
Modelos matemáticos de rehabilitación y reparto en condiciones de inseguridad para logística humanitaria



Autor: Antonio Sevilla Sastre
Tutora: M^a Teresa Ortúñoz Sánchez
Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid

Trabajo de Fin de Grado presentado para optar al
Grado de Ingeniería matemática

4 de julio de 2023

A todo aquel que defiende el bien común y especialmente a quien me enseñó a hacerlo.

Resumen

Se plantea un problema de rehabilitación y reparto sobre una red de distribución, considerando las características de fiabilidad y seguridad de las vías. Se estudia mediante modelos de programación entera, aplicando diversas técnicas multiobjetivo. Como caso de estudio pertinente se propone la situación del Banco Oeste.

Abstract

It is proposed a rehabilitation and delivery problem considering the characteristics of reliability and safety of the road network. It is studied through integer programming models, applying various multi-objective techniques. It is used the situation of West Bank as a relevant case study.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Introducción a la logística humanitaria	1
1.2. Introducción a la programación multicriterio	4
2. Descripción del problema	8
2.1. Introducción	8
2.2. Estado del arte	9
2.3. Características del problema	11
3. Modelos de reconstrucción y reparto	14
3.1. Descripción de los modelos	14
3.1.1. Formulación del Modelo 1	15
3.1.2. Formulación del Modelo 2	19
3.2. Generador de ejemplos	23
3.3. Implementación de los modelos en GAMS	24
4. Caso de estudio y aplicaciones	27
4.1. Descripción del caso de estudio	27
4.2. Resultados de la aplicación de las técnicas multicriterio	33
5. Conclusiones	39
Bibliografía	39
A. Código del generador de ejemplos	42
B. Código de los modelos en GAMS	50

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción a la logística humanitaria

Desde la aparición de las primeras comunidades humanas, hemos considerado nuestra responsabilidad dar respuesta al sufrimiento ajeno. Aunque el avance de la técnica y la globalización generan condiciones que atentan contra la integridad de muchas personas, pueden ser también una herramienta para su protección.

En los últimos años hemos presenciado un incremento en la cantidad y complejidad de las situaciones de emergencia [21]. Los desastres naturales, las crisis económicas y los conflictos armados son, por desgracia, cada vez más comunes. Es deber de los técnicos en su condición de profesionales pero en gran medida también de personas, aplicar todos sus conocimientos para salvar vidas y garantizar la supervivencia de las poblaciones afectadas por dichas situaciones.

Es evidente la importancia de planificar, coordinar y gestionar los recursos de forma eficiente para responder a las emergencias a tiempo, de manera justa y eficaz. De este modo se puede paliar el mayor sufrimiento posible. La disciplina encargada en la actualidad de dicha gestión es la logística humanitaria [4].

Características de la logística humanitaria

La Humanitarian Logistics Conference [4] ha definido la Logística Humanitaria como el proceso de planificar, implementar y controlar de manera eficiente, el flujo y almacenamiento de materiales y de información relacionada, desde el punto de origen al punto de consumo, con el propósito de satisfacer las necesidades de los beneficiarios y aliviar el sufrimiento de la población vulnerable.

A continuación se describen características comunes y definitorias de qué tipo de situaciones aborda la logística humanitaria. Se exponen las más diferenciales con respecto a la logística empresarial.

Existen grandes demandas impredecibles en términos de cantidad y tiempo de distintos servicios y productos. Se disponen de pocos recursos humanos y tecnológicos en un inicio y a la larga el abastecimiento y el presupuesto también son limitados. La respuesta a los desastres es compleja por la presión del tiempo, la poca información, las múltiples partes interesadas y los varios organismos autónomos que toman decisiones y trabajan para recuperar o proteger [15]. Así mismo, la gestión logística de los desastres presenta múltiples dificultades en cuanto a la coordinación y la complejidad de las tareas, como el proceso de planificación, el almacenamiento y flujo de bienes o la protección de estos [8].

Clasificaciones de la investigación en logística humanitaria

Para ubicar los modelos propuestos y los casos a estudiar en este trabajo, es importante establecer las distintas clasificaciones de la investigación en logística humanitaria. Esta se puede diferenciar en función de la naturaleza de las adversidades que enfrentan los afectados, el alcance de las mismas, los agentes implicados o la ubicación temporal.

Clasificación según tipo de amenaza

Dependiendo de la naturaleza de los peligros, la intervención es completamente diferente.

Estos peligros pueden ser naturales o provocados por el hombre. Los naturales comprenden desde sequías hasta epidemias, pasando por huracanes o incendios. Entre los provocados por los humanos, pueden considerarse migraciones, hambrunas y especialmente conflictos armados.

Es importante tener en cuenta que estos tipos de emergencias humanitarias pueden estar interconectados y causar efectos secundarios que agravarán la situación en una determinada zona.

Clasificación según gravedad

Los términos «emergencia», «desastre» y «catástrofe» se utilizan a menudo de manera intercambiable, pero en el contexto de la logística humanitaria tienen significados distintos.

Una emergencia se refiere a una situación que requiere una respuesta inmediata para prevenir lesiones, daños a la propiedad o la pérdida de vidas. Puede ser un incendio, un accidente de tráfico, una inundación repentina, un corte de energía, un terremoto, etc.

Un desastre es una situación más grave que una emergencia. En este caso la magnitud del evento supera la capacidad de respuesta de la comunidad o la organización responsable de la gestión de la emergencia. Un desastre puede ser un gran terremoto, una inundación que afecta a una gran área, un incendio forestal masivo, una pandemia, entre otros.

Una catástrofe es un evento extremadamente grave y generalizado que provoca un gran daño, sufrimiento y pérdida de vidas. Puede ser un terremoto masivo, un tsunami, un huracán, una guerra, un ataque terrorista, entre otros [21].

Clasificación según agentes implicados

Los agentes implicados en un desastre varían en función de las características del desastre. Influyen en gran medida en las decisiones de los logistas, además de tener que coordinarse con los mismos. Podemos distinguir varios niveles de implicación en los casos abordados por la logística humanitaria.

El nivel local, que incluye a la sociedad civil y pequeñas organizaciones. No se ocupa de desastres específicos.

El nivel nacional se encarga de la protección civil y se centra en desastres específicos, involucrando al ejército, al gobierno, etc.

El nivel internacional, que involucra a gobiernos extranjeros, ONGs y organizaciones internacionales como la ONU, y cuya coordinación es especialmente importante en situaciones en las que la capacidad nacional de respuesta no es suficiente o el país tiene grandes debilidades [15], [11].

Clasificación según ubicación temporal

Las fases de la gestión de desastres se definen en función del contexto y las tareas a realizar, que cambian con el tiempo. Las necesidades y la naturaleza de las decisiones y criterios es muy diversa.

Por ello, se establecen cuatro fases interconectadas y no estancas pero sí relativamente diferenciables. Estas ocurren de forma cíclica y sucesiva en la cronología.

La primera fase es la mitigación, que consiste en prevenir y paliar los desastres futuros. Incluye medidas para reducir la exposición a peligros, mejorar la resiliencia y la capacidad de recuperación de las personas y las comunidades. Las medidas de mitigación pueden incluir la identificación de grupos de riesgo, sistemas de predicción, planes de emergencia y asignación de recursos.

La preparación es la segunda fase y abarca todo lo que sucede desde la predicción del fenómeno adverso hasta que este ocurre. Incluye la planificación y el entrenamiento en respuesta a emergencias, la evacuación, el seguimiento de la amenaza, el análisis de futuribles, la identificación y la preparación de refugios, la creación de sistemas de comunicación y alerta temprana, el desarrollo de planes de evacuación, el establecimiento de acuerdos y protocolos de colaboración entre instituciones y organizaciones, y la provisión de suministros y equipos de emergencia.

La tercera fase es la respuesta, que implica salvar vidas en un período corto de tiempo, ante una alta emergencia e incertidumbre. Esta incluye el rescate y la atención de las primeras necesidades. Para eso se lleva a cabo la movilización de recursos y equipos de emergencia, la evacuación y rescate de personas atrapadas, la atención médica a los heridos y enfermos, la coordinación de las actividades de búsqueda o el establecimiento de campamentos temporales.

La recuperación es la cuarta y última fase, que se centra en la eficiencia a largo plazo, con baja emergencia e incertidumbre. Busca el normal funcionamiento de la economía, los servicios, la infraestructura; así como las mejoras para evitar la vulnerabilidad ante posibles crisis futuras. Se realiza también la evaluación de daños y necesidades, la identificación de recursos y la planificación de la recuperación a largo plazo. Esta incluye también el flujo de ayuda si es periódico [15].

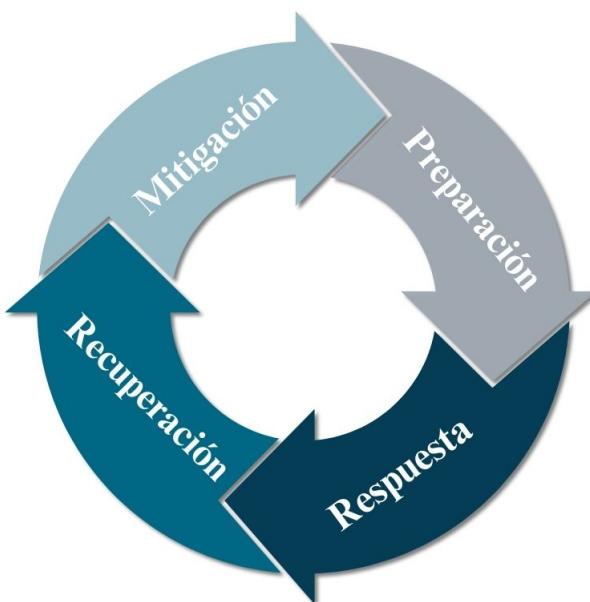


Figura 1.1: Fases de la gestión de un desastre. Fuente: elaboración propia

1.2. Introducción a la programación multicriterio

En el contexto de la logística humanitaria, la toma de decisiones está estrechamente relacionada con la asignación de recursos limitados para satisfacer múltiples objetivos simultáneamente.

Las siguientes técnicas permiten evaluar y comparar diferentes soluciones para encontrar la mejor política posible en función de múltiples objetivos, incluyendo el coste, la disponibilidad y la accesibilidad de los recursos. Las técnicas multiobjetivo pueden ayudar a comprender y evaluar mejor las implicaciones de las posibles decisiones.

Su empleo en la logística humanitaria es esencial para garantizar la eficacia y eficiencia de la distribución de recursos limitados en situaciones de emergencia.

Por un lado, se estudian las técnicas destinadas a ofrecer soluciones que cumplan la eficiencia paretiana. Una política cumple dicha eficiencia si no puede mejorarse bajo un criterio sin empeorar en otro. Por otro lado, se proponen una serie de modelos basados en metas, es decir, en la satisfacción de ciertos criterios en lugar de la búsqueda de un conjunto eficiente.

Matriz de pagos

La matriz de pagos es una herramienta utilizada para tomar decisiones en situaciones donde existen múltiples criterios o factores a considerar. Esta técnica se basa en la construcción de una matriz que representa la bondad de cada opción en relación con cada criterio.

Para la construcción de la matriz de pagos, cada fila representa una opción y cada columna representa un criterio. Los valores en la matriz indican la proximidad al valor óptimo, es decir, el grado en que cada solución satisface cada criterio. Esto es, se optimiza separadamente cada objetivo calculando seguidamente los valores alcanzados por los demás objetivos en la solución óptima. Las entradas de la diagonal constituyen los puntos ideales, es decir, la solución en la que todos los objetivos alcanzan su valor óptimo [18].

Para nuestro modelo, las entradas serán los valores de las variables objetivo para las resoluciones del problema monocriterio. Si nuestros criterios son ayuda, equidad, fiabilidad, seguridad y coste; resolveremos cinco problemas, cada uno optimizando un criterio y plasmaremos los valores de los demás criterios para las soluciones obtenidas. Tras optimizar los valores de la diagonal fijando el valor de cada criterio escogido, obtenemos los óptimos para el resto de criterios.

Permiten evaluar y comparar diferentes soluciones en términos de su desempeño en múltiples criterios, lo que ayuda a identificar las soluciones más deseables y a comprender mejor las implicaciones de las decisiones en términos de los objetivos perseguidos. Por ejemplo, en nuestro caso una solución que permita repartir la máxima ayuda tendrá un alto coste, así como una solución muy equitativa puede suponer una baja fiabilidad o seguridad al tener que pasar los vehículos por muchos arcos.

Las matrices de pagos son útiles para observar la correlación entre las soluciones en función del criterio. Cuanto más conflicto haya entre las soluciones dependiendo del objetivo, más importancia adquiere aplicar el resto de técnicas multiobjetivo. En principio no ofrecen una solución satisfactoria al problema, sino información acerca de la naturaleza del mismo [18].

Técnicas multicriterio: obtención de la frontera de Pareto

Frontera de Pareto

Las fronteras de Pareto o conjuntos eficientes se utilizan para tomar decisiones en situaciones en las que, por haber múltiples criterios a considerar, no existe una solución única óptima. Estas representan el conjunto de soluciones óptimas que satisfacen simultáneamente múltiples objetivos sin que

sea posible mejorar uno de ellos sin empeorar otro. Así, una solución se encuentra en la frontera de Pareto si no existe otra que sea mejor en todos los criterios considerados.

Sea M el conjunto de soluciones factibles, donde cada solución está representada por un vector $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ de n criterios. El objetivo es encontrar la Frontera de Pareto, que es un subconjunto del conjunto M . La Frontera de Pareto se denota como P y se define como $P = \{x \in M : \nexists x' \in M, x' \triangleleft x\}$; donde \triangleleft representa la relación de dominancia entre soluciones. Una solución x' domina a otra solución x si y solo si $x'_i \geq x_i, \forall i \in 1, 2, \dots, n$ y $x'_j > x_j$ para al menos un $j \in 1, 2, \dots, n$. Esto significa que x' es igual o mejor que x en todos los criterios y es estrictamente mejor en al menos un criterio.

Para encontrar la Frontera de Pareto, se pueden utilizar diferentes algoritmos, como el método de las épsilon restricciones o de las ponderaciones. Estos algoritmos permiten identificar las soluciones no dominadas y construir así la Frontera de Pareto.

Al observar la Frontera de Pareto, es posible comprender cómo mejorar en un criterio puede implicar un deterioro en otros criterios. Así mismo, puede ayudar a identificar soluciones compromiso (las cuales se describen más adelante) que equilibran de manera óptima los diferentes criterios. Estas soluciones pueden ser especialmente relevantes en situaciones donde no hay una solución óptima única, pero se busca encontrar una opción que satisfaga de manera aceptable los diferentes criterios.

Es importante tener en cuenta que la Frontera de Pareto puede contener un conjunto de soluciones que son igualmente buenas en términos de los criterios considerados. Por lo tanto, debemos analizar y seleccionar la solución más adecuada dentro de esta Frontera teniendo en cuenta todos los factores e incluso criterios subjetivos.

Como ocurría con la correlación en las matrices de pagos, son muy útiles para entender cómo se relacionan comparativamente las soluciones que tienen en cuenta distintos objetivos [18].

Método de las ponderaciones

Consideramos nuevamente M el conjunto de soluciones factibles, donde cada solución está representada por un vector $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ de n criterios. Por otro lado, se define una función ponderada como una combinación lineal de funciones monocriterio, es decir:

$$C(x) = w_1 \cdot g_1(x) + w_2 \cdot g_2(x) + \dots + w_n \cdot g_n(x)$$

donde $C(x)$ representa el valor de compromiso para la solución x , por su parte $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$

son funciones que miden el rendimiento de la solución x en cada uno de los criterios, y w_1, w_2, \dots, w_n son pesos que reflejan la importancia relativa de cada criterio. Consideramos $n - 2$ de los w_i nulos y resolvemos optimizando las combinaciones convexas de la forma

$$C(x) = \epsilon \cdot g_1(x) + (1 - \epsilon) \cdot g_2(x)$$

para distintos $\epsilon := \frac{1}{h} \in [0, 1]$ fijado diferentes valores de h . Los valores en la resolución de los criterios x_1, x_2 constituyen el conjunto eficiente buscado.

Método de las épsilon-restricciones

Para conseguir la Frontera de Pareto entre dos criterios también se puede aplicar el siguiente método. Consiste en optimizar uno de los objetivos e incorporar el resto como restricciones paramétricas.

Por ejemplo, minimizar la primera función objetivo sujeto a que la segunda función objetivo sea menor que ϵ_k . Variando estos términos ϵ_k con cierta finura, como la descrita anteriormente, se obtiene

el conjunto de puntos eficientes. Es decir, se resuelve un problema con dicha restricción para cada $\epsilon_k := \frac{1}{h} \cdot Z^*$, siendo Z^* el óptimo de la función objetivo constreñida y $\frac{1}{h} \in [0, 1]$.

Programación compromiso

Una vez obtenido un conjunto eficiente, la programación compromiso sirve para proponer una solución concreta perteneciente al mismo.

Se parte de un punto ideal, obtenido al construir la matriz de pagos. De las soluciones contempladas se toman las que menor distancia tengan al punto ideal. Estas constituyen un conjunto eficiente, llamado subconjunto compromiso. Es posible definir dicha distancia de varias formas, dependiendo del tipo de equilibrio que se persiga [18].

La elección del conjunto eficiente a emplear, así como de la función de distancia es un proceso subjetivo que debe encontrarse al servicio del objetivo deseado. Para nuestro caso, la frontera más conveniente es la de cantidad de ayuda y equidad. La distancia escogida escogida puede premiar uno de los criterios, por ejemplo.

Esta técnica resulta especialmente útil en situaciones donde los objetivos o criterios son de importancia similar y se requiere un equilibrio entre ellos, lo cual es muy común en el contexto de la logística humanitaria.

Técnicas multicriterio: técnicas satisfacientes

Al añadir restricciones a un modelo y abarcar grandes conjuntos de datos, puede resultar complicado determinar conjuntos eficaces mediante los métodos anteriormente descritos. Como a su vez estos pueden ser de gran tamaño, se complica su aprovechamiento.

Lo que es aún más importante, en situaciones de emergencia humanitaria en las que no se está en condiciones de maximizar los procesos, un enfoque optimizador puede no resultar tan útil como uno satisfactor. Siguiendo el enfoque que propuso Herbert Simon y desarrollaron Charnes, Cooper & Ferguson, puede compensar el desarrollo de políticas basadas en satisfacer distintas metas o cotas respecto a los criterios establecidos [6].

