Arquitectura Computadores Avançada

Assignment 1 – Cyclic Redundancy Check

2017/2018

Prática P3, Grupo 6:

António Silva (76678)
Rafael Oliveira (76525)

1. Encoder (solução assíncrona)

O objectivo deste encoder é obter o resto de uma divisão de polinômios. Para tal, estudamos o processo de divisão e a simplificamos ao máximo. Para uma maior compreensão do nosso processo de simplificação, vamos usar um exemplo da divisão de um polinômio de sete por um polinômio de 3.

Analisando o processo de divisão…

```
a        1100100 | 101    b
r4(x)    0110      11110  q
r3(x)     0111
r2(x)      0100
r1(x)       0010
r0(x)         010
```

Facilmente conseguimos o traduzir para as seguintes operações:

$$q4 \ = a4\ x\ b2$$
$$r4(0) \ = q4\ x\ b0\ xor\ a2$$
$$r4(1) \ = q4\ x\ b1\ xor\ a3$$

Como sabemos que o valor b será um valor estático é possível obter as seguintes simplificações:

$$q4 \ = a4\ x\ b2 \cap b2 \ = 1 \ > \ a4$$
$$r4(0) \ = q4\ x\ b0\ xor\ a2 \cap b0 = 1 \cap q4 = a4 \ > \ a4\ xor\ a2$$
$$r4(1) \ = q4\ x\ b1\ xor\ a3 \cap b1 = 0 > \ a3$$

Com apenas estas simples simplificações já foi possível obter algumas conclusões.

- A obtenção do valor de q(x) será desnecessária, visto que, resultará sempre do valor mais significativo do último r0-4(x) obtido.

- No cálculo de ry(x), a multiplicação com os valores de b(x) pode ser removida.
  - $ry(x) \ = r[y-1](x-1) \ \ nos\ casos\ que\ \ b(z) \ == \ 0$
  - $ry(x) \ = r[y-1](x-1)\ xor\ r[y-1](1) \ \ nos\ casos\ que\ \ b(z) \ == \ 1$

Voltando ao CRC - 8

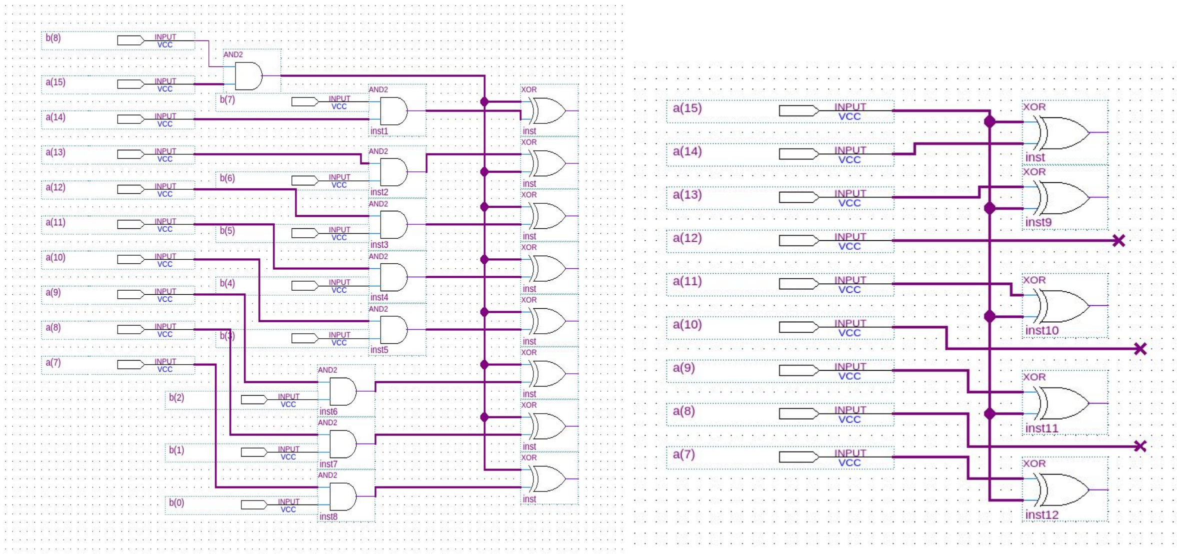


Fig 1. Demonstração da simplificação no polinômio CRC 8

Numa solução baseada nestas simplificações teríamos 5x16 (80) XORs e um total de 16 niveis.

