程式人《十分鐘系列》

本文衍生自維基百科

CC BY SA

用十分鐘欣賞

物理學公理系統的演化史

陳鍾誠

2016 年 10 月 14 日

公理系統

- 感覺比較像是數學的東西！

但是

- 如果用公理系統的角度看物理

其實

- 也別有一番樂趣！

物理學的發展

- 一開始主要來自天文領域

那些早期的物理學家

- 像是《克卜勒》或《牛頓》
- 其理論主要是為了解釋《天體運行的原理》！

克卜勒的《行星三大定律》

- 不用說當然是為了描述《行星運動的軌跡》而創造出來的！

行星三大定律如下

克卜勒第一定律 [編輯]

克卜勒第一定律，也稱**橢圓定律、軌道定律**：每一個行星都沿各自的橢圓軌道環繞太陽，而太陽則處在橢圓的一個焦點中。[1]

克卜勒第二定律 [編輯]

克卜勒第二定律，也稱**等面積定律**：在相等時間內，太陽和運動著的行星的連線所掃過的面積都是相等的。[1]

這一定律實際揭示了行星繞太陽公轉的角動量守恆。用公式表示為

$$S_{AB} = S_{CD} = S_{EK} \text{ 。}$$

克卜勒第三定律 [編輯]

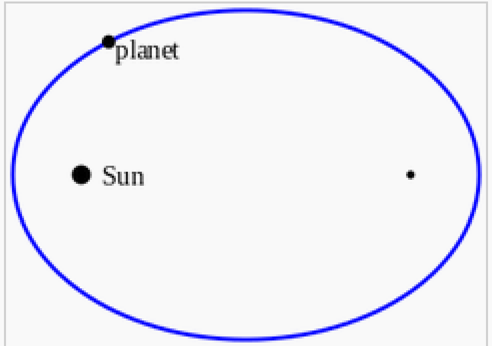
克卜勒第三定律，也稱**週期定律**：各個行星繞太陽公轉周期的平方和它們的橢圓軌道的半長軸的立方成正比。[1]

由這一定律不難導出：行星與太陽之間的重力與半徑的平方成反比。這是艾薩克·牛頓的萬有重力定律的一個重要基礎。

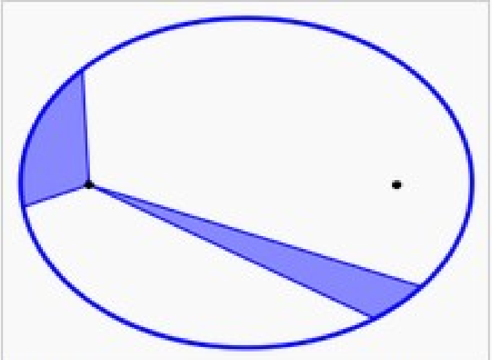
用公式表示為

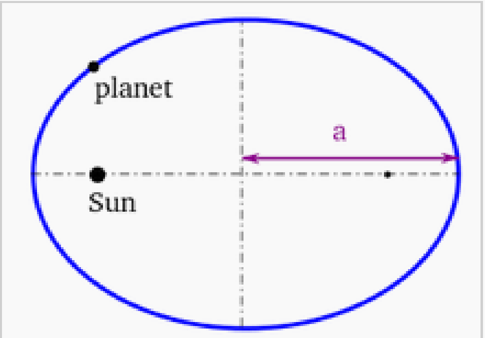
$$\frac{\tau^2}{a^3} = K \text{ ；}$$

這裡，a 是行星公轉軌道半長軸，τ 是行星公轉周期，K 是常數。



根據克卜勒第一定律，太陽位於橢圓軌道的一個焦點。


根據克卜勒第二定律，在同樣時間間隔內，行星繞著太陽公轉所掃過的面積相等。



根據克卜勒第三定律，行星繞著太陽公轉的周期平方和它們的橢圓軌道的半長軸立方成正比。

但是牛頓的三大運動定律

- 難道也是在描述《天文學》上的運動規律嗎？

就我的理解是

- 沒錯！
- 牛頓正是為了描述《天體運動》而創造出《三大運動定律》的！

而那個傳說中的

- 蘋果砸到頭而想出《萬有引力》的故事！

其實是個過度簡化的版本

只能夠

- 當成故事來看而已！

讓我們重新看看牛頓運動定律

牛頓運動定律（Newton's laws of motion）描述物體與力之間的關係，被譽為是經典力學的基礎。這定律是英國物理泰斗艾薩克·牛頓所提出的三條運動定律的總稱，其現代版本通常這樣表述：[1]:88f[2]

- **第一定律**：存在某些參考系，在其中，不受外力的物體都保持靜止或勻速直線運動。
- **第二定律**：施加於物體的淨外力等於此物體的質量與加速度的乘積。
- **第三定律**：當兩個物體互相作用時，彼此施加於對方的力，其大小相等、方向相反。

在維基百科中

- 你可以看到這段！

牛頓在發表於1687年7月5日的鉅著《自然哲學的數學原理》裏首先整理出這三條定律。[3]應用這些定律，牛頓可以分析各種各樣的動力運動。例如，在此書籍第三卷，牛頓應用這些定律與牛頓萬有引力定律來解釋克卜勒行星運動定律。

