# Modelos con vehículos, costes y fiabilidad. Con y sin periodos.

Antonio Sevilla a enero de 2023

## Modelo con periodos o problema de rutas (M-R)

Es el primer modelo presentado en el documento anterior. Estudia la recuperación de elementos dañados de la red de distribución. Se desarrolla en un momento avanzado de la catástrofe, tras evacuación y rescate; en la fase de recuperación y distribución. Se asume que el primer periodo se inicia una vez se ha realizado la reconstrucción de las rutas. Se incluyen las limitaciones de los arcos no usables.

## Modelo con periodos, vehículos y coste fijo por vehículo (M-Rv)

Es el modelo M-R con la implementación de vehículos. Cada tipo tiene asociado una capacidad discreta en toneladas y un coste fijo por unidad enviada a la misión. Esta implementación supone multiplicar muchas de las restricciones, pues se estudia cuántos vehículos de cada tipo pasan por un arco o se almacenan en un nodo.

El coste de los vehículos está planteado como una restricción. Una posibilidad sería tomarlo como una variable que tener en cuenta en la función objetivo. La cantidad de puentes que se pueden reconstruir sigue fijada por una variable independiente del coste. Una posibilidad sería considerar el coste de cada reconstrucción e incluirlo en el presupuesto.

Aplicando el modelo a un ejemplo con 6 nodos, 6 arcos y 2 tipos de vehículos, la resolución con MIP en GAMS es muy rápida pero la cantidad de restricciones empleadas está cerca del máximo que permite la licencia de estudiante (unas 1600 filas de las 2000 permitidas). Si en el mismo ejemplo se consideran 3 tipos de vehículos, ya excede el límite. Incluir periodos ya implicaba cierto coste en este sentido, si además se consideran vehículos este crece multiplicativamente.

Por ello, el modelo solo se puede aprovechar para casos de estudio pequeños. Como ventaja, permitiría implementar el factor seguridad como un problema de rutas así como hacer depender otros factores del tiempo o incluir eventos.

## Sets

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| j, i | * | Nodos. Representan los asentamientos. |
| t | * | Periodos. Se asumen de misma duracion ademas de que todos los arcos se pueden recorrer en uno de estos periodos |
| v | * | Tipos de vehiculo |

## Parameters

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| dem | j | Demanda por cada asentamiento de un unico recurso en toneladas |
| max_coste | | Maximo presupuesto que se puede invertir |
| max_puentes | | Maximo numero de puentes que podemos reconstruir previo paso (un puente por cada sentido consideramos un grafo orientado) |
| capacidad_vehiculo | v | Capacidad de hacer partir 1 vehiculo de tipo v |
| coste_vehiculo | v | Coste total y fijo de hacer partir 1 vehiculo de tipo v |
| E | i, j | Existe la ruta de i a j |
| U | i, j | Al inicio es utilizable la ruta de i a j |

## Variables

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| X | i, j, t, v | Vehiculos de tipo v que van de i a j en el periodo t |
| Y | j, t, v | Vehiculos de tipo v que hay en j en el periodo t. Pueden seguir su ruta o bien quedarse en j para proseguir su ruta en otro periodo o bien permanecer en j hasta el final del ultimo periodo |
| Z | j, v | Vehiculos de tipo v totales emplazados en j al final del ultimo periodo. se asume que en ese momento hacen el reparto a j |
| Z_ | j | Ayuda total repartida a j |
| auxZ | j | Variable binaria que representa si se reparte al menos un vehiculo de recurso a j |
| H | i, j | variable binaria que determina si habilitamos el puente de i a j |
| Ayuda | | Total demanda satisfecha |
| Eq | | Criterio de equidad. Numero de nodos a los que se reparte al menos un vehiculo |

