

# 程式人 《十分鐘系列》



## 一個程式人對物理學的疑惑 以及對新物理學的奇幻想法

陳鍾誠

2016 年 5 月 15 日

# 還記得剛上國中時

- 我第一次數學月考 60 分
- 然後就一路下降到只剩 30 分

# 還好

- 物理學總是幫我把總分補上
- 讓我沒有排在最後
- 那時我的物理好像總是有八九十分

但是

- 花無百日好，地無三里平

# 當物理開始進入電學之後

- 我的分數就降到剩下六十幾了

# 更糟的是

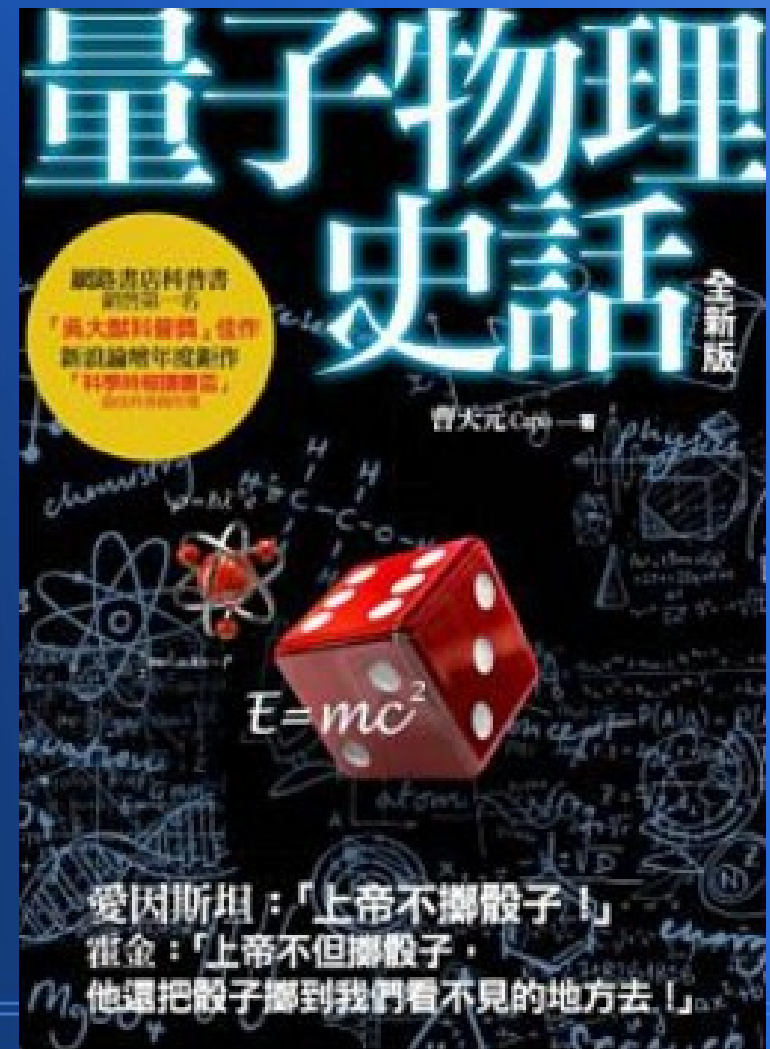
- 我對化學的疑惑比物理更多
- 分數也比物理更低！

# 舉例而言

- 我實在無法理解為什麼在原子模型中
- 各層的電子數量會是 2, 8, 8, ...  
這樣的排列

# 昨天

- 當我看了《量子物理史話》這本書之後，這些問題又回到了我心裡





# 不同的是

- 現在的我已經不需要考試
- 不需要算那些煩人的題目
- 可以慢慢地享受物理的樂趣了！

# 考試

- 果然是一切學習樂趣的殺手

# 任何事情只要變成考試

- 那些樂趣就瞬間消失的無影無蹤了！

# 話說

- 當年的我、對於週期表也感到相當的困惑。

1	1 H 氫 1.008																	2 He 氦 4.003	K 2				
	II A																						
2	3 Li 鋰 6.941	4 Be 鈹 9.012															5 B 硼 10.81	6 C 碳 12.01	7 N 氮 14.01	8 O 氧 16.00	9 F 氟 19.00	10 Ne 氖 20.18	L 8 K 2
3	11 Na 鈉 22.99	12 Mg 鎂 24.31															13 Al 鋁 26.98	14 Si 矽 28.09	15 P 磷 30.97	16 S 硫 32.07	17 Cl 氯 35.45	18 Ar 氬 39.95	M 8 L 8 K 2
			III B	IV B	V B	VI B	VII B	VIII B				I B	II B										
4	19 K 鉀 39.10	20 Ca 鈣 40.08	21 Sc 釷 44.96	22 Ti 鈦 47.88	23 V 釩 50.94	24 Cr 鉻 52.00	25 Mn 錳 54.94	26 Fe 鐵 55.85	27 Co 鈷 58.93	28 Ni 鎳 58.69	29 Cu 銅 63.55	30 Zn 鋅 65.39	31 Ga 鎵 69.72	32 Ge 鍮 72.59	33 As 砷 74.92	34 Se 硒 78.96	35 Br 溴 79.90	36 Kr 氪 83.80	N 8 M 18 L 8 K 2				
5	37 Rb 銣 85.47	38 Sr 銻 87.62	39 Y 釷 88.91	40 Zr 鋯 91.22	41 Nb 鈮 92.91	42 Mo 鉬 95.94	43 Tc 錳 (97.91)	44 Ru 鈷 101.1	45 Rh 銑 102.9	46 Pd 鈀 106.4	47 Ag 銀 107.9	48 Cd 鎘 112.4	49 In 銦 114.8	50 Sn 錫 118.7	51 Sb 銻 121.8	52 Te 碲 127.6	53 I 碘 126.9	54 Xe 氙 131.3	O 8 N 18 M 18 L 8 K 2				
6	55 Cs 銫 132.9	56 Ba 鋇 137.3	57-71 鐳系 元素	72 Hf 鈷 178.5	73 Ta 鉭 180.9	74 W 鎢 183.9	75 Re 錒 186.2	76 Os 鋨 190.2	77 Ir 銑 192.2	78 Pt 鉑 195.1	79 Au 金 197.0	80 Hg 汞 200.6	81 Tl 鉍 204.4	82 Pb 鉛 207.2	83 Bi 鉍 209.0	84 Po 鉈 (209.0)	85 At 砹 (210.0)	86 Rn 氡 (222.0)	P 8 O 18 N 32 M 18 L 8 K 2				

