd'hui.

La découverte récente (2019) d'impuretés de spin dans les gaz de Bose du laboratoire où j'ai effectué mon stage repose la question de l'origine de ces ailes car l'amplitude de cette queue en k^{-4} est proportionnel au nombre d'impuretés dans le gaz. L'objectif de ce stage est donc de déterminer la dynamique de ces impuretés pour expliquer ces ailes avec des hypothèses de travail que nous présenterons.

Pour cela, nous commencerons par étudier les différentes particules dans le gaz et leurs interactions avec les impuretés, puis nous simulerons les trajectoires des impuretés afin de calculer des profils de densité et enfin nous discuterons pour établir si ces impuretés peuvent être ou non responsable du comportement en k^{-4} dans le cadre des approximations que nous nous sommes données.

1 Gaz de Bose polarisé en spin

1.1 Gaz idéal

Dans une description classique, un gaz est un ensemble de N particules ponctuelles enfermées dans une boîte et qui possèdent chacune des positions et des vitesses différentes. Le gaz idéal est un modèle considérant que ces particules n'interagissent pas. La physique quantique décrit ces particules par des fonctions d'ondes dont le module au carré donne la probabilité de présence de la particule à une position donnée. La distance sur laquelle s'étale la fonction d'onde s'appelle la longueur de de Broglie λ_{dB} . Pour un ensemble de particules de masse m à température T , sa valeur moyenne peut être estimée statistiquement par :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}. \quad (1)$$

Cette approche tend vers la description classique pour des fonctions d'ondes peu étendues dans l'espace : la probabilité que la particule se trouve à une position donnée est très élevée et donc on

peut considérer connaître sa position. Par exemple, à $T = 300\text{K}$, pour un gaz d'hélium, $\lambda_{\text{dB}} \ll a_0$ le rayon de Bohr, les particules peuvent être considérées comme classiques. En revanche, pour $T \sim 1\text{ }\mu\text{K}$, la fonction d'onde des particules du gaz s'étend sur le micromètre, la description quantique s'impose. On peut ainsi considérer que si la longueur de de Broglie est inférieure au rayon de la particule, la description classique suffit. Si, en revanche, λ_{dB} supérieure au rayon, la description quantique s'impose.

Pour un ensemble de particules, le critère pour évaluer à quel point les fonctions d'ondes sont peu étendues est la valeur de $n\lambda_{\text{dB}}^3$ où n est la densité de particules. Si $n\lambda_{\text{dB}}^3 \ll 1$, alors les fonctions d'ondes sont isolées les unes des autres et il est possible de décrire le gaz de manière classique. Si, en revanche, $n\lambda_{\text{dB}}^3 \sim 1$ alors les fonctions d'ondes des particules se superposent et le caractère quantique des particules ne peut être négligé. C'est le cas d'un condensat de Bose.

Un condensat de Bose-Einstein s'obtient en refroidissant un gaz de bosons à densité fixée. En effet, en diminuant la température, λ_{dB} augmente ce qui permet d'atteindre le critère $n\lambda_{\text{dB}}^3 \sim 1$. Les bosons ont une particularité : ils peuvent occuper le même état quantique. En réduisant la température, l'énergie des bosons diminue également et l'objectif est d'occuper majoritairement les états de faibles énergies. La statistique qui décrit ce gaz est la distribution de Bose-Einstein :

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{e^{(e_k - \mu)/k_B T} - 1}. \quad (2)$$

avec $\langle n_k \rangle$ le nombre moyen d'atome dans l'état d'énergie e_k et μ le potentiel chimique des atomes.

Une fois le gaz refroidi, les particules d'énergies élevées sont éliminées lors d'un processus d'évaporation par un piège harmonique formé de trois lasers orientés suivant chaque directions de l'espace avec des pulsations ω_i ($i = x, y, z$). L'énergie ϵ d'une particules avec ses trois nombres quantiques (n_x, n_y, n_z) s'écrit alors :

$$\epsilon(n_x, n_y, n_z) = \hbar\omega_x n_x + \hbar\omega_y n_y + \hbar\omega_z n_z + \frac{\hbar}{2}(\omega_x + \omega_y + \omega_z). \quad (3)$$

En appliquant la distribution de Bose-Einstein, le nombre de particules dans des états excités N_{ext} est donné par (4) :

$$N_{\text{ext}} = \left(\frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 \sum_{n>0} \frac{Z^n}{n^3}, \quad (4)$$

avec $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{\frac{1}{3}}$, $Z = e^{(\mu - \epsilon)/k_B T}$ la fugacité.

La fugacité est comprise entre 0 et 1, ainsi $N_{\text{ext}} < \left(\frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 \zeta(3)$ avec ζ la fonction de Riemann. Si le nombre total d'atome N est supérieur à la valeur maximale de N_{ext} , alors le reste des atomes s'accumule dans l'état fondamental du piège harmonique. Cela définit une température critique T_c en dessous de laquelle une proportion macroscopique des bosons se trouve dans l'état fondamental :

$$T_c = \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5)$$

Les particules dans l'état fondamental forme le condensat de Bose-Einstein (BEC) et les atomes dans les états excités sont des particules thermiques dont la répartition est dictée par la statistique de Bose pour les atomes avec $T < T_c$ et la statistique de Boltzmann pour des température $T \gg T_c$ (c'est-à-dire quand il n'y a pas de condensat).

Pour caractériser le gaz, une expérience de temps de vol peut être réalisée : le piège harmonique est coupé et le gaz chute sous son propre poids et se dilate. Il est alors possible de mesurer la densité atomique après temps de vol. L'une des méthodes les plus répandues est la mesure optique : de la lumière est envoyée sur le gaz et se projette sur un capteur. Les atomes du gaz qui absorbent des photons créent donc des zones d'autant plus sombres que la densité de gaz est élevée. Cette méthode permet donc d'obtenir la densité atomique intégrée sur l'axe de propagation de la lumière. Une autre possibilité est l'utilisation de la fluorescence : le gaz est excité puis on recueille la lumière issue de la fluorescence et on reconstruit la densité.

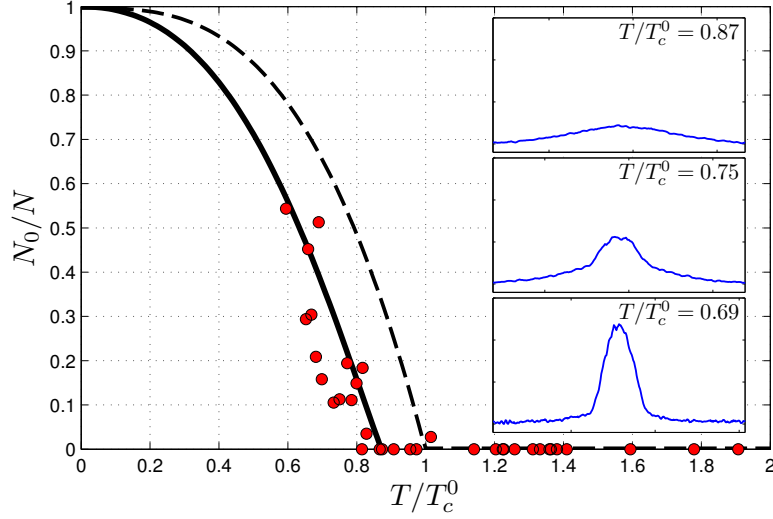


FIGURE 2 – Profil de densité expérimental tiré de (2). À gauche la fraction d’atomes condensés en fonction de la température, en pointillé la fraction théorique pour un gaz sans interactions, en trait plein pour un gaz avec interactions. À droite le profil de densité mesurée par méthode optique. À haute température, seule la densité du nuage thermique apparaît sous la forme d’une fonction de Bose. À plus faible température s’ajoute la densité du BEC sous la forme d’une parabole.

Cette méthode permet d’obtenir le profil de densité des impulsions des particules au sein du piège (2) (cf. fig 2). On observe une double structure : un profil qui suit une fonction de Bose correspondant au nuage thermique sur lequel s’appuie, pour des températures suffisamment basses, un profil parabolique associé aux interactions : il s’agit du BEC. En ajustant une fonction de Bose et une parabole aux observations, il est possible de déterminer leurs paramètres et d’établir la température et le nombre total d’atomes (6) (pour le profil thermique) et le nombre d’atome à l’état fondamental (3) (pour le profil parabolique). L’expérience de temps de vol permet donc de mesurer N , N_{ext} et T la température du nuage.

1.2 Gaz en interaction de champ moyen

Nous avons considéré un gaz d’atomes sans interactions. Or, les atomes interagissent par une force répulsive à deux corps (6) :

$$V_{\text{int}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = g\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j), \quad (6)$$

avec a_s caractéristique des interactions spin-spin à faible température pour des ondes s . Pour le spin $m_J = +1$ d’un atome $^4\text{He}^*$ dans l’état 2^3S_1 , $a_s = 7,5\text{nm} \sim 142a_0$.

