№1

$$E_{ср} = \sum_i \frac{1}{N} (\bar{x} - x_i)^2$$

$$E_{сл} = E \sum_i \left(\frac{1}{N} (x^* - x_i)^2 \right) = \sum_j \frac{1}{N} \sum_i \frac{1}{N} (x_j - x_i)^2$$

Сравним $N\left(\sum_i (\bar{x}^2 - 2x_i \bar{x} + x_i^2) \right)$ (1)

и $\sum_i \sum_j (x_i - x_j)^2$ (2)

$$(1) = N\left(N \bar{x}^2 - 2 \bar{x} \sum_i x_i + \sum_i x_i^2\right) =$$
$$= N\left(N \bar{x}^2 - 2\bar{x} N \bar{x} + N \cdot \overline{x^2}\right) = N^2\left(\bar{x}^2 - 2\bar{x}^2 + \overline{x^2}\right) =$$
$$= N^2\left(\overline{x^2} - \bar{x}^2\right)$$

$$(2) = \sum_i \sum_j \left(x_i^2 - 2x_i x_j + x_j^2 \right) = \sum_i \cancel{\sum_j} \left(N x_i^2 - 2x_i \sum_j x_j + \sum_j x_j^2\right) = \sum_i \left(N x_i^2 - 2x_i N\bar{x} + N\overline{x^2}\right) =$$
$$= \left(N^2 \overline{x^2} - 2N\bar{x} N\bar{x} + N^2 \overline{x^2}\right) = N^2\left(2\overline{x^2} - 2\bar{x}^2\right) =$$
$$= 2N^2\left(\bar{x}^2 - \overline{x^2}\right)$$

Видно, что мат ожидание в случае среднего в два раза меньше, чем в сл. случайного $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ среднее лучше