# 為甚麼呢？

- 因為這邊有個洞

1	1 H 氫 1.008																	2 He 氦 4.003	K 2						
2	3 Li 鋰 6.941	4 Be 鈹 9.012																	5 B 硼 10.81	6 C 碳 12.01	7 N 氮 14.01	8 O 氧 16.00	9 F 氟 19.00	10 Ne 氖 20.18	L 8 K 2
3	11 Na 鈉 22.99	12 Mg 鎂 24.31	III B	IV B	V B	VI B	VII B	VIII B					I B	II B	13 Al 鋁 26.98	14 Si 矽 28.09	15 P 磷 30.97	16 S 硫 32.07	17 Cl 氯 35.45	18 Ar 氬 39.95	M 8 L 8 K 2				
4	19 K 鉀 39.10	20 Ca 鈣 40.08	21 Sc 釷 44.96	22 Ti 鈦 47.88	23 V 鈮 50.94	24 Cr 鉻 52.00	25 Mn 錳 54.94	26 Fe 鐵 55.85	27 Co 鈷 58.93	28 Ni 鎳 58.69	29 Cu 銅 63.55	30 Zn 鋅 65.39	31 Ga 鎵 69.72	32 Ge 鍮 72.59	33 As 砷 74.92	34 Se 硒 78.96	35 Br 溴 79.90	36 Kr 氪 83.80	N 8 M 18 L 8 K 2						
5	37 Rb 鉀 85.47	38 Sr 銻 87.62	39 Y 釷 88.91	40 Zr 鈦 91.22	41 Nb 鈮 92.91	42 Mo 鉬 95.94	43 Tc 錳 (97.91)	44 Ru 鈷 101.1	45 Rh 鈷 102.9	46 Pd 鈷 106.4	47 Ag 銀 107.9	48 Cd 鎘 112.4	49 In 銦 114.8	50 Sn 錫 118.7	51 Sb 銻 121.8	52 Te 碲 127.6	53 I 碘 126.9	54 Xe 氙 131.3	O 8 N 18 M 18 L 8 K 2						
6	55 Cs 銻 132.9	56 Ba 銻 137.3	57-71 鐳系 元素	72 Hf 鈦 178.5	73 Ta 鈮 180.9	74 W 鉬 183.9	75 Re 錳 186.2	76 Os 鈷 190.2	77 Ir 鈷 192.2	78 Pt 鈷 195.1	79 Au 金 197.0	80 Hg 汞 200.6	81 Tl 鉍 204.4	82 Pb 鉛 207.2	83 Bi 鉍 209.0	84 Po 鉍 (209.0)	85 At 鉍 (210.0)	86 Rn 氡 (222.0)	P 8 O 18 N 32 M 18 L 8 K 2						

# 有個洞會怎樣？

</

# 有個洞

- 那就不夠漂亮了阿！
- 為甚麼週期表不能排漂亮一點呢？

怎樣才夠漂亮呢？



# 簡單啊

- 就像 Excel 試算表一樣囉！

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									

# 你看

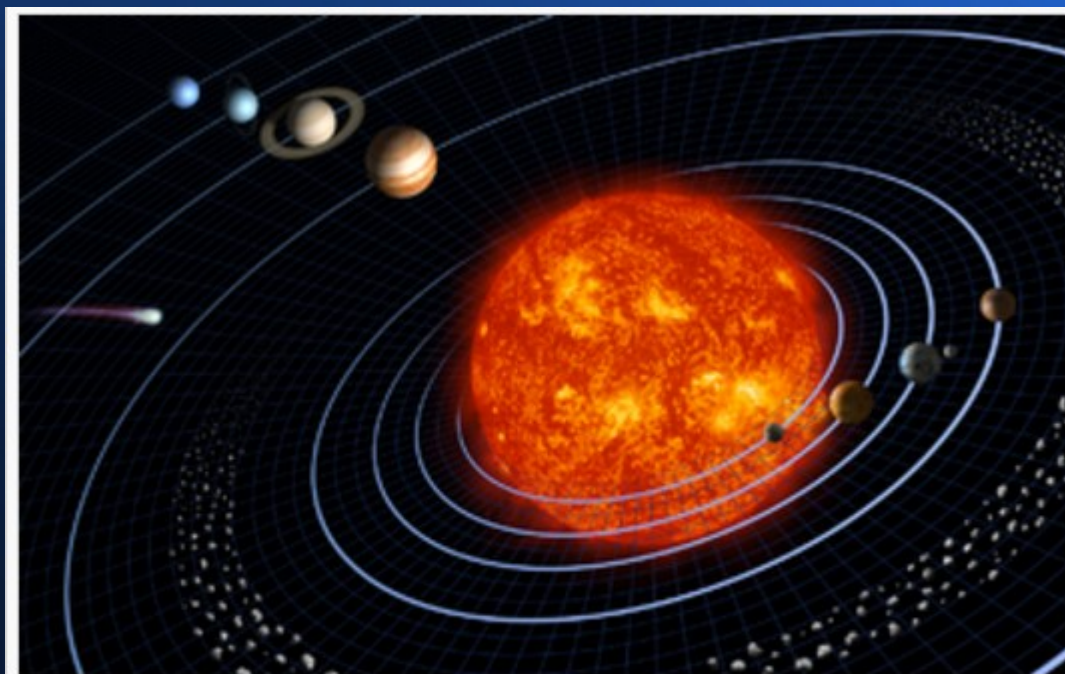
- 這樣不是整齊很多嗎？
- 幹嘛要留個洞洞呢？

# 然後

- 物理化學的老師們
- 開始告訴我們原子模型

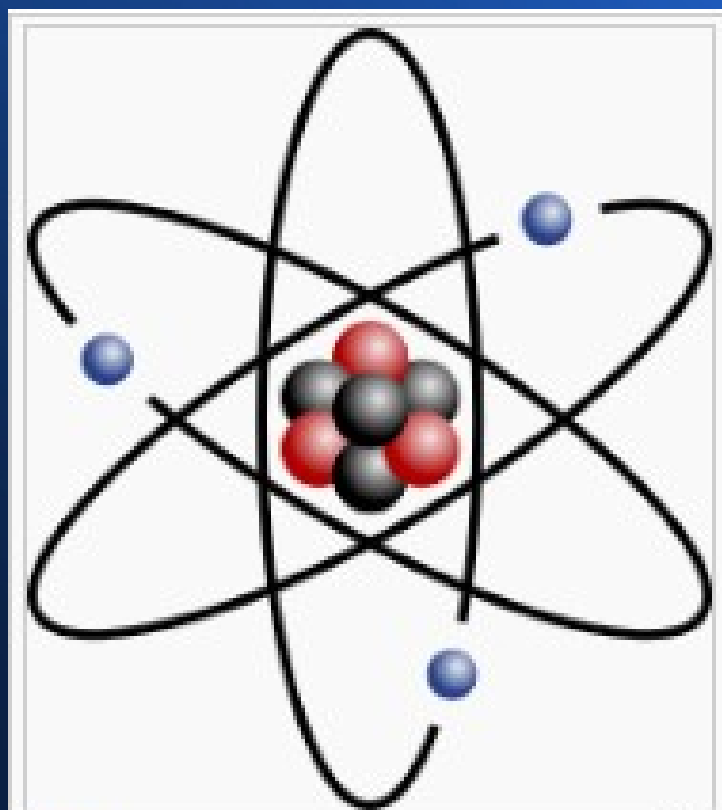
# 他們說

- 原子就像太陽系一樣



太陽系的主要成員：由左至右依序為（不按比例）海王星、天王星、土星、木星、小行星帶、太陽、水星、金星、地球和月球、火星，在左邊可以看見一顆彗星。

# 電子繞著原子核打轉



鋰原子的拉塞福模型，經過美  
工處理後的示意圖

# 這時我的心裡就有了一堆疑問

- 老師：你能不能拿個原子給我看。
- 老師：你怎麼知道原子長那樣？
- 老師：為甚麼電子繞來繞去，卻不會掉進原子核裡面？
- 老師：為甚麼地球不會墜落到太陽裡面燒掉？

# 很可惜的是

- 當時的我，完全沒有把這些問題講出來！

# 而且

- 隔天就要考試了，哪有時間去追問這些問題，避免挨鞭子比較實際啦！



# 於是

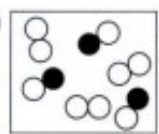
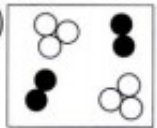

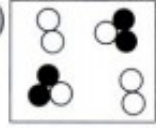
## ● 我們努力的解決下列的考試問題

[http://www.phyworld.idv.tw/REV\\_TEST\\_J9/index.htm](http://www.phyworld.idv.tw/REV_TEST_J9/index.htm)

