"Отчёт по лабораторной работе №5

Математическое моделирование"

“Модель хищник-жертва. Вариант №15” author: "Выполнила: Гнатюе Анастасия Станиславовна,

НФИбд-01-21, 1032216444"

Generic otions

lang: ru-RU toc-title: “Содержание”

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Цель работы

Изучить жесткую модель хищник-жертва и построить эту модель.

Теоретическое введение

- Модель Лотки—Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами. [4]

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях [4]:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)

2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает

3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными

4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается

5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \dfrac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жёсткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени такая система вернётся в изначальное состояние.

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решения) будет находиться в точке $x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$. Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0, y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей $x(0), y(0)$. Колебания совершаются в противофазе.

Задачи

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Построить график зависимости численности хищников и численности жертв от времени
3. Найти стационарное состояние системы

Задание

Вариант 15:

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.22x(t) + 0.066y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.66y(t) - 0.022y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 7, y_0 = 15$ Найдите стационарное состояние системы.

Выполнение лабораторной работы

Построение математической модели. Решение с помощью программ

Julia

Код программы для нестационарного состояния:

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 7
y0 = 12

a = 0.63
b = 0.019
c = 0.59
d = 0.018


function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

v0 = [x0, y0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
  dpi=300,
  legend=false)

plot!(
  plt,
  X,
  Y,
  color=:blue)

savefig(plt, "out/lab05_1.png")

plt2 = plot(
  dpi=300,
  legend=true)

plot!(
```

```
  plt2,
  T,
  X,
  label="Численность жертв",
  color=:red)

plot!(
  plt2,
  T,
  Y,
  label="Численность хищников",
  color=:green)

savefig(plt2, "out/lab05_2.png")
```

Код программы для стационарного состояния:

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.63
b = 0.019
c = 0.59
d = 0.018

x0 = c / d
y0 = a / b

function ode_fn(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -a*u[1] + b * u[1] * u[2]
    du[2] = c * u[2] - d * u[1] * u[2]
end

v0 = [x0, y0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
X = [u[1] for u in sol.u]
Y = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt2 = plot(
  dpi=300,
  legend=true)

plot!(
  plt2,
  T,
  X,
  label="Численность жертв",
  color=:red)
```

```
plot!(
  plt2,
  T,
  Y,
  label="Численность хищников",
  color=:green)

savefig(plt2, "lab05_3.png")
```

В стационарном состоянии решение вида $y(x) = somefunction$ будет представлять собой точку.