La técnica de programación multicriterio Programación por Metas se utiliza para tomar decisiones en situaciones en las que sería deseable, pero no siempre posible, alcanzar metas específicas en relación con múltiples criterios. Esta técnica se basa en la idea de que no es necesario encontrar una solución única que optimice todos los criterios, sino que se busca identificar soluciones que se alejen lo menos posible de ciertos objetivos o metas establecidas.

Queremos encontrar una solución que cumpla con ciertas metas en relación con los diferentes criterios. Para ello, se establecen metas o valores de referencia para cada uno de los criterios. Las metas se definen como

$$m_1 \leq x_1 \leq M_1, m_2 \leq x_2 \leq M_2, \dots, m_n \leq x_n \leq M_n$$

donde m_i y M_i representan el rango o intervalo de valores aceptables para el criterio i y x_i es el valor del criterio i en la solución.

La Programación por Metas no busca una solución óptima única, sino que permite un margen de flexibilidad en el cumplimiento de las metas establecidas. Esto brinda la posibilidad de encontrar soluciones que se acerquen lo más posible a las metas, incluso si no se pueden satisfacer en su totalidad. Se enfoca en metas específicas, se adapta a diferentes contextos, ofrece flexibilidad en el

cumplimiento de las metas y permite tomar decisiones basadas en nuestras preferencias. Es una técnica muy importante en la programación multicriterio y en particular en la logística humanitaria.

Es importante tener en cuenta que su capacidad se ve reducida para problemas demasiado pequeños. Para problemas más complejos aportan menos información, pero pueden resultar más útiles a la hora de ofrecer una solución eficiente [18].

En el contexto de la programación por metas se describen las técnicas siguientes.

Programación por metas ponderadas

La programación por metas ponderadas sigue la idea de minimizar las desviaciones no deseadas de las metas fijadas. Se incluyen pesos en la función a optimizar dependiendo de la importancia que tenga cada objetivo.

De esta forma, se minimiza la función

$$\sum_i w_i \cdot \frac{r_i}{M_i}$$

dado el problema propuesto sujeto a

$$obj_i + p_i - r_i = M_i \quad \forall i \in 1, \dots, n$$

siendo obj_i la función objetivo i -ésima, p_i, r_i las desviaciones deseada e indeseada respectivamente y M_i el valor de la meta fijada para el criterio i -ésimo.

La elección de las metas y sus pesos w_i depende del contexto del problema y las preferencias de quien decide la política. Se requiere tomar decisiones subjetivas en la definición de las metas y los rangos de valores aceptables.

Programación por metas indexadas

El modelo de programación por metas indexadas está basado en la propuesta de [16].

En la programación por metas lexicográficas debemos establecer unos niveles de prioridad en los que se encuentren cada una de las metas. Este método consiste en resolver los objetivos que se encuentren en el primer nivel. Una vez resuelto, fijar ese valor y resolver el siguiente nivel, y así sucesivamente hasta llegar al último nivel con todos los objetivos previos fijados.

Esto es, minimizar indexadamente

$$[obj_1, \dots, obj_n]$$

fijando a partir del segundo paso las restricciones del tipo $obj_j = Z_j^*$, siendo Z_j^* el valor óptimo para la función obj_j del paso anterior.

La elección del orden en el que se ubican las metas depende nuevamente del contexto y objetivos deseados [16].

Capítulo 2

Descripción del problema

2.1. Introducción

El problema que se pretende abordar es la rehabilitación de la red de distribución y el posterior reparto eficiente de ayuda humanitaria en una zona afectada por un conflicto armado. Este reparto puede suponer un desafío complejo y de gran importancia. En estos contextos, las comunidades que se encuentran en medio de la violencia y la inestabilidad a menudo tienen dificultades para acceder a los recursos básicos para sobrevivir. La falta de seguridad, las infraestructuras deterioradas y los obstáculos logísticos pueden entorpecer el acceso a los lugares con más necesidades.

Además, el conflicto armado puede dificultar la labor de los trabajadores humanitarios, quienes pueden enfrentarse a riesgos de seguridad para llegar a las comunidades necesitadas. En algunos casos, los actores armados pueden interferir en la distribución de ayuda humanitaria, utilizando los recursos como medio de presión o chantaje.

Por lo tanto, el reparto eficiente de ayuda humanitaria en zonas de conflicto requiere una planificación cuidadosa y la coordinación entre los actores humanitarios, las autoridades locales y las partes en conflicto. Es fundamental tener en cuenta las necesidades de la población local, garantizar su participación en la planificación y ejecución de las operaciones y proteger a los trabajadores humanitarios y las comunidades receptoras de la ayuda [19].

Los modelos expuestos se pueden emplear para la modelización de multitud de desastres. De hecho, están basados en algunos que se han utilizado para inundaciones o terremotos [13]. Dicho esto, en el presente trabajo se usarán como se ha anticipado, para tener en cuenta las características de un conflicto provocado por el ser humano.

La dimensión del conflicto a tratar es vasta a nivel geográfico. Se consideran rutas grandes y no siempre habilitadas. Esto es así porque la dimensión política y humanitaria también es muy grande. Según lo descrito en el capítulo primero, nos encontraríamos ante una catástrofe. Además, hay multitud de agentes involucrados, muchos de ellos a nivel internacional.

En situaciones de guerra o colonización, el ciclo de respuesta a emergencias humanitarias es continuo. Por ello, la interdependencia entre las tareas es clave a la hora de gestionarlas. El reparto de ayuda humanitaria puede darse en cada fase del ciclo, dependiendo de las necesidades de la población afectada por la emergencia. Sin embargo, la reconstrucción de las rutas es propia de la fase de recuperación. También lo es la distribución constante o a largo plazo [15]. Por eso, enmarcaremos el estudio en la fase de rehabilitación.

2.2. Estado del arte

Si bien la logística humanitaria es un campo relativamente emergente, durante los últimos años se ha producido un incremento considerable en la producción de investigación en este sentido. Más concretamente no existe demasiada literatura al respecto de modelos que integren rehabilitación y reparto. A continuación se presenta la investigación documental en la que se basa el presente trabajo.

Problemas de ubicación con fiabilidad

Ukkusuri y Yushimoto [20] propusieron en 2008 los primeros modelos que deciden la ubicación de ciertos proveedores en una red susceptible de ser eventualmente destruida optimizando la variable fiabilidad.

Se realiza una aproximación a la idea de seguridad o fiabilidad que se desarrolla en el presente trabajo. No es infrecuente que en situaciones de emergencia la red de distribución se vea dañada o interrumpida. Puede ser un requisito fundamental poder entregar mercancías desde ciertas fuentes a determinados asentamientos a pesar de dicha interrupción.

Se considera el momento previo a un hipotético evento disruptivo que inhabilita algunos arcos de una red de distribución. Es conocida la probabilidad de cada uno de los arcos de ser inhabilitado debido a dicho evento. Se pretende maximizar la probabilidad, una vez sucedida la disrupción, de poder acceder desde ciertos nodos de origen a todos los demás nodos con demanda.

En lugar de considerar exhaustivamente todas las posibles situaciones de inhabilitación, lo cual es inabordable computacionalmente; incorpora al modelo de programación lineal la variable fiabilidad. La construcción de esta variable se describe más adelante en el apartado dedicado a la formulación de los modelos. La fiabilidad de una ruta es una medida de probabilidad que viene dada por el producto de las fiabilidades de los arcos de una ruta como medidas de probabilidad. Este producto se puede expresar como la suma de los logaritmos de las medidas, resultando de esta manera un modelo linealizado.

HADS

El Grupo de Investigación de Logística Humanitaria de la Complutense ha desarrollado en esta línea los trabajos [16], [22] y [13]. Algunos de los modelos del presente documento están basados en dichos artículos.

El primero de dichos artículos en proponer un algoritmo de optimización por metas en contextos de emergencia humanitaria fue HADS [16]. Este artículo propone un sistema de programación por metas como soporte para la creación de políticas de reparto de ayuda en situaciones de emergencia humanitaria.

Considera el reparto de ayuda a través de una red de transporte absolutamente habilitada. En el modelo de decisión multicriterio propuesto, la fiabilidad descrita en [20] es uno de los criterios. Se implementa el factor de riesgo de ser atacado y de no poder cruzar la vía por cuestiones logísticas asociado a cada arco de la red. Se toman como metas un ajuste al presupuesto, el tiempo de viaje de la carga, la probabilidad máxima de saqueo, la mínima fiabilidad, la distribución equitativa de los bienes y un estado de prioridad para un nodo singular. Sin embargo, es aplicable a otras situaciones adaptando las funciones objetivo al contexto y los objetivos deseados.

Para modelizar las características de las políticas factibles asociadas al problema planteado se establecen dos niveles de prioridad entre metas. Primeramente, el reparto de la máxima ayuda posible con una distribución equitativa. Las demás variables se consideran en una segunda instancia. Se establece de esta forma porque los primeros criterios son incommensurablemente más importantes

que los demás.

Para la primera resolución en el primer paso solo se considera la cantidad de demanda satisfecha. Después de eso, fijando el óptimo de la ayuda, se resuelve un nuevo MIP incluyendo los demás criterios de la manera que se describe a continuación. Se fijan ciertas metas para los seis criterios considerados. Se minimiza la distancia del criterio a su meta. Se considera el conjunto óptimo dados los criterios anteriores y se procede a optimizar para el siguiente criterio. Se repite el proceso iterativamente para los demás criterios.

Poco después, en [22] se propone una ampliación del modelo [16]. En dicho artículo se plantea un problema similar de distribución de ayuda y se desarrolla un modelo de optimización multicriterio para su resolución. Se replican los criterios y métodos del anterior artículo. Tiene en cuenta además otros factores como las condiciones de las carreteras, la capacidad y velocidad de los vehículos o la disponibilidad de combustible. Se implementa el factor seguridad y se tiene muy en cuenta en la resolución propuesta.

Se aplicó a la situación de reparto de ayuda tras el terremoto de Haití del año 2010. El aeropuerto quedó destruido, con lo que era vital el transporte por carretera, que era muy inseguro, y por ende un factor a tener en cuenta a la hora de optar por cierta política de reparto.

RecHADS

Muchas de las ideas recogidas en este trabajo están basadas en [13]. Propone un algoritmo para adoptar las políticas adecuadas de forma coordinada al respecto de las labores de reconstrucción y reparto ante emergencias que interrumpen la red de comunicaciones.

Considera un plan de recuperación a largo plazo y dota de mayor importancia a la fase de recuperación debido al precio de las reconstrucciones. La política de reconstrucción está supeditada a la bondad del reparto óptimo que se puede realizar con cierta red rehabilitada.

Debido a los plazos de reparto, la imprevisibilidad de la demanda y la disponibilidad de ayuda, propone un modelo de flujo de mercancías no capacitado con restricciones de proporcionalidad en el flujo suministrado. Las restricciones de tiempo y seguridad consideradas por el presente trabajo se describen en dicho artículo.

Se adopta un enfoque multicriterio, resolviendo problemas en distintas etapas. En cada paso se reformula el problema como distintos MIP. El primer nivel de la optimización lexicográfica es la optimización del modelo de flujo en términos de cantidad de demanda servida. Después se aplica programación compromiso. Tras estudiar la matriz de pagos y los puntos ideales y antiideales, se minimiza la distancia de Chebyshev a los mismos. Ya que aplicando esto todavía se obtienen múltiples óptimos, se minimiza la distancia norma 1 a todas las funciones objetivo. Se considera el coste, el tiempo y la equidad en la demanda insatisfecha.

Se aplicó así mismo al caso de estudio de Haití. En esa circunstancia se sufrieron daños en infraestructura que imposibilitaban el paso de los vehículos destinados al socorro, la evacuación y la distribución de ayuda humanitaria. Era de extrema relevancia tomar adecuadamente la decisión de qué parte de la infraestructura reconstruir favoreciendo el reparto de ayuda.

Modelos de metas posteriores

Haijun Wang [23] pretende ofrecer una estrategia de distribución y reconstrucción coordinadas empleando modelos similares y las citadas técnicas multiobjetivo. Resuelve de forma coordinada la ubicación de los centros de distribución y la ruta de los vehículos en la red de transporte disponible. Dada una posible ubicación inicial, la estudia mediante un modelo VRP de tres índices entero

no lineal para el problema de distribución de socorro. Este modelo se resuelve empleando métodos similares a los propuestos en [22] considerando lexicográficamente el tiempo de viaje, el coste y la fiabilidad. Por otro lado, propone un algoritmo genético de clasificación no dominada para estudiar las posibles ubicaciones mediante el modelo matemático. Expone la utilidad del mismo sobre el terremoto de Sichuan de 2008.

Más recientemente Kasin Ransikarbum [17] propone un modelo de optimización de redes multiobjetivo para tomar decisiones estratégicas en las fases de distribución de suministros y restauración de la red. Este proporciona una solución basada en la equidad para problemas de capacidad, presupuesto y recursos limitados. Estudia el comportamiento del problema comparando una restauración total con una parcial y una presupuestación agrupada y separada. Aplica el modelo propuesto a un caso de estudio basado en un escenario de terremoto generando la Frontera de Pareto pertinente.

A raíz de los terremotos de Taiwán y México de 2016 y 2017, Wadi Khalid Anuar [2] plantea una modelización con propósito similar como un VRP e incluyendo el factor de seguridad. Clasifica en categorías los problemas de enrutamiento de vehículos y expone sus limitaciones, fortalezas y aplicaciones. Se centra en la implementación de técnicas estocásticas. Debido a la gran incertidumbre en términos de demanda, seguridad y disponibilidad en la red de transporte, es de importancia aplicar un enfoque estocástico y realista.

Modelos de dos etapas

Por otro lado, asumiendo situaciones con mayor incertidumbre y urgencia, en Morteza Ahmadi [1] se propone un modelo de enrutamiento y ubicación de múltiples depósitos que considera interrupciones en la red, reutilización de vehículos y restricciones temporales. El modelo determina las ubicaciones de los depósitos locales y la ruta para la distribución después de un terremoto. Desarrolla un programa estocástico de dos etapas con tiempo de viaje aleatorio a fin de determinar con mayor flexibilidad las ubicaciones de los centros de distribución. La primera etapa se ocupa de localizar las instalaciones y su capacidad; y la segunda considera la ruta y cantidad de entrega. El método determinista se resuelve mediante un algoritmo que estudia las vecindades de los nodos. Se aplica a la situación del distrito de San Francisco.

Finalmente, en 2021 Chen-Yang [12] aborda el mismo problema utilizando también un sistema multiobjetivo de dos etapas. Propone un modelo de programación estocástica de dos etapas para un problema de diseño de red de cadena de suministro considerando posibles interrupciones en las instalaciones. Desarrolla un algoritmo para determinar la decisión eficiente en la primera etapa. Muestra la importancia de emplear un enfoque multiobjetivo considerando la posibilidad de disruptión como un elemento clave en el diseño de una red.

2.3. Características del problema

Objetivo del problema

Los presentes modelos estudian la rehabilitación de una red de distribución extensa y poco densa que puede encontrarse inhabilitada o ser insegura en ciertos tramos, y posteriormente el reparto de ayuda humanitaria periódica mediante su uso. El objetivo es analizar las posibilidades de reparto sujetas a las diferentes opciones de rehabilitación para decidir de forma coordinada la política más adecuada para ambos procesos. El reparto debe realizarse en unas franjas temporales establecidas y con un presupuesto limitado. La bondad de la política a adoptar viene dada en términos de cantidad de ayuda prestada, equidad del reparto, costes en los que se incurre, tiempo de distribución y seguridad del proyecto.

Demanda

La demanda de recursos y servicios en una situación de estas características es importante en términos de cantidad y variedad. En general, en el contexto de la logística humanitaria el tipo y cantidad de recursos necesarios son variables y difíciles de predecir.

Por un lado, porque se puede desconocer el número de habitantes de ciertos lugares, especialmente si existe mucha población rural o los censos son incompletos. Por otro lado, puede resultar difícil conocer las condiciones de vida de las personas que habitan dichas zonas. Especialmente en situaciones de conflicto armado, si el acceso es difícil o si las telecomunicaciones no están muy desarrolladas o fallan.

Sin embargo, al ser el reparto periódico una fase avanzada del ciclo de las emergencias humanitarias en la que el flujo de ayuda es más estable, no existe tanta incertidumbre al respecto de la demanda.

Red de transporte

Consideraremos una red de transportes cuya disposición, extensión y demás características arquitectónicas son conocidas. Al tratar grandes áreas, las redes de transporte que las interconectan son de dimensiones considerables. En territorios afectados por emergencias humanitarias, debido a la escasez de recursos, la red de transporte suele ser poco densa e incluso conectar poblaciones siguiendo una estructura muy ineficiente. Además esta suele tener estándares de construcción de poca calidad y trazado sinuoso condicionado por la geología del terreno. Estos factores hacen que la velocidad de las vías sea baja y el paso por ellas arriesgado.

La inseguridad de las carreteras puede verse acrecentada por el inevitable deterioro que produce un conflicto armado. No es infrecuente, en este contexto, sufrir ataques o saqueos por parte de autoridades, grupos terroristas o incluso población civil. Por ello se considera un factor de seguridad asociado a cada tramo de la red y se debe tener en cuenta la fiabilidad de la ruta elegida como criterio de eficiencia. Por otro lado, cabe la posibilidad de que un paso quede absolutamente inhabilitado por motivos logísticos (como su destrucción) o políticos (que una autoridad militar impida directamente el paso por él).

Para su rehabilitación, se debe incurrir en un coste económico, temporal o político. Así pues, se consideran tanto caminos inseguros con cierta probabilidad, como caminos inhabilitados por completo. Ambas circunstancias pueden deberse a factores logísticos o políticos. Las decisiones al respecto de las labores de distribución y reconstrucción se toman de forma coordinada. Cabe destacar que la política de reconstrucción es la de mayor importancia al no ser reversible, tener influencia sobre muchos factores externos a la propia prestación de ayuda, y suponer mayores costes temporales y económicos.

Costes

Para todo un proyecto a largo plazo como el descrito, se debe contemplar el de la propia reconstrucción, la maquinaria empleada y los salarios de obreros dedicados a ella. Al respecto del reparto, se debe pagar por la adquisición de los recursos a distribuir, el alquiler de los camiones y furgones, el pago a los transportistas o el combustible que se consume. Para misiones de ayuda humanitaria, se suele contar con un presupuesto limitado de procedencia internacional, por eso es importante tener en cuenta el coste de las distintas opciones de planificación.

Restricciones temporales

La inseguridad de la situación y la urgencia en el reparto de ayuda suponen restricciones temporales. Por ejemplo, la peligrosidad de circular de noche por ciertas zonas portando mercancías, la caducidad de los productos a entregar o la necesidad de hacer llegar la ayuda en cierto periodo de tiempo. Por

esto consideraremos que se debe repartir toda la ayuda a lo largo de doce horas de sol. Considerando el factor caducidad, se asume un reparto mensual de ciertos recursos.