### 單元八：原子與分子的結構

- ( ) 1. 何者為金、鐵、鎂、銅的元素符號(請按先後順序)？  
(A)Au、Fe、Mg、Cu (B)K、Si、Al、Cu (C)Ag、C、S、Na (D)Cu、Fe、Ca、Ti。
- ( ) 2. 有一元素，其中文命名為「溴」，由其名稱我們可以確定該元素在常溫、常壓下是：  
(A)非金屬固體 (B)非金屬液體 (C)金屬液體 (D)非金屬氣體。
- ( ) 3. 下列有關金屬及非金屬的敘述及用途，下列何者正確？  
(A)Ag 是導熱性最佳的金屬 (B)Au 是導電性最佳的金屬 (C)日光燈內含 Ne 氣體會對環境造成污染 (D)Al 製品不易鏽蝕是因鋁的活性小。
- ( ) 4. 鈉、鉀平時需保存在哪裡？若將鈉、鉀分別與水反應後，它們的共同產物是：  
(A)純水中、氫氧化鈉 (B)乾燥箱中、氫氧化鉀 (C)純氧中、氧 (D)石油中、氫。
- ( ) 5. 在常溫、常壓下有關元素符號何者的敘述錯誤？  
(A)「石」字旁表示非金屬元素以固體狀態存在 (B)「水」或「氵」字旁表示液態元素 (C)元素符號是根據英文或拉丁文名稱的第一個字母以小寫表示 (D)鈣元素符號是 Ca。
- ( ) 6. 下列化合物的化學式，何者錯誤？  
(A)氧化鈉 NaO (B)氯化鐵 FeCl<sub>3</sub> (C)硫化氫 H<sub>2</sub>S (D)氧化鋁 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>。
- ( ) 7. 下列化合物的化學式，何者錯誤？  
(A)硝酸銀 AgNO<sub>3</sub> (B)氫氧化鎂 MgOH<sub>2</sub> (C)硫酸銅 CuSO<sub>4</sub> (D)碳酸氫鈉 NaHCO<sub>3</sub>
- ( ) 8. 下列關於常見元素的性質和符號，何者正確？  
(A)導電性最好的金屬是 Cu (B)不易和氧反應，可以保護內部金屬的是 Al (C)自然界最堅硬的物質是鑽石，元素符號為 Da (D)熔點最高的金屬是 W，熔點最低的金屬是 Hg。

# 還有下列問題

- ( ) 81. 下列四種原子中，何者具有奇數個質子與奇數個中子？  
(A)  ${}^1_1\text{H}$  (B)  ${}^{31}_{15}\text{P}$  (C)  ${}^{40}_{19}\text{K}$  (D)  ${}^{107}_{47}\text{Ag}$ 。
- ( ) 82. 已知某碳氫化合物的質量百分比，C 占 80%，H 占 20%，則下列何者可能為它的化學式？  
(原子量：C=12；H=1)  
(A)  $\text{CH}_4$  (B)  $\text{C}_2\text{H}_6$  (C)  $\text{C}_3\text{H}_8$  (D)  $\text{C}_4\text{H}_{10}$ 。
- ( ) 83. 教室裡同學們正熱烈地討論著「原子量」的意義。  
妍都說：「原子量就是原子的重量！」  
牛興說：「原子量是原子核中質子與中子的總數。」  
小玉說：「原子量是以一定特定的原子為標準，比較各原子的質量比而得來的！」  
大華說：「原子量就是原子體積大小的比較！」  
四位同學中，誰的說法最正確？  
(A) 妍都 (B) 牛興 (C) 小玉 (D) 大華。
- ( ) 84. 下列各圖中的「○」與「●」代表不同的原子，何者可以代表氧與臭氧的混合氣體？  
(A)  (B)  (C)  (D) 
- ( ) 85. 取某元素 36 克，假設測得其中所含的原子總數為  $2 \times 10^{23}$  個，則該元素的原子量為何？  
(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 108。

只為了在隔天的理化小考中

- 不要被那集中在藤條上  $n$  牛頓的力量，給打得青一條紫一條的 …

# 還有

- 經實驗證明，綠油精可以暫時讓你的手辣辣的，打起來會分不清楚到底是辣還是痛

...

# 在那三年的時光裡

- 我們得努力的對抗藤條上那  $n$  牛頓的力量
- 實在很難有空多花時間去想，電子到底為何不會掉到原子核的這些事情？



# 到了高中

- 老師開始不打人了！
- 而我們的心，也都開始飛到了西門町和補習班的正妹身上，老早忘了電子為何不會墜毀到原子核的那些事情！

# 上大學的時候

- 我分數剛好落在交大資訊科學系
- 這個科系只有大一有物理與電子學的課
- 其他的大部分都是電腦相關課程

於是

- 我又離開了物理化學很久！



# 雖然有時候

- 會扮演一下《假文青》
- 跑到圖書館裡拿相對論之類的書籍來看！
- 不過當然是有看沒有懂，只覺得這種想法很奇特而已！

# 最近

- 為了玩 Arduino 和樹莓派
- 我又開始回頭想學學《電子  
電路學》這些玩意兒！

但總是覺得格格不入

# 後來我發現

- 玩 Arduino 和樹莓派，大部分的時候，都不太需要懂《電子電路》...

# 因為你只要

- 買對應的模組插上去
- 然後寫個程式，通常就做完了。
- 那還需要學《電子學》做甚麼呢？

# 但是

- 在我的內心深處
- 總有一份空虛感！

# 因為

- 我只能將那些硬體模組
- 當成皮卡丘的十萬伏特一樣  
來呼叫

# 我不需要知道

- 皮卡丘為何會發出十萬伏特？



# 我只要說

- 上吧！皮卡丘，用十萬伏特！

# 然後皮卡丘就會發出

- PiCaChu … 的聲音，接著耳朵那邊會出現閃電，然後打向對方，最後對方就死翹翹了 …

但是

- 在那樣的世界裡生活久了！

人是會變智障的！

所以、在某些偶然的機緣下

- 我開始對《科學史》產生了一點興趣！

# 這個興趣

- 最早可以追溯到大學時代，  
我閱讀的一系列《金觀濤》  
的歷史書籍！

其中有幾本是關於

- 《科學史》問題，還有  
《科學哲學》之探討的！

# 像是

- 《控制論與科學方法論》
- 《我的哲學探索》
- 《探索與新知》 等等



我很喜歡這幾本書！

# 或許是因為

- 沒有人會考我這幾本書的原因吧！

# 最近兩年

- 我又看了下列幾本科學史的書
  - 電的旅程
  - 科學簡史
  - 量子物理史話

# 我逐漸發現

- 透過《科學史》的這些故事
- 我們才能真正對《科學》有所體會！

# 科學史

- 並不只是歷史而已！

# 我感覺到

- 科學史的本身，就是科學！

# 因為只有透過

- 回到當時的時空背景之下
- 我們才能真正體會，這些理論與實驗所展現的意義...

也只有回到當時的工業結構中

- 才能體會那些人為何要提出這些理論
- 他們到底想要解決甚麼問題？



現在、讓我們跟著科學史的脚步

- 回到 17 世紀，看看牛頓到底在做甚麼好了！

# 在牛頓的時代

- 西班牙、荷蘭、葡萄牙人，  
早就已經在世界各大海洋  
上，到處跑來跑去了！

# 如果你對照一下時間表

- 就會發現，牛頓和鄭成功，差不多是同一個時代的人

艾薩克·牛頓



戈弗雷·內勒作於1702年

1643 年 - 1727 年



鄭成功畫像

(鄭成功到臺灣後所繪，國立臺灣博物館藏。)

(1624 年 - 1662 年 [ 永曆十六年 ])