À procura de uma solução mais eficiente estudamos o diagrama. Rapidamente observamos que existe uma grande dependência dos valores de rx(7) em que uma fórmula seria útil.

Para exemplo, r14(7):

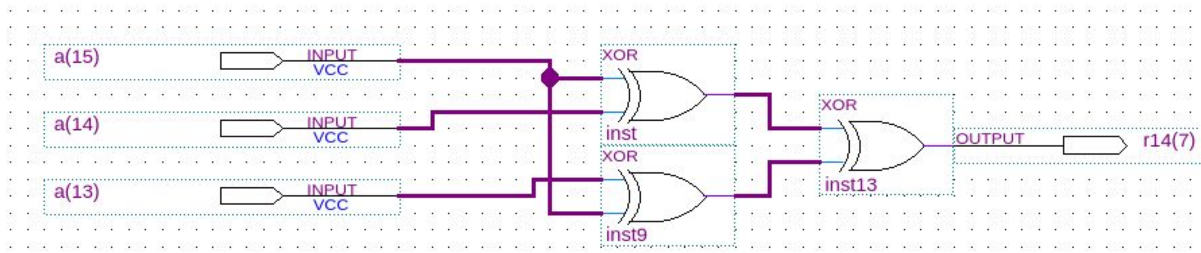


Fig 2. Diagrama para obtencao de r14(7)

$$r14(7)\ =\ a(15)\ xor\ a(14)\ xor\ a(13)\ xor\ a(15)$$

$$r14(7)\ =\ a(14)\ xor\ a(13)$$

Aplicando a cada rx(7) temos:

$r0(7)\ =\ a(0)\ xor\ a(2)\ xor\ a(5)\ xor\ a(6)\ xor\ a(7)\ xor\ a(12)\ xor\ a(13)\ xor\ a(14)\ xor\ a(15)$

$r1(7)\ =\ a(0)\ xor\ a(1)\ xor\ a(3)\ xor\ a(6)\ xor\ a(7)\ xor\ a(8)\ xor\ a(13)\ xor\ a(14)\ xor\ a(15)$

$r2(7)\ =\ a(1)\ xor\ a(2)\ xor\ a(4)\ xor\ a(7)\ xor\ a(8)\ xor\ a(9)\ xor\ a(14)\ xor\ a(15)$

$r3(7)\ =\ a(2)\ xor\ a(3)\ xor\ a(5)\ xor\ a(8)\ xor\ a(9)\ xor\ a(10)\ xor\ a(15)$

$(\ldots)$

$r10(7)\ =\ a(9)\ xor\ a(10)\ xor\ a(12)\ xor\ a(15)$

$r11(7)\ =\ a(10)\ xor\ a(11)\ xor\ a(13)$

$r12(7)\ =\ a(11)\ xor\ a(12)\ xor\ a(14)$

$r13(7)\ =\ a(12)\ xor\ a(13)\ xor\ a(15)$

$r14(7)\ =\ a(13)\ xor\ a(14)$

$r15(7) \ = \ a(14) \ xor \ a(15)$
$r16(7) \ = \ a(15)$

Analisando as portas de saída podemos encontrar as dependências com rx(7):

$r0(7) \ = a(0) \ xor \ a(2) \ xor \ a(5) \ xor \ a(6) \ xor \ a(7) \ xor \ a(12) \ xor \ a(13) \ xor \ a(14) \ xor \ a(15)$
$r0(6) \ = r1(7) \ xor \ r3(7) \ xor \ r5(7) \ xor \ r7(7)$
$r0(5) \ = r2(7) \ xor \ r4(7) \ xor \ r6(7)$
$r0(4) \ = r1(7) \ xor \ r3(7) \ xor \ r5(7)$
$r0(3) \ = r2(7) \ xor \ r4(7)$
$r0(2) \ = r1(7) \ xor \ r3(7)$
$r0(1) \ = r2(7)$
$r0(0) \ = r1(7)$