Capítulo 3

Modelos de reconstrucción y reparto

Al tratar tareas muy complejas, la logística humanitaria incluye modelos matemáticos para responder de manera efectiva a las diferentes necesidades de los afectados.

Estos modelos se utilizan para ayudar a la toma de decisiones en situaciones de emergencia, proporcionando información valiosa para la planificación y coordinación de la entrega de ayuda humanitaria. Los modelos matemáticos pueden optimizar la asignación de recursos, minimizar los costos y maximizar el impacto de la ayuda.

Entre los modelos matemáticos más comunes en logística humanitaria se encuentran los modelos de ubicación de instalaciones, que se utilizan para determinar la ubicación óptima de almacenes y centros de distribución en función de la demanda y las restricciones de transporte. También existen modelos que ayudan a determinar la mejor ruta para el transporte de suministros, minimizando los costos y el tiempo de entrega. Otro tipo de modelo matemático son los modelos de asignación de recursos, que ayudan a determinar la cantidad de recursos necesarios para la entrega de ayuda humanitaria en función de las necesidades de la población afectada.

La aplicación de modelos matemáticos en logística humanitaria puede mejorar significativamente la capacidad de las organizaciones para brindar asistencia en situaciones de emergencia.

3.1. Descripción de los modelos

Hipótesis generales

Todos los modelos estudian la rehabilitación de una red de distribución y el posterior reparto de ayuda a través de la misma. Las decisiones al respecto de ambas labores se toman de forma coordinada. Se pueden aplicar en un momento avanzado de una emergencia, en la fase de recuperación y distribución.

Se modela la red viaria como un grafo en el que los asentamientos son representados por nodos y las conexiones entre ellos por arcos.

Se conoce la totalidad de la red, la longitud de todas las vías y qué parte se puede utilizar antes de realizar las labores de rehabilitación. El coste de cada rehabilitación es fijo y conocido. Además, por problemas de tiempo y recursos, solo se puede rehabilitar una parte de la red. Se asume que la distribución se inicia una vez se ha realizado toda la rehabilitación.

Se estudia la distribución de recursos indispensables almacenados en toneladas de paquetes homogéneos. La demanda de cada asentamiento viene dada en toneladas, es conocida y constante. También lo son la capacidad y coste fijo y variable de los convoyes.

3.1.1. Formulación del Modelo 1

Índices

Nombre	Índices	Descripción
j, i	*	Nodos.
v	*	Tipos de convoy.
w	*	Cada convoy de tipo v .

Parámetros

Nombre	Índices	Descripción
dem	j	Demanda de cada nodo en toneladas de paquetes de ayuda.
capacidad	v	Capacidad en toneladas de un convoy de tipo v .
coste_fijo	v	Coste fijo en USD de hacer partir un convoy de tipo v .
coste_variable	v	Coste variable en USD por km recorrido de cada convoy.
M		Cota de flujo máximo de convoyes.
max_coste_rehab		Máximo presupuesto que se puede invertir en total en la misión en rehabilitación en millones de USD.
max_coste		Máximo presupuesto que se puede invertir en total en la misión en transporte en USD.
max_ayuda		Toneladas de ayuda de las que se dispone.
PS_total		Probabilidad aceptable de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos de seguridad.
P_total		Probabilidad aceptable de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos logísticos.
E	i, j	Existe el arco de i a j .
U	i, j	Al inicio es utilizable el arco de i a j .
dist	i, j	Distancia de los arcos de i a j en km.
coste_rehabilitacion	i, j	Coste en M de USD de rehabilitar el arco de i a j .
P	i, j	Probabilidad de que se pueda utilizar el arco de i a j por logística.
PS	i, j	Probabilidad de que se pueda utilizar el arco de i a j por seguridad.
T_max		Tiempo máximo asumible en horas para el reparto de toda la ayuda.

Variables

Nombre	Índices	Descripción
Insatis		Demanda insatisficha total en toneladas.
Eq		Máxima proporción de demanda insatisficha.
Seguridad		Logaritmo de la probabilidad de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos de seguridad.
Fiabilidad		Logaritmo de la probabilidad de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos logísticos.
Coste_rehab		Presupuesto invertido en rehabilitación en millones de USD.
Coste		Presupuesto invertido en transporte en USD.
Ayuda	j	Ayuda total en toneladas repartida a j .
H	i, j	Variable binaria que determina si se habilita el arco de i a j .
Z	j, v, w	Variable binaria que determina si el convoy de tipo v w -ésimo reparte a j .
X	i, j, v, w	Variable binaria que determina si el convoy de tipo v w -ésimo recorre el arco de i a j .
Y	i, j, v, w	Variable binaria que determina si el convoy w -ésimo recorre el arco de i a j volviendo.
Usado	i, j	Variable binaria que determina si se usa el arco de i a j .
Salio	v, w	Variable binaria que determina si un convoy parte a la misión.
Insatisaux	j	Demanda insatisficha en toneladas en el nodo j .
Prop_insatis	j	Proporción de demanda insatisficha en el nodo j .
t	v, w	Tiempo de servicio en horas del convoy w -ésimo de tipo v .
TZ		Último tiempo de servicio en horas.

Restricciones

- (1) $\sum_i X_{i,j,v,w} \geq \sum_i X_{j,i,v,w} \quad \forall j, v, w \mid j > 1$
- (2) $Z_{j,v,w} \leq \sum_i X_{i,j,v,w} \quad \forall j, v, w$
- (3) $Z_{j,v,w} \leq 1 - \sum_i X_{j,i,v,w} \quad \forall j, v, w$
- (4) $\sum_j X_{i,j,v,w} \leq 1 \quad \forall i, v, w$
- (5) $\text{Salio}_{v,w} = \sum_j Z_{j,v,w} \quad \forall v, w$
- (6) $\sum_j X_{0,j,v,w} = \text{Salio}_{v,w} \quad \forall v, w$
- (7) $X_{i,j,v,w} \leq E_{i,j} \quad \forall i, j, v, w$
- (8) $X_{i,j,v,w} \leq U_{i,j} + H_{i,j} \quad \forall i, j, v, w \mid E_{i,j} > 0$
- (9) $Ayuda_j \leq \text{dem}_j \quad \forall j$
- (10) $\sum_i Y_{i,j,v,w} + Z_{j,v,w} \geq \sum_i Y_{j,i,v,w} \quad \forall j, v, w$
- (11) $\sum_j Y_{i,j,v,w} \leq 1 \quad \forall i, v, w$
- (12) $Y_{i,j,v,w} \leq E_{i,j} \quad \forall i, j, v, w \mid E_{i,j} > 0$
- (13) $Y_{i,j,v,w} \leq U_{i,j} + H_{i,j} \quad \forall i, j, v, w \mid E_{i,j} > 0$

- (14) $Z_{i,v,w} \leq \sum_j Y_{i,j,v,w}$ $\forall i, v, w$
- (15) $Y_{0,j,v,w} = 0$ $\forall j, v, w$
- (16) $Salio_{v,w} = \sum_i Y_{i,0,v,w}$ $\forall v, w$
- (17) $Ayuda_j = \sum_v (\sum_w (Z_{j,v,w} \cdot capacidad_v))$ $\forall j$
- (18) $Insatis = \sum_j Insatisaux_j$
- (19) $Eq \geq Prop_insatis_j$ $\forall j$
- (20) $Prop_insatis_j \cdot dem_j = Insatisaux_j$ $\forall j$
- (21) $Insatisaux_j = dem_j - Ayuda_j$ $\forall j$
- (22) $Coste_rehab = \sum_i (\sum_j (H_{i,j} \cdot coste_rehabilitacion_{i,j}))$
- (23) $Coste_rehab \leq max_coste_rehab$
- (24) $Coste = \sum_i (\sum_j (\sum_v (\sum_w ((X_{i,j,v,w} + Y_{i,j,v,w}) \cdot coste_variable_v \cdot dist_{i,j})))) + \sum_v (\sum_w (Salio_{v,w} \cdot coste_fijo_v))$
- (25) $Coste \leq max_coste$
- (26) $\sum_v (\sum_w (Salio_{v,w} \cdot capacidad_v)) \leq max_ayuda$
- (27) $M \cdot Usado_{i,j} \geq \sum_v (\sum_w (X_{i,j,v,w} + Y_{i,j,v,w}))$ $\forall i, j \mid E_{i,j} > 0$
- (28) $Seguridad = \sum_i (\sum_j (Usado_{i,j} \cdot PS_{i,j}))$
- (29) $Seguridad \geq PS_total$
- (30) $Fiabilidad = \sum_i (\sum_j (Usado_{i,j} \cdot P_{i,j}))$
- (31) $Fiabilidad \geq P_total$
- (32) $t_{v,w} = \sum_i (\sum_j ((X_{i,j,v,w} + Y_{i,j,v,w}) \cdot dist_{i,j}))$ $\forall v, w$
- (33) $t_{v,w} \leq TZ$ $\forall v, w$
- (34) $TZ \leq T_max$

$X_{i,j,v,w} \in \{0, 1\} \forall i, j, v, w$
 $Z_{j,v,w} \in \{0, 1\} \forall j, v, w$
 $Salio_{v,w} \in \{0, 1\} \forall v, w$
 $H_{i,j} \in \{0, 1\} \forall i, j$
 $Ayuda_j \in \mathbb{Z}_+ \forall j$
 $Y_{i,j,v,w} \in \{0, 1\} \forall i, j, v, w$
 $Insatisaux_j \geq 0 \forall j$
 $Prop_insatis_j \geq 0 \forall j$
 $Usado_{i,j} \in \{0, 1\} \forall i, j$
 $t_{v,w} \geq 0 \forall v, w$

- (1) Un convoy solo puede salir de un nodo al que ha entrado.
- (2) Un convoy que sale de un nodo puede llegar a un único contiguo.
- (3) Un convoy solo puede repartir su mercancía a un nodo al que ha llegado.
- (4) Un convoy no puede salir del nodo al que reparte.
- (5) Obliga a los convoyes que han partido a repartir en un nodo y a los que se detienen a haber partido.
- (6) Evalúa la variable binaria que determina si un convoy partió a la misión.
- (7) Impide el paso por arcos no existentes.
- (8) Impide el paso por arcos no usables ni rehabilitados.
- (9) Impide superar la demanda de cada nodo.
- (10) Un convoy solo puede salir de un nodo al que ha entrado a la vuelta.
- (11) Un convoy que sale de un nodo puede llegar a un único contiguo a la vuelta.
- (12) Impide el paso por arcos no existentes a la vuelta.
- (13) Impide el paso por arcos no usables ni rehabilitados a la vuelta.
- (14) Un convoy debe volver al origen desde el nodo donde reparte.
- (15) No pueden volver convoyes desde el nodo inicial.
- (16) El convoy que parte a la misión debe volver al nodo inicial.
- (17) Determina la ayuda total que llega al nodo j .
- (18) Determina la demanda insatisfecha total.
- (19) Determina la máxima proporción de demanda insatisfecha.
- (20) Determina la proporción de demanda insatisfecha en el nodo j .
- (21) Determina la demanda insatisfecha en el nodo j .
- (22) Determina el coste invertido en la rehabilitación.
- (23) Establece el límite de presupuesto para el reparto.
- (24) Determina el coste invertido en el reparto.
- (25) Establece el límite de presupuesto para el reparto.
- (26) Establece el límite de toneladas de ayuda.
- (27) Determina si el arco de i a j se ha utilizado.
- (28) Determina el valor de la seguridad.
- (29) Obliga a la solución a contemplar una seguridad mínima.
- (30) Determina el valor de la fiabilidad.
- (31) Obliga a la solución a contemplar una fiabilidad mínima.
- (32) Determina los tiempos de servicio de los convoyes.
- (33) Determina el tiempo máximo de servicio.
- (34) Establece el límite temporal de la misión.

Modelo 1 básico

La ayuda viaja empaquetada homogéneamente según necesidades en distintos convoyes. La carga de cada convoy es indivisible e inpermutable en todo momento. El asentamiento inicial tiene almacenada toda la flota. El tiempo que cada convoy tarda en recorrer cada arco es conocido e invariante. Por un arco en cierto periodo puede pasar cualquier cantidad de convoyes. Estos pueden parar en cualquier asentamiento según llegan a él o proseguir su camino hacia otro. No hay limitación de capacidad de convoyes que pueden parar en los asentamientos. Cada convoy reparte su mercancía en el último asentamiento al que llega. Se pretende repartir la máxima ayuda de la forma más equitativa posible.

Para evitar la aparición de soluciones duales y ficticias, en el modelo anterior era necesaria la restricción de que los convoyes no puedan salir del nodo en el que reparten. Sin embargo, si esta se incluye, no pueden volver al origen. Por ello, para implementar la vuelta se debe considerar una variable binaria adicional que determine el tránsito de convoyes sin carga por la red. Esta está sujeta a las mismas restricciones de movimiento que la variable de tránsito con carga, pero se contempla que los convoyes parten de donde realizan el reparto y llegan al nodo de origen.

Está constituido por los conjuntos y variables declaradas y las resticciones (1) - (26).

Modelo 1 con restricciones de seguridad y fiabilidad

Cada arco tiene asignada una medida que determina la probabilidad de que la ruta no sea segura. Se añade la restriccción de que la totalidad de los convoyes deben poder cruzar la totalidad de los arcos con, como mínimo, cierta probabilidad prefijada.

Se define el valor de la fiabilidad. Fijamos el valor aceptable de probabilidad de que todos los convoyes puedan pasar por todas las rutas elegidas en la solución óptima. La fiabilidad del conjunto final de rutas se calcula multiplicando la fiabilidad de todas las rutas que lo componen por el Teorema de la Probabilidad total. Para transformar esta relación multiplicativa en una lineal empleamos el logaritmo de las probabilidades. Este es calculado previa realización del algoritmo de optimización. Se emplea el logaritmo en base 2 para obtener una eficiencia numérica ligeramente superior. La implementación es análoga para el factor seguridad.

Su formulación incluye todas las restricciones del modelo anterior a las que se añaden las restricciones (27) - (31).

Modelo 1 con restricciones de seguridad, fiabilidad y temporal

Se asume que cada convoy tiene una velocidad conocida y constante. Se limita el tiempo máximo que pueden emplear los convoyes en llegar al nodo al que reparten la ayuda desde el inicio de la fase de distribución. El tiempo máximo puede considerarse también una función objetivo.

Su formulación incluye todas las restricciones del modelo previo a las que se añaden las restricciones (32) - (34).

3.1.2. Formulación del Modelo 2

Índices

Nombre	Índices	Descripción
j, i	*	Nodos.
v	*	Tipos de convoy.

Parámetros

Nombre	Índices	Descripción
dem	j	Demanda de cada nodo en toneladas de paquetes de ayuda.
capacidad	v	Capacidad en toneladas de una unidad vehicular de tipo v .
coste_fijo	v	Coste fijo en dolares de hacer partir un convoy de tipo v .
coste_variable	v	Coste variable en USD por km recorrido de cada convoy.
M		Cota de flujo máximo en toneladas.
max_coste_rehab		Máximo presupuesto que se puede invertir en total en la misión en rehabilitación en millones de USD.
max_coste		Máximo presupuesto que se puede invertir en total en la misión en transporte en USD.
max_ayuda		Toneladas de ayuda de las que se dispone.
PS_total		Probabilidad aceptable de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos de seguridad.
P_total		Probabilidad aceptable de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos logísticos.
E	i, j	Existe el arco de i a j .
U	i, j	Al inicio es utilizable el arco de i a j .
dist	i, j	Distancia de los arcos de i a j en km.
coste_rehabilitacion	i, j	Coste en M de USD de rehabilitar el arco de i a j .
P	i, j	Probabilidad de que se pueda utilizar el arco de i a j por logística.
PS	i, j	Probabilidad de que se pueda utilizar el arco de i a j por seguridad.
T_max		Tiempo máximo asumible en horas para el reparto de toda la ayuda.

Variables

Nombre	Índices	Descripción
Insatis		Demanda insatisficha total en toneladas.
Eq		Máxima proporción de demanda insatisficha.
Seguridad		Logaritmo de la probabilidad de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos de seguridad.
Fiabilidad		Logaritmo de la probabilidad de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos logísticos.
Coste_rehab		Presupuesto invertido en rehabilitación en millones de USD.
Coste		Presupuesto invertido en transporte en USD.
Z	j	Ayuda total en toneladas repartida a j .
H	i, j	Variable binaria que determina si se habilita el arco de i a j .
Xmas	i, j, v	Flujo positivo de convoyes de tipo v en el arco de i a j .
Xmenos	i, j, v	Flujo negativo de convoyes de tipo v en el arco de i a j .
Y	j, v	Cantidad de convoyes de tipo v que reparten su mercancía en j .
Usado	i, j	Variable binaria que determina si se usa el arco de i a j .
Insatisaux	j	Demanda insatisficha en toneladas en el nodo j .
Prop_insatis	j	Proporción de demanda insatisficha en el nodo j .
TM	j	Tiempo de servicio en horas en el nodo j .
TZ		Último tiempo de servicio en horas.