# 當時的歐洲人

- 早就已經世界趴趴走，而且把魔手深入世界的每一寸土地了！

台灣曾經被荷蘭和西班牙人統治

- 東南亞就更不用說了，整個就是《英法西葡荷》的瘋狂戰場！

# 牛頓發展出微積分

- 並不是因為蘋果掉在他的頭上
- 或者是因為坐在榴槤樹下被打壞腦子，所以才發展出  $F=MA$  這種公式的。

# 牛頓之所以發展出運動定律

- 主要是為了解釋天體運行的規律
- 而這個規律，是由《克卜勒》在得到師父《第谷》的天文觀測資料之後所總結出來的。



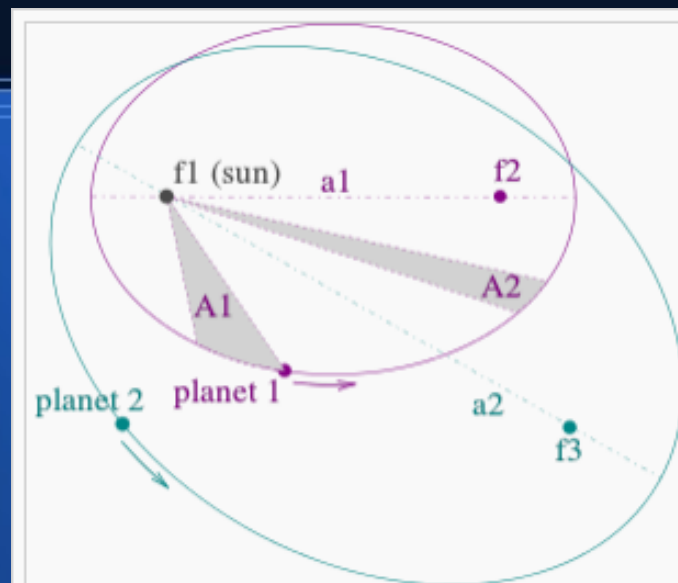
# 所以要理解牛頓三大定律

- 應該要先搞懂《克卜勒的三大行星運動定律》到底講了些甚麼？



# 克卜勒的三大行星定律如下

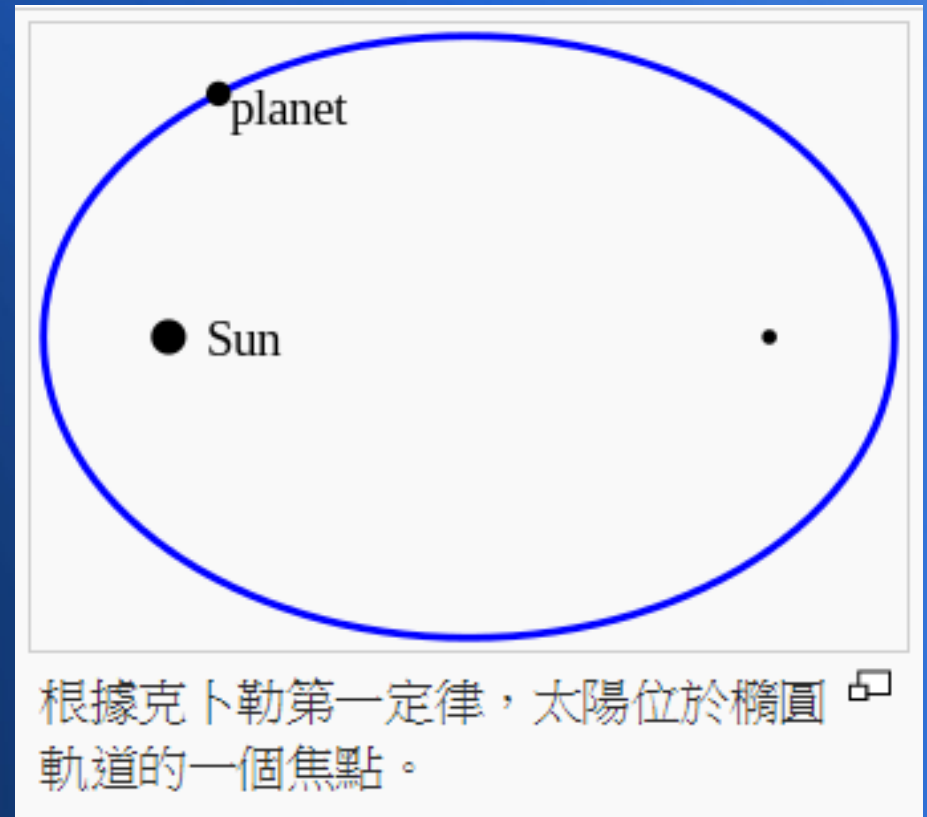
- 第一定律：橢圓定律
- 第二定律：等面積定律
- 第三定律：週期定律



圖示遵守克卜勒行星運動定律的兩個行星軌道。(1) 行星軌道是橢圓軌道。第一個行星的軌道焦點是f1與f2，第二個行星的軌道焦點是f1與f3。太陽的位置是在點f1。(2) A1與A2是兩個面積相等的陰影區域。太陽與第一個行星的連線，掃過這兩個陰影區域，所需的時間相等。(3) 各個行星繞太陽公轉周期的比率為 $a_1^{3/2}:a_2^{3/2}$ ；這裡，a1與a2分別為第一個行星與第二個行星的半長軸長度。