L’hamiltonien du système dans le piège peut alors s’écrire :

$$H = \sum_i \left[-\frac{(\hbar\nabla)^2}{2m} + V_{\text{piège}}(\mathbf{r}_i) + \sum_{j \neq i} V_{\text{int}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \right], \quad (7)$$

avec $V_{\text{piège}}$ le potentiel du piège optique.

L’approximation de champ moyen permet de s’affranchir des difficultés dues au terme des interactions à deux corps : on considère que l’ensemble des forces exercées par les atomes peut s’écrire comme un champ ne dépendant pas de la position de chaque atome mais de leur répartition. Cela permet d’éviter de calculer la position de chaque atome. Cette hypothèse est applicable pour une densité de particules suffisamment élevée.

L'approximation de champ moyen permet ainsi d'écrire :

$$\sum_{j \neq i} V_{\text{int}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \simeq gn(\mathbf{r}_i), \quad (8)$$

avec n la densité d'atome.

1.2.1 Profil de densité du condensat

Nous commençons par déterminer le profil de densité des atomes du BEC dans le piège. La force ressentie par les atomes du BEC peut alors s'écrire en fonction de la densité d'atome dans le BEC (3) :

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -g\nabla n(\mathbf{r}). \quad (9)$$

Ils sont tous dans le même état et donc possède tous la même fonction d'onde ϕ , ce qui permet d'écrire $n = N|\phi|^2$. On peut alors résoudre l'équation de Schrödinger donnant le comportement des atomes du BEC dans le piège :

$$\mu\phi(\mathbf{r}) = -\frac{(\hbar\nabla)^2}{2m}\phi(\mathbf{r}) + V_{\text{piège}}(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r}) + Ng|\phi(\mathbf{r})|^2\phi(\mathbf{r}), \quad (10)$$

avec μ le potentiel chimique des atomes du BEC.

Dans la plupart des expériences, l'approximation de Thomas Fermi permet de simplifier le problème en considérant que l'énergie cinétique des atomes du BEC est négligeable par rapport à l'énergie d'interaction. On a alors :

$$\mu = V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) + Ng|\phi(\mathbf{r})|^2. \quad (11)$$

La fonction d'onde s'écrit alors :

$$\phi(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\mu - V_{\text{piège}}(\mathbf{r})}{g}} e^{i\theta(\mathbf{r})}, \quad (12)$$

avec $\theta(\mathbf{r})$ une fonction de la position.

La densité des atomes du BEC dans le piège s'écrit donc :

$$n(\mathbf{r}) = N|\phi(\mathbf{r})|^2 = \frac{\mu}{g} \left(1 - \sum_{i=x,y,z} \left(\frac{r_i}{R_0 i} \right)^2 \right), \quad (13)$$

avec $R_0 i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}}$ les rayons de Thomas Fermi.

Le profil de densité du BEC dans le piège prend la forme d'une parabole. Dans notre expérience, les pulsations selon les axes x et y sont identiques et supérieure à la pulsations sur l'axe z ce qui a pour effet de confiner davantage sur les axes x et y que sur z (cf fig 3).

1.2.2 Profil du nuage thermique

Le nombre d'atomes excités pour un gaz en interaction diffère de celui pour le gaz sans interactions donné par (4), mais le phénomène de saturation apparaît toujours. Les interactions influent sur le potentiel des atomes ce qui provoque une augmentation du nombre maximal d'état excité. Cette augmentation est d'autant plus forte que les interactions sont intenses (8). Les atomes thermiques restent moins nombreux que les atomes du condensat, ainsi les interactions entre atomes thermiques peuvent être négligées. De plus, les atomes thermiques sont dans le même état de spin que les atomes du condensat, ce qui produit un effet de bunching : les forces qu'exercent le BEC sur le nuage thermique sont deux fois plus intenses. En notant E_K l'énergie cinétique, μ_{th} le potentiel du nuage thermique et

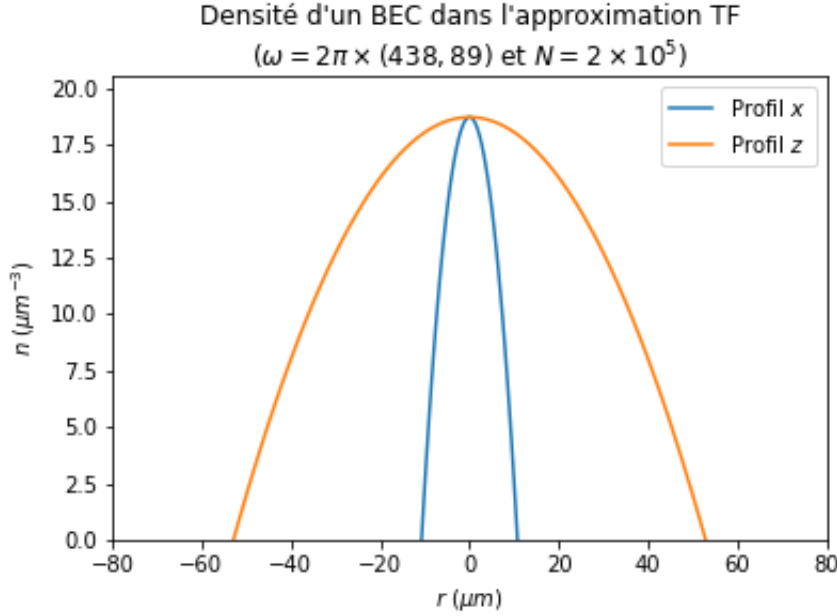


FIGURE 3 – Densité du BEC au sein du piège dans l'approximation Thomas Fermi. Les paramètres sont les mêmes que ceux utilisés par une équipe de l'IQIG pour un gaz d'atome He^* . La densité radiale (profil sur x) s'étend sur une plus faible distance que la densité axiale (profil sur z), le condensat prend donc une forme de cigar.

n_{th} leur densité, le hamiltonien s'écrit différemment selon que les atomes sont situés dans le BEC ou en dehors :

Dans le BEC, ie pour des positions \mathbf{r} telles que $1 - \sum_{i=x,y,z} \left(\frac{r_i}{R_i} \right)^2 > 0$

$$E_K + V_{\text{piège}} + 2gn = \mu_{\text{th}}, \quad (14)$$

$$\Rightarrow E_K + gn = \mu_{\text{th}} - \mu. \quad (15)$$

Hors du BEC, ie pour des positions \mathbf{r} telles que $1 - \sum_{i=x,y,z} \left(\frac{r_i}{R_i} \right)^2 < 0$

$$E_K + V_{\text{piège}} + 2gn_{\text{th}} = \mu_{\text{th}}, \quad (16)$$

$$\Rightarrow E_K + V_{\text{piège}} = \mu_{\text{th}}. \quad (17)$$

Ainsi, le potentiel vu par le nuage thermique correspond à la figure 4.

Les atomes thermiques sont donc expulsés vers le bord du BEC par l'action des interactions répulsives du BEC. Si la température est supérieure à T_c alors il n'y a pas de condensation et donc les atomes thermiques sont soumis à un potentiel harmonique classique, ce qui donne une densité proche d'une gaussienne.

1.2.3 Expansion en temps de vol

Pour vérifier que les profils de densité calculés correspondent à ceux expérimentaux, il est possible d'effectuer une expérience de temps de vol. La distribution des atomes du BEC pendant la chute peut être déterminée par l'équation de Gross-Pitaevskii (3) sur la fonction d'onde du BEC ϕ :

$$i\hbar\partial_t\phi(\mathbf{r},t) = \left(-\frac{\hbar^2\Delta}{2m} + gn(\mathbf{r},t) \right) \phi(\mathbf{r},t). \quad (18)$$

Comme le profil de densité est parabolique, la force subie par les atomes est linéaire en leur position.