Que resultará em:

$r0(7) \ = a(0) \ xor \ a(2) \ xor \ a(5) \ xor \ a(6) \ xor \ a(7) \ xor \ a(12) \ xor \ a(13) \ xor \ a(14) \ xor \ a(15)$
$r0(6) \ = \ a(0) \ xor \ a(1) \ xor \ a(2) \ xor \ a(4) \ xor \ a(7) \ xor \ a(11)$
$r0(5) \ = \ a(1) \ xor \ a(2) \ xor \ a(3) \ xor \ a(5) \ xor \ a(7) \ xor \ a(10) \ xor \ a(12) \ xor \ a(13) \ xor \ a(14) \ xor \ a(15)$
$r0(4) \ = \ a(0) \ xor \ a(1) \ xor \ a(2) \ xor \ a(4) \ xor \ a(6) \ xor \ a(9) \ xor \ a(11) \ xor \ a(12) \ xor \ a(13) \ xor \ a(14)$
$r0(3) \ = \ a(1) \ xor \ a(2) \ xor \ a(3) \ xor \ a(7) \ xor \ a(8) \ xor \ a(10) \ xor \ a(11) \ xor \ a(14) \ xor \ a(15)$
$r0(2) \ = \ a(0) \ xor \ a(1) \ xor \ a(2) \ xor \ a(5) \ xor \ a(6) \ xor \ a(7) \ xor \ a(9) \ xor \ a(10) \ xor \ a(13) \ xor \ a(14)$
$r0(1) \ = \ a(1) \ xor \ a(2) \ xor \ a(4) \ xor \ a(7) \ xor \ a(8) \ xor \ a(9) \ xor \ a(14) \ xor \ a(15)$
$r0(0) \ = \ a(0) \ xor \ a(1) \ xor \ a(3) \ xor \ a(6) \ xor \ a(7) \ xor \ a(8) \ xor \ a(13) \ xor \ a(14) \ xor \ a(15)$

Numa solução baseada nestas simplificações teríamos 64 xor`s e um total de 4 níveis.

Já foi possível obter uma solução bastante simplificada, porém conseguimos observar que existem imensas repetições de XOR`s.

	a(0)	a(1)	a(2)	a(3)	a(4)	a(5)	a(6)	a(7)	a(8)	a(9)	a(10)	a(11)	a(12)	a(13)	a(14)	a(15)
a(0)		4	4	1	2	2	4	4	1	2	1	2	2	4	4	2
a(1)	4		6	3	3	2	4	6	3	3	3	3	2	4	6	4
a(2)	4	6		2	3	3	4	6	3	2	3	3	3	4	6	4
a(3)	1	3	2			1	2	3	2		2	1	1	2	3	3
a(4)	2	3	3				1	2	1	2		2	1	1	2	1
a(5)	2	2	3	1			2	3	1	1	2		2	3	3	2
a(6)	4	4	4	2	1	2		4	2	2	2	2	2	4	5	3
a(7)	4	6	6	3	2	3	4		3	2	2	2	2	4	6	4
a(8)	1	3	3	2	1	1	2	3		1	1	1		1	3	3
a(9)	2	3	2		2	1	2	2	1		1	1	1	2	2	1
a(10)	1	3	3	2		2	2	2	1	1		1	1	2	3	2
a(11)	2	3	3	1	2		2	2	1	1	1		1	1	2	1
a(12)	2	2	3	1	1	2	2	2		1	1	1		3	3	2
a(13)	4	4	4	2	1	3	4	4	1	2	2	1	3		5	3

a(14)	4	6	6	3	2	3	5	6	3	2	3	2	3	5		5
a(15)	2	4	4	3	1	2	3	4	3	1	2	1	2	3	5	

Com recurso a esta tabela conseguimos identificar as repetições de XOR`s.