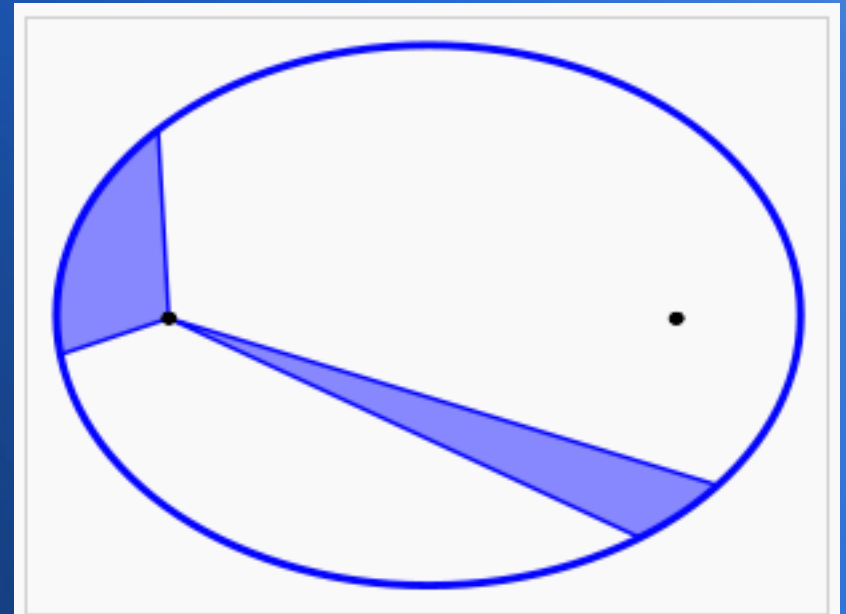
# 克卜勒第一行星定律

- 《橢圓定律》：  
每一個行星都沿各自的橢圓軌道環繞太陽，而太陽則處在橢圓的一個焦點中。



# 克卜勒第二行星定律

- 《等面積定律》：  
在相等時間內，太陽和運動著的行星的連線所掃過的面積都是相等的。
- 這一定律實際揭示了行星繞太陽公轉的角動量守恆。



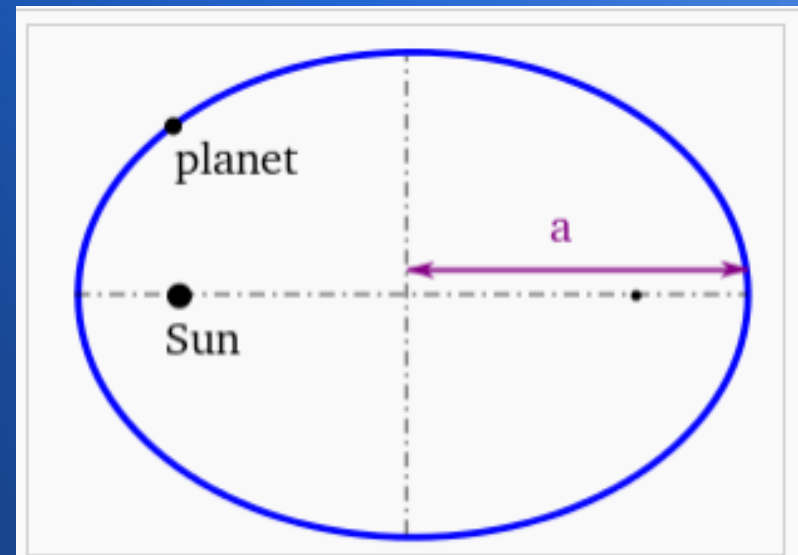
根據克卜勒第二定律，在同樣時間間隔內，行星繞著太陽公轉所掃過的面積相等。

# 克卜勒第三行星定律

- 《週期定律》：

各個行星繞太陽公轉周期的平方和它們的橢圓軌道的半長軸的立方成正比。

- 由這一定律不難導出：行星與太陽之間的重力與半徑的平方成反比。這是牛頓的萬有引力的重要基礎。



根據克卜勒第三定律，行星繞著太陽公轉的周期平方和它們的橢圓軌道的半長軸立方成正比。

# 為了解釋行星的軌跡

- 牛頓才會提出《萬有引力》  
還有《三大運動定律》，以  
及發明《微積分》這樣的數  
學工具！

# 現在、讓我們複習一下

- 牛頓的三大運動定律

# 牛頓三大運動定律分別是

- 第一定律：慣性定律

$$\sum_i \mathbf{F}_i = 0 \Rightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0$$

- 第二定律：加速度定律

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

- 第三定律：反作用力定律

$$\sum \mathbf{F}_{AB} = - \sum \mathbf{F}_{BA}$$

# 然後、牛頓發明的微積分

- 就可以派上用場了！



# 首先是用運動定律來解釋

- 克卜勒的第二行星定律（等面積定律）

## 克卜勒第二定律推導 [編輯]

牛頓萬有重力定律表明，任意兩個粒子由通過連線方向的力相互吸引。該重力的的大小與它們的質量乘積成正比，與它們距離的平方成反比。由於太陽超重於行星，可以假設太陽是固定的。用方程式表示，

$$\mathbf{F} = -G \frac{mM}{r^2} \hat{\mathbf{r}} ;$$

這裏， $\mathbf{F}$  是太陽作用於行星的萬有引力， $m$  是行星的質量， $M$  是太陽的質量， $\mathbf{r}$  是行星相對於太陽的位移向量， $\hat{\mathbf{r}}$  是  $\mathbf{r}$  的單位向量。

牛頓第二定律表明，物體受力後所產生的加速度  $\ddot{\mathbf{r}}$ ，和其所受的淨力  $\mathbf{F}$  成正比，和其質量  $m$  成反比，以方程式表示，

$$\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}} .$$

合併這兩個方程式，

$$\ddot{\mathbf{r}} = -G \frac{M}{r^2} \hat{\mathbf{r}} . \quad (1)$$

思考位置向量  $\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{r}}$ ，對於時間  $t$  微分一次可得到速度向量，再微分一次則可得到加速度向量：

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= \dot{r}\hat{\mathbf{r}} + r\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} , \\ \ddot{\mathbf{r}} &= \left( \ddot{r}\hat{\mathbf{r}} + \dot{r}\frac{d\hat{\mathbf{r}}}{dt} \right) + \left( \dot{r}\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\ddot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\dot{\theta}\frac{d\hat{\boldsymbol{\theta}}}{dt} \right) = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{\mathbf{r}} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\boldsymbol{\theta}} . \end{aligned} \quad (2)$$

在這裡，用到了單位向量微分方程式：

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathbf{r}}}{dt} &= \dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} , \\ \frac{d\hat{\boldsymbol{\theta}}}{dt} &= -\dot{\theta}\hat{\mathbf{r}} . \end{aligned}$$

# 這裡的數學其實蠻深的

- 用到了微分方程式

合併方程式 (1) 與 (2)，可以得到向量運動方程式：

$$(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r}$$

取各個分量，可以得到兩個常微分方程式，一個是關於徑向加速度，另一個是關於切向加速度：

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{GM}{r^2}, \quad (3)$$

$$r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0. \quad (4)$$

導引克卜勒第二定律只需切向加速度方程式。試想行星的角動量  $\ell = mr^2\dot{\theta}$ 。由於行星的質量是常數，角動量對於時間的導數為

$$\dot{\ell} = mr(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = 0.$$

角動量  $\ell$  也是一個運動常數，即使距離  $r$  與角速度  $\dot{\theta}$  都可能隨時間變化。

從時間  $t_1$  到時間  $t_2$  掃過的區域  $\Delta A$ ，

$$\Delta A = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} \cdot r \cdot r\dot{\theta} \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\ell}{2m} dt = \frac{\ell}{2m} \cdot (t_2 - t_1).$$

行星太陽連線掃過的區域面積相依於間隔時間  $t_2 - t_1$ 。所以，克卜勒第二定律是正確的。

我想這也是為何中學的時候

- 老師只能叫你背起來的原因

... XD

# 接著是第一行星定律

- 也就是《橢圓定律》的推導

## 克卜勒第一定律推導 [編輯]

設定  $u = \frac{1}{r}$ 。這樣，角速度是

$$\dot{\theta} = \frac{\ell}{mr^2} = \frac{\ell u^2}{m}。$$

對時間微分和對角度微分有如下關係：

$$\frac{d}{dt} = \dot{\theta} \frac{d}{d\theta} = \frac{\ell u^2}{m} \frac{d}{d\theta}。$$

根據上述關係，徑向距離  $r = \frac{1}{u}$  對時間的導數為：

$$\dot{r} = \frac{\ell u^2}{m} \frac{d}{d\theta} \frac{1}{u} = -\frac{\ell u^2}{m} \frac{1}{u^2} \frac{du}{d\theta} = -\frac{\ell}{m} \frac{du}{d\theta}。$$

再求一次導數：

$$\ddot{r} = \frac{\ell u^2}{m} \frac{d\dot{r}}{d\theta} = \frac{\ell u^2}{m} \frac{d}{d\theta} \left( -\frac{\ell}{m} \frac{du}{d\theta} \right) = -\frac{\ell^2 u^2}{m^2} \frac{d^2 u}{d\theta^2}。$$

代入徑向運動方程式 (3)， $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{GM}{r^2}$ ，

$$-\frac{\ell^2 u^2}{m^2} \frac{d^2 u}{d\theta^2} - \frac{\ell^2 u^3}{m^2} = -GM u^2。$$

將此方程式除以  $-\frac{\ell^2 u^2}{m^2}$ ，則可得到一個簡單的常係數非齊次線性全微分方程式來描述行星軌道：

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = \frac{GMm^2}{\ell^2}。$$

為了解這個微分方程式，先列出一個特解

$$u = \frac{GMm^2}{\ell^2}。$$

再求解剩餘的常係數齊次線性全微分方程式，

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = 0。$$

它的解為

$$u = C \cos(\theta - \theta_0)；$$

這裡， $C$  與  $\theta_0$  是常數。合併特解和與齊次方程式解，可以得到通解

$$u = \frac{GMm^2}{\ell^2} + C \cos(\theta - \theta_0)。$$

選擇座標軸，讓  $\theta_0 = 0$ 。代回  $u = \frac{1}{r}$ ，

$$\frac{1}{r} = \frac{GMm^2}{\ell^2} (1 + e \cos \theta)；$$

其中， $e = C\ell^2/GMm^2$  是離心率。

這是圓錐曲線的極座標方程式，座標系的原點是圓錐曲線的焦點之一。假若  $0 < e < 1$ ，則  $r$  所描述的是橢圓軌道。這證明了克卜勒第一定律。

# 然後是第三行星定律

## ● 也就是《週期定律》的推導

### 克卜勒第三定律推導 [編輯]

在建立牛頓萬有重力定律的概念與數學架構上，克卜勒第三定律是牛頓依據的重要線索之一。假若接受牛頓運動定律。試想一個虛擬行星環繞著太陽公轉，行星的移動軌道恰巧呈圓形，軌道半徑為  $r$ 。那麼，太陽作用於行星的萬有引力為  $F = \frac{mv^2}{r}$ 。行星移動速度為  $v = \frac{2\pi r}{\tau}$ 。依照克卜勒第三定律，這速度  $v$  與半徑的平方根  $\sqrt{r}$  成反比。所以，萬有引力  $F \propto \frac{1}{r^2}$ 。猜想這大概是牛頓發現萬有重力定律的思路，但這個猜想無法被證實，因為在他的計算本里，並沒有找到任何關於這方面的證據。