Restricciones

- (1) $Y_{j,v} \geq 0 \quad \forall j, v \mid j > 1$
- (2) $Y_{j,v} = \sum_i (Xmas_{i,j,v} - Xmenos_{i,j,v}) - \sum_i (Xmas_{j,i,v} - Xmenos_{j,i,v}) \quad \forall j, v$

- (3) $X_{\text{mas},j,i,v} = 0 \quad \forall i, j, v \mid i \leq j \wedge E_{i,j} > 0$
- (4) $X_{\text{menos},j,i,v} = 0 \quad \forall i, j, v \mid i \leq j \wedge E_{i,j} > 0$
- (5) $X_{\text{mas},i,j,v} - X_{\text{menos},i,j,v} \leq M \cdot E_{i,j} \quad \forall i, j, v$
- (6) $X_{\text{mas},i,j,v} - X_{\text{menos},i,j,v} \geq -(M \cdot E_{i,j}) \quad \forall i, j, v$
- (7) $X_{\text{mas},i,j,v} - X_{\text{menos},i,j,v} \leq M \cdot (U_{i,j} + H_{i,j}) \quad \forall i, j, v \mid E_{i,j} > 0$
- (8) $X_{\text{mas},i,j,v} - X_{\text{menos},i,j,v} \geq -(M \cdot (U_{i,j} + H_{i,j})) \quad \forall i, j, v \mid E_{i,j} > 0$
- (9) $Z_j \leq \text{dem}_j \quad \forall j$
- (10) $Z_j = \sum_v (Y_{j,v} \cdot \text{capacidad}_v) \quad \forall j$
- (11) $\text{Insatis} = \sum_j \text{Insatisaux}_j$
- (12) $\text{Eq} \geq \text{Prop_insatis}_j \quad \forall j$
- (13) $\text{Prop_insatis}_j \cdot \text{dem}_j = \text{Insatisaux}_j \quad \forall j$
- (14) $\text{Insatisaux}_j \geq \text{dem}_j - Z_j \quad \forall j \mid j > 1$
- (15) $\text{Coste_rehab} = \sum_i (\sum_j (\text{coste_rehabilitacion}_{i,j} \cdot H_{i,j}))$
- (16) $\text{Coste_rehab} \leq \text{max_coste_rehab}$
- (17) $\text{Coste} = - \sum_v (Y_{0,v} \cdot \text{coste_fijo}_v) + \sum_v (\sum_i (\sum_j ((X_{\text{mas},i,j,v} + X_{\text{menos},i,j,v}) \cdot \text{dist}_{i,j} \cdot \text{coste_variable}_v)))$
- (18) $\text{Coste} \leq \text{max_coste}$
- (19) $-\sum_v (Y_{0,v} \cdot \text{capacidad}_v) \leq \text{max_ayuda}$
- (20) $M \cdot \text{Usado}_{i,j} \geq \sum_v (X_{\text{mas},i,j,v} + X_{\text{menos},i,j,v}) \quad \forall i, j$
- (21) $\text{Seguridad} = \sum_i (\sum_j (\text{Usado}_{i,j} \cdot PS_{i,j}))$
- (22) $\text{Seguridad} \geq PS_{\text{total}}$
- (23) $\text{Fiabilidad} = \sum_i (\sum_j (\text{Usado}_{i,j} \cdot P_{i,j}))$
- (24) $\text{Fiabilidad} \geq P_{\text{total}}$
- (25) $TM_j \geq TM_i + \text{dist}_{i,j} \cdot \text{velocidad_convoy} - M \cdot (1 - \text{Usado}_{i,j}) \quad \forall i, j \mid E_{i,j} > 0$
- (26) $TZ \geq TM_j \quad \forall j$
- (27) $TZ \leq T_{\text{max}} \quad \forall j$

$$\begin{aligned}
 X_{\text{mas},i,j,v} &\in \mathbb{Z}_+ \forall i, j, v \\
 X_{\text{menos},i,j,v} &\in \mathbb{Z}_+ \forall i, j, v \\
 H_{i,j} &\in \{0, 1\} \forall i, j \\
 \text{Insatisaux}_j &\geq 0 \forall j \\
 \text{Prop_insatis}_j &\geq 0 \forall j \\
 \text{Usado}_{i,j} &\in \{0, 1\} \forall i, j \\
 t_{v,w} &\geq 0 \forall v, w
 \end{aligned}$$

- (1) Define el flujo positivo en los nodos con demanda.
- (2) Ecuación de flujo.
- (3) Consideran de flujo nulo uno de los sentidos de cada arco.
- (4) Consideran de flujo nulo uno de los sentidos de cada arco.
- (5) Impiden el paso por arcos no existentes.
- (6) Impiden el paso por arcos no existentes.
- (7) Impiden el paso por arcos no usables ni rehabilitados.
- (8) Impiden el paso por arcos no usables ni rehabilitados.
- (9) Impide superar la demanda de cada nodo.
- (10) Ayuda total en toneladas que llega al nodo j .
- (11) Determina la demanda insatisfecha total.
- (12) Determina la máxima proporción de demanda insatisfecha.
- (13) Determina la proporción de demanda insatisfecha en el nodo j .
- (14) Determina la demanda insatisfecha en el nodo j .
- (15) Determina el coste invertido en la rehabilitación.
- (16) Establece el límite de presupuesto para el reparto.
- (17) Determina el coste invertido en el reparto.
- (18) Establece el límite de presupuesto para el reparto.
- (19) Establece el límite de toneladas de ayuda.
- (20) Determina si el arco de i a j se ha utilizado.
- (21) Determina el valor de la seguridad.
- (22) Obliga a la solución a contemplar una seguridad mínima.
- (23) Determina el valor de la fiabilidad.
- (24) Obliga a la solución a contemplar una fiabilidad mínima.
- (25) Determina los tiempos de servicio de los convoys.
- (26) Determina el tiempo máximo de servicio.
- (27) Establece el límite temporal de la misión.

Modelo 2 básico

Se propone un modelo de flujo. El planteamiento e hipótesis son muy similares al del modelo previo. Se considera la función objetivo demanda insatisfecha y también el criterio de equidad antes mencionado.

Está constituido por los conjuntos y variables declaradas y las resticciones (1) - (19).

Modelo 2 con restricciones de seguridad y fiabilidad

Se implementa el tiempo sobre el modelo previo. El tiempo máximo podría considerarse también una función objetivo, aunque generalmente es suficiente mantener el tiempo de distribución por debajo de un objetivo. Se incluyen los elementos descritos a continuación.

Su formulación incluye todas las restricciones del modelo anterior a las que se añaden las restricciones (19) - (24).

Modelo 2 con restricciones de seguridad, fiabilidad y temporal

En este modelo se implementa la fiabilidad sobre el modelo anterior similarmente a como se hace con el Modelo 1.

Su formulación incluye todas las restricciones del modelo previo a las que se añaden las restricciones (25) - (27).

3.2. Generador de ejemplos

Para facilitar la labor de encontrar posibles errores en los modelos, así como para medir su poder computacional, ha resultado conveniente desarrollar un generador aleatorio de ejemplos. Este ha sido implementado en Python. La presente sección sintetiza el funcionamiento del programa. El código completo del generador, una explicación pormenorizada del mismo y algunas de sus salidas se presentan como una libreta de Jupyter en el anexo.

Para la ejecución del algoritmo desarrollado en GAMS se llama a multitud de datos como demandas o capacidades de los vehículos. Estas se han escrito a mano, sin embargo las matrices de datos son muy extensas y resultaría demasiado laborioso hacerlo. Se necesitan matrices que determinen la existencia, usabilidad, distancia, probabilidad de ataque y coste de rehabilitación de cada arco. Se describe el procedimiento para conseguir las matrices deseadas.

En primera instancia, se genera un árbol G guardado como lista de aristas mediante el siguiente pseudocódigo

Paso 1:

```
nodos = una lista de todos los nodos
G = lista vacia de aristas
conectados = lista de conectados que contiene al inicial
no_conectados = nodos - conectados
```

Paso 2:

```
si conectados != nodos
    a = valor aleatorio de conectados
    b = valor aleatorio de no_conectados
```

Paso 3:

```
si a != b
    conectados <- b
    no_conectados = no_conectados - b
ecc:
    Repetir desde Paso 2
```

Paso 4:

```
G <- [a, b]
```

Paso 5:

```
Repetir desde Paso 2
```

Transformamos este formato en una matriz de adyacencia. A partir de una matriz de ceros, se añade un uno a las posiciones cuya arista o su simétrica figure en G.

Con esto se ha obtenido la matriz de existencia de arcos. Para conseguir un grafo más denso se pueden simplemente añadir más aristas a G mediante la iteración del algoritmo anterior desde el Paso 2.

Eliminando los nodos existentes que se deseen de la lista G y pasándola a matriz de adyacencia se consigue la matriz de arcos usados.

Para las matrices de distancia y coste se pueden sustituir los unos de la matriz de adyacencia con valores aleatorios en los rangos deseados. Para la matriz de seguridad, los ceros se deben convertir en unos, ya que luego se le aplica la función logaritmo. Finalmente, pasamos todas las matrices al formato que lee GAMS.

3.3. Implementación de los modelos en GAMS

Se adjunta el código de GAMS empleado y su documentación en el anexo correspondiente. Se ha empleado la versión 41.2.0 de GAMS y el servidor para CLEX de NEOS en su versión 6.0 [14].

En todas las pruebas realizadas, el factor más determinante en el tiempo de resolución es la cantidad de nodos de la red de distribución y la densidad de la misma, esto es el número de arcos. Por otro lado, cuanto más restrictivo es el presupuesto o las condiciones necesarias de seguridad y fiabilidad, más fácil resulta encontrar soluciones eficientes y óptimas. Por ello, se han realizado distintas pruebas variando el número de arcos existentes. Se han generado 3 ejemplos aleatorios para cada caso de 80, 200 y 300 arcos. Se ha tomado la media, poco desviada, de los tamaños, cantidad de iteraciones y tiempo de resolución. Se representan los resultados en términos de segundos, iteraciones y columnas.

	Primer modelo	Segundo modelo
80 arcos	10 ” 6200 iters 191200 cols	2 ” 200 iters 80000 cols
200 arcos	300 ” 251000 iters 191500 cols	7 ” 750 iters 80000 cols
300 arcos	500 ” 415000 iters 193100 cols	10 ” 950 iters 80000 cols

Para ambos modelos, el crecimiento del tiempo de resolución parece estabilizarse a medida que aumenta el número de arcos. La diferencia entre 80 y 200 arcos es grande pero entre 200 y 300 no tanto. Cuando el problema tiene 500 o incluso 1000 arcos su procesado se demora un tiempo similar al caso de 300 arcos.

Se puede observar que el primer modelo es de mayor tamaño en términos de columnas. Crece más rápidamente en tamaño y sobre todo en tiempo de resolución a medida que se aumenta la densidad del grafo.

Aunque el segundo modelo aporte menos información sobre la política a adoptar y no considere el regreso de los vehículos al origen, este análisis parece indicar que es mucho más rápido y escalable.

Cabe destacar que la resolución de estos ejemplos generados mediante código resulta más rápida debido a que las condiciones de seguridad, fiabilidad y tiempo son cualitativamente distintas de las contempladas en el caso de estudio.

Modelo con períodos de tiempo

Un primer acercamiento al problema fue un modelo lineal de tres índices que contemplaba el movimiento de cada vehículo en períodos discretos de tiempo. Para casos generados aleatoriamente con una veintena de nodos, el problema resultante era demasiado grande y excedía los límites de memoria del servidor utilizado.

Los demás modelos han sido probados directamente sobre el caso de estudio, que consta de 61 nodos y 76 arcos.

Modelo básico 1

El modelo básico 1 contempla la reconstrucción de la red y el reparto a través de ella. No incluye restricciones de tiempo, fiabilidad ni seguridad.

Sea n el número de vehículos v de cada tipo considerados por el modelo. Si se fija $n = 3000$, por ejemplo, que serían los necesarios para cubrir un alto porcentaje de la demanda contemplada (un 70 % sobre el 30 % de población objetivo) el problema excede el límite de memoria. Para $n = 35$ el modelo resuelve en una hora, para $n = 100$ tarda 12 horas, y para $n = 150$ no acaba de resolver por límite de memoria quedando a un 75 % del óptimo y sin devolver los valores de las variables.

Para salvar esta limitación técnica se considera los v como convoyes de vehículos en lugar de vehículos individuales, reduciendo así n . Gracias a esta simplificación se obtienen resoluciones más rápidas.

Modelo 1 con restricciones de fiabilidad y seguridad

Contempla las restricciones del modelo básico 1 y las de fiabilidad y seguridad. Esto supone todas las restricciones excepto la temporal. Si no se permite gap, la resolución excede el tiempo del servidor al tardar demasiado en demostrar la optimalidad de las soluciones que propone la heurística del solver. Fijando un valor bajo de gap, a un 1 % del óptimo por ejemplo, se obtienen resoluciones que tardan minutos para cualquier valor de fiabilidad y seguridad.

Modelo 1 con restricción temporal

Contempla las restricciones del modelo básico 1 y la temporal. Esto supone todas las restricciones excepto las de fiabilidad y seguridad. Se ha establecido un presupuesto holgado para la reconstrucción y el transporte. Fijando una limitación temporal de 45 minutos la resolución queda a un 8 % del óptimo y si esta es de 2 horas la resolución excede el tiempo permitido por NEOS.

Modelo básico 2

El modelo básico 2 contempla la reconstrucción de la red y el reparto a través de ella. No incluye restricciones de tiempo, fiabilidad ni seguridad.

Variando presupuestos para cada una de las dos etapas, resuelve de forma satisfactoria siempre la minimización de la demanda insatisfecha.

Se ha aplicado la simplificación de considerar convoyes de vehículos. En lugar de tipos de vehículos con 20, 12 y 2 toneladas respectivamente, se consideran convoyes con las siguientes capacidades: 1000, 300 y 80 toneladas.

Se estudia a continuación minimizar el criterio de equidad Eq = “máxima proporción de demanda insatisfecha”. Se tiene en cuenta un presupuesto ilimitado para la fase de reparto. El presupuesto para la rehabilitación está considerado millones de dólares. Para la rehabilitación total de la red (política muy ineficiente) se requieren 138. Se obtienen soluciones más rápidamente que en el Modelo 1. Aunque se tarda mucho en comprobar la optimalidad de las mismas, estas quedan cerca del 0.1 % del óptimo.

Modelo 2 con restricciones de fiabilidad y seguridad

Contempla las restricciones del modelo básico 2 y las de fiabilidad y seguridad. Esto supone todas las restricciones excepto la temporal.

Los valores de fiabilidad y seguridad de cada arco están comprendidos entre 0.985 y 1. Se consideran presupuestos relativamente holgados para la reconstrucción y el reparto. Se estudia la minimización de la demanda insatisfecha. Las resoluciones quedan también a un 0.1 % del óptimo y tardan considerablemente menos que las del Modelo 1.

Modelo 2 con restricción temporal

Contempla las restricciones del modelo básico 2 y la temporal. Esto supone todas las restricciones excepto las de fiabilidad y seguridad.

Solamente se obtiene el tiempo resultante de la ida del flujo. Se cuenta con 10 horas de sol. Asumiendo una descarga total de una hora, se cuenta con 4.5 horas de ida y las consiguientes 4.5 horas de vuelta. La limitación que debería considerarse es, por tanto, de 4.5 horas. Sin embargo, a la hora de realizar las resoluciones para minimizar demanda insatisfecha con presupuestos holgados, se obtienen soluciones solo hasta las 2 horas y media.

Se ha podido comprobar que todas las rutas para el reparto pueden recorrerse en un tiempo inferior a 8 horas. Por ello, se han obviado las restricciones referentes al tiempo a la hora de aplicar las técnicas multicriterio.

Debido a la mayor eficiencia del segundo modelo sobre el primero, se ha decidido emplear únicamente este para el estudio multicriterio.

Capítulo 4

Caso de estudio y aplicaciones

4.1. Descripción del caso de estudio

El caso de estudio propuesto es una hipotética misión de última milla que considera coordinadamente la rehabilitación de vías y el reparto de suministros indispensables en el Banco Oeste.

Al respecto de la situación real del conflicto, cabe destacar que la ayuda humanitaria no puede ser una solución a largo plazo, sino que debe ir acompañada de esfuerzos sostenidos para construir la paz, garantizar el cumplimiento de los Derechos Humanos y promover el desarrollo sostenible en la región. Es absolutamente necesario abordar las causas subyacentes del mismo desde los principios del internacionalismo y el antiimperialismo.

Demanda

La población palestina del Banco Oeste es de en torno a 3,2 millones de personas. Su ritmo de crecimiento es del 2,75 % anual y el 75 % de esta población es rural. Estos datos han sido empleados para estimar las poblaciones de determinadas ciudades a partir de datos no actualizados. De estas personas, unas 750.000 se encuentran en situación de necesidad humanitaria. Esto supone que un 23 % de la población necesita de ayuda humanitaria de algún tipo. Aunque representan el 60 % de la población del Estado de Palestina (unos 5,3 millones de ciudadanos censados) suponen solamente un 36 % de la PIN (población en situación de necesidad). Esto es debido a que la situación humanitaria en la Franja de Gaza, completamente incomunicada con el Banco Oeste es incluso más cruda que en el mismo.

Las ciudades tienen alta densidad poblacional pero las condiciones de vida dentro de ellas hacen que no exista tanta necesidad de recursos humanitarios. Algunos de los asentamientos más poblados son campamentos de refugiados, que tienen una tasa de PIN por habitante súmamente elevado.

A continuación se presentan los datos de PIN de 2022 en función de región y severidad. Las Áreas A y B se encuentran bajo jurisdicción palestina. El Área C está bajo jurisdicción israelita y resulta difícilmente accesible. Por eso es posible que algunos de esos nodos no se tengan en consideración a la hora del reparto. Aunque hay datos precisos sobre la situación de Jerusalén y Hebrón, es más difícil encontrar datos de PIN en cada población de las zonas rurales. La disposición de estas zonas se puede observar en la figura [4.1].