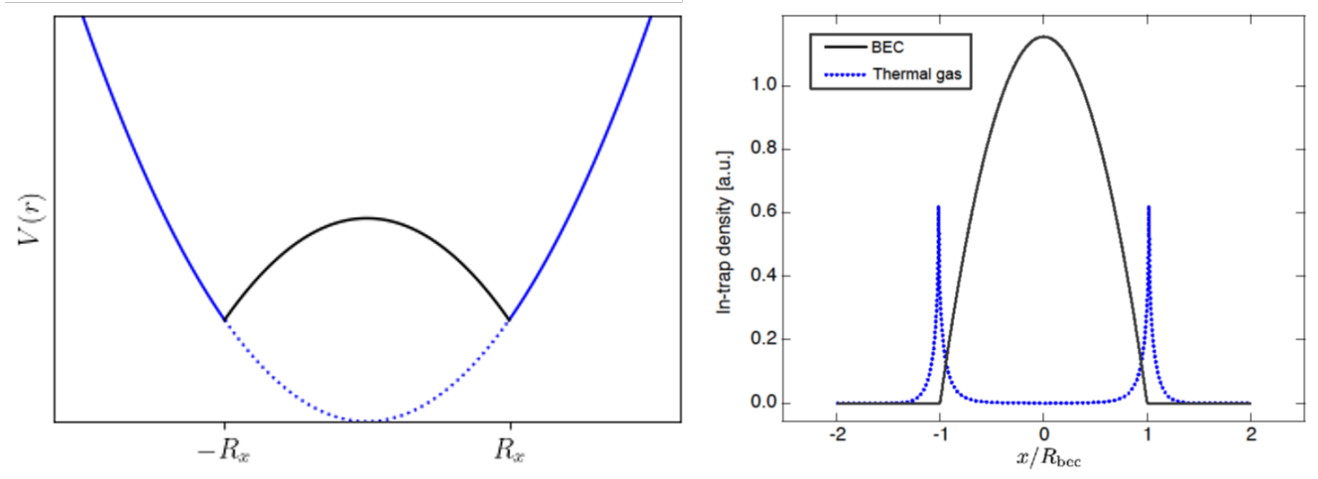


FIGURE 4 – À gauche, potentiel vu par le nuage thermique, les bords du BEC constituent le minimum de l'énergie potentielle, le nuage est donc poussé vers les bords. À droite la densité théorique du BEC et du nuage thermique au bord.

Le BEC se dilate donc au cours du temps et l'on peut écrire :

$$R_i(t) = \lambda_i(t) R_i(0) \quad i = x, y, z, \quad (19)$$

$$n(x, y, z, t) = \frac{1}{\lambda_x(t)\lambda_y(t)\lambda_z(t)} n\left(\frac{x}{\lambda_x(t)}, \frac{y}{\lambda_y(t)}, \frac{z}{\lambda_z(t)}, t=0\right). \quad (20)$$

Il suffit alors pour avoir $n(\mathbf{r}, t)$ d'établir les équations temporelles sur les λ avec la seconde loi de Newton :

$$m\ddot{R}_i(t) = F_i(R_i, t) \quad , \quad (21)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{d\tau} \lambda_x = \frac{1}{\lambda_x^3 \lambda_z} \\ \frac{d}{d\tau} \lambda_z = \frac{1}{\lambda_x^2 \lambda_z^2} \end{cases} \quad (22)$$

en considérant un piège cylindrique avec $\omega_x = \omega_y$ et $\tau = \omega_x t$.

Une intégration permet alors de déterminer les λ_i et ainsi d'obtenir le profil de densité au cours du temps (cf fig 5). On observe que le BEC, qui était plus étroit sur l'axe radial (x) qu'axial (z) initialement, se voit plus étiré radialement après un temps de vol suffisant. On parle d'inversion d'ellipticité. Elle est dû au gradient de n , proportionnel à la force de répulsion, qui est plus grand selon x que selon z . On note ξ la distance typique de variation de la densité du BEC, autrement dit $k = 1/\xi$ correspond à l'impulsion du BEC lors de sa dilatation en temps de vol selon les axes x et y .

Il est alors possible de calculer la distribution de $n_\infty(k)$, densité en impulsion asymptotique par la relation $n_\infty(k) = \left(\frac{\hbar t}{m}\right)^3 n(r, t)$ et $k = \frac{mr}{\hbar t}$ avec \bar{t} le temps de vol (cf fig 6).

Le nuage thermique interagit peu pendant la chute, sa densité en impulsion après la chute est donc identique à celle dans le piège, c'est-à-dire une fonction de Bose.

Le mouvement du nuage thermique a une dynamique différente de celle du BEC car on n'observe pas d'inversion d'ellipticité : le nuage s'étale isotropiquement sous l'effet de T . Ce comportement, différent du BEC, a été utilisé pour prouver l'existence des BEC.

Les observations expérimentales (5) (cf fig 6) montrent effectivement plusieurs comportement de densité en impulsions : pour de faibles k , le profil suit un profil parabolique (caractéristique du condensat), puis pour des impulsions plus élevées le profil devient une fonction de Bose (correspondant donc au nuage thermique). L'approximation de champ moyen semble apporter une description suffisamment précise du comportement du condensat.

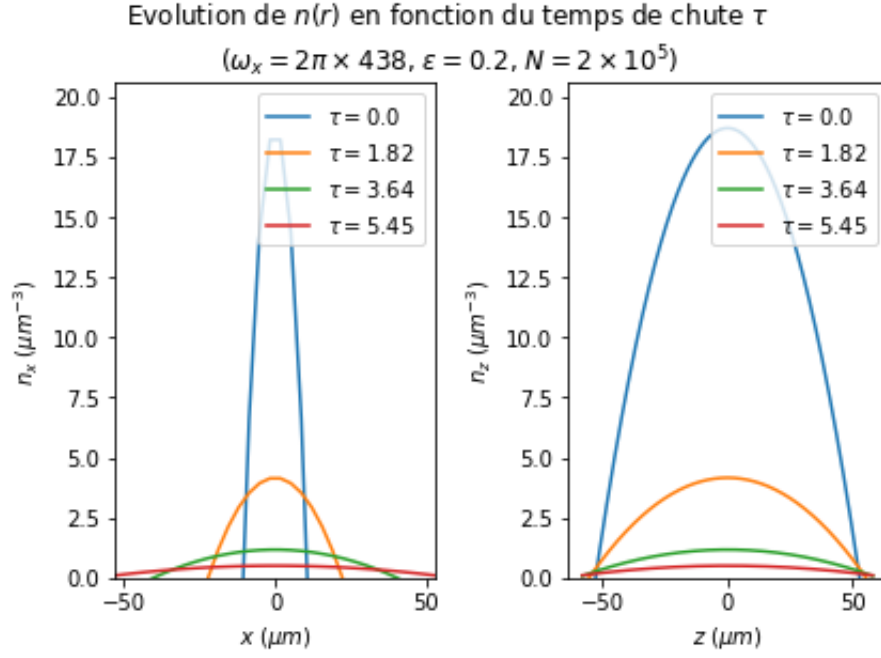


FIGURE 5 – Profil de densité du BEC au cours du temps de vol. La densité radiale (x) s'étend bien plus vite que la densité axiale (z), c'est l'inversion d'ellipticité.

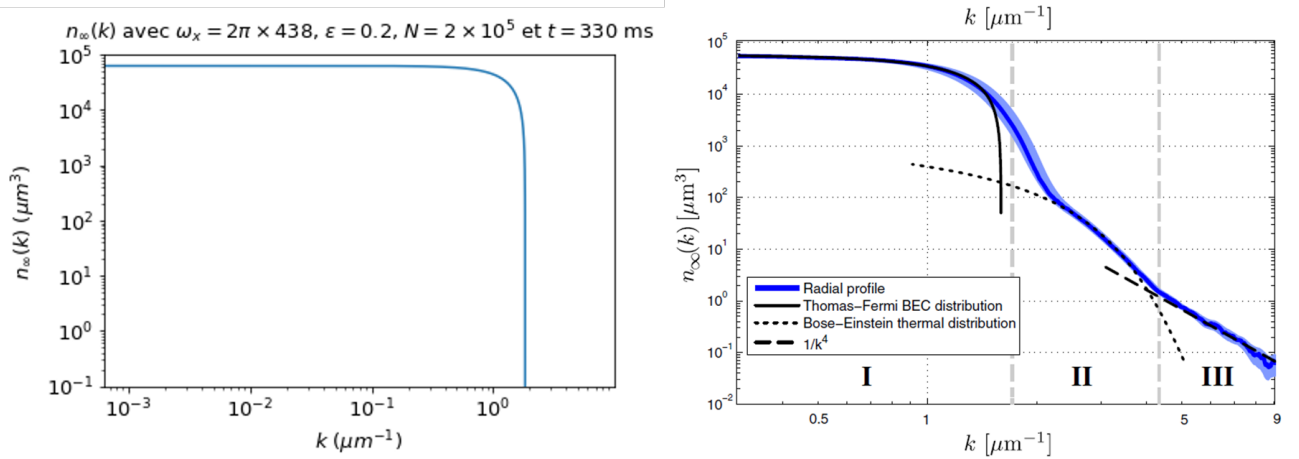


FIGURE 6 – Profil de densité en impulsion à la fin de la chute. À gauche la résolution numérique pour le seul condensat et à droite les observations expérimentales issues de (5) sur lesquelles sont superposées des ajustements avec la forme des profils attendus : profil Thomas-Fermi pour le BEC et distribution de Bose pour le nuage thermique.

Cependant, les observations montrent également un comportement géométrique pour des impulsions encore plus importantes : le profil possède une queue proportionnelle à k^{-4} .