克卜勒第一定律闡明，行星環繞太陽的軌道是橢圓形的。橢圓的面積是  $\pi ab$ ；這裡， $a$  與  $b$  分別為橢圓的半長軸與半短軸。在克卜勒第二定律推導里，行星—太陽連線掃過區域速度  $\frac{dA}{dt}$  為

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\ell}{2m}。$$

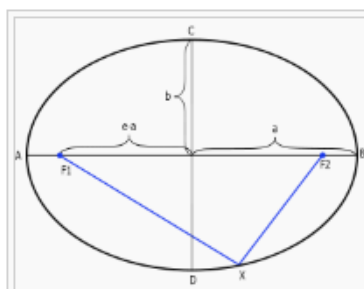
所以，行星公轉周期  $\tau$  為

$$\tau = \frac{2m\pi ab}{\ell}。 \quad (5)$$

關於此行星環繞太陽，橢圓的半長軸  $a$ ，半短軸  $b$  與近拱距  $r_A$ （近拱點 A 與重力中心之間的距離），遠拱距  $r_B$ （遠拱點 B 與重力中心之間的距離）的關係分別為

$$a = (r_A + r_B)/2, \quad (6)$$

$$b = \sqrt{r_A r_B}。 \quad (7)$$



行星環繞太陽（焦點 F1）的橢圓軌道。

如果想要知道半長軸與半短軸，必須先求得近拱距與遠拱距。依據能量守恒定律，

$$E = \frac{1}{2}mr\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - G\frac{mM}{r}。$$

在近拱點 A 與遠拱點 B，徑向速度都等於零：

$$\dot{r} = 0。$$

所以，

$$E = \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - G\frac{mM}{r} = \frac{\ell^2}{2mr^2} - G\frac{mM}{r}。$$

稍為加以編排，可以得到  $r$  的一元二次方程式：

$$r^2 + \frac{GmM}{E}r - \frac{\ell^2}{2mE} = 0。$$

其兩個根分別為橢圓軌道的近拱距  $r_A$  與遠拱距  $r_B$ 。

$$r_A = \left( -\frac{GmM}{E} - \sqrt{\left(\frac{GmM}{E}\right)^2 + \frac{2\ell^2}{mE}} \right) / 2；$$

$$r_B = \left( -\frac{GmM}{E} + \sqrt{\left(\frac{GmM}{E}\right)^2 + \frac{2\ell^2}{mE}} \right) / 2。$$

代入方程式 (6) 與 (7)，

$$a = -\frac{GmM}{2E}，$$
$$b = \frac{\ell}{\sqrt{-2mE}} = \frac{\ell}{m} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{GM}}。$$

代入方程式 (5)，周期的方程式為

$$\tau = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{GM}}。$$

# 看完這些推導

- 我很好奇當時老師為何不直接展示書上的這些推導給我們看
- 雖然我們根本看不懂，但又有甚麼關係呢？

# 當我們看到這些推導

- 或許就會興起《我想要學微積分、我想要學數學》的動力。
- 這樣我們就不會一直疑惑：那些東西到底有甚麼用了？



# 這些疑惑

- 對學生而言，具有很大的影響力！



# 很多學生

- 常常會因此而放棄學習！

# 而另一些學生

- 則是學著不知所云的東西，直到有一天看到了《科學史》，然後才恍然大悟！
- 原來：我過去就是缺了這一塊？

# 當我看完了上述的推理

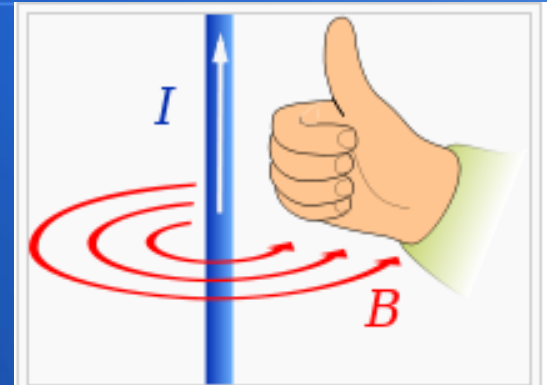
- 我心裡的那個疑問，也就是為何《地球不會墜毀到太陽裡面》，也就得到了某種程度的解答！

但是、我還有更多的疑問沒得到解答？

# 像是

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{\ell} = \mu_0 I \cdot$$

- 電子是甚麼？
- 如果原子核像太陽系，電子繞著原子核旋轉，那麼根據安培定律，電流會產生磁場，而旋轉的電流會造成磁場改變，進而又產生電場改變，造成電磁波？
- 這些波沒有能量嗎？這些能量從哪來？電子不會因放出能量而墜毀在原子核裡面嗎？



安培右手定則：將右手的大拇指指向電流  $I$  方向，再將四根手指握緊電線，則彎曲的方向決定磁場  $B$  的方向

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

其中：

$\mathcal{E}$  是電動勢，單位為伏特。

$\Phi_B$  是通過電路的磁通量，單位為韋伯

# 同樣的

- 高中時期的我沒有問老師這些問題？
- 到了大一物理老師也只教了力學
- 所以這些問題就這樣又擱在心裡了？

# 直到我這兩天看了

- 《量子物理史話：上帝擲骰子嗎？》

這本書，我才發現，原來這個問題不只我有，而且一堆諾貝爾物理學獎得主也有。

# 而且這個問題

- 還連結上我另一些問題，為何電子環繞原子核的模型分布要採用 2, 8, 8, ... 的形式，為何週期表的排列要長成那個樣子。



# 當我們開始碰到原子模型的這些問題

- 就會慢慢引出一些《怪獸級的物理學理論》。
- 像是《愛因斯坦的光電效應》、《波爾的量子模型》、《海森堡的測不準原理》、《巴爾末光譜線公式》、《包立不相容原理》、《德布羅意波》、《波粒二象性》、《普朗克方程式》、《薛丁格波動方程》等等...

但是這些連愛因斯坦都無法接受的理論

- 我們一般人又怎麼能瞭解呢？

問題是、我們真的無法理解嗎？

- 困難之處在哪裡呢？

# 現在

- 讓我們先將焦點集中在一個人身上
  - 那個人就是普朗克

# 普朗克

- 1894 年開始關注黑體輻射
- 1896 年讀到威恩的黑體輻射論文
- 到 1900 年已經花了整整六年在黑體輻射上，但是所有的努力都徒勞無功，浪費了整整六年的光陰！