## Equations

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| definir_Y | j, t, v | Restriccion de almacenamiento. En cierto nodo permanece lo almacenado en el anterior periodo mas lo que entra a el en el presente menos lo que sale |
| definir_Z | j, v | Determina lo repartido como lo ubicado en cierto nodo en el ultimo periodo |
| definir_Z_ | j | Lo repartido a j en toneladas |
| definir_auxZ | j | |
| lim_salida | j, t, v | Limita los vehiculos que pueden salir de un nodo a las almacenados en el mismo |
| flujo_ini | j, v | No hay almacenado nada en ningun nodo no inicial |
| flujo_ini_0 | | En el nodo inicial esta almacenada la totalidad de los camiones |
| existencia_ruta | i, j, t, v | |
| usabilidad_ruta | i, j, t, v | |
| orientacion | i, j | Si se habilita un sentido se ha de habilitar el opuesto |
| lim_puentes | | Limite de puentes que podemos reconstruir |
| lim_demanda | j | No se puede superar la demanda |
| f_ayuda | | Funcion objetivo 1. Cantidad total del recurso repartida en cierta unidad |
| f_equidad | | Funcion objetivo 2. Criterio de equidad. Numero de nodos a los que se les reparte al menos una unidad de recurso |

**definir_Y**$_{j,t,v}$

$$\mathrm{Y}_{j,t,v} = \mathrm{Y}_{j,t-1,v} + \sum_{i} \mathrm{X}_{i,j,t,v} - \sum_{i} \mathrm{X}_{j,i,t,v} \qquad \forall j,t,v \mid (\mathrm{ord(t)} > 1)$$

---

**definir_Z**$_{j,v}$

$$\mathrm{Z}_{j,v} = \mathrm{Y}_{j,3,v} \qquad \forall j,v$$

---

**definir_Z_**$_{j}$

$$\mathrm{Z\_}_{j} = \sum_{v} (\mathrm{Z}_{j,v} \cdot \mathrm{capacidad\_vehiculo}_{v}) \qquad \forall j$$

---

**definir_auxZ**$_{j}$

$$\mathrm{auxZ}_{j} \leq \mathrm{Z\_}_{j} \qquad \forall j$$

---

**lim_salida**$_{j,t,v}$

$$\sum_{i} \mathrm{X}_{j,i,t,v} \leq \mathrm{Y}_{j,t-1,v} \qquad \forall j,t,v$$

---

**flujo_ini**$_{j,v}$

$\mathrm{Y}_{j,0,v} = 0 \qquad \forall j, v \mid (\mathrm{ord(j)} > 1)$

---

**flujo_ini_0**

$\sum_{v}(\mathrm{Y}_{0,0,v} \cdot \mathrm{coste\_vehiculo}_v) \leq \mathrm{max\_coste}$

---

**existencia_ruta**$_{i,j,t,v}$

$\mathrm{X}_{i,j,t,v} \leq M \cdot \mathrm{E}_{i,j} \qquad \forall i, j, t, v$

---

**usabilidad_ruta**$_{i,j,t,v}$

$\mathrm{X}_{i,j,t,v} \leq M \cdot (\mathrm{U}_{i,j} + \mathrm{H}_{i,j}) \qquad \forall i, j, t, v$

---

**orientacion**$_{i,j}$

$\mathrm{H}_{i,j} = \mathrm{H}_{j,i} \qquad \forall i, j$

---

**lim_puentes**

$\sum_{i}(\sum_{j} \mathrm{H}_{i,j}) \leq \mathrm{max\_puentes}$

---

**lim_demanda**$_j$

$\mathrm{Z}_{\_j} \leq \mathrm{dem}_j \qquad \forall j$

---

**f_ayuda**

$\mathrm{Ayuda} = \sum_{j}(\mathrm{Z}_{\_j} - \mathrm{dem}_j)$

---

**f_equidad**

$\mathrm{Eq} = \sum_{j} \mathrm{auxZ}_j$

---

$\mathrm{Y}_{j,t,v} \in \mathbb{Z}_+ \forall j, t, v$
$\mathrm{X}_{i,j,t,v} \in \mathbb{Z}_+ \forall i, j, t, v$
$\mathrm{Z}_{j,v} \in \mathbb{Z}_+ \forall j, v$
$\mathrm{auxZ}_j \in \{0, 1\}\ \forall j$
$\mathrm{H}_{i,j} \in \{0, 1\}\ \forall i, j$

## Implementación de la fiabilidad (M-Rvf)

Partimos del modelo M-Rv. Asignando una fiabilidad como medida de probabilidad a cada arco, se añade la restricción de que todos los convoys deben poder cruzar la totalidad de los arcos con cierta probabilidad fijada. De nuevo, una posibilidad sería incluir esta fiabilidad como una variable a tener en cuenta en la función objetivo. Se exponen los elementos a añadir sobre el modelo anterior.