Para solucionar este problema, foram criados vários sinais a representar os XOR`s mais repetidos

Os sinais criados foram:

```
-- 1st level XOR SIGNALS
SIGNAL xor1w2: STD_LOGIC;
SIGNAL xor7w14: STD_LOGIC;
SIGNAL xor0w6: STD_LOGIC;
SIGNAL xor13w15: STD_LOGIC;
SIGNAL xor9w13: STD_LOGIC;
SIGNAL xor5w12: STD_LOGIC;
SIGNAL xor4w11: STD_LOGIC;
SIGNAL xor15w8: STD_LOGIC;
SIGNAL xor3w10: STD_LOGIC;
SIGNAL xor0w7: STD_LOGIC;
SIGNAL xor12w14: STD_LOGIC;
SIGNAL xor6w11: STD_LOGIC;
SIGNAL xor5w10: STD_LOGIC;
SIGNAL xor4w9: STD_LOGIC;
SIGNAL xor3w8: STD_LOGIC;
-- 2nd level XOR SIGNALS
SIGNAL xor3w8w1: STD_LOGIC;
SIGNAL xor5w12w2: STD_LOGIC;
SIGNAL xor1w2w7w14: STD_LOGIC;
SIGNAL xor0w6w13w15: STD_LOGIC;
SIGNAL xor1w2w4w11: STD_LOGIC;
SIGNAL xor0w6w9w13: STD_LOGIC;
SIGNAL xor5w12w13w15: STD_LOGIC;
SIGNAL xor15w8w6w11: STD_LOGIC;
SIGNAL xor15w8w4w9: STD_LOGIC;
-- 3rd level XOR SIGNALS
SIGNAL xor0w6w13w15w7w14: STD_LOGIC;
SIGNAL xor1w2w7w14w3w10: STD_LOGIC;
SIGNAL xor1w2w4w11w12w14: STD_LOGIC;
SIGNAL xor1w2w7w14w5w10: STD_LOGIC;
```

O que resultou para os sinais de saída:

```
result(7) <= xor0w6w13w15w7w14 xor xor5w12w2;
result(6) <= xor1w2w4w11       xor xor0w7;
result(5) <= xor1w2w7w14w3w10  xor xor5w12w13w15;
result(4) <= xor0w6w9w13       xor xor1w2w4w11w12w14;
result(3) <= xor1w2w7w14w3w10  xor xor15w8w6w11;
result(2) <= xor0w6w9w13       xor xor1w2w7w14w5w10;
result(1) <= xor1w2w7w14       xor xor15w8w4w9;
result(0) <= xor0w6w13w15w7w14 xor xor3w8w1;
```

Com esta solução temos 36 XORs e um total de 4 níveis. O que defendemos que sera a solução mais eficiente e com baixa complexidade.