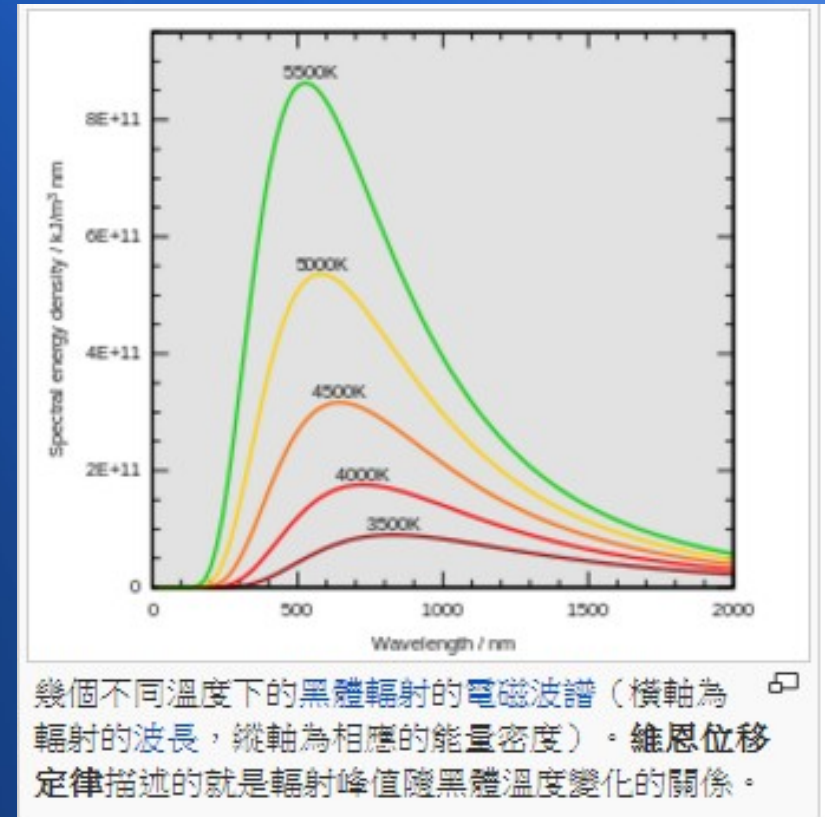
# 普朗克所思考的問題是 黑體輻射問題上面的兩組公式

- 一組由《威恩》利用熱力學粒子角度的理論推導出來，公式為：

$$\rho = b\lambda^{-5}e^{-\frac{a}{\lambda T}}$$

- 另一組由《瑞立與京士》兩人利用電磁理論推導而來，公式為：

$$\rho = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$$



# 問題是這兩組公式

- 一個只有高頻準確，另一個只有低頻準確

《威恩》公式

- 在高頻（短波）時準確

$$\rho = b\lambda^{-5} e^{-\frac{a}{\lambda T}}$$

註： $\rho$  為能量分布函數， $\lambda$  為波長， $T$  是絕對溫度， $a, b$  是常數

《瑞立－京士》公式

- 在低頻（長波）的時候準確

$$\rho = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

註： $k$  為波茲曼常數， $c$  為光速， $\nu$  為頻率

# 但是普朗克想要的是

- 一組兩邊都正確的公式
- 而且要有良好的理論解釋！



# 但問題是

- 普朗克已經花了六年的時間，卻一無所獲！

# 1900 年的某天

- 《普朗克》決定不再去做根本上的假定和推導，不管怎樣、先嘗試拼湊出一組可以滿足所有波段的硬湊公式出來，其他的問題就等以後再說吧！

# 於是、普朗克連試了幾天

- 終於湊出了一組看來不錯的公式，這個公式如下：

$$\rho = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{(c_2/\lambda T)} - 1}$$

註：其中  $c_1, c_2$  為兩個常數，其他符號已於前兩個公式說明過了。

# 筆者揣測當時普朗克的心態是

- 反正、老子已經花了六年了，人生還有幾個六年，再推論下去我就老了，至少總要有個成果出來才行
- 那就、先硬湊個公式出來吧！

# 雖然

- 普朗克手上的數據並不完整，但是他就根據兩組公式硬湊出《普朗克版的公式了》。

# 然後

- 普朗克就真的把這個公式  
寫成論文發表了

# 論文發表的當天晚上

- 數據達人《魯本斯》仔細的比較了

《普朗克公式》和詳細每一波段的資料，結果發現《普朗克公式》大獲全勝，這個公式在每一個波段都十分精確的符合實驗結果。

# 隔天

- 《魯本斯》把這個結果告訴普朗克本人時，普朗克愣住了，她沒有想到這個拼湊出來的公式竟然有這麼強大的威力，如此的精準且具有預測能力。



# 五年後

- 愛因斯坦提出光子說，用來解釋光是如何激發出電子的現象，這個現象稱為《光電效應》。
- 這個問題和普朗克的問題可以說是一體的兩面。

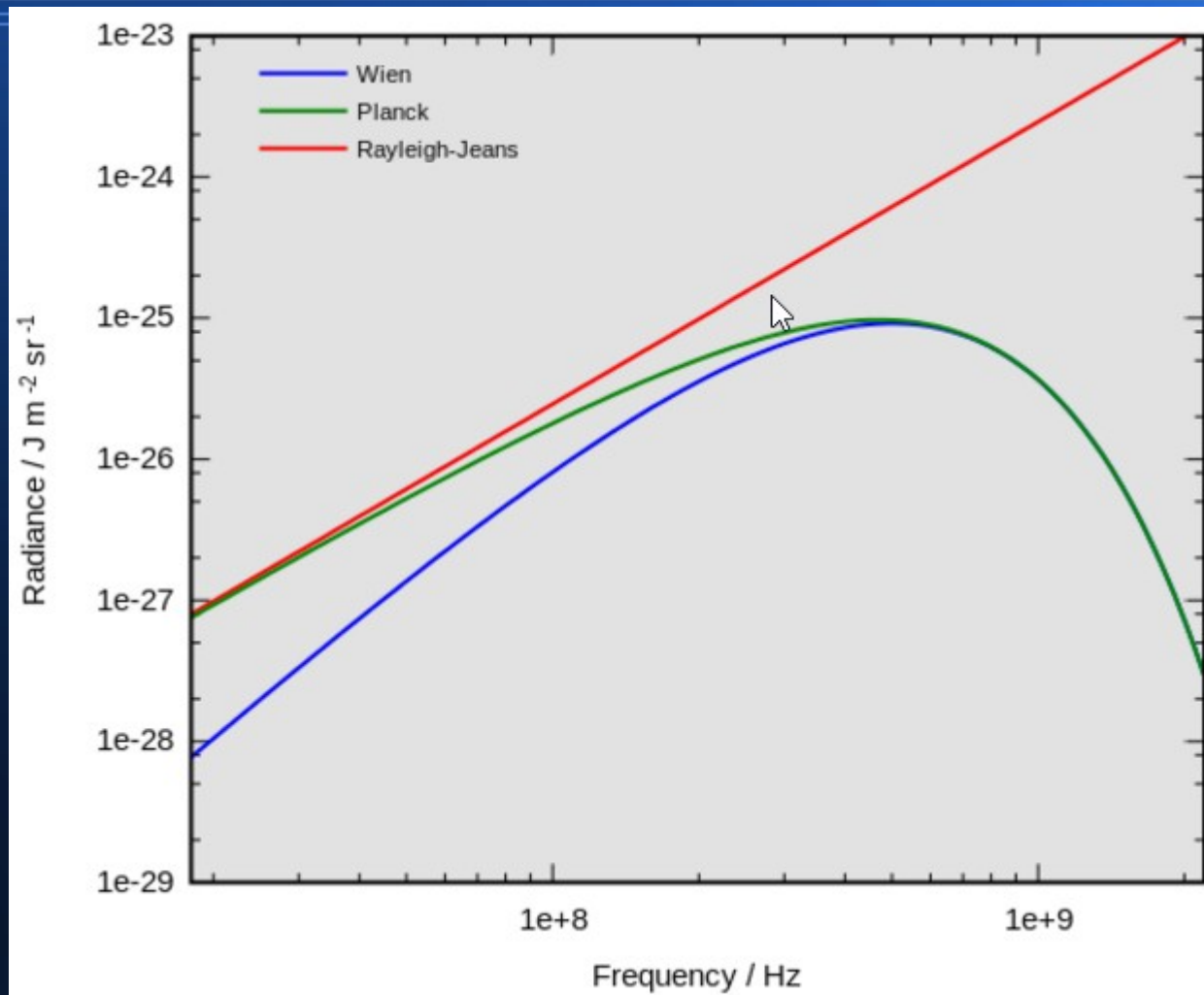
# 普朗克和愛因斯坦的這兩篇論文

- 最後導致了《量子力學》的出現，整個物理學因此而產生了巨大的變動！

# 1920 年，普朗克因此獲得 諾貝爾獎

- 隔年、愛因斯坦也因《光電效應的光子說》而獲得諾貝爾獎！
- 愛因斯坦獲得諾貝爾獎的原因，並不是因為相對論，而是因為他後來極力反對，並且說出上帝不擲骰子的那個《量子力學》的前身，也就是《光子說》！