### Parameters

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| P_total | | Probabilidad aceptable de que todos los convoys puedan pasar por todas las rutas elegidas |
| P | i, j | Probabilidad de que la ruta de i a j sea usable |

### Variables

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| Used | i, j | Determina si existe flujo no nulo en el arco de i a j |

### Equations

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| arco_usado | i, j | Pasa algun vehiculo por este nodo |
| arco_usado_orientacion | i, j | Si se usa el arco de i a j, se usa el de j a i |
| fiabilidad | | Fijamos el valor aceptable de probabilidad de que todos los convoys pasen por todas las rutas elegidas |

**arco_usado**$_{i,j}$

$$M \cdot \mathrm{Used}_{i,j} \geq \sum_t (\sum_v \mathrm{X}_{i,j,t,v}) \qquad \forall i, j$$

---

**arco_usado_orientacion**$_{i,j}$

$$\mathrm{Used}_{i,j} = \mathrm{Used}_{j,i} \qquad \forall i, j$$

---

**fiabilidad**

$$\sum_i (\sum_j (\mathrm{Used}_{i,j} \cdot \mathrm{log2}(\mathrm{P}_{i,j}))) \geq \mathrm{log2}(\mathrm{P\_total})$$

---

$\mathrm{Used}_{i,j} \in \{0, 1\}\ \forall i, j$

## Modelo sin periodos o problema de flujo (M-F)

Es el segundo modelo descrito en el anterior documento. A diferencia del primer modelo los nodos son catalogados en tres tipos según si emiten o reciben suministros. No tener en cuenta periodos ni la mitad de los nodos permite manejar ejemplos más grandes. Sacrificamos determinar en qué instante sucede qué evento. Sin embargo, criterios como el tiempo que tarda en llegar la ayuda se pueden implementar de otras formas más eficientes que incluir convertir muchas restricciones en familias dependientes del periodo. Esta propuesta es más parecida al modelo RecHADS.

## Modelo sin periodos discretizado, con vehículos y coste fijo por vehículo (M-Fv)

Los vehículos y el coste de los mismos incluyen, similarmente al modelo M-Rv, como restricciones pero esta vez sobre el modelo de flujo M-F. Para la implementación de vehículos es necesario discretizar el modelo M-F. Como GAMS no permite utilizar variables enteras sino naturales se incluyen algunas variables de holgura. Al no existir costes por transporte aun se generan soluciones duales que incluyen transportes ficticios entre nodos no provistos.

En las soluciones, al igual que en M-Rv, dependiendo del criterio de optimalidad utilizado se proponen distintos vehículos.

El problema excede el límite de ecuaciones permitidas por la licencia en ejemplos con 10 nodos, 10 arcos y 2 vehículos. Aun así, el problema es aplicable a ejemplos más grandes que el modelo M-Rv, como por ejemplo el antes mencionado de 6 nodos, 6 arcos y 3 vehículos.