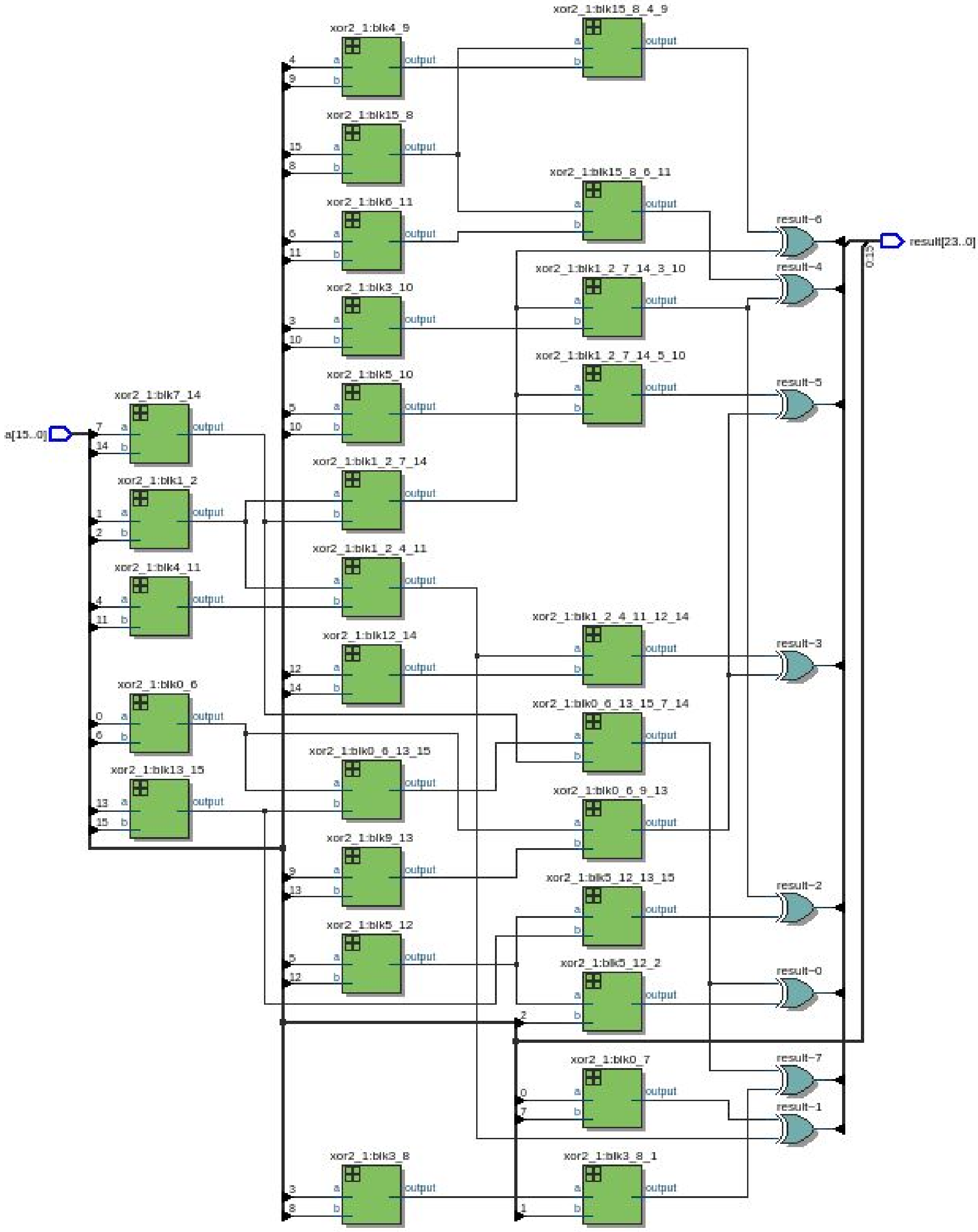
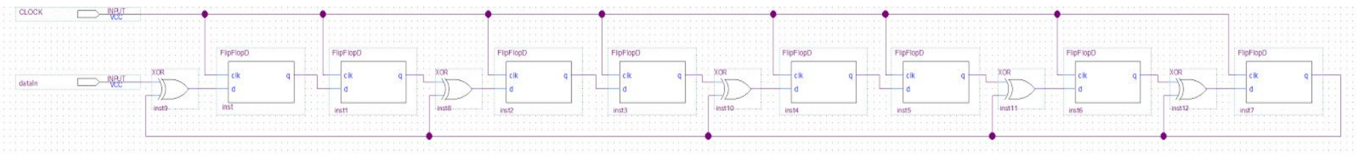


Fig 3. RTL Viewer da solucao final

2. Checker (solução síncrona)

O objectivo do checker é também obter o resto de uma divisão, mas neste caso o *input* será o resultado do encoder(8 bits) acrescentado à mensagem(16 bits). Assim, se chegarmos ao fim da operação e o resultado for “00000000” podemos garantir que a mensagem não apresenta erros.

Nesta solução são usados 8 *Flip-Flops* e 5 *XOR*’s. Note-se que apenas existem *XOR*’s à entrada dos bits a 1 do polinômio, o que torna o sistema mais eficiente.



Em cada ciclo de relógio o sistema é alimentado com um bit da palavra de 24 bits. No final é verificado se o resultado é “00000000” e se tal acontecer significa que a mensagem não foi modificada.