如果你仔細看

- 牛頓第二運動定律！

$$F = ma$$

那麼很可能會發現

- 牛頓物理世界的秘密！

還有

- 牛頓發明微積分的原因！

$$F = ma$$

$$F = m\frac{dv}{dt} = mv'(t)$$

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = mx''(t)$$

當這些定律被放在天文學中

- 透過一組微分方程

  就可以導出克卜勒三大行星

  定律了！

第二行星定律的推導如下

克卜勒第二定律推導 [編輯]

牛頓萬有重力定律表明，任意兩個粒子由通過連線方向的力相互吸引。該重力的的大小與它們的質量乘積成正比，與它們距離的平方成反比。由於太陽超重於行星，可以假設太陽是固定的。用方程式表示，

$$\boldsymbol{F} = -G\frac{mM}{r^2}\,\hat{\boldsymbol{r}}\ ;$$

這裏，$\boldsymbol{F}$ 是太陽作用於行星的萬有引力，m 是行星的質量，M 是太陽的質量，$\boldsymbol{r}$ 是行星相對於太陽的位移向量，$\hat{\boldsymbol{r}}$ 是 $\boldsymbol{r}$ 的單位向量。

牛頓第二定律表明，物體受力後所產生的加速度 $\ddot{\boldsymbol{r}}$ ，和其所受的淨力 $\boldsymbol{F}$ 成正比，和其質量 m 成反比，以方程式表示，

$$\boldsymbol{F} = m\ddot{\boldsymbol{r}}\ 。$$

合併這兩個方程式，

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = -G\frac{M}{r^2}\,\hat{\boldsymbol{r}}\ 。 \qquad (1)$$

思考位置向量 $\boldsymbol{r} = r\hat{\boldsymbol{r}}$ ，對於時間 t 微分一次可得到速度向量，再微分一次則可得到加速度向量：

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \dot{r}\hat{\boldsymbol{r}} + r\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}}\ ，$$

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \left(\ddot{r}\hat{\boldsymbol{r}} + \dot{r}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{r}}}{\mathrm{d}t}\right) + \left(\dot{r}\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\ddot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\dot{\theta}\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{\theta}}}{\mathrm{d}t}\right) = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{\boldsymbol{r}} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\boldsymbol{\theta}}\ 。 \qquad (2)$$

一頁推不完再一頁

在這裡，用到了單位向量微分方程式：

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{r}}}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} \text{ ，}$$

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\boldsymbol{\theta}}}{\mathrm{d}t} = -\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{r}} \text{ 。}$$

合併方程式 (1) 與 (2) ，可以得到向量運動方程式：

$$(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{\boldsymbol{r}} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\frac{GM}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$$

取各個分量，可以得到兩個常微分方程式，一個是關於徑向加速度，另一個是關於切向加速度：

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{GM}{r^2} \text{ ，} \qquad (3)$$

$$r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 \text{ 。} \qquad (4)$$

導引克卜勒第二定律只需切向加速度方程式。試想行星的角動量 $\ell = mr^2\dot{\theta}$ 。由於行星的質量是常數，角動量對於時間的導數為

$$\dot{\ell} = mr(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = 0 \text{ 。}$$

角動量 ℓ 也是一個運動常數，即使距離 r 與角速度 $\dot{\theta}$ 都可能會隨時間變化。

從時間 t_1 到時間 t_2 掃過的區域 ΔA ，

$$\Delta A = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} \cdot r \cdot r\dot{\theta} \cdot \mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\ell}{2m}\mathrm{d}t = \frac{\ell}{2m} \cdot (t_2 - t_1) \text{ 。}$$

行星太陽連線掃過的區域面積相依於間隔時間 $t_2 - t_1$ 。所以，克卜勒第二定律是正確的。

第一行星定律的推導如下

克卜勒第一定律推導 [編輯]

設定 $u=\frac{1}{r}$。這樣，角速度是

$$\dot{\theta}=\frac{\ell}{mr^2}=\frac{\ell u^2}{m}$$ 。

對時間微分和對角度微分有如下關係：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}=\dot{\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}=\frac{\ell u^2}{m}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}$$ 。

根據上述關係，徑向距離 $r=\frac{1}{u}$ 對時間的導數為：

$$\dot{r}=\frac{\ell u^2}{m}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\frac{1}{u}=-\frac{\ell u^2}{m}\frac{1}{u^2}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\theta}=-\frac{\ell}{m}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\theta}$$ 。

再求一次導數：

$$\ddot{r}=\frac{\ell u^2}{m}\frac{\mathrm{d}\dot{r}}{\mathrm{d}\theta}=\frac{\ell u^2}{m}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}(-\frac{\ell}{m}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\theta})=-\frac{\ell^2 u^2}{m^2}\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}\theta^2}$$ 。

代入徑向運動方程式 (3)，$\ddot{r}-r\dot{\theta}^2=-\frac{GM}{r^2}$，

$$-\frac{\ell^2 u^2}{m^2}\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}\theta^2}-\frac{\ell^2 u^3}{m^2}=-GMu^2$$ 。