### Sets

| **Name** | **Domains** | **Description** |
|---|---|---|
| j, i | * | nodos. representan los asentamientos. en este modelo hemos de distinguir entre transitorios-destino-origen |
| v | * | tipos de vehiculo |

### Parameters

| **Name** | **Domains** | **Description** |
|---|---|---|
| dem | j | demanda por cada asentamiento de un unico recurso en cierta unidad continua |
| max_coste | | maximo presupuesto que se puede invertir |
| max_puentes | | maximo numero de puentes que podemos reconstruir previo paso a los camiones |
| capacidad_vehiculo | v | capacidad de hacer partir 1 vehiculo de tipo v |
| coste_vehiculo | v | coste total y fijo de hacer partir 1 vehiculo de tipo v |
| E | i, j | existe la ruta de i a j |
| U | i, j | al inicio es utilizable la ruta de i a j |

## Variables

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| Xmas | i, j, v | el flujo es discreto. esta variable sirve para denotar el flujo positivo |
| Xmenos | i, j, v | esta variable sirve para denotar el flujo negativo |
| Y | j, v | flujo de vehiculos que se queda en j |
| Z_ | j | toneladas que se quedan en j |
| auxZ | j | variable binaria que determina si llega alguna ayuda a j |
| H | i, j | variable binaria que determina si habilitamos el puente de i a j |
| Insatis | | |
| Insatisaux | | |
| Eq | | |

## Equations

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| definir_Y | j, v | ecuacion de flujo |
| solo_arcos_buenos_mas | i, j, v | consideramos de flujo nulo la mitad de los nodos. asi consideramos un grafo no orientado |
| solo_arcos_buenos_menos | i, j, v | |
| lim_provisiones | | restriccion que fija la cantidad de ayuda que podemos enviar |
| flujo_nulo | j, v | en los nodos transitorios el flujo es nulo |
| flujo_destinos | j, v | en los nodos de destino el flujo es positivo |
| existencia_ruta | i, j, v | |
| usabilidad_ruta | i, j, v | |
| existencia_ruta_min | i, j, v | en este modelo son necesarias 2 restricciones para que el flujo sea nulo y no negativo en los arcos no existentes |
| usabilidad_ruta_min | i, j, v | dem con los no usables |
| lim_puentes | | |
| def_insatisaux | * | definimos la demanda insatisfecha |
| def_auxZ1 | j | definimos los nodos a los que llega alguna ayuda |
| def_auxZ2 | j | a los nodos transitorios no puede llegar ninguna ayuda por lo que no cuentan |
| def_Z_ | j | |
| f_insatis | | funcion objetivo 1. demanda insatisfecha total |
| f_eq | | funcion objetivo 2. criterio de equidad. numero de nodos a los que se les reparte alguna cantidad de ayuda |

**definir_Y$_{j,v}$**

$$\mathrm{Y}_{j,v} = \sum_i (\mathrm{Xmas}_{i,j,v} - \mathrm{Xmenos}_{i,j,v}) - \sum_i (\mathrm{Xmas}_{j,i,v} - \mathrm{Xmenos}_{j,i,v}) \qquad \forall j, v$$

---

**solo_arcos_buenos_mas$_{i,j,v}$**

$$\mathrm{Xmas}_{j,i,v} = 0 \qquad \forall i, j, v \mid (\mathrm{ord(i)} \leq \mathrm{ord(j)})$$

---

**solo_arcos_buenos_menos$_{i,j,v}$**

$$\mathrm{Xmenos}_{j,i,v} = 0 \qquad \forall i, j, v \mid (\mathrm{ord(i)} \leq \mathrm{ord(j)})$$

---

**lim_provisiones**

$$\sum_v (\mathrm{Y}_{\mathtt{0},v} \cdot \mathrm{coste\_vehiculo}_v) \geq -\mathrm{max\_coste}$$

---

**flujo_nulo$_{j,v}$**

$$\mathrm{Y}_{j,v} = 0 \qquad \forall j, v \mid ((\mathrm{ord(j)} > 1) \wedge (\mathrm{ord(j)} \leq 4))$$

---

**flujo_destinos$_{j,v}$**

$$\mathrm{Y}_{j,v} \geq 0 \qquad \forall j, v \mid (\mathrm{ord(j)} \geq 5)$$

---

**existencia_ruta$_{i,j,v}$**

$$\mathrm{Xmas}_{i,j,v} - \mathrm{Xmenos}_{i,j,v} \leq M \cdot \mathrm{E}_{i,j} \qquad \forall i, j, v$$