Área	Población	PIN	PIN severo	PIN extremo
Áreas A y B	2.390.043	614.825	580.780	35.851
Área C	369.489	111.482	100.131	11.454
Jerusalén	381.737	9.035	9.161,70	0
Hebrón	43.731	12.078	11.851	219

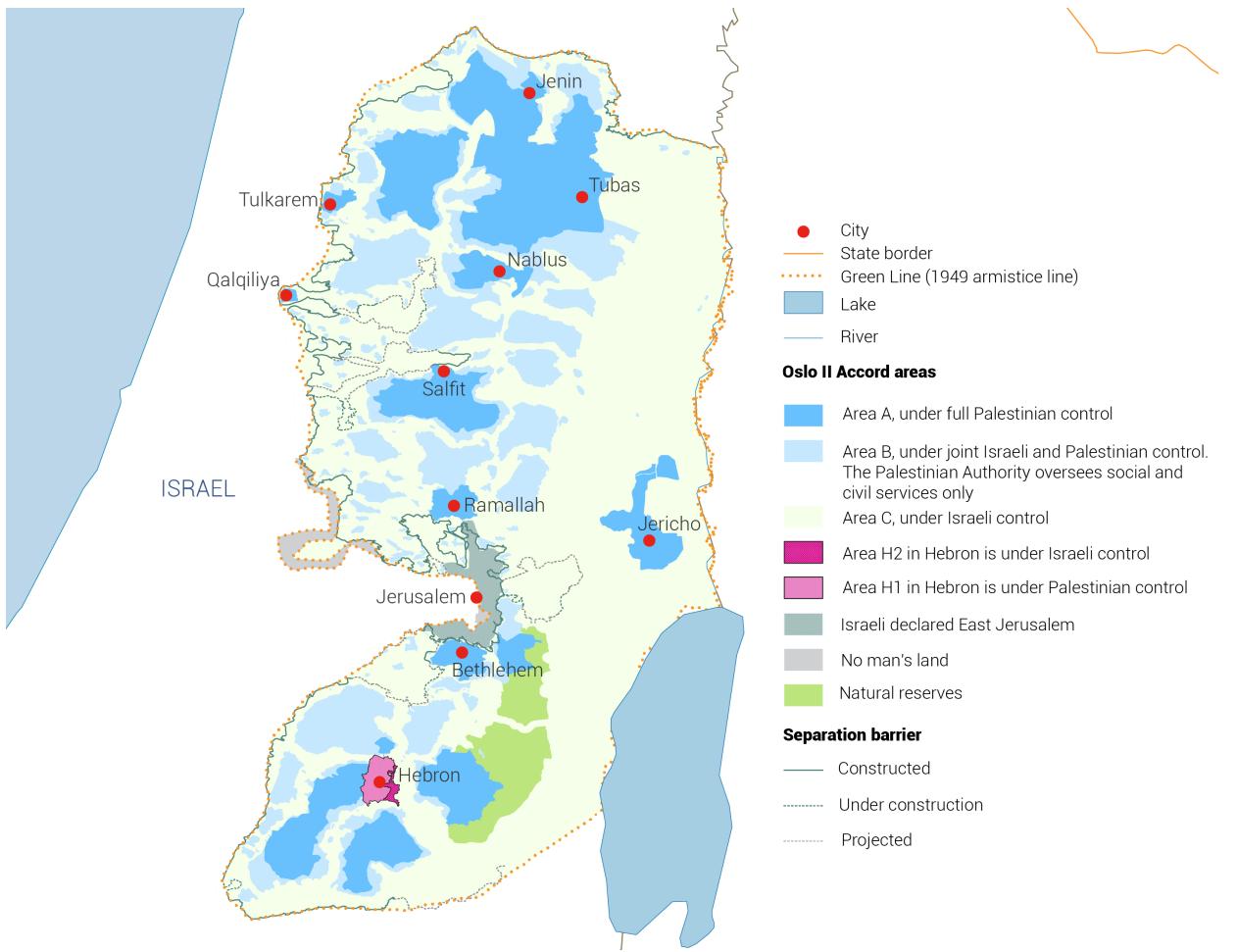


Figura 4.1: Fragmentación territorial en el Banco Oeste en 2021. Fuente: Human Rights Watch / Fanack water [9]

Los datos acerca de necesidades humanitarias datan del año 2022. Han sido obtenidos de las bases de datos de la Oficina de la ONU para la Coordinación de Asuntos Humanitarios, de ahora en adelante OCHA [10]. Así mismo, algunos datos más precisos y actualizados acerca de la cantidad de habitantes en cada uno de los asentamientos que conforman las zonas se han obtenido de la web worldpopulationreview [24].

Como conocemos la magnitud de estos, además de datos sobre densidades poblacionales, se ha realizado una estimación. La estimación de la PIN de cada nodo ha utilizado los datos obtenidos en los datasets, la densidad poblacional y el crecimiento de la misma. Se ha realizado una conversión multiplicativa sencilla. Los centros de reparto se establecerán en los núcleos urbanos de, al menos, un millar de habitantes. Se ha considerado el crecimiento poblacional de los datos más antiguos. Además se ha añadido un 25 % para cada centro, considerando la población rural que podría trasladarse a recoger los recursos a los centros. Cabe destacar que esta es una estimación relativamente imprecisa al existir mucha población rural, considerar censos incompletos y encontrarse el territorio en una situación de conflicto armado.

Se considera como objetivo de la misión repartir la ayuda indispensable a entorno un 33 % de la población necesitada. Se asume además que se dispone de suficientes toneladas de ayuda como para

cubrir toda esa demanda.

Basándonos en las necesidades generales de la PIN por clusters que ofrece [10], la mayoría requiere de alimentos y agua potable. Consideramos un reparto periódico de ayuda, con lo que se obvian infraestructuras pesadas para su instalación y otros recursos que no se deban enviar con frecuencia o periodicidad.

La cantidad de alimentos necesarios para la subsistencia puede variar según las necesidades calóricas y dietéticas de una persona. En promedio, se considera que se necesita aproximadamente 2,000 a 2,500 calorías por día. Esto puede traducirse en alrededor de 60,000 a 75,000 calorías al mes. La cantidad de alimentos en toneladas dependerá de su densidad calórica y composición, pero para tener una idea aproximada, se puede considerar un promedio de alrededor de 100 a 150 kg (0.1 a 0.15 toneladas) de alimentos por mes. Se asume que se dispone de acceso a agua para higiene y agricultura. La cantidad recomendada de agua potable destinada al consumo para una persona es de alrededor de 2 litros por día, lo que resulta en aproximadamente 60 litros al mes. La conversión de litros a toneladas depende de la densidad del agua, que es de aproximadamente 1 tonelada por cada 1,000 litros. Por lo tanto, 60 litros de agua pesarían aproximadamente 0.06 toneladas. La cantidad de ayuda necesaria para proporcionar refugio depende del tipo de refugio utilizado, como tiendas de campaña, lonas o materiales de construcción. En términos de peso, esto puede variar considerablemente, desde unos pocos kilogramos hasta varias toneladas, dependiendo del tamaño y los materiales utilizados. Los elementos de atención médica e higiene generalmente no ocupan mucho espacio ni tienen un peso significativo en comparación con los alimentos y el agua.

Así pues, se supone un reparto mensual por persona de 0,15T de alimentos, 0,6T de agua potable y 0,4T de demás recursos como refugio, infraestructura, medicamentos, etc. Esto significa la necesidad de un cuarto de tonelada por habitante y mes. El reparto descrito se realizará en paquetes homogéneos que incluyan las cantidades adecuadas de cada recurso.

En resumen, de las 500.000 personas en situación de necesidad en el Banco Oeste, se tienen en cuenta aproximadamente 167.000. Esto se traduce en unas 42.000 toneladas de ayuda a repartir de forma mensual entre un total de 62 asentamientos. Su ubicación está representada en la figura [4.2].

Red de transporte

Debido a la escasez de recursos, la red de transporte de la zona presenta escasa densidad, baja calidad de construcción y un trazado sinuoso e ineficiente. Se consideran 830kms de rutas en total, separados en 76 arcos. Los datos obtenidos acerca de las carreteras existentes se basan en el estudio de los mapas exhaustivos proporcionados públicamente por OCHA [10].

Desde la década de 1950 la zona se encuentra en estado de sitio. No contiene aeropuertos internacionales y el único nexo de comunicación es el puente de Allenby, situado al este del Estado de Palestina conectándolo con el Estado de Jordania. Por ello, consideraremos este paso como el nodo inicial sin demanda del que sale la ayuda. Es una misión de última milla, se obvian la planificación y los costes de transportar la mercancía y la maquinaria hasta el acceso.

Se consideran los siguientes tipos de vehículos y sus especificaciones para la misión. Estos se han estimado a partir de la información de Bureau of Transportation Statistics [5], una agencia del Departamento de Transporte de los Estados Unidos que recopila y proporciona datos estadísticos sobre transporte. Los factores anteriormente descritos, añadido a que los vehículos deben atravesar poblados, conllevan que la velocidad media de las vías sea baja.

Tipo de vehículo	Capacidad en T	Velocidad media en km/h	Consumo en l/km
Camión grande	20	40	0.25
Camión mediano	12	50	0.2
Furgón	2	65	0.15

A la hora de aplicar las técnicas multiobjetivo se ha considerado una simplificación al respecto. Se trata con convoyes de vehículos con capacidades de 1000, 300 y 80 toneladas, todos ellos con velocidades medias de 40km/h (la del vehículo más lento) y consumo proporcional a los vehículos que los componen.

Con respecto a la fiabilidad, debido al mal estado de las carreteras, se contempla la probabilidad de cada arco de no encontrarse en estado utilizable por su deterioro u otros asuntos logísticos. Para los datos del problema y ante el desconocimiento del terreno, esta fiabilidad se ha considerado aleatoria pero dependiente de la longitud de cada camino.

Cisjordania es un lugar propicio para este problema, pues está súmamente disperso a nivel político. Se divide en zonas con distintas jurisdicciones, como se puede ver en la figura [4.1]. Un componente importante del conflicto del Banco Oeste es que obedece a una intención de sitio por parte de las fuerzas militares israelitas. Se ha producido la inhabilitación activa por parte de los colonos de las rutas que conectan las grandes poblaciones y los emplazamientos estratégicos dentro del propio Estado Palestino. Esto deviene en que el acceso a los territorios palestinos y el paso por ciertas rutas esté limitado o prohibido por la autoridad militar. No es infrecuente que los convoyes de ayuda humanitaria, periodistas o activistas sufren sabotaje por parte del gobierno, grupos paramilitares o los propios colonos. La implementación de este factor en los datos es similar, pero el riesgo es humano en lugar de logístico. Para la probabilidad de ataque de cada arco se han considerado datos generados aleatoriamente pero influidos por la longitud del camino y la cercanía a enclaves particularmente conflictivos como Jerusalén, la línea verde del armisticio (que ejerce de frontera entre el Estado Palestino y el israelita) o la zona H2 de Hebrón.

Este trabajo además de los valores de fiabilidad y seguridad asociados a cada arco, considera la inhabilitación por motivos logísticos y políticos de algunos de ellos. Para posibilitar el paso por los mismos se considera necesario un desembolso económico contemplado en el presupuesto para la etapa previa al reparto. Se consideran como inhabilitados todos aquellos arcos que atraviesan el Área C, es decir, zonas bajo control militar y legislativo israelita. En el problema, 36 de los arcos se encuentran habilitados y 40 de ellos no. Es importante tener en cuenta que la mayoría de los que conectan centros importantes o recorren distancias considerablemente largas se encuentran estratégicamente inhabilitados.

En la figura [4.2] se muestra la ubicación de los nodos y de los arcos, así como su estado de habilitación. Para la elaboración de dicha figura se superpusieron mapas de rutas, poblaciones y jurisdicciones.

Costes

Para nuestra misión consideramos dos presupuestos separados, para rehabilitación y para transporte. Los presupuestos para cada rehabilitación incluyen los costes que implica la misma. Asumiremos que los medios para ambas tareas se encuentran ubicados cerca del terreno, con lo que simplemente se tienen en cuenta costes fijos y variables por vehículo sobre dichas tareas, como gasolina, sueldo del transportista o amortización del vehículo. Así mismo, no se debe pagar por la carga de los camiones aunque esta viene ya determinada. Este enfoque resulta más realista y conveniente para una misión de última milla.

Los costes de rehabilitación de cada vía se consideran proporcionales a su longitud. Más concretamente, se ha estimado un millón de dólares por cada 12km de vía [5]. Se cuenta con un presupuesto

para la fase de rehabilitación de 35 millones de dólares.

Con respecto a los costes de transporte, se considera que el coste del litro de diésel en Jordania es de 1,67 dólares. El sueldo del transportista y la amortización de los vehículos pesados asciende a 1200, 850 y 550 dólares respectivamente para cada uno de los vehículos [5]. Así, el precio de los convoyes será respectivamente de 120000, 36000 y 9600 USD.

Restricciones temporales

Al considerar un reparto mensual, la caducidad de los productos no se tendrá en cuenta. Debido a las cuestiones de seguridad descritas con anterioridad, se asume que solamente se puede circular de día. La totalidad del reparto se debe realizar en no más de 12 horas. Si se asume que todos los vehículos parten a la misma hora, ninguno debe permanecer en el territorio transcurrido ese tiempo, regresando por el paso de Allenby antes del ocaso.

Objetivo en el caso de estudio

Se considera la red de distribución descrita en [4.2], que consta de 61 nodos con demanda y 1 inicial, así como 76 arcos con sus respectivos valores de fiabilidad y seguridad y su correspondiente estado de habilitación. La hipotética misión que se estudia a través de los modelos pretende en una primera etapa rehabilitar ciertos arcos, con una limitación monetaria de 35 millones de USD. Posteriormente se quiere suprir una demanda del 33 % sobre toda la población en situación de necesidad, lo que supone unas 42.000 toneladas mensuales de ayuda entre alimentos, agua potable, medicamentos y refugio. Para ello se debe cumplir con el objetivo de minimizar el coste en el que se incurre. Se exige que la política propuesta cumpla con ciertos estándares de fiabilidad y seguridad, expresados como una probabilidad máxima asumible de no poder llevarse a cabo o sufrir algún ataque durante su transcurso. Además, cada misión de reparto mensual se debe poder terminar en 12 horas como mucho.

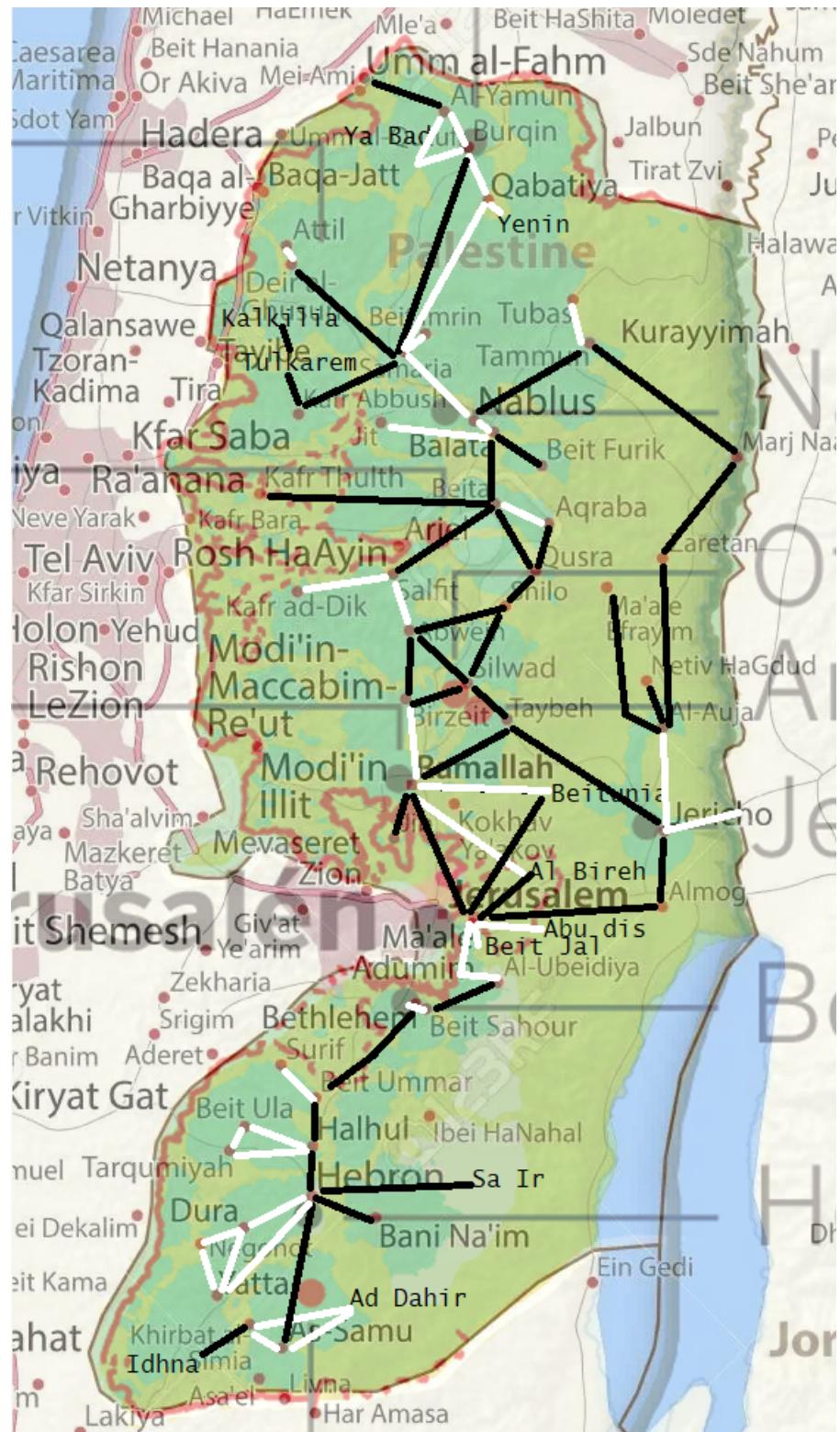


Figura 4.2: Mapa del caso de estudio. En negro, los arcos que cruzan zonas con jurisdicción israelita. En blanco, los que no. Fuentes: [3], [7] y elaboración propia.

4.2. Resultados de la aplicación de las técnicas multicriterio

Matriz de pagos

Tomamos como funciones objetivo, en este orden: demanda insatisficha total, máxima proporción de demanda insatisficha en un nodo, coste total del reparto, seguridad y fiabilidad. Tanto la seguridad como la fiabilidad son representadas por la probabilidad de que sea posible atravesar en condiciones favorables todos los arcos de la ruta elegida. Se ha impuesto a todas las soluciones el reparto de al menos un 70 % de la ayuda demandada.

$$\begin{pmatrix} 1156 & 0,1078 & 4\,623\,070 & 0,795 & 0,827 \\ 1156 & 0,1078 & 4\,623\,070 & 0,795 & 0,827 \\ 12436 & 1 & 3\,586\,475 & 0,660 & 0,713 \\ 12449 & 1 & 3\,617\,682 & 0,867 & 0,851 \\ 12449 & 1 & 3\,607\,212 & 0,799 & 0,882 \end{pmatrix}$$

Existe una solución que aúna los criterios de demanda insatisficha y equidad elegidos. Supone un coste muy grande pero proporciona valores de seguridad y fiabilidad aceptables.

Por otro lado, fijar un coste bajo implica no repartir tanta ayuda, dejar algunos nodos sin reparto e incurrir en una menor seguridad y fiabilidad, al poder elegir con más restricciones los arcos por los que se realiza la distribución.

Finalmente, la seguridad y la fiabilidad están muy relacionadas. Una solución buena para uno de los criterios tiende a serlo por el otro. Si estos se priorizan por encima de los demás, el coste es bajo pero se reparte poca ayuda y se dejan nodos sin asistir.

Frontera de Pareto

Se ha aplicado el método de las épsilon-restricciones para obtener el conjunto eficiente de demanda insatisficha contrayendo distintos presupuestos para el reparto mensual, bajo un presupuesto para rehabilitación de 35 millones de USD sin restricciones de seguridad, fiabilidad ni temporales. Se han obtenido los siguientes resultados.