將此方程式除以 $-\frac{\ell^2 u^2}{m^2}$，則可得到一個簡單的常係數非齊次線性全微分方程式來描述行星軌道：

$$\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}\theta^2}+u=\frac{GMm^2}{\ell^2}$$ 。

一頁又推不完又再一頁

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\theta^2}+u=\frac{GMm^2}{\ell^2}$$ 。

為了解這個微分方程式，先列出一個特解

$$u=\frac{GMm^2}{\ell^2}$$ 。

再求解剩餘的常係數齊次線性全微分方程式，

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\theta^2}+u=0$$ 。

它的解為

$$u=C\ \cos(\theta-\theta_0)$$ ；

這裡，C 與 θ_0 是常數。合併特解和與齊次方程式解，可以得到通解

$$u=\frac{GMm^2}{\ell^2}+C\ \cos(\theta-\theta_0)$$ 。

選擇座標軸，讓 $\theta_0=0$ 。代回 $u=\frac{1}{r}$ ，

$$\frac{1}{r}=\frac{GMm^2}{\ell^2}(1+e\ \cos\theta)$$ ；

其中，$e=C\ell^2/GMm^2$ 是離心率。

這是圓錐曲線的極座標方程式，座標系的原點是圓錐曲線的焦點之一。假若 $0<e<1$ ，則 r 所描述的是橢圓軌道。這證明了克卜勒第一定律。

最後是第三行星定律

克卜勒第三定律推導 [編輯]

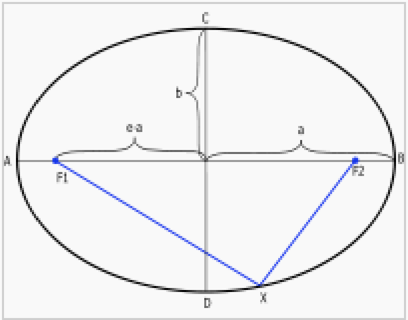
在建立牛頓萬有重力定律的概念與數學架構上，克卜勒第三定律是牛頓依據的重要線索之一。假若接受牛頓運動定律。試想一個虛擬行星環繞著太陽公轉，行星的移動軌道恰巧呈圓形，軌道半徑為 r 。那麼，太陽作用於行星的萬有引力為 $F=\frac{mv^2}{r}$ 。行星移動速度為 $v=\frac{2\pi r}{\tau}$ 。依照克卜勒第三定律，這速度 v 與半徑的平方根 $\sqrt{r}$ 成反比。所以，萬有引力 $F\propto\frac{1}{r^2}$ 。猜想這大概是牛頓發現萬有重力定律的思路，但這個猜想無法被證實，因為在他的計算本里，並沒有找到任何關於這方面的證據。

克卜勒第一定律闡明，行星環繞太陽的軌道是橢圓形的。橢圓的面積是 πab ；這裡，a 與 b 分別為橢圓的半長軸與半短軸。在克卜勒第二定律推導里，行星—太陽連線掃過區域速度 $\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$ 為

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}=\frac{\ell}{2m} 。$$

所以，行星公轉周期 τ 為

$$\tau=\frac{2m\pi ab}{\ell} 。\qquad (5)$$



行星環繞太陽（焦點 F1）的橢圓軌道。

關於此行星環繞太陽，橢圓的半長軸 a ，半短軸 b 與**近拱距** r_A （近拱點 A 與重力中心之間的距離），**遠拱距** r_B （遠拱點 B 與重力中心之間的距離）的關係分別為

$$a=(r_A+r_B)/2 ，\qquad (6)$$

$$b=\sqrt{r_A\,r_B} 。\qquad (7)$$

如果想要知道半長軸與半短軸，必須先求得近拱距與遠拱距。依據能量守恆定律，

$$E=\frac{1}{2}m\dot{r}^2+\frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2-G\frac{mM}{r} 。$$

還是得兩頁才能推完

在近拱點 A 與遠拱點 B，徑向速度都等於零：

$$\dot{r} = 0$$ 。

所以，

$$E = \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 - G\frac{mM}{r} = \frac{\ell^2}{2mr^2} - G\frac{mM}{r}$$ 。

稍為加以編排，可以得到 r 的一元二次方程式：

$$r^2 + \frac{GmM}{E} r - \frac{\ell^2}{2mE} = 0$$ 。

其兩個根分別為橢圓軌道的近拱距 r_A 與遠拱距 r_B 。

$$r_A = \left(-\frac{GmM}{E} - \sqrt{\left(\frac{GmM}{E}\right)^2 + \frac{2\ell^2}{mE}} \right) /2$$ ；

$$r_B = \left(-\frac{GmM}{E} + \sqrt{\left(\frac{GmM}{E}\right)^2 + \frac{2\ell^2}{mE}} \right) /2$$ 。

代入方程式 (6) 與 (7) ，

$$a = -\frac{GmM}{2E}$$ ，

$$b = \frac{\ell}{\sqrt{-2mE}} = \frac{\