Pour comprendre ce phénomène, la première approche consiste à ne plus supposer l'approximation de champ moyen. Cela a amené les chercheurs à considérer la déplétion quantique : les atomes possèdent une énergie d'interaction et une énergie thermique. Si placer tous les atomes dans le fondamental du piège est favorable car cela minimise l'énergie thermique, l'énergie d'interaction devient très élevée. Pour minimiser l'énergie totale, le système a donc intérêt à placer certains atomes dans des niveaux supérieurs, pour diminuer l'énergie d'interaction. Il faut remarquer que cette excitation de certains atomes ne résulte pas de l'excitation thermique mais uniquement de l'énergie d'interaction. Tout comme le nuage thermique possède des impulsions plus élevées que celle du BEC, le nuage de déplétion posséderait également des impulsions élevées. Le comportement de la queue du profil de densité pourrait donc correspondre aux atomes de la déplétion quantique. De plus, la théorie de Bogoliubov (1) prédit que la densité de tels atomes suivrait une loi de puissance en k^{-4} .

Suite à la publication de (5), un travail théorique a suggéré que la déplétion quantique ne pouvait être observée après une expérience de temps de vol sur le profil de densité (7). Il faut donc trouver un autre phénomène responsable du comportement en k^{-4} de la densité asymptotique.

Ce stage vise donc à déterminer si un autre paramètre, l'existence d'impuretés de spin dans l'expérience, pourrait être une cause du comportement en k^{-4} du profil de densité.

2 Gaz de Bose polarisé en présence d'impuretés

2.1 Origine des impuretés

Quelques mois après la publication de l'article (5), la présence d'impuretés de spin a été mise en évidence dans l'expérience. En effet, les atomes sont pour la plupart dans l'état de spin $m_J = +1$, que ce soit les atomes dans l'état fondamental ou les atomes thermiques. Pourtant, une fraction ($\sim 0,5\%$) des atomes sont dans l'état de spin $m_J = 0$. Ces impuretés de spin pourraient expliquer la queue de la densité asymptotique en k^{-4} .

La mise en évidence d'impuretés a été possible en utilisant un dispositif de détection bien plus sensible que la détection optique. Le gaz utilisé est un gaz d'hélium métastable $^4\text{He}^*$ qui chute sur une plaque de métal. Lorsqu'un atome rencontre la plaque, il se désexcite en excitant un électron au métal, ce qui induit un courant électrique dans la plaque par effet d'avalanche. Par la détection de ce courant, il est possible de déterminer où et quand un atome est tombé. Cela permet de remonter à la vitesse de la particule pour des temps de chute suffisamment longs. De plus, si les particules n'interagissent pas pendant le temps de vol, les particules une fois libérées du piège suivent une trajectoire parabolique due au champ de pesanteur, il suffit alors d'utiliser les outils balistiques sur la parabole pour obtenir l'impulsion initiale de la particule. C'est le cas du BEC. Les avantages de cette technique sont nombreux : détection des atomes un par un ce qui permet de mesurer des densités très faibles et de balayer plusieurs ordres de grandeur de densité comme le montre la figure 6. Les impuretés étant peu nombreuses, cette méthode a été adéquate pour les mettre en évidence. Elle permet également d'obtenir la densité volumique d'impulsion dans le piège, et non une densité intégrée comme pour une détection optique.

La présence d'impuretés dans le piège est expliquée par les pertes Majorana (2) lors du processus de refroidissement. Lors d'une étape, les atomes sont piégés dans un quadripôle magnétique. Le champ magnétique résultant possède une position d'annulation au centre du piège. Ainsi, tous les atomes dans le champ s'orientent dans la direction du champ (spin $m_J = +1$) sauf les atomes en ce point qui peuvent passer dans un état de spin $m_J = 0$ ou $m_J = -1$. Cela représente une perte de densité du gaz importante, mais aussi une augmentation de température car les atomes au centre du piège sont les plus froids. Le gaz est ensuite placé dans un piège optique avec un gradient de champ magnétique pour conserver l'orientation des spins des atomes dans l'état $m_J = +1$. Pour éviter de conserver les impuretés lors du transfert dans un piège optique, le centre du piège optique est décalé par rapport au centre du piège magnétique. Malgré cette précaution, il est possible que certaines impuretés soient transférées

dans le piège optique et, ne ressentant pas le champ magnétique, ne s'alignent pas. Elles constitueraient les impuretés que l'on pense responsables du comportement en k^{-4} de la densité asymptotique.

Pour conforter cette idée, l'expérience de temps de vol a été réalisée en changeant le nombre d'impuretés dans le piège, ce qui a modifié l'amplitude de la queue de densité linéairement avec le nombre total d'impuretés. Ainsi, les impuretés semblent jouer un rôle dans le comportement de la queue. Pour comprendre si ce comportement en k^{-4} était issu d'interactions entre les impuretés et le condensat ou issu d'un comportement propre aux impuretés, les atomes du BEC et le nuage thermique, étant de spin $m_J = +1$, ont été éjectés du piège optique par un fort gradient magnétique avant de réaliser le temps de vol. Cette expérience montre un profil de densité des impuretés identique à une fonction de Bose. Les impuretés étant seules dans le piège optique avant le temps de vol, leur profil en impulsion dans le piège suit donc la statistique de Bose. Ainsi, le profil n'a pas évolué durant le temps de vol, les impuretés semblent donc interagir faiblement entre elles comme attendu, et une queue en k^{-4} n'apparaît pas. Ce comportement en ailes k^{-4} est donc dû à l'interaction entre le BEC et les impuretés pendant le temps de vol.

2.2 Interaction impuretés-condensat en temps de vol

Lors de la chute, les impuretés de spin ressentent deux forces : l'interaction répulsive due aux atomes de spin $m_J = 0$ et celle due au condensat (atomes de spin $m_J = +1$). Nous avons vu que les impuretés n'interagissent pas en l'absence d'atomes du BEC. Pour autant, en présence de BEC nous ne pouvons pas à ce stade négliger les interactions entre les impuretés. On se place dans l'approximation de champs moyen et ainsi on peut écrire les deux forces de la même manière :

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = -g\nabla n(\mathbf{r}, t), \quad (23)$$

$$\mathbf{F}_0(\mathbf{r}, t) = -g_{0/0}\nabla n_0(\mathbf{r}, t), \quad (25)$$

$$= \mu \frac{1}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z} 2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_x} \frac{x}{R_x^2} \\ \frac{1}{\lambda_y} \frac{y}{R_y^2} \\ \frac{1}{\lambda_z} \frac{z}{R_z^2} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

avec n_0 la densité d'impureté et n la densité d'atome du BEC.

Pour étudier le mouvement de ces impuretés, on les traite avec la mécanique de Newton car on fait l'hypothèse que leur caractère quantique ne s'exprime pas en raison de leur densité trop faible ($n_0 \ll n$). Cela nous invite alors à négliger les interactions entre impuretés car elles sont négligeables devant celles du BEC (car $g_{0/0} = 0.7g \sim g$ et $n_0 \ll n$). Nous choisissons de simuler les trajectoires en utilisant la mécanique classique. Il suffit alors de résoudre la seconde loi de Newton.

On cherche alors à déterminer les conditions initiales. Avant de couper le piège, les impuretés de spin sont régies par :

$$E_K + V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) + gn + 2gn_0 = \mu_0, \quad (26)$$

avec n_0 la densité des impuretés de spin et μ_0 leur potentiel chimique et E_K leur énergie cinétique.

Dans le BEC :

$$V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) + gn = \mu \text{ et } E_K \gg 2gn_0, \quad (27)$$

$$\Rightarrow E_K \simeq \mu_0 - \mu. \quad (28)$$

Les impuretés se comportent comme des particules dans une boîte : le potentiel est constant, la seule énergie est cinétique. L'énergie cinétique domine l'énergie d'interaction car la densité en impuretés est faible et les impuretés ne sont pas condensées.

Hors du BEC :

$$n = 0 \text{ et } V_{\text{piège}} \gg gn_0, \quad (29)$$

$$\Rightarrow E_K + V_{\text{piège}}(\mathbf{r}) = \mu_0. \quad (30)$$

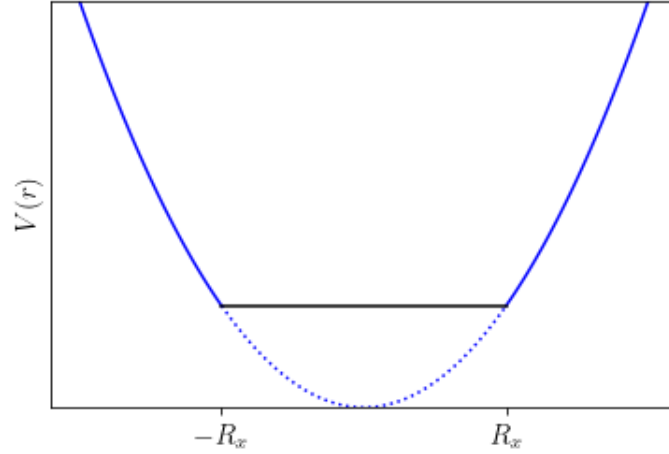


FIGURE 7 – Potentiel vu par une impureté. Au sein du piège, le potentiel est plat, les impuretés se comportent comme des particules libres enfermées dans une boîte. En dehors du rayon de Fermi, les impuretés sont soumises au piège optique. Elles se situent donc principalement et uniformément dans le BEC.