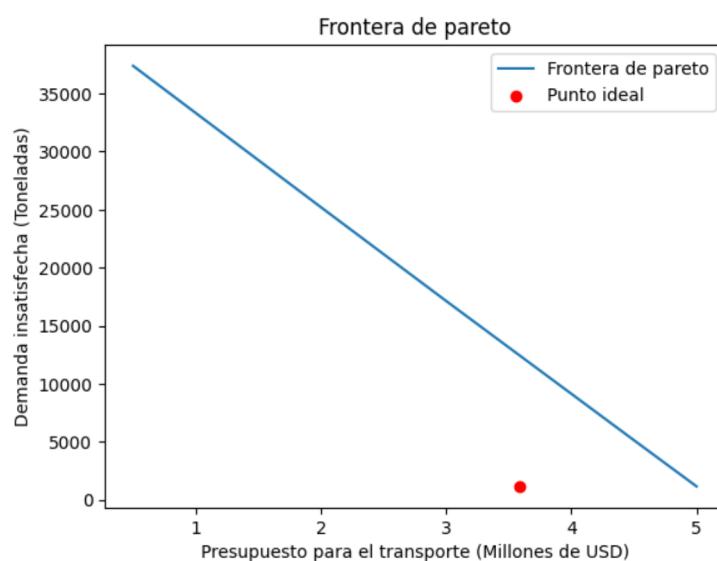


Figura 4.3: Frontera de Pareto demanda-presupuesto. Fuente: Elaboración propia

Se puede observar que sigue una distribución semejante a la lineal. El punto ideal involucra el máximo reparto de ayuda pero a un presupuesto menor, inalcanzable en condiciones reales.

Ya que se puede alcanzar una política óptima en términos de demanda satisfecha con el debido aumento del presupuesto de reparto, se estudia la seguridad. Este es un factor incommensurable más importante que el coste, teniendo que cumplir con cierto estándar para la viabilidad de la misión.

Se ha aplicado de nuevo el método mencionado para estudiar la demanda insatisfecha, esta vez en función de restricciones paramétricas que fijan valores aceptables de seguridad. Se obtiene el presente conjunto eficiente.

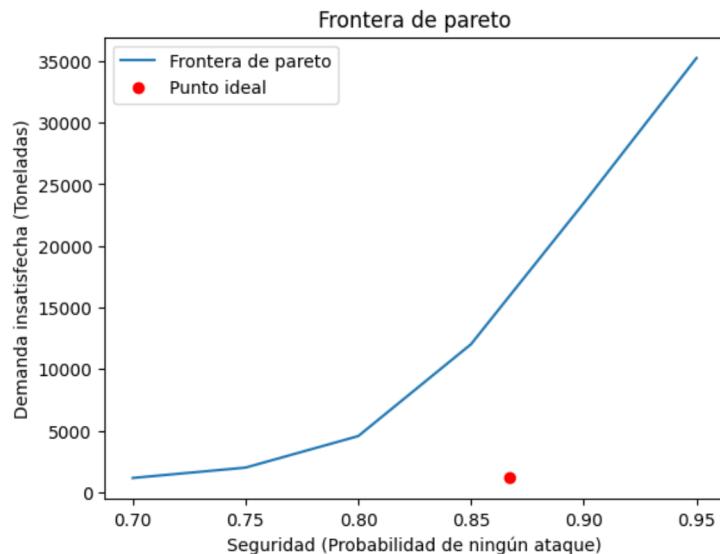


Figura 4.4: Frontera de Pareto demanda-seguridad. Fuente: Elaboración propia

Es patente que sigue una distribución convexa pero no lineal. Esto significa que el incremento de la seguridad a partir de ciertos valores implica un reparto mucho más restringido. Cuanto más segura sea la misión, menos ayuda se puede hacer llegar. El punto ideal involucra una probabilidad de entorno al 84 % de no sufrir ningún contratiempo por motivos humanos repartiendo el 95 % de la ayuda, no es alcanzable en las condiciones planteadas.

Programación compromiso

Para la elección de una política concreta perteneciente a este conjunto eficiente, se ha aplicado la programación compromiso con la elección de la distancia euclídea de la frontera al punto ideal. La solución obtenida se ve reflejada en la figura [4.5] y tiene los siguientes valores para los criterios de optimalidad.

Demandada insatisfecha	Equidad	Coste	Seguridad	Fiabilidad
12016 T	1	3 681 000 USD	0.850	0.851

Satisface aproximadamente un 72 % de la demanda, la mayoría en ciudades grandes, sin llegar a algunos de los asentamientos. De hecho, esta solución solamente incurre en 30.6 millones de USD de inversión en rehabilitación aunque la limitación impuesta fueran 35 millones. El presupuesto para el transporte es ajustado y los valores de fiabilidad y seguridad muy adecuados.

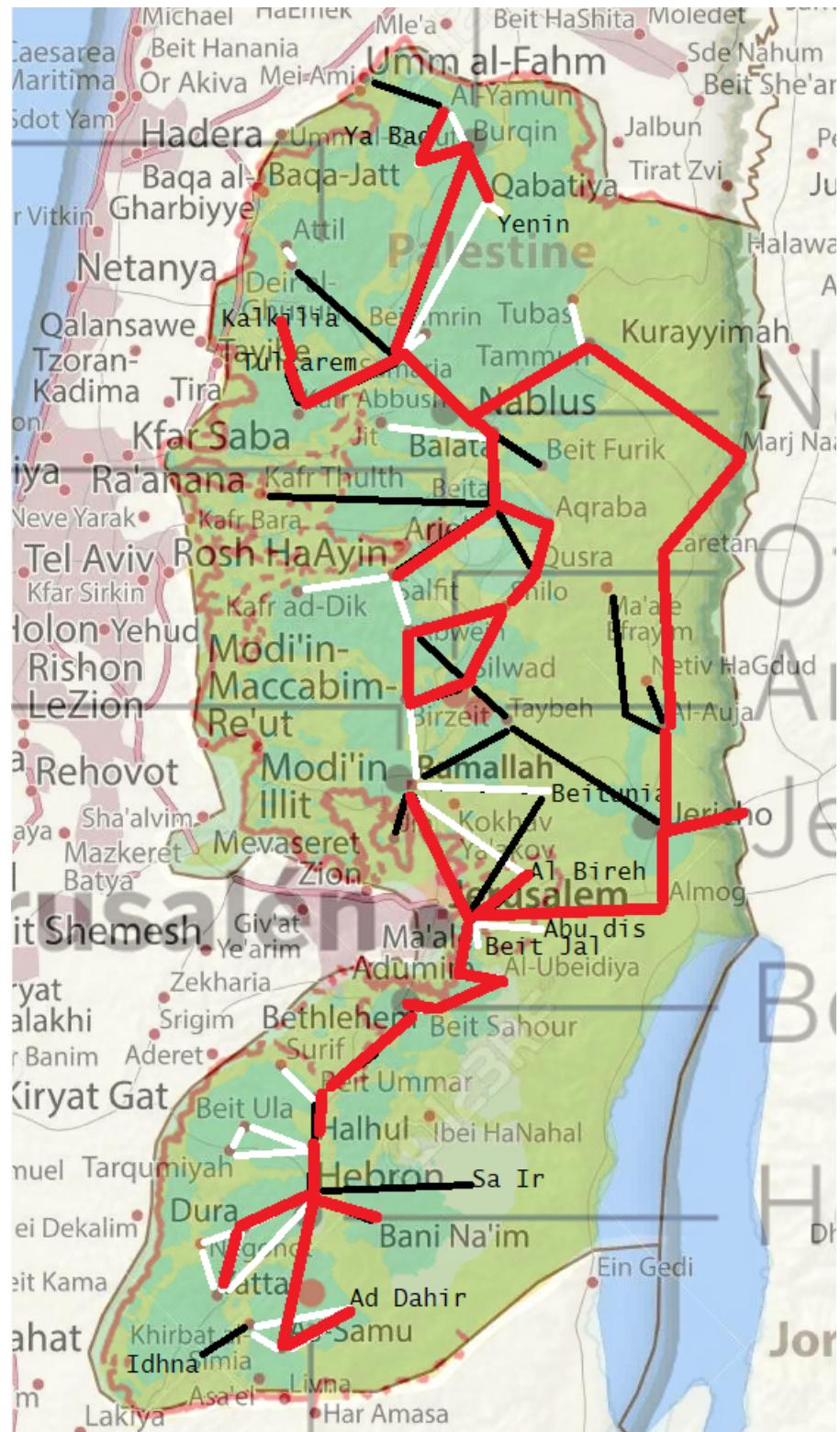


Figura 4.5: Mapa del caso de estudio. En negro, los arcos que cruzan zonas con jurisdicción israelita. En blanco, los que no. En rojo, los utilizados por la solución compromiso elegida. Fuentes: [3], [7] y elaboración propia.

Programación por metas ponderadas

Se han fijado las siguientes metas: reparto del 80 % de la demanda, reparto en cada nodo del 80 % de su demanda, seguridad y fiabilidad absolutas, presupuesto para la distribución de 3.5 millones de USD.

Siguiendo el método de programación por metas ponderadas, si estas son ponderadas por igual o de forma similar, el peso de los factores seguridad, fiabilidad y coste tiene demasiada influencia y la solución resultante es un reparto nulo.

Fijando las siguientes ponderaciones: Demanda insatisfecha 70 %, Equidad 20 %, Coste 3.3 %, Seguridad 3.3 %, Fiabilidad 3.3 %; se obtiene una solución que incurre en 24.8 millones de USD para la rehabilitación y toma los siguientes valores para los criterios de bondad:

Demanda insatisfecha	Equidad	Coste	Seguridad	Fiabilidad
8416 T	1	4 112 400 USD	0.814	0.851

La resultante es una política conservadora, cumple con la meta de reparto y deja algunos nodos sin repartir pero toma valores considerablemente altos de seguridad y fiabilidad.

A continuación se replica el método empleando las mismas metas pero ponderando los criterios de forma que se premie relativamente más el criterio de equidad. Demanda insatisfecha 40 %, Equidad 57 %, Coste 1 %, Seguridad 1 %, Fiabilidad 1 %. Las funciones objetivo toman los siguientes valores:

Demanda insatisfecha	Equidad	Coste	Seguridad	Fiabilidad
8296 T	0.787	4 142 600 USD	0.663	0.660

Esta propuesta es considerablemente más equitativa, se reparte un 78 % de la demanda en cada uno de los nodos, a pesar de que se reparte ligeramente menos cantidad de ayuda total en toneladas. Para poder alcanzar todos los nodos se debe invertir mayor presupuesto en la rehabilitación, en este caso 34.8 millones de USD. Por otro lado, el presupuesto para la distribución es muy similar al de la política descrita anteriormente. Sin embargo la misión cuenta con poca seguridad y fiabilidad, resultando significativamente más arriesgada.

Programación por metas lexicográficas

Se debe elegir un orden lógico y ético para las metas a la hora de aplicar el presente método. En una circunstancia de necesidad, el primer criterio a priorizar es la entrega de la mayor cantidad de ayuda a fin de paliar el mayor sufrimiento posible. Se considera incommensurablemente más importante que el resto de criterios. Tras ello, el siguiente factor a tener en cuenta es la equidad con la que se reparte esa ayuda. A este factor le sigue la seguridad, por encima de la fiabilidad debido a que las consecuencias de un ataque para el personal involucrado en la misión son peores que las de un contratiempo logístico. Finalmente, una vez optimizados los objetivos se intenta minimizar el coste del reparto periódico, pues es el criterio menos primordial.

Se ha fijado un presupuesto para la reconstrucción de 35 millones de USD. Las metas que se han establecido son relativamente holgadas; 80 % de demanda satisfecha total, reparto del 50 % de demanda en cada nodo, seguridad y fiabilidad con una confianza del 80 %.

Aplicando el método de programación por metas lexicográficas se obtiene en la primera etapa una desviación nula respecto a la meta. En la segunda también se alcanza el criterio de equidad deseado. Dadas esas soluciones, para la seguridad solamente se consigue un 65.5 %. Fijando la seguridad, la

fiabilidad obtenida es de entorno al 66.6 %. Finalmente, el coste de esta política alcanza los 4 140 546 USD.

Se fijan ahora metas más restrictivas, 4156 T de demanda insatisfecha, 90 % de demanda repartida en cada nodo, fiabilidad y seguridad del 80 %. Tras la aplicación de la técnica se ha obtenido la solución reflejada en la figura [4.6]: Los criterios de optimalidad adquieren los valores siguientes.

Demanda insatisfecha	Equidad	Coste	Seguridad	Fiabilidad
4200 T	0.120	4 671 100 USD	0.644	0.687

Es repartida entorno al 90 % de la demanda con una equidad del 88 %. El presupuesto para la rehabilitación y el reparto es más elevado que el del resto de soluciones propuestas y la seguridad y la fiabilidad similares a las obtenidas en apartados anteriores. En términos de cantidad de ayuda y homogeneidad en la distribución de la misma, es la mejor política obtenida.

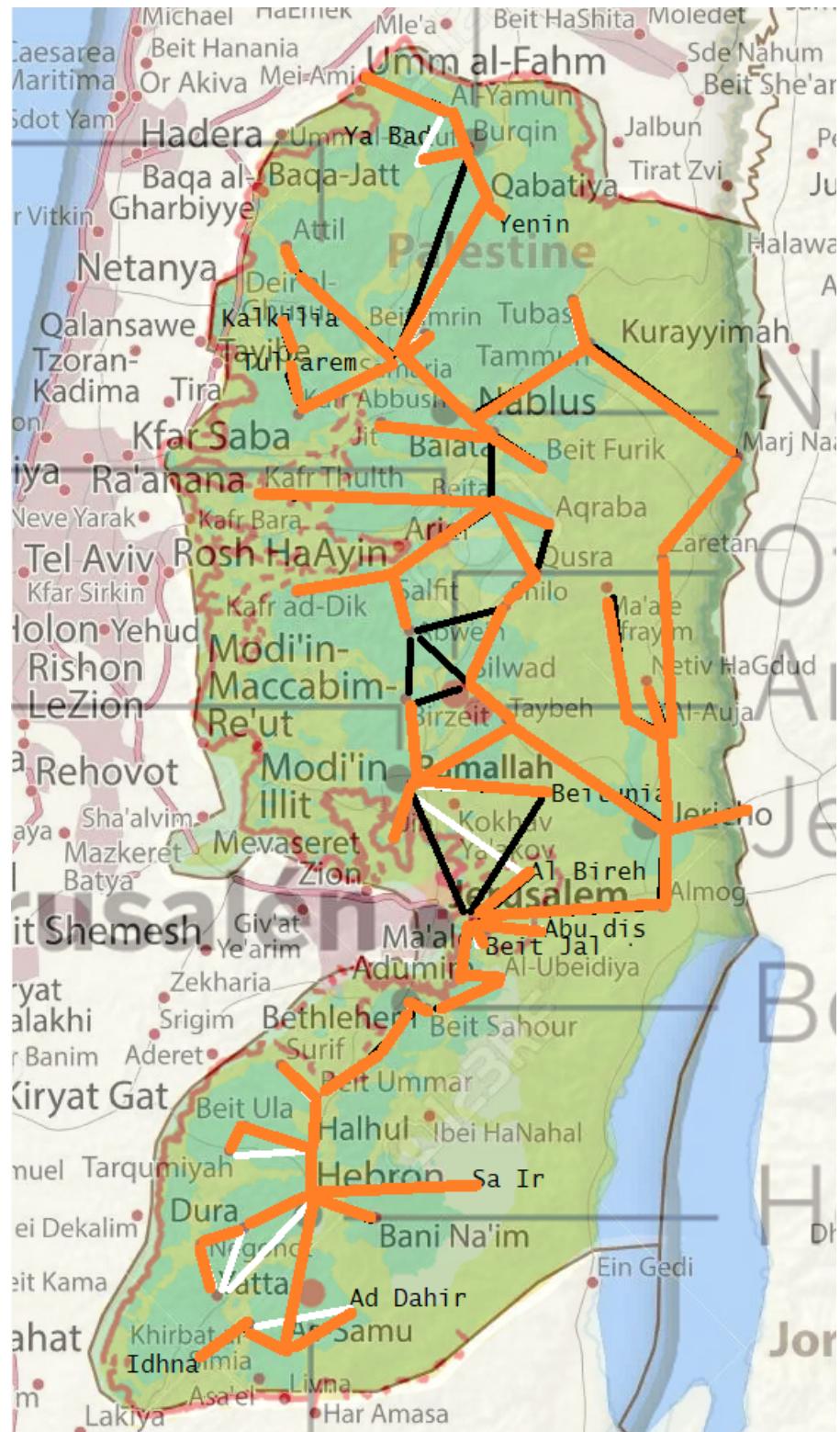


Figura 4.6: Mapa del caso de estudio. En negro, los arcos que cruzan zonas con jurisdicción israelita. En blanco, los que no. En naranja, los utilizados por la solución por metas indexadas elegida. Fuentes: [3], [7] y elaboración propia.

Capítulo 5

Conclusiones

El objetivo del presente trabajo es el estudio de soluciones eficientes que consideren de forma coordinada la rehabilitación de ciertas vías y el reparto de ayuda a través de ellas, considerando su desgaste y peligrosidad.

La mejor aproximación al problema propuesto es la formulación de modelos de programación entera y su estudio mediante diversas técnicas multiobjetivo, a fin de obtener soluciones que se adapten a las necesidades y preferencias del tomador de decisiones. Existe poca literatura científica al respecto de problemas de las características del planteado, y ésta es muy reciente.

Algunos de los elementos que incrementan considerablemente el tamaño de un modelo lineal para el problema son: la consideración de periodos temporales, una cantidad excesiva de vehículos, y las restricciones de tiempo. Además, aunque aporten menor cantidad de información, los modelos de flujo son notablemente más sencillos, eficientes y escalables que los que determinan la ruta de cada unidad vehicular.

Al respecto de la construcción del caso de estudio, resulta particularmente difícil la obtención de datos acerca de localización, demografía y necesidad humanitaria en territorios en situación de conflicto armado o colonización. Organismos como OCHA hacen posible la recopilación y estimación de los mismos. Es importante enmarcar las labores humanitarias como una solución temporal para estas situaciones y promover la convivencia y la paz.

De un primer estudio sobre el caso propuesto, se desprende cierta correlación entre la satisfacción de demanda y la equidad del reparto. Por otro lado, se puede observar un alto grado de conflicto de dichos criterios frente al coste, la fiabilidad y la seguridad de la misión. Esto justifica el empleo de técnicas multicriterio.

Mediante las técnicas basadas en la obtención de conjuntos eficientes, se consigue la proposición de políticas equilibradas en términos de seguridad y fiabilidad, cubriendo una cantidad aceptable de la demanda. Mientras, si se emplean técnicas satisfactorias, como la programación por metas, se pueden obtener soluciones más costosas y menos seguras pero que permiten repartir mayor cantidad de ayuda y de forma más equitativa.