Результаты работы кода на Julia

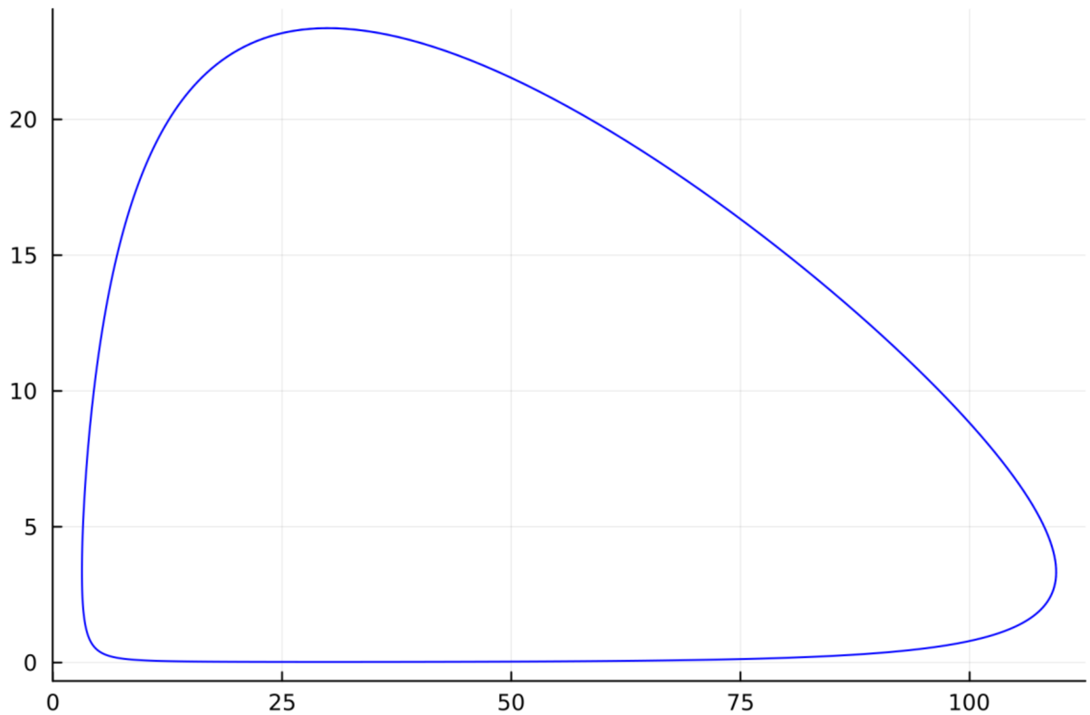


График численности хищников от численности жертв

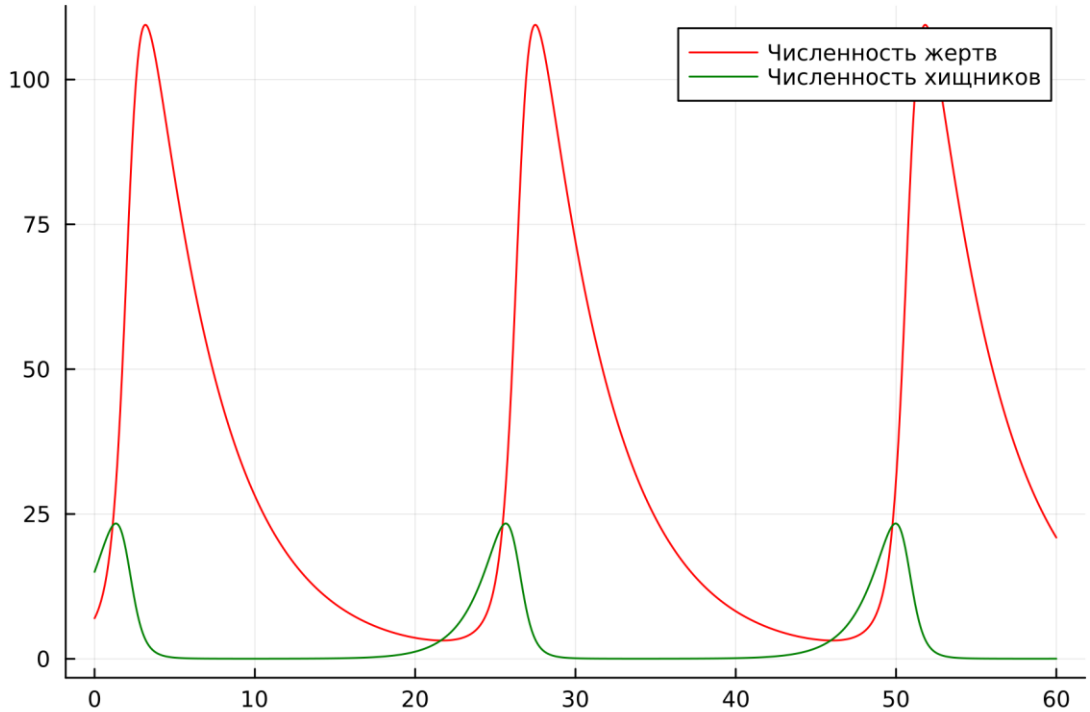
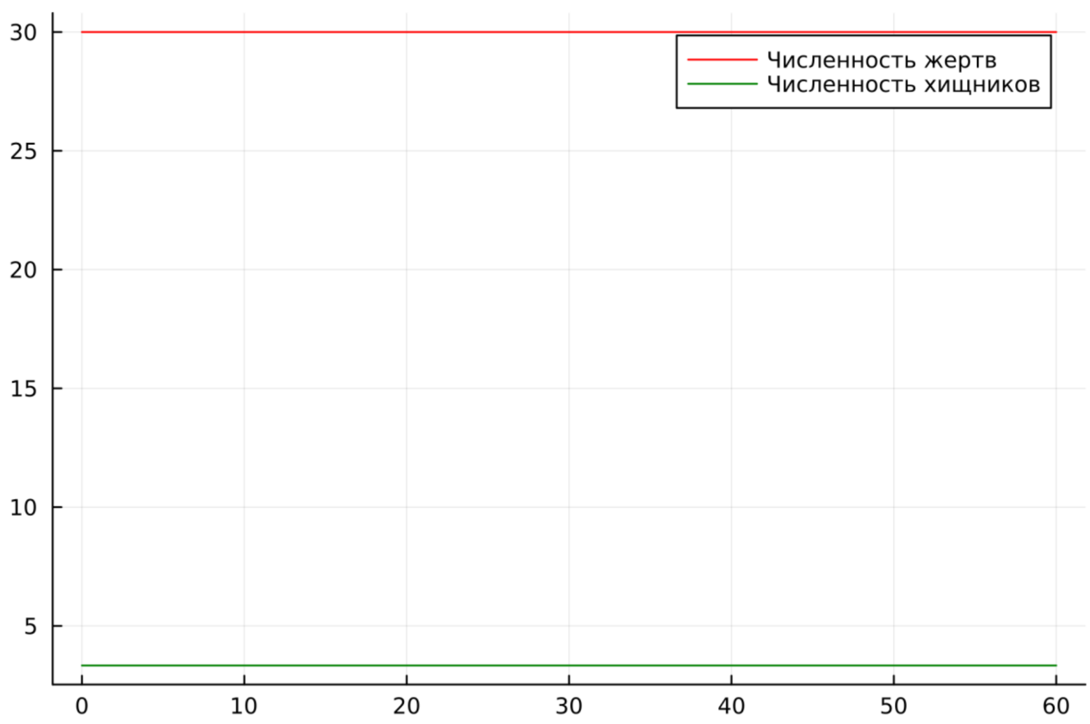


График численности жертв и хищников от времени



Стационарное состояние

Анализ полученных результатов.

В итоге проделанной работы мы построили график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв на языке Julia.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построена модель на языке Julia.