# 以下這個圖形、正是普朗克 綜合兩個定律的結果



瑞立 - 金斯定律、維因定律 (Wien's Law)、普朗克定律，  
這三種定律的理論結果的比較。黑體溫度是 8 mK 。

# 這個故事告訴我們

- 物理其實是一種《實驗數據》的資料挖礦過程。
- 物理學家試圖尋找符合數據的公式與模型！

# 既然可以用人找

- 當然也可以用程式找，而且程式可以輕易的記住所有的實驗數據結果。

# 因此

- 我們應該可以創造出一個綜合電腦和物理的邊緣科學
- 或許可稱為《物理模型的自動建構》！

# 透過電腦程式

- 自動的發明物理定律！



# 或許

- 這會是一個非常有潛力的科學領域也說不定！

你想成為新一代的物理學家嗎？

# 或許

- 您可以先學學程式，然後寫個程式告訴你，甚麼樣的公式才能解釋那些實驗結果！

# 這樣的世界

- 是不是太夢幻了呢？

# 如果電腦能自動推出物理定律

- 然後自動做實驗

驗證或否證這些定律

# 那電腦就可以

- 根據電腦做的實驗結果，繼續創建更好的理論模型，指導實驗的進行！

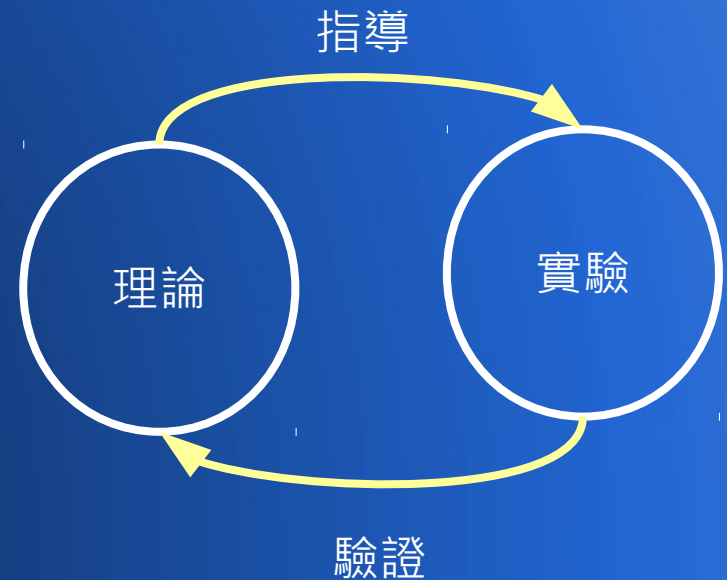
# 這樣的話

- 就符合了金觀濤所說的：

- 理論指導實驗

- 實驗驗證理論

的增強性循環！



# 如果學術循環再和工業體系結合

- 又可以進一步形成

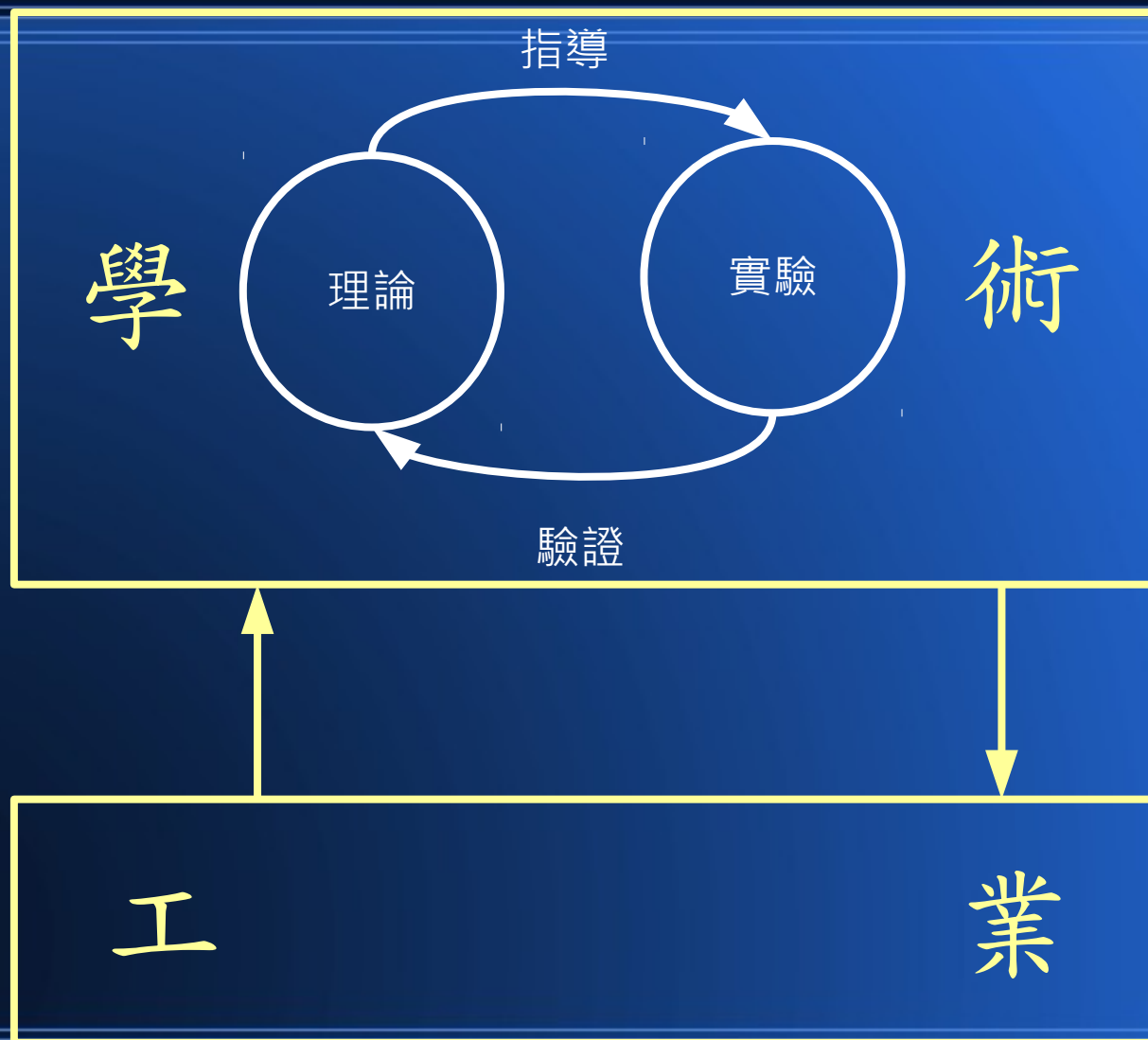
- 學術指導工業

- 工業增強學術

的另一個增強性循環！



這兩個增強性循環如下圖所示



# 這或許會對整個世界

- 造成非常大的影響也說不定！

# 不過

- 千萬不要把這些循環做得太  
自動化！

# 還是要

- 留點給人類介入的空間

否則、嘿嘿嘿

# 萬一電腦

- 會自動發明物理定律
- 自動驗證與修改物理定律
- 然後用更強的物理定律
- 做出更好的機器、程式和武器

# 這樣的話

- 人類還有辦法好好的活在這個世界上嗎？

# 希望

- 人類還能夠好好的繼續活著
- 別讓電腦給取代了才好！



# 這就是我最近

- 對物理學的想法！

# 希望您會喜歡

- 這次的十分鐘系列！

我們下回見囉！

Bye Bye!