Bibliografía

- [1] Morteza Ahmadi, Abbas Seifi, and Behnam Tootooni. A humanitarian logistics model for disaster relief operation considering network failure and standard relief time: A case study on san francisco district. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 75, 03 2015.
- [2] Wadi Khalid Anuar, M Moll, LS Lee, S Pickl, and HV Seow. Vehicle routing optimization for humanitarian logistics in disaster recovery: A survey. In *Proceedings of the International Conference on Security and Management (SAM)*, pages 161–167. The Steering Committee of The World Congress in Computer Science, Computer ..., 2019.
- [3] Arid Ocean Maps. <https://www.aridocean.com/sku-4b83b7-palestine-countryvectormap-a>, [last visited: 18/06/2023].
- [4] BM Beamon. Humanitarian relief chains: Issues and challenges, actes de la conférence proceedings of the 34th international conference on computers and industrial engineering. *San Francisco, USA*, 2004.
- [5] Bureau of Transportation Statistics. <https://bts.gov>, [last visited: 16/06/2023].
- [6] A Charnes and WW Cooper. Ww (1961). management models and industrial applications of linear programming.
- [7] El País. https://elpais.com/internacional/2017/06/01/actualidad/1496319085_94064, [last visited : 18/06/2023].
- [8] Ariel Alexandrino GANASSIM. A contribuição da logística empresarial para a logística humana. 2017.
- [9] Human Rights Watch / Fanack water. <https://water.fanack.com/publications/water-scarcity-and-the-israeli-occupation-how-territorial-fragmentation-is-worsening-water-stress-in-palestine/>, [last visited: 18/06/2023].
- [10] Humanitarian needs overview Palestine 2022. <https://www.ochaopt.org/content/humanitarian-needs-overview-2022>, [last visited: 16/06/2023].
- [11] Gyöngyi Kovács and Karen Spens. Identifying challenges in humanitarian logistics. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 2009.
- [12] Chen-Yang y Yuangyai Chumpol y Janjarassuk Udom Kungwalsong, Kanokporn y Cheng. Programa estocástico de dos etapas para el diseño de redes de la cadena de suministro bajo interrupciones de las instalaciones. *Sostenibilidad*, 13(5), Mar 2021.
- [13] F. Liberatore, M.T. Ortúñoz, G. Tirado, B. Vitoriano, and M.P. Scaparra. A hierarchical compromise model for the joint optimization of recovery operations and distribution of emergency goods in humanitarian logistics. *Computers Operations Research*, 42:3–13, 2014. Multiple Criteria Decision Making in Emergency Management.
- [14] NEOS. <https://neos-server.org/neos/solvers/index.html>, [last visited: 16/06/2023].

- [15] MT Ortúñ, P Cristóbal, JM Ferrer, FJ Martín-Campo, S Muñoz, G Tirado, and B Vitoriano. Decision aid models and systems for humanitarian logistics. a survey. *Decision aid models for disaster management and emergencies*, pages 17–44, 2013.
- [16] MT Ortúñ, G Tirado, and B Vitoriano. A goal programming based decision support system for humanitarian aid distribution. *TOP*, 19(2):464–479, 2011.
- [17] Kasin Ransikarbum and Scott J. Mason. Multiple-objective analysis of integrated relief supply and network restoration in humanitarian logistics operations. *International Journal of Production Research*, 54(1):49–68, 2016.
- [18] Carlos Romero. *Teoría de la decisión multicriterio: conceptos, técnicas y aplicaciones*. Number 338 ROM. 1993.
- [19] Peter Tatham and Martin Christopher. *Humanitarian logistics: Meeting the challenge of preparing for and responding to disasters*. Kogan Page Publishers, 2018.
- [20] Satish V Ukkusuri and Wilfredo F Yushimoto. Location routing approach for the humanitarian prepositioning problem. *Transportation research record*, 2089(1):18–25, 2008.
- [21] Cristina Villalibre Calderón et al. Concepto de urgencia, emergencia, catástrofe y desastre: revisión histórica y bibliográfica. 2013.
- [22] Begoña Vitoriano, M Teresa Ortúñ, Gregorio Tirado, and Javier Montero. A multi-criteria optimization model for humanitarian aid distribution. *Journal of Global optimization*, 51:189–208, 2011.
- [23] Haijun Wang, Lijing Du, and Shihua Ma. Multi-objective open location-routing model with split delivery for optimized relief distribution in post-earthquake. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 69:160–179, 09 2014.
- [24] worldpopulationreview . <https://worldpopulationreview.com/countries/cities/palestine>, [last visited: 16/06/2023].

Apéndice A

Código del generador de ejemplos

Generador ejemplos para los modelos del Trabajo de Fin de Grado

Antonio Sevilla

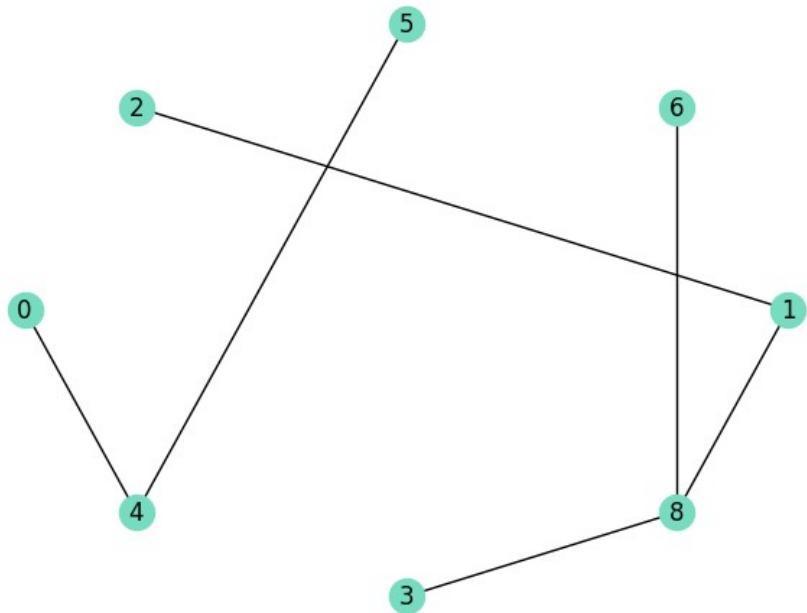
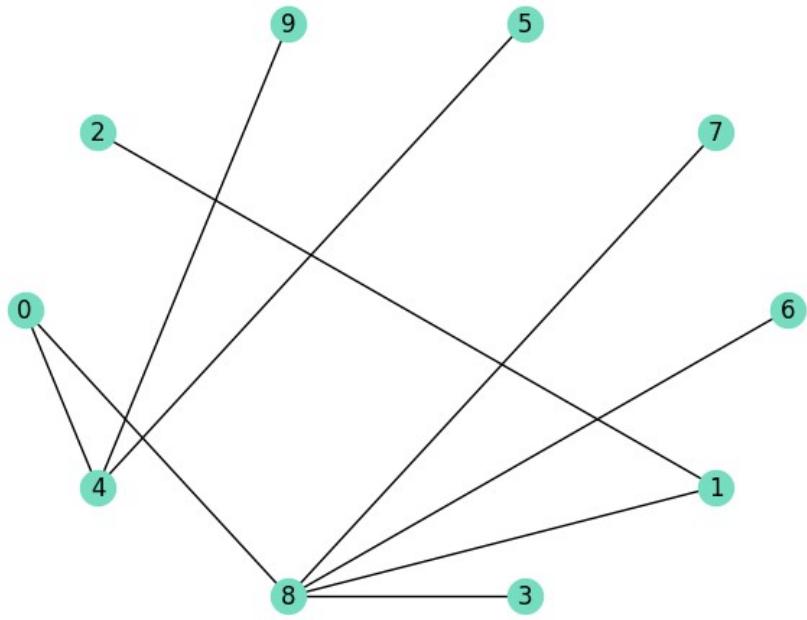
```
# Importamos librerías y fijamos semilla para la generación
# pseudoaleatoria
import random
import math
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
random.seed(101)

def gen_tree(num_nodos):
    """
    genera un árbol con la cantidad de num_nodos
    """
    list_nodos = list(range(num_nodos))
    conectados = [0]
    no_conectados = list_nodos[1:]
    G = []
    # consideraremos en la componente ya conectada solo el nodo inicial
    while not (set(list_nodos) == set(conectados)):
        # en cada iteración creamos un arco que va de un nodo
        # aleatorio de la componente conectada a otro nodo aleatorio
        # desconectado
        a = conectados[random.randint(0, len(conectados)-1)]
        b = no_conectados[random.randint(0, len(no_conectados)-1)]
        if a!=b:
            # actualizamos las componentes en consecuencia
            conectados.append(b)
            no_conectados.remove(b)
            conectados = list(set(conectados))
            new_conex = tuple(sorted((a,b)))
            G.append(new_conex)

    return G

gen_tree(7)
[(0, 5), (4, 5), (0, 2), (2, 3), (1, 4), (2, 6)]

def draw_graph(graph):
    """
    dado un grafo como lista de sus arcos, lo representa
    """
    G = nx.Graph()
    for edge in graph:
        G.add_edge(edge[0], edge[1])    43
    pos = nx.shell_layout(G)
```

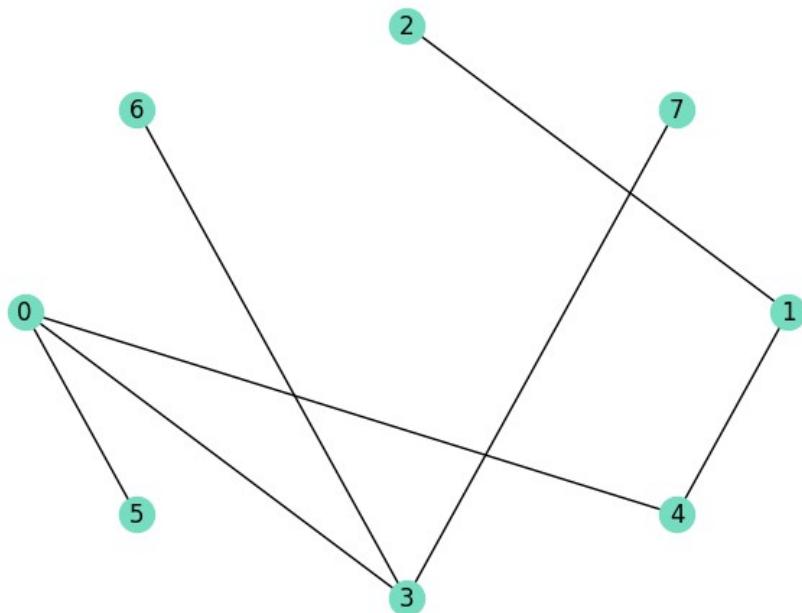


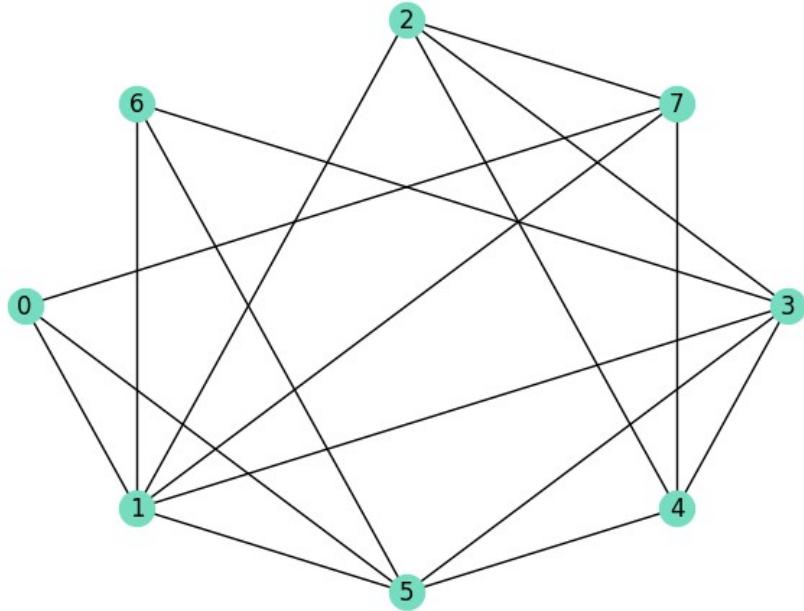
```

def gen_dense(num_nodos, num_dense):
    """
        en lugar de generar un árbol cortado, genera un árbol al que se le
        añaden num_dense arcos distintos entre parejas aleatorias de nodos
    """
    G = gen_tree(num_nodos)
    for d in range(num_dense):
        a = random.randint(0, num_nodos-1)
        b = random.randint(0, num_nodos-1)
        while a==b or tuple(sorted((a,b))) in G:
            a = random.randint(0, num_nodos-1)
            b = random.randint(0, num_nodos-1)
        G.append(tuple(sorted((a,b))))
    return G

G = gen_tree(8)
draw_graph(G)
G_dense = gen_dense(8,10)
draw_graph(G_dense)

```





```

def G_to_matrix(dim, G):
    """
    dado un grafo como lista de sus arcos y su dimensión, devuelve su
    matriz de adyacencia como lista de listas
    """
    result = []
    for i in range(dim):
        result.append([])
        for j in range(dim):
            result[i].append(0)
    for tupla in G:
        result[tupla[0]][tupla[1]] = 1
        result[tupla[1]][tupla[0]] = 1
    return result

G_to_matrix(7,gen_tree(7))

[[0, 1, 0, 0, 0, 1, 1],
 [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 1, 0, 0, 1],
 [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0],
 [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1],
 [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
 [1, 0, 1, 0, 1, 0, 0]]

```

```

def gen_example(num_nodos, num_cut, num_dense, min_prob_rute,
range_len_rute):
    """
        genera un ejemplo para los modelos
        tiene formato diccionario
        "num_nodos": num_nodos, "num_cut": num_cut, "min_prob_rute": min_prob_rute, "E": E, "U": U, "P": P, "Dist": Dist
            el grafo asociado será un arbol de num_nodos nodos cortado en num_cut arcos
            el factor fiabilidad de cada arco está aleatorizado con probabilidad mínima min_prob_rute
            la distancia de cada arco también lo está, es un valor entero en el rango range_len_rute
            el grafo resultante es denso, tiene num_nodos + num_dense arcos existentes
            y num_nodos + num_dense - num_cut arcos habilitados
    """

    G = gen_dense(num_nodos, num_dense)
    E = G_to_matrix(num_nodos, G)

    G_cut = cut(G,num_cut)
    U = G_to_matrix(num_nodos, G_cut)

    P, Dist = [], []
    for i in range(num_nodos):
        P.append([])
        Dist.append([])
        for j in range(num_nodos):
            P[i].append(1)
            Dist[i].append(0)
    for tupla in G:
        w = round(random.random(),2)
        while w <= min_prob_rute:
            w = round(random.random(),2)
        dis = random.randint(range_len_rute[0], range_len_rute[1])
        P[tupla[0]][tupla[1]] = w
        P[tupla[1]][tupla[0]] = w
        Dist[tupla[0]][tupla[1]] = dis
        Dist[tupla[1]][tupla[0]] = dis

    return {"num_nodos":num_nodos, "num_cut": num_cut, "num_dense": num_dense, "min_prob_rute": min_prob_rute, "E":E, "U":U, "P":P, "Dist":Dist}

gen_example(num_nodos=7, num_cut=2, num_dense=0, min_prob_rute=0.8, range_len_rute=[1,5])

```

```

{'num_nodos': 7,
 'num_cut': 2,
 'num_dense': 0,
 'min_prob_rute': 0.8,
 'E': [[0, 0, 0, 0, 1, 0, 1],
        [0, 0, 0, 0, 1, 1, 0],
        [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0],
        [0, 0, 1, 0, 0, 0, 1],
        [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0],
        [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0],
        [1, 0, 0, 1, 0, 0, 0]],
 'U': [[0, 0, 0, 0, 1, 0, 1],
        [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0],
        [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
        [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1],
        [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0],
        [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
        [1, 0, 0, 1, 0, 0, 0]],
 'P': [[1, 1, 1, 1, 0.86, 1, 0.99],
        [1, 1, 1, 1, 0.92, 1, 1],
        [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],
        [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0.9],
        [0.86, 0.92, 1, 1, 1, 1, 1],
        [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],
        [0.99, 1, 1, 0.9, 1, 1, 1]],
 'Dist': [[0, 0, 0, 0, 2, 0, 4],
          [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0],
          [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
          [0, 0, 0, 0, 0, 0, 5],
          [2, 1, 0, 0, 0, 0, 0],
          [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
          [4, 0, 0, 5, 0, 0, 0]]}

def repr_matrix(matrix):
    """
        dada una matriz pasada como lista de listas, la devuelve
        formateada como el texto de una Table de Gams
    """
    result = " "
    for i in range(0, len(matrix)):
        result += " " + "*(1- (len(str(i))-1)) + str(i)
    for j in range(0, len(matrix)):
        result += "\n" + str(j) + " " + "*(1- (len(str(j))-1))
        for k in range(0, len(matrix)):
            result += str(matrix[j][k])
            for esp in range(6 - len(str(matrix[j][k]))):
                result += " "
        result += "\n"
    result += "\n;\n"
    return(result)

repr_matrix(G_to_matrix(7,gen_tree(7)))

```

```

'
0   0   1   2   3   4   5   6\n0   0   1   0   0   0   0   0
\n2   0   0   0   0   1   0   0   0   0   0   0
0   0   1   0   0   \n4   1   0   1   1   0   0
1   \n5   0   0   0   0   0   0   1   1   0   0
0   0   0   1   1   0   \n;\n'

```

```

def format_gams(dict_matrix):
    """
        genera el código de ejemplo a copiar en un archivo .gms para los
        modelos
        a través de un ejemplo pasado como diccionario
    """
    result = "* Matrices de ejemplo generadas con la versión del
    programa del 15-05-23\n"
    result += "* [num_nodos, num_cut, num_dense, min_prob_rute] = [" +
    str(dict_matrix["num_nodos"]) + ", " + \
        str(dict_matrix["num_cut"]) + ", " +
    str(dict_matrix["num_dense"]) + ", " +
    str(dict_matrix["min_prob_rute"]) + "]\n \n"
    result += "Table E(i,j) Existe el arco de i a j.\n"
    result += repr_matrix(dict_matrix["E"])
    result += "Table U(i,j) El inicio es utilizable el arco de i a j.\n"
    result += repr_matrix(dict_matrix["U"])
    result += "Table dist(i,j) Distancia de las rutas de i a j\n"
    result += repr_matrix(dict_matrix["Dist"])
    result += "Table coste_rehabilitacion(i,j) Coste de rehabilitar el
    arco de i a j.\n"
    result += repr_matrix(dict_matrix["Dist"])
    result += "Table P(i,j) Probabilidad de que se pueda utilizar el
    arco de i a j.\n"
    result += repr_matrix(dict_matrix["P"])
    print(result)
    #return result

format_gams(gen_example(num_nodos=6, num_cut=2, num_dense=20,
min_prob_rute=0.7, range_len_rute=[1,20]))

```

Apéndice B

Código de los modelos en GAMS

Modelo 1

```
$Title Modelo 1 (con 3 indices)

Set
j Nodos .
/
/
v Tipos de convoy .
/0*2/
w Cada convoy de tipo v .
/0*30/
;
Alias
(j ,i ,k)
;
Parameters
dem(j) Demanda de cada nodo en toneladas de paquetes de ayuda .
/
/
capacidad(v) Capacidad en toneladas de un convoy de tipo v .
/
0 1000
1 300
2 80
/
coste_fijo(v) Coste fijo en USD de hacer partir un convoy de tipo v .
/
0 120000
1 36000
2 9600
/
coste_variable(v) Coste variable en USD por km recorrido de cada convoy .
/
0 41.75
1 12.525
2 3.34
```

```

/
velocidad_convoy Inversa de la velocidad en h por km que recorre
el convoy mas lento de un convoy.
/0.025/
M Cota de flujo maximo de convoyes.
/99/

max_coste_rehab Maximo presupuesto que se puede invertir en total
en la mision en reconstruccion en millones de USD.
/35/
max_coste Maximo presupuesto que se puede invertir en total en la mision
en transporte en USD.
/3000000/
max_ayuda Toneladas de ayuda de las que se dispone.
/31122/

PS_total Probabilidad aceptable de que todos los convoys puedan pasar
por todos los arcos elegidos por motivos de seguridad.
/0.9/
P_total Probabilidad aceptable de que todos los convoys puedan pasar
por todos los arcos elegidos por motivos logisticos.
/0.9/

T_max Tiempo maximo asumible en horas para el reparto de toda la ayuda.
/10/

;

Table E(i,j) Existe el arco de i a j.
;
Table U(i,j) Al inicio es utilizable el arco de i a j.
;
Table dist(i,j) Distancia de los arcos de i a j en km.
;
Table coste_rehabilitacion(i,j) Coste en M de USD de rehabilitar el arco de i a j.
;
Table P(i,j) Probabilidad de que se pueda utilizar el arco de i a j por logistica.
;
Table PS(i,j) Probabilidad de que se pueda utilizar el arco de i a j por seguridad.
;

loop(i,
    loop(j,
        P(i, j) := log2(P(i, j));
    );
);
loop(i,
    loop(j,
        PS(i, j) := log2(PS(i, j));
    );
);
P_total = log2(P_total);
PS_total = log2(PS_total);

```

Variables

Insatis Demanda insatisfactoria total en toneladas.

