R08921053 電機碩一 TFW—HW1

(1) (a) What are the main advantage and the disadvantage of the time-frequency analysis when compared with the Fourier transform? (b) What are the main advantage and the disadvantage of the wavelet transform when compared with the short-time Fourier transform?

回答: 在(a)小題. 首先, 優點部分, 時頻分析可以觀察到順時頻率.

再來, 缺點部分, 時頻分析的計算相當複雜, 需要做雙變數的運算, 耗費的資源及時間龐大.

在(b)小題, 首先, 優點部分, 小波轉換犧牲時頻分析的精確分析來換取快速運算, 適合用在資訊量龐大的影像處理上.

再來, 缺點部分, 短時間傅立葉轉換適合處理離散類型的音樂信號, 而小波轉換就相對不適合.

(2) Why the discrete wavelet transform is useful for (a) image compression and (b) edge detection?

回答: 離散小波轉換在二維時, 會分別對兩個維度分別做高頻和低頻濾波器的處理. 低頻部分會呈現出幾乎沒變化的圖案, 高頻部分換呈現出劇烈變化的圖案. 然後再取偶數點或奇數點來降維 (因為濾波器處理後數據相似度很高, 所以損失很少).

兩維都是低頻的部分, 可以幾乎無損的呈現出原圖的壓縮, 因為多數圖片的相鄰兩點相似度很高, 這回答了(a)部分.

x 軸維度高頻, y 軸維度低頻的部分, 呈現出 y 軸變化大, x 軸不變的部分, 也就是水平邊緣.

x 軸維度低頻, y 軸維度高頻的部分, 呈現出 x 軸變化大, y 軸不變的部分, 也就是垂直邊緣. 以上兩點回答了(b)部分.

兩軸都是高頻的部分, 呈現出 x, y 軸都變化很大的點, 則是角落的邊緣.

(3) If $x(t)$ requires N sampling points, which of the following functions require more than N sampling points? (a) $x(3t)$, (b) $x(t–3)$, (c) $x^2(t)$, (d) $\exp(j\pi t)x(t)$?
Also illustrate the reasons.

回答: 根據定理, “一個信號所需要的取樣點數的下限, 等於它時頻分佈的面積”. 以下均以 x(t)=cos(200pi*t) if 0<t<1, 0 others 函數為例子. 此時, f=100Hz 與-100Hz, t=0~1. 面積為 200*1=200.

(a) x(3t)的頻率為 300Hz 與-300Hz, t=0~0.333，面積一樣為 200，排除選項.
(b) x(t-3)的面積顯然與 x(t)一樣，只是時間平移，排除選項.
(c) 做平方以後，大於 1 的部分值會變大(大多數情況)，時頻面積增加，為答案.
(d) exp(j*pi*t)x(t)=exp(j*pi*t)cos(200pi*t)，頻率為 100.5Hz 與-99.5Hz, t=0~1. 面積為 200*1=200. 排除選項.

所以答案為(c).

(4) In the Hilbert-Huang transform, how do we compute the frequency without using the Fourier transform?

回答：如果是單純的，基礎的波，那麼我們可以利用波形與 x 軸的交點數目除以兩倍周期，來計算頻率的值. 如果是複雜的波，那麼我們可以看成是多個單純波的合成. 因此同樣適用這套方法. 所以不需要傅立葉轉換.

(5) (a) How does the parameter *B* affect the resolution of the rec-STFT?

(b) Why the Gabor transform has a better performance than the rec-STFT?

回答：關於(a)部分. 以 x(t)=delta(t), X(t, f)=1 if –B<t<B, else 0. 來看, B 越大，時間解析度越低. 以 x(t)=1, X(t, f)=2Bsinc(2B)exp(-j*2pi*ft)來看, B 越大，頻率解析度越高. 反之, B 越小，時間解析度高，頻率解析度低.

關於(b)部分，根據測不準原理, sigma_t*sigma_f>=1/(4*pi). 然而，當時頻分析的 window 函數為高斯函數時, sigma_t=sigma_f=1/(2*√pi)，等號可以成立，而且時間解析度和頻率解析度達成平衡(一樣大). 因此表現優於 rec-STFT.

(6) Does x(t)=…satisfy the lower bound of the uncertainty principle? Why?

回答: x(t)仍會滿足測不準原理的下限，因為它是平移後的高斯函數再乘上雜項.
首先, att+bt=a(t+b/(2a))^2-bb/(4a)，所以:
x(t)=exp(-a*pi*(t+b/(2a))^2)* exp(pi*b*b/(4a))* exp(j*2pi*(ct+d)).

然而, exp(j*2pi*(ct+d))這項，只會平移頻率而已，對時間/頻率解析度沒影響.
再來, exp(pi*b*b/(4a))這項，只是常數而已，也對時間/頻率解析度沒有影響.
最後, exp(-a*pi*(t+b/(2a))^2)，就只是平移時間的高斯函數，因此仍然會滿足測不準原理的下限.
綜合上述三點, x(t)會滿足測不準原理的下限.

(7) Write a Matlab program gwave.m that can generate a *.wav file whose instantaneous frequency is $\pm[a(t-b)^2+c]$ Hz, the length of the file is *T* second, and the sampling frequency is *Fs* Hz.

gwave (a, b, c, T, Fs)

The Matlab code should be handed out by Ceiba.

回答: 程式碼如下,

```
function output = gwave(a, b, c, T, Fs)
t=[0:Fs*T-1]./Fs;

F1=2*pi*(a/3*t.^3-a*b*t.^2+(a*b*b+c)*t);
output = cos(F1);

audioFile = 'HW1wave.wav';
audiowrite(audioFile, output, Fs);

```

首先, 將 t 設定為長度 T 秒的取樣點, 格式為陣列. 再來, 計算瞬時頻率 f1, 以及積分後乘上 2pi 的向角函數 F1. 最後, 使用 cos 波型輸出. 再利用 audiowrite 函數, 就可以輸出聲音檔(wav 檔案). 結束本題.