Ainsi le potentiel vu par une impureté de spin correspond à la figure 7.

Les impuretés se comportent donc comme des particules dans une boîte au sein du BEC, et soumises au piège harmonique en dehors. On considère donc que les impuretés sont présentes uniquement dans la zone de BEC et qu'elles se répartissent équiprobablement dans cette zone.

Pour la vitesse, des observations non encore publiées montrent que les vitesses de ces impuretés sont distribuées sur une gaussienne (approximation de la fonction de Bose attendue pour des particules sans interactions) :

$$p(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0^2} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_0^2}}, \quad (31)$$

avec $\sigma_0 = \sqrt{k_B T/m}$ avec $T \simeq 200$ nK.

On effectuera donc l'intégration des équations du mouvement avec comme conditions initiales des positions tirées aléatoirement suivant une loi uniforme sur le volume du BEC, et les vitesses tirées aléatoirement suivant une loi normale d'espérance $\mu = 0$ et d'écart-type $\sigma = \sigma_0$.

3 Résultats des simulations numériques

3.1 Dynamique des impuretés lors du temps de vol sous l'effet du BEC

Le calcul des trajectoires a été effectué sur Python, en intégrant les équations du mouvement de chaque particule avec un schéma d'intégration Runge Kutta d'ordre 4. La détermination des conditions initiales s'appuie sur le module numpy. Pour les vitesses, elles ont été tirées suivant une loi normale de valeur moyenne nulle et d'écart-type $\sigma = \sqrt{k_B T/m}$. La valeur de la température correspond à celle des impuretés quand elles sont seules dans le piège optique ($T = 200$ nK d'après des données non publiées). Pour les positions initiales, elles ont été tirées de manière équiprobable dans un pavé droit de dimension (R_{0x}, R_{0y}, R_{0z}) , puis seules les positions à l'intérieur du paraboléide ont été conservées.

La densité est calculée en séparant l'espace en boîtes de dimensions identiques et en comptant le nombre de particules dans chaque boîte. Les profils sont obtenus en prenant une ligne de boîtes dans la direction souhaitée. Pour avoir une meilleure statistique, il est possible d'intégrer cette densité sur de petites distances, ce qui revient à prendre plusieurs lignes de boîtes. On intègre généralement 5% de la longueur totale dans chaque direction. Le nombre d'impuretés présentes en moyenne dans un BEC est de l'ordre de 1000, cependant pour obtenir un profil plus précis, le nombre d'impuretés tirées est bien supérieur à ce nombre moyen d'impuretés. Cela est possible car les impuretés n'interagissent pas

entre elles, donc multiplier par 10 ou 100 la densité des impuretés n'influe pas sur la force ressentie par chaque impureté.

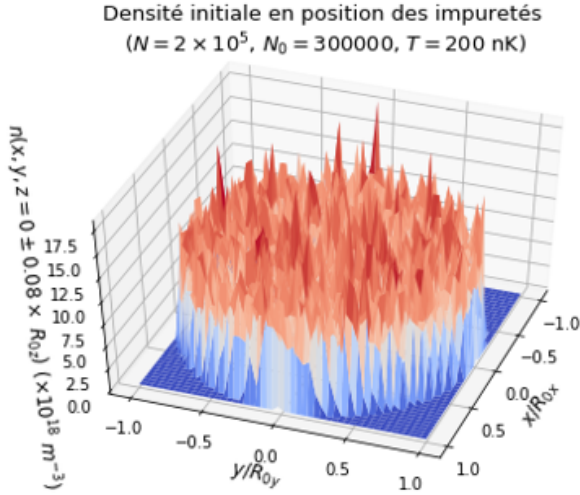


FIGURE 8 – Coupe de la densité initiale d'impureté dans le BEC. On obtient un profil plat qui indique la répartition équiprobable des impuretés dans le piège. R_{0z} correspond à la distance sur laquelle s'étale le BEC avant le temps de vol sur l'axe z . L'épaisseur de la tranche sur z correspond à 5% de l'extension initiale du BEC sur l'axe z .

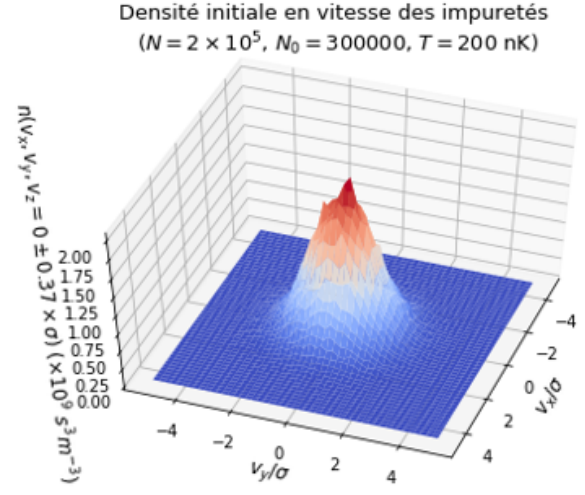


FIGURE 9 – Coupe de la densité initiale en vitesse d'impureté dans le BEC. Il s'agit d'un profil gaussien car les impuretés suivent la statistique de Boltzmann (particules classiques dans une boîte). σ correspond à l'écart-type du tirage des vitesses initiales. L'épaisseur de la tranche sur v_z correspond à 5% de l'extension initiale des vitesses du BEC sur l'axe z .

Les figures 8 et 9 montrent les conditions initiales des impuretés. La figure 10 montre une coupe de la densité d'impuretés après un temps de vol de 330 ms. Après un tel temps de vol, la densité en vitesse et en position ont la même forme et il est possible de passer de l'un à l'autre par $\mathbf{r} = \mathbf{v} \times \bar{t}$. La symétrie cylindrique s'explique par la symétrie initiale du problème : le BEC est symétrique par rotation autour de l'axe z .

Le profil de densité d'impureté diffère suivant l'axe choisi : sur l'axe x (cf fig 12), on observe deux pics symétriques de densité. Pour l'axe z (cf fig 11), le profil ressemble à une gaussienne. En interprétant ce profil comme un profil de vitesse, il est possible de comparer ce profil avec celui de la vitesse initiale. Il apparaît que la densité finale est plus faible que celle initiale. Cela s'explique par l'accélération qu'ont ressentie les particules dans les directions x et y : la plupart des particules ne sont plus situées sur l'axe z . La forme gaussienne semble indiquer que le BEC affecte peu les impuretés dans l'axe z . Cela s'explique par la forme du BEC : sa forme de cigare donne un profil plus large sur z que sur x et y . Ainsi, le gradient est plus faible sur l'axe z et donc la force exercée par le BEC sur les impuretés est plus faible que celle sur l'axe x ou y . Cette différence de force entre l'axe x et l'axe z explique également la formation de pics sur l'axe x et non sur l'axe z : les particules sont fortement accélérées selon x jusqu'à quitter le BEC et conserver cette vitesse. En revanche, selon z , les particules ne sont pas autant accélérées au départ et donc les impuretés ne gagnent pas une vitesse assez importante pour dépasser rapidement le BEC.