Eq Maxima proporcion de demanda insatisfactoria.

Seguridad Logaritmo de la probabilidad de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos de seguridad.

Fiabilidad Logaritmo de la probabilidad de que todos los convoyes puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos logísticos.

Coste_rehab Presupuesto invertido en rehabilitación en millones de USD.

Coste Presupuesto invertido en transporte en USD.

Ayuda(j) Ayuda total en toneladas repartida a j.

t(v,w) Tiempo de servicio en horas del convoy w-esimo de tipo v.

TZ Ultimo tiempo de servicio en horas.

H(i,j) Variable binaria que determina si se habilita el arco de i a j.

Z(j,v,w) Variable binaria que determina si el convoy de tipo v w-esimo reparte a j.

X(i,j,v,w) Variable binaria que determina si el convoy de tipo v w-esimo recorre el arco de i a j.

Y(i,j,v,w) Variable binaria que determina si el convoy w-esimo recorre el arco de i a j volviendo.

Usado(i,j) Variable binaria que determina si se usa el arco de i a j.

Salio(v,w) Variable binaria que determina si un convoy parte a la misión.

Insatisaux(j) Demanda insatisfactoria en toneladas en el nodo j.

Prop_insatis(j) Proporción de demanda insatisfactoria en el nodo j.

;

Positive variables t, Prop_insatis, Insatisaux;

Integer variables Ayuda;

Binary variables X, Z, H, Usado, Salio, Y;

Equations

conexion_ruta(j,v,w) Un convoy solo puede salir de un nodo al que ha entrado.

destino_unico(i,v,w) Un convoy que sale de un nodo puede llegar a un único contiguo.

consistencia_reparto_llegada(j,v,w) Un convoy solo puede repartir su mercancía a un nodo al que ha llegado.

consistencia_reparto_salida(j,v,w) Un convoy no puede salir del nodo al que reparte.

reparto_unico(v,w) Obliga a los convoyes que han partido a repartir en un nodo y a los que se detienen a haber partido.

def_salio(v,w) Determina la variable binaria que determina si un convoy partió a la misión.

existencia(i,j,v,w) Impide el paso por arcos no existentes.

usabilidad(i,j,v,w) Impide el paso por arcos no usables ni rehabilitados.

lim_demanda(j) Impide superar la demanda de cada nodo.

YConexion_ruta(j,v,w)

YDestino_unico(i,v,w)

YExistencia(i,j,v,w)

YUsabilidad(i,j,v,w)

Vuelta_inicio(i,v,w) Un convoy debe volver al origen desde el nodo donde reparte.

Vuelta_consistente_inicial(j,v,w) No pueden volver convoyes desde el nodo inicial.

Vuelta_final(v,w) El convoy que parte a la misión debe volver al nodo inicial.

```

def_ayuda(j) Determina la ayuda total que llega al nodo j .
def_insatis Determina la demanda insatisfecha total .

def_eq(j) Determina la maxima proporcion de demanda insatisfecha .
def_prop(j) Determina la proporcion de demanda insatisfecha en el nodo j .
def_insatisaux(j) Determina la demanda insatisfecha en el nodo j .

def_coste_rehab Determina el coste invertido en la rehabilitacion .
lim_coste_rehab Establece el limite de presupuesto para el reparto .
def_coste Determina el coste invertido en el reparto .
lim_coste Establece el limite de presupuesto para el reparto .
lim_ayuda Establece el limite de toneladas de ayuda .

arco_usado(i,j) Determina si el arco de i a j se ha utilizado .
def_seguridad Determina el valor de la seguridad .
lim_seguridad Obliga a la solucion a contemplar una seguridad minima .
def_fiabilidad Determina el valor de la fiabilidad .
lim_fiabilidad Obliga a la solucion a contemplar una fiabilidad minima .

def_tiempos(v,w) Determina los tiempos de servicio de los convoys .
def_TZ(v,w) Determina el tiempo maximo de servicio .
lim_tiempo(v,w) Establece el limite temporal de la mision .

;

conexion_ruta(j,v,w)$ (ord(j)>1).. sum(i, X(i,j,v,w)) =G= sum(i, X(j,i,v,w));
consistencia_reparto_llegada(j,v,w).. Z(j,v,w) =L= sum(i, X(i,j,v,w));
consistencia_reparto_salida(j,v,w).. Z(j,v,w) =L= 1 - sum(i, X(j,i,v,w));
destino_unico(i,v,w).. sum(j, X(i,j,v,w)) =L= 1;
reparto_unico(v,w).. Salio(v,w) =E= sum(j, Z(j,v,w));
def_salio(v,w).. sum(j, X("Allenby-",j,v,w)) =E= Salio(v,w);
existencia(i,j,v,w).. X(i,j,v,w) =L= E(i,j);
usabilidad(i,j,v,w)$ (E(i,j) > 0).. X(i,j,v,w) =L= U(i,j) + H(i,j);
lim_demanda(j).. Ayuda(j) =L= dem(j);

YConexion_ruta(j,v,w).. sum(i, Y(i,j,v,w)) + Z(j,v,w) =G= sum(i, Y(j,i,v,w));
Y_destino_unico(i,v,w).. sum(j, Y(i,j,v,w)) =L= 1;
Y_existencia(i,j,v,w)$ (E(i,j) > 0).. Y(i,j,v,w) =L= E(i,j);
Y_usabilidad(i,j,v,w)$ (E(i,j) > 0).. Y(i,j,v,w) =L= U(i,j) + H(i,j);
vuelta_inicio(i,v,w).. Z(i,v,w) =L= sum(j, Y(i,j,v,w));
vuelta_consistente_inicial(j,v,w).. Y("Allenby-",j,v,w) =E= 0;
vuelta_final(v,w).. Salio(v,w) =E= sum(i, Y(i,"Allenby-",v,w));

def_Ayuda(j).. Ayuda(j) =E= sum(v, sum(w, Z(j,v,w)*capacidad(v)));
def_insatis.. Insatis =E= sum(j, Insatisaux(j));

def_eq(j).. Eq =G= Prop_insatis(j);
def_prop(j).. Prop_insatis(j)*dem(j) =E= Insatisaux(j);
def_insatisaux(j).. Insatisaux(j) =E= dem(j) - Ayuda(j);

def_coste_rehab.. Coste_rehab =E= sum(i, sum(j, H(i,j)*coste_rehabilitacion(i,j)));
lim_coste_rehab.. Coste_rehab =L= max_coste_rehab;

```

```

def_coste.. Coste =E= sum(i, sum(j, sum(v, sum(w, (X(i,j,v,w)
+ Y(i,j,v,w))
*coste_variable(v)*Dist(i,j)))) + sum(v, sum(w, Salio(v,w)*coste_fijo(v))));
lim_coste.. Coste =L= max_coste;
lim_ayuda.. sum(v, sum(w, Salio(v,w)*capacidad(v))) =L= max_ayuda;

arco_usado(i,j)$(E(i,j) > 0).. M*Usado(i,j) =G= sum(v, sum(w, X(i,j,v,w)
+ Y(i,j,v,w)));
def_seguridad.. Seguridad =E= sum(i, sum(j, Usado(i,j)*PS(i,j)));
lim_seguridad.. Seguridad =G= PS_total;
def_fiabilidad.. Fiabilidad =E= sum(i, sum(j, Usado(i,j)*P(i,j)));
lim_fiabilidad.. Fiabilidad =G= P_total;

def_tiempos(v,w).. t(v,w) =E= sum(i,sum(j, (X(i,j,v,w)
+ Y(i,j,v,w))*dist(i,j)*velocidad_convoy));
def_TZ(v,w).. t(v,w) =L= TZ;
lim_tiempo(v,w).. TZ =L= T_max;

model modelo1 /all/;

solve modelo1 using MIP minimizing Insatis;
solve modelo1 using MIP minimizing Eq;

```

Modelo 2

```

$Title Modelo 2 (de flujo)

Set
j Nodos.
/
/
v Tipos de convoy.
/0*2/
;
Alias
(j,i,k)
;
Parameters
dem(j) Demanda de cada nodo en toneladas de paquetes de ayuda.
/
/
capacidad(v) Capacidad en toneladas de una unidad vehicular de tipo v.
/
0 1000
1 300
2 80
/
coste_fijo(v) Coste fijo en dolares de hacer partir un convoy de tipo v.
/
0 120000
1 36000
2 9600
/

```

```

coste_variable(v) Coste variable en USD por km recorrido de cada convoy.
/
0 41.75
1 12.525
2 3.34
/
velocidad_convoy Inversa de la velocidad en h por km que
recorre
el convoy mas lento de un covoy.
/0.025/
M Cota de flujo maximo en toneladas.
/43000/

max_coste_rehab Maximo presupuesto que se puede
invertir en total en la mision en reconstruccion en millones de USD.
/25/
max_coste Maximo presupuesto que se puede invertir
en total en la mision en transporte en USD.
/3000000/
max_ayuda Tonaladas de ayuda de las que se dispone.
/31122/

PS_total Probabilidad aceptable de que todos los convoys
puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos de seguridad .
/0.95/
P_total Probabilidad aceptable de que todos los convoys
puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos logisticos .
/0.95/

T_max Tiempo maximo asumible en horas para el reparto de
toda la ayuda.
/10/

;
Table E(i,j) Existe el arco de i a j.
;
Table U(i,j) Al inicio es utilizable el arco de i a j.
;
Table dist(i,j) Distancia de los arcos de i a j en km.
;
Table coste_rehabilitacion(i,j) Coste en M de USD de rehabilitar el arco de i a j.
;
Table P(i,j) Probabilidad de que se pueda utilizar el arco de i a j por logistica .
;
Table PS(i,j) Probabilidad de que se pueda utilizar el arco de i a j por seguridad .
;

loop(i,
    loop(j,
        P(i, j) := log2(P(i, j));
    );
);
loop(i,
    loop(j,

```

```

    PS(i, j) := log2(PS(i, j));
);
P_total = log2(P_total);
PS_total = log2(PS_total);

```

Variables

Insatis Demanda insatisficha total en toneladas.
 Eq Maxima proporcion de demanda insatisficha.
 Seguridad Logaritmo de la probabilidad de que todos los convoys
 puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos de seguridad.
 Fiabilidad Logaritmo de la probabilidad de que todos los convoys
 puedan pasar por todos los arcos elegidos por motivos logísticos.
 Coste_rehab Presupuesto invertido en rehabilitación en millones de USD.
 Coste Presupuesto invertido en transporte en USD.

Z(j) Ayuda total en toneladas repartida a j.
 TM(j) Tiempo de servicio en horas en el nodo j.
 TZ Ultimo tiempo de servicio en horas.
 H(i,j) Variable binaria que determina si se habilita el arco de i a j.
 Xmas(i,j,v) Flujo positivo de convoyes de tipo v en el arco de i a j.
 Xmenos(i,j,v) Flujo negativo de convoyes de tipo v en el arco de i a j.
 Y(j,v) Cantidad de convoyes de tipo v que reparten su mercancía en j.
 Usado(i,j) Variable binaria que determina si se usa el arco de i a j.
 Insatisaux(j) Demanda insatisficha en toneladas en el nodo j.
 Prop_insatis(j) Proporcion de demanda insatisficha en el nodo j.
 ;
 Positive variables Insatisaux, TM, TZ, Prop_insatis;
 Binary variables H, Usado;
 Integer variables Xmas, Xmenos;

Equations

flujo_destinos(j,v) Define el flujo positivo en los nodos con demanda.
 def_Y(j,v) Ecuacion de flujo.
 arcos_buenos_mas(i,j,v) Consideran de flujo nulo uno de los sentidos de cada arco.
 arcos_buenos_menos(i,j,v)
 existencia_ruta_max(i,j,v) Impiden el paso por arcos no existentes.
 existencia_ruta_min(i,j,v)
 usabilidad_ruta_max(i,j,v) Impiden el paso por arcos no usables ni rehabilitados.
 usabilidad_ruta_min(i,j,v)
 lim_demanda(j) Impide superar la demanda de cada nodo.

 def_Z(j) Ayuda total en toneladas que llega al nodo j.

 def_insatis Determina la demanda insatisficha total.

 def_eq(j) Determina la maxima proporcion de demanda insatisficha.
 def_prop(j) Determina la proporcion de demanda insatisficha en el nodo j.
 def_insatisaux(j) Determina la demanda insatisficha en el nodo j.

 def_coste_rehab Determina el coste invertido en la rehabilitación.
 lim_coste_rehab Establece el limite de presupuesto para el reparto.

```

def_coste Determina el coste invertido en el reparto.
lim_coste Establece el limite de presupuesto para el reparto.
lim_ayuda Establece el limite de toneladas de ayuda.

arco_usado(i,j) Determina si el arco de i a j se ha utilizado.
def_seguridad Determina el valor de la seguridad.
lim_seguridad Obliga a la solucion a contemplar una seguridad minima.
def_fiabilidad Determina el valor de la fiabilidad.
lim_fiabilidad Obliga a la solucion a contemplar una fiabilidad minima.

def_tiempos(i,j) Determina los tiempos de servicio de los convoys.
def_TZ Determina el tiempo maximo de servicio.
lim_tiempo Establece el limite temporal de la mision.
;
flujo_destinos(j,v)$((ord(j)>1).. Y(j,v) =G= 0;
def_Y(j,v).. Y(j,v) =E=
sum(i, Xmas(i,j,v)-Xmenos(i,j,v)) - sum(i, Xmas(j,i,v)-Xmenos(j,i,v));
arcos_buenos_mas(i,j,v)$((ord(i)<=ord(j) and E(i,j) > 0).. Xmas(j,i,v) =E= 0;
arcos_buenos_menos(i,j,v)$((ord(i)<=ord(j) and E(i,j) > 0).. Xmenos(j,i,v) =E= 0;
existencia_ruta_max(i,j,v).. Xmas(i,j,v)-Xmenos(i,j,v) =L= M*E(i,j);
existencia_ruta_min(i,j,v).. Xmas(i,j,v)-Xmenos(i,j,v) =G= -M*E(i,j);
usabilidad_ruta_max(i,j,v)$(E(i,j) > 0).. Xmas(i,j,v)-Xmenos(i,j,v)
=L= M*(U(i,j) + H(i,j));
usabilidad_ruta_min(i,j,v)$(E(i,j) > 0).. Xmas(i,j,v)-Xmenos(i,j,v)
=G= -M*(U(i,j) + H(i,j));
lim_demanda(j).. Z(j) =L= dem(j);

def_Z(j).. Z(j) =E= sum(v, Y(j,v)*capacidad(v));
def_insatis.. Insatis =E= sum(j, Insatisaux(j));

def_eq(j).. Eq =G= Prop_insatis(j);
def_prop(j).. Prop_insatis(j)*dem(j) =E= Insatisaux(j);
def_insatisaux(j)$((ord(j)>1).. Insatisaux(j) =G= dem(j) - Z(j));

def_coste_rehab.. Coste_rehab =E= sum(i, sum(j, coste_rehabilitacion(i,j)*H(i,j)));
lim_coste_rehab.. Coste_rehab =L= max_coste_rehab;
def_coste.. Coste =E= - sum(v, Y("Allenby_",v)*coste_fijo(v))
+ sum(v, sum(i, sum(j, (Xmas(i,j,v)+Xmenos(i,j,v))*dist(i,j)*coste_variable(v)))); 
lim_coste.. Coste =L= max_coste;
lim_ayuda.. - sum(v, Y("Allenby_",v)*capacidad(v)) =L= max_ayuda;

arco_usado(i,j).. M*Usado(i,j) =G= sum(v, Xmas(i,j,v)+Xmenos(j,i,v));
def_seguridad.. Seguridad =E= sum(i, sum(j, Usado(i,j)*PS(i,j)));
lim_seguridad.. Seguridad =G= PS_total;
def_fiabilidad.. Fiabilidad =E= sum(i, sum(j, Usado(i,j)*P(i,j)));
lim_fiabilidad.. Fiabilidad =G= P_total;

def_tiempos(i,j)$(E(i,j) > 0).. TM(j) =G= TM(i) + dist(i,j)*velocidad_convoy
- M*(1 - Usado(i,j));
def_TZ(j).. TZ =G= TM(j);
lim_tiempo(j).. TZ =L= T_max;
model modelo1 /all /;
solve modelo1 using MIP minimizing Insatis;

```