---

**usabilidad_ruta$_{i,j,v}$**

$$\mathrm{Xmas}_{i,j,v} - \mathrm{Xmenos}_{i,j,v} \leq M \cdot (\mathrm{U}_{i,j} + \mathrm{H}_{i,j}) \qquad \forall i, j, v$$

---

**existencia_ruta_min$_{i,j,v}$**

$$\mathrm{Xmas}_{i,j,v} - \mathrm{Xmenos}_{i,j,v} \geq -(M \cdot \mathrm{E}_{i,j}) \qquad \forall i, j, v$$

---

**usabilidad_ruta_min$_{i,j,v}$**

$$\mathrm{Xmas}_{i,j,v} - \mathrm{Xmenos}_{i,j,v} \geq -(M \cdot (\mathrm{U}_{i,j} + \mathrm{H}_{i,j})) \qquad \forall i, j, v$$

---

**lim_puentes**

$$\sum_i (\sum_j \mathrm{H}_{i,j}) \leq \mathrm{max\_puentes}$$

---

**def_insatisaux**$_j$

$\text{Insatisaux} \geq \text{dem}_j - \text{Z\_}_j \qquad \forall j \mid (\text{ord(j)} \geq 5)$

---

**def_auxZ1**$_j$

$\text{auxZ}_j \leq M \cdot \text{Z\_}_j \qquad \forall j \mid (\text{ord(j)} \geq 5)$

---

**def_auxZ2**$_j$

$\text{auxZ}_j = 0 \qquad \forall j \mid (\text{ord(j)} \leq 4)$

---

**def_Z_**$_j$

$$\text{Z\_}_j = \sum_v (\text{Y}_{j,v} \cdot \text{capacidad\_vehiculo}_v) \qquad \forall j$$

---

**f_eq**

$$\text{Eq} = \sum_j \text{auxZ}_j$$

---

**f_insatis**

$$\text{Insatis} = \sum_j \text{Insatisaux}$$

---

$\text{Xmas}_{i,j,v} \in \mathbb{Z}_+ \forall i, j, v$
$\text{Xmenos}_{i,j,v} \in \mathbb{Z}_+ \forall i, j, v$
$\text{H}_{i,j} \in \{0, 1\} \ \forall i, j$
$\text{Insatisaux} \geq 0 \ \forall$
$\text{auxZ}_j \in \{0, 1\} \ \forall j$

## Implementación de la fiabilidad (M-Fvf)

La fiabilidad se incluye, similarmente al modelo M-Rvf, como restricción pero esta vez sobre el modelo de flujo M-Fv. Esta implementación no añade demasiadas ecuaciones al modelo. A continuación se detallan los elementos añadidos a M-Fv para llegar a este.

### Parameters

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| P_total | | Probabilidad aceptable de que todos los convoys puedan pasar por todas las rutas elegidas |
| P | i, j | Probabilidad de que la ruta de i a j sea usable |

### Variables

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| Used | i, j | Determina si el arco es usado en algún momento |

### Equations

| Name | Domains | Description |
|---|---|---|
| arco_usado | i, j | Pasa algun vehiculo por este nodo |
| arco_usado_orientacion | i, j | Si un arco se usa, el de dirección opuesta se asume que también |
| fiabilidad | | Restriccion que impide elegir alguna ruta que tenga mas de cierta probabilidad de no ser usable |

**arco_usado**$_{i,j}$

$$M \cdot \text{Used}_{i,j} \geq \sum_{v} (\text{Xmas}_{i,j,v} + \text{Xmenos}_{i,j,v}) \qquad \forall i, j$$

---

**arco_usado_orientacion**$_{i,j}$

$$\text{Used}_{i,j} = \text{Used}_{j,i} \qquad \forall i, j$$

---

**fiabilidad**

$$\sum_{i} (\sum_{j} (\text{Used}_{i,j} \cdot \text{log2}(\text{P}_{i,j}))) \geq \text{log2}(\text{P\_total})$$

---

$\text{Used}_{i,j} \in \{0, 1\} \ \forall i, j$