En ce qui concerne l'axe x , le profil est moins facilement identifiable. En traçant le profil des vitesses en échelle loglog (cf fig 13), on peut remarquer que la densité se superpose à la densité de vitesse initiale pour les grandes vitesses. Cela peut s'expliquer par le fait que les particules rapides ne passent pas beaucoup de temps sous l'influence du BEC car elles le quittent rapidement. Elles n'ont donc pas le temps d'être accélérées et donc leur vitesse ne varie pas. On obtient alors le même profil de vitesse qu'initialement. Pour vérifier ce phénomène, il est possible de regarder pour chaque particule finale quelle était sa vitesse et sa position initiale. On peut alors tracer le profil de densité et voir si les particules à hautes vitesses à la fin du temps de vol possédaient une vitesse élevée initialement. C'est

Densité des impuretés dans un plan après un temps de chute de 330 ms
 $(N = 2 \times 10^5, N_0 = 300000, T = 200 \text{ nK})$

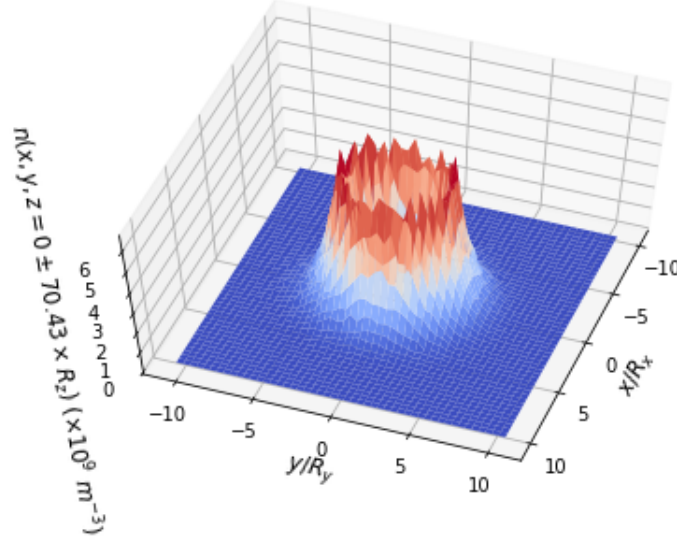


FIGURE 10 – Coupe de la densité d'impureté après un temps de vol de 330 ms. La densité prend la forme d'une couronne autour de l'axe z . R_z correspond à la distance sur laquelle s'étale le BEC après le temps de vol sur l'axe z . L'épaisseur de la tranche sur z correspond à 5% de l'extension finale du BEC sur l'axe z .

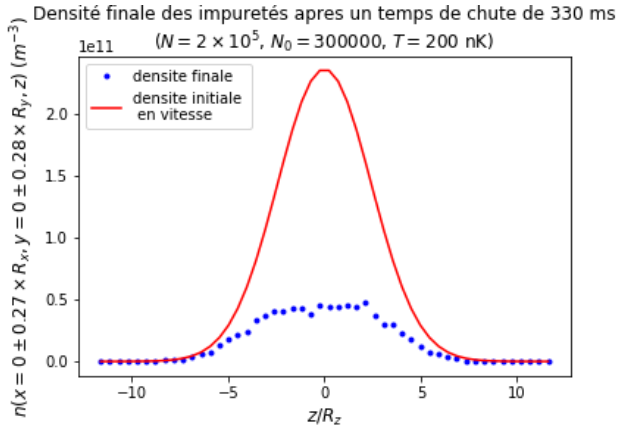


FIGURE 11 – Profil de densité des impuretés après un temps de vol de 330 ms selon z . Le profil est gaussien, amenant à penser que le BEC a peu d'incidence sur les particules dans cette direction de l'espace. R_x et R_y correspondent respectivement à la distance sur laquelle s'étale le BEC après le temps de vol sur l'axe x et y . L'épaisseur de la tranche sur z correspond à 5% de l'extension finale du BEC sur l'axe x et y .

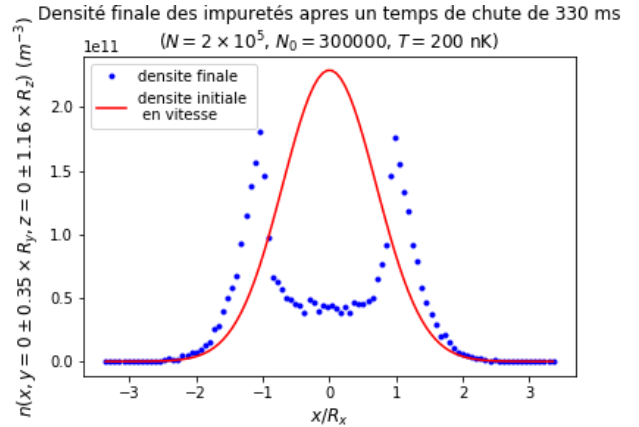


FIGURE 12 – Profil de densité des impuretés après un temps de vol de 330 ms selon x . Les impuretés se sont rassemblées pour former deux pics. R_y et R_z correspondent respectivement à la distance sur laquelle s'étale le BEC après le temps de vol sur l'axe y et z . L'épaisseur de la tranche sur x correspond à 5% de l'extension finale du BEC sur l'axe y et z .

bien ce qu'on observe (cf fig 14).

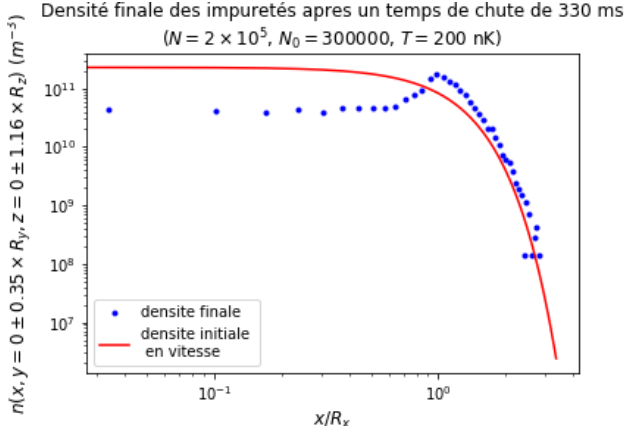


FIGURE 13 – Profil de densité des impuretés après un temps de vol de 330 ms sur l'axe x en échelle loglog. La densité initiale en vitesse recoupe la densité pour de grandes vitesses. L'épaisseur de la tranche sur x correspond à 5% de l'extension finale du BEC sur l'axe y et z .

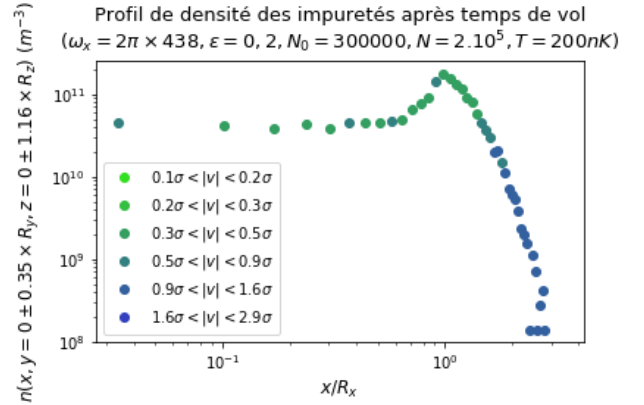


FIGURE 14 – Profil de densité des impuretés après un temps de vol de 330 ms sur l'axe x . Les vitesses les plus élevées après le temps de vol sont bien celles qui possédaient une vitesse élevée au départ.

Les pics de densité dans le profil en x se situe au niveau de la bordure du BEC après temps de vol. De même, si on passe en vitesse, les impuretés sont majoritairement accélérées à des vitesses de l'ordre de celle d'extension du BEC ($k = 1/\xi$). C'est à ce niveau que l'on attendait d'observer une pente en k^{-4} dans l'espace des impulsions en échelle loglog, cette simulation ne rend donc pas encore des observations expérimentales. Plus étonnant, de tels pics en vitesses n'ont jamais été remarqués expérimentalement. Des mesures non publiées à ce jour montrent le profil de densité obtenu lorsque le BEC est progressivement dévié par un gradient magnétique lors du temps de vol. Le BEC ne tombe donc pas sur le détecteur et seules les impuretés sont mesurées. Comme le BEC est éjecté lentement (après un temps ~ 50 ms), les impuretés ont déjà subi les interactions avec le BEC et ne sont pas affectées par le mouvement du BEC car il n'est plus assez dense pour modifier significativement la trajectoire des impuretés. Le profil de densité obtenu est une gaussienne pour de faibles impulsions puis une pente en k^{-4} . Aucun pic n'est observé alors que la résolution en vitesse du détecteur devrait être largement suffisante pour observer de tels pics s'ils existaient.

De plus, ces données montrent des profils de densité identiques selon les axes x et z . L'isotropie de la distribution d'impuretés n'apparaît pas dans nos simulations et pour cause : la densité des atomes du BEC étant anisotrope dans le piège et pendant tout le temps de vol, le potentiel dans lequel se déplacent les impuretés l'est également. La densité finale ne peut donc être isotrope. Cela met à mal la possibilité d'obtenir des simulations proches des résultats expérimentaux.

Cela nous amène donc à questionner les hypothèses faites pour résoudre la trajectoires des impuretés.

3.2 Dynamique des impuretés sous l'effet du BEC, du nuage thermique et de leurs propres interactions

L'isotropie des profils de densité observés expérimentalement montrent qu'il est difficile de traiter les impuretés avec la mécanique classique newtonienne, étant donné que la distribution d'atomes du BEC, et donc le potentiel d'interaction, n'est pas isotrope. Nous pouvons malgré tout tenter de voir l'effet de potentiels d'autres interactions que nous avons négligées : les interactions avec le nuage thermique et les impuretés elles-même. Les potentiels créés par ces densités sont isotrope pour le nuage thermique, et également isotrope pour les impuretés d'après les observations expérimentales. Ces interactions pourraient modifier la symétrie de la densité finale que l'on observe, même si on s'attend toujours à

une densité anisotrope en raison du BEC.

Lors du bilan des forces nous avons négligé les interactions entre impuretés en raison de leur faible densité ($\sim 10^3 \mu\text{m}^{-3}$). Or, les impuretés semblent se rassembler autour des bords du BEC lors du temps de vol, ce qui augmente leur densité en vitesse. Pour déterminer l'intensité de cette force, on peut se placer dans l'approximation de champs moyen pour un premier aperçu des effets des interactions entre impuretés. Dans cette approximation, l'expression de la force prend la même forme que celle qu'exerce le BEC sur les impuretés : $\mathbf{F}_0 = g_{0/0} \nabla n_0$ avec $g_{0/0} \simeq 0,7g$.

La détermination de l'intensité de cette interaction en tout temps a été rendue compliquée par la difficulté d'enregistrer suffisamment de données. Ce problème a été résolu en prolongeant à partir de 100 ms l'intensité de l'interaction. En effet, à partir d'un certain temps, la dynamique du BEC n'influe plus sur les impuretés qui se propagent comme des particules libres et voient leurs vitesses peu modifiées, d'où $n_0(\mathbf{v}, t) = n_0(\mathbf{v})$ et donc $n_0(\mathbf{r}, t) \propto t^{-3} n_0(\mathbf{r})$ pour t suffisamment grand.

Une autre interaction a également été négligée : l'interaction entre les impuretés et le nuage thermique. Sa densité est dix fois supérieure à celle des impuretés, donc si les interactions entre le BEC ne sont plus prépondérantes devant celle des impuretés, il est nécessaire de vérifier que les interactions avec le nuage thermique reste bien négligeable.

En exploitant toujours l'hypothèse du champs moyen, l'intensité de la force induite par le nuage s'écrit toujours :

$$\mathbf{F}_{\text{th}}(\mathbf{r}, t) = g \nabla n_{\text{th}}(\mathbf{r}, t), \quad (32)$$

comme pour l'interaction avec le condensat (car il sont dans le même état thermique) avec la densité du nuage. La densité du nuage dans le piège est donnée par la figure 4. Il est lui aussi soumis aux interactions avec le BEC et les impuretés, ce qui peut rendre la détermination de la densité au cours du temps de vol complexe. On peut toutefois supposer que, dans un premier temps de la chute, l'interaction avec le BEC prédomine. De plus, le nuage thermique est dominé par son énergie cinétique, ce qui lui donne après un temps de vol suffisamment long une densité gaussienne. On suppose donc, pour avoir un premier aperçu de l'intensité de cette force au cours du temps de vol, que la densité du nuage thermique est une gaussienne qui s'étale au cours du temps. Le maximum de cette force s'obtient quand le gradient est maximal, soit pour une distance égale à l'écart-type.

$$n_{\text{th}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma t} \exp -\frac{\mathbf{r}^2}{2\sigma^2 t^2}. \quad (33)$$

Il est alors possible de tracer la variation pendant le temps de vol du maximum de l'intensité de ces forces. Pour les interactions entre impuretés, la force est maximale au niveau du bord du BEC où elles sont toutes regroupées. Pour les interaction BEC/impuretés, le maximum d'intensité se situe également au bord du BEC car le profil parabolique du BEC donne un gradient maximal lors de l'annulation de la densité. De même, pour l'interaction nuage thermique/ impuretés, le maximum d'intensité est obtenu vers σt de l'ordre de la taille du BEC. Les trois forces calculées s'appliquent donc dans la même région de l'espace et on peut alors comparer leurs intensités. On obtient la figure 15.

Pendant tout le temps de vol, les interactions entre impuretés et du nuage thermique restent inférieures de plusieurs ordres de grandeur. On peut alors considérer que l'hypothèse initiale de négliger les interactions entre impuretés était valide.

Cependant on remarque que pendant le temps de vol, les impuretés tendent à dépasser le BEC. Si les interactions produites par le BEC sont prédominantes, elles ne le sont que lorsque les impuretés sont dans le BEC. Ainsi, il faut pouvoir prendre en compte les interactions entre impuretés lorsqu'elles sont en dehors du condensat.

Pour cela il faut changer le code de simulation précédent : on ne peut plus tirer une à une les impuretés et résoudre séparément les trajectoires, il faut tirer toutes les impuretés, puis à chaque incrément de temps calculer la densité d'impuretés. Pour cela on utilise la méthode d'Euler.

Étant donné que les interactions entre le nuage et les impuretés sont toujours négligeables devant les interactions entre les impuretés (cf fig. 15), nous négligerons toujours les interactions entre le nuage et les impuretés. Nous renormalisons également les interactions entre impuretés car nous tirons

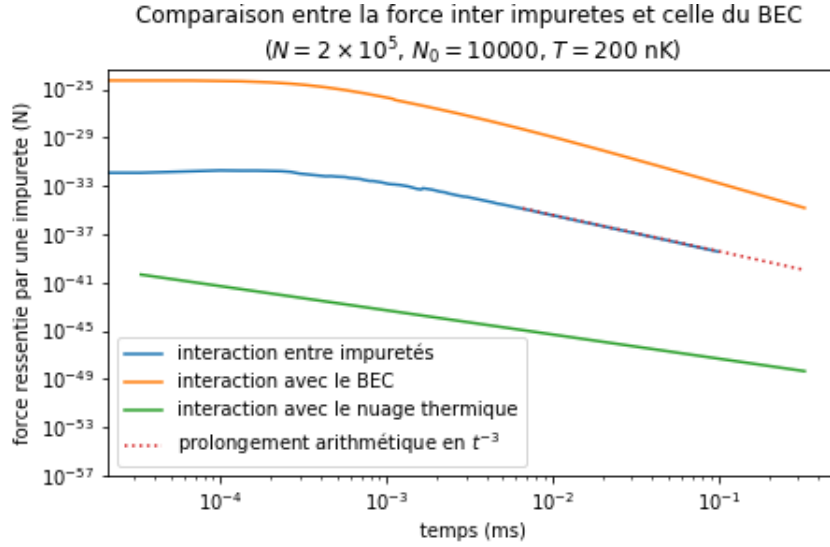


FIGURE 15 – Evolution du maximum de l'intensité des interactions en champs moyen. À tout instant, les interactions entre impuretés sont négligeables devant celle du BEC. Les interactions avec le nuage thermiques sont également négligeables devant les deux autres forces. Le prolongement arithmétique est dû à la difficulté d'amasser suffisamment de données pour les interactions entre impuretés.

généralement plus d'impuretés qu'il n'y en a dans l'expérience pour avoir des profils plus lisses. La densité d'impuretés est donc supérieure à la densité réelle et il faut multiplier par un facteur pour renormaliser la force ressentie par les impuretés.

Le profil de densité des impuretés après temps de vol obtenu avec cette simulation est présenté en figure 16. Pour pouvoir comparer l'apport de la prise en compte des interactions entre impuretés, le profil calculé sans prendre en compte les interactions est également tracé. Il n'apparaît aucune différence significative entre les deux profils obtenus, ce qui nous amène à penser que, comme nous l'avions précédemment supposé, les interactions entre impuretés ne sont pas suffisamment intenses pour affecter la dynamique des impuretés.

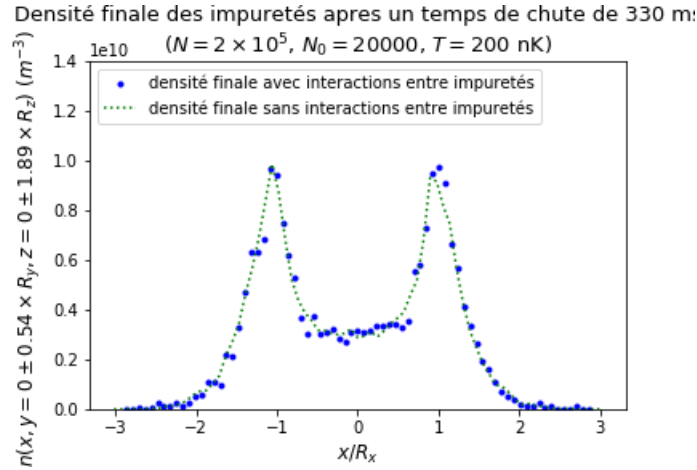


FIGURE 16 – Profil de densité des impuretés après temps de vol en tenant compte ou non des interactions entre les impuretés. Les deux profils se superposent, les interactions entre impuretés n'ont donc pas d'effet notable sur la dynamique des impuretés.

En effet, l'énergie potentielle caractéristique des impuretés au début du temps de vol est $\mu \sim 10^{-30}$ J, le potentiel du condensat. Les impuretés gagnent donc une énergie cinétique de cet ordre quand elles sortent du BEC. C'est pourquoi on observe une augmentation de la densité au niveau des bords du BEC : les impuretés ont été poussées et donc ont pour la plupart une vitesse, et donc une énergie

cinétique, de l'ordre de celle du BEC. L'énergie d'interaction entre les impuretés est de l'ordre de $g_0 n_0 \sim 10^{-40}$ J, qui est dix ordres de grandeur inférieur à μ , le gain énergétique des interactions est donc négligeable.

4 Conclusion et perspectives

Les résultats des simulations ne sont pas conformes aux observations expérimentales, ce que l'on peut expliquer de différentes manières.

Les résultats des simulations semblent logique : les impuretés sont éjectées du BEC pendant le temps de vol par une interaction répulsive, et elles s'accumulent au bord car elles ne sont pas accélérées une fois sorties du BEC, ou plutôt les interactions une fois sorties du BEC accélèrent de manière négligeable les impuretés devant leurs vitesses en sortie de BEC. De plus l'anisotropie des simulations rend bien compte de l'anisotropie du système pendant le temps de vol. Les simulations rendent également compte des différentes symétries du problème. Tout cela permet de soutenir que le code de simulation ne possède pas d'erreurs évidentes.

Les données recueillies par le laboratoire et non encore publiées mettent en lumière une influence des impuretés sur la forme de la queue en k^{-4} . Il semble difficile de conclure que les impuretés ne sont pas responsables de ce phénomène, notamment lorsque ces expériences montrent que les atomes mesurés et formant le profil en k^{-4} sont les impuretés.

L'écart entre les simulations et les observations expérimentales doit donc s'expliquer par la supposition d'au moins une hypothèse non valide. Les hypothèses pour effectuer ces simulations sont d'abord que les impuretés ont un comportement classique lors du temps de vol, mais aussi que l'approximation de Thomas Fermi est valide ainsi que l'approximation de champ moyen pour les particules du BEC.

L'approximation de Thomas Fermi et l'approximation de champs moyen ont déjà été validées par diverses expériences comme la forme du BEC et du nuage thermique après temps de vol.

L'isotropie que l'on observe expérimentalement va à l'encontre de toutes les simulations qui donneront des profils de densité anisotrope, peu importe le degré d'approximation. Le traitement par la mécanique newtonienne ne peut donc rendre compte des faits expérimentaux, il semble donc que le comportement quantique des impuretés s'exprime lors du temps de vol et qu'il faille prendre un point de vue ondulatoire pour résoudre cette dynamique et déterminer la fonction d'onde à N corps du système dans le piège et pendant le temps de vol.

Ce traitement ondulatoire pourrait donner des résultats bien différents à ceux de la dynamique classique étudiée dans ce rapport. Pour l'illustrer, il est intéressant de revenir à la déplétion quantique. Prenons un gaz dans un piège optique tel que $T = 0$ et $m_J = +1$, c'est-à-dire sans nuage thermique ni impuretés de spin. Les interactions entre les bosons vont avoir pour effet d'exciter certains atomes dans des niveaux d'énergie supérieurs pour minimiser l'énergie d'interaction, ce qui va produire un profil de densité en impulsion semblable à la figure 17 pour $\tau = 0$ avec une partie en parabole correspondant au BEC et une queue en k^{-4} correspondant aux atomes excités par la déplétion quantique d'après la théorie de Bogoliubov (1).

Dans une description classique, le profil de densité après temps de vol se déduit sans difficulté : le BEC s'étend sous l'effet des interactions entre les atomes de la même manière que décrite dans la partie 1. Les atomes excités sont mus d'une énergie supérieure à celle du BEC qui s'étend et donc échappent aux interactions du BEC. En somme, on attend un profil identique à la fin du temps de vol, on observerait toujours la déplétion quantique, ce qui explique que ce fut la première hypothèse émise pour expliquer l'existence d'ailes en k^{-4} dans le profil de densité.

Cependant, tous les atomes sont en réalité décrits par la même fonction d'onde à N corps, et la densité présentée en figure 17 représente en réalité le module carré de la fonction d'onde de ces atomes. Un calcul théorique (7) montre que le temps caractéristique d'évolution des composantes à grandes impulsions de la fonction d'onde t_{dyn} est inférieur au temps caractéristique d'évolution du potentiel. Pour $k\xi = 5$ avec $1/\xi$ correspondant à l'impulsion du BEC pendant le temps de vol, on a $t_\mu \sim 25t_{\text{dyn}}$. Ainsi, on peut considérer que les composantes à grandes impulsions sont toujours à l'équilibre. Or, plus

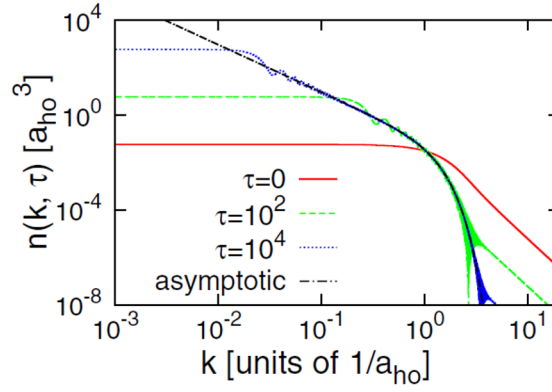


FIGURE 17 – Evolution théorique de la densité d’atomes au cours du temps, issu de (7). Contrairement à ce que prévoit la physique classique, la queue de densité en k^{-4} voit son amplitude diminuer. a_{ho} correspond à la longueur de l’oscillateur harmonique introduit dans l’article.

le BEC s’étend, moins les interactions sont élevées et donc plus les ailes de la déplétion diminueront d’intensité. La densité après temps de vol ressemblera donc à la figure 17 pour des $\tau > 0$.

Il faut aussi remarquer que cette théorie de Bogoliubov sur la déplétion quantique prévoit une densité isotrope des atomes excités, peu importe la forme du BEC, ce qui est impossible à prévoir avec une description classique du phénomène. Un traitement quantique des impuretés peut donc tout à fait amener à une densité isotrope malgré un BEC anisotrope.

Cet exemple de la déplétion quantique montre que le caractère ondulatoire des atomes excités par la déplétion peut avoir une influence sur la dynamique de ces particules lors du temps de vol. De la même manière, les impuretés semblent donc ne pas pouvoir être décrites par la physique classique. Pour pouvoir expliquer le comportement de ces impuretés, il faut donc trouver un moyen de déterminer la fonction d’onde à tout instant dans le BEC. Ce travail s’annonce d’ores et déjà difficile, car le système est plus complexe que dans le cas de la déplétion quantique car le système comporte deux types de particules : $m_J = 0$ et $m_J = +1$.

Ce stage aura permis de montrer que le caractère quantique des impuretés de spin dans un condensat de Bose-Einstein ne peut être négligé. Un travail théorique semble donc nécessaire pour déterminer la dynamique des impuretés et ainsi expliquer l’origine des ailes k^{-4} des profils de densité expérimentaux.

Références

- [1] N. N. BOGOLYUBOV, On the theory of superfluidity, *Izv.Akad.Nauk Ser.Fiz.*, 11 (1947), pp. 23–32.
- [2] Q. BOUTON, R. CHANG, A. L. HOENDERVANGER, F. NOGRETTE, A. ASPECT, C. I. WESTBROOK, AND D. CLÉMENT, Fast production of Bose-Einstein condensates of metastable helium, *Physical Review A*, 91 (2015), p. 061402. Publisher : American Physical Society.
- [3] Y. CASTIN AND R. DUM, Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps, *Physical Review Letters*, 77 (1996), pp. 5315–5319.
- [4] H. CAYLA, Measuring the momentum distribution of a lattice gas at the single-atom level, phd-thesis, Université Paris-Saclay, Nov. 2018.
- [5] R. CHANG, Q. BOUTON, H. CAYLA, C. QU, A. ASPECT, C. I. WESTBROOK, AND D. CLÉMENT, Momentum-Resolved Observation of Thermal and Quantum Depletion in a Bose Gas, *Physical Review Letters*, 117 (2016), p. 235303.
- [6] L. P. PITAEVSKIĬ AND S. STRINGARI, Bose-Einstein condensation, no. 116 in *Oxford science publications*, Clarendon Press, Oxford ; New York, 2003. OCLC : ocm52145831.
- [7] C. QU, L. P. PITAEVSKII, AND S. STRINGARI, Expansion of harmonically trapped interacting particles and time dependence of the contact, *Physical Review A*, 94 (2016), p. 063635.
- [8] N. TAMMUZ, R. P. SMITH, R. L. D. CAMPBELL, S. BEATTIE, S. MOULDER, J. DALIBARD, AND Z. HADZIBABIC, Can a Bose Gas Be Saturated ?, *Physical Review Letters*, 106 (2011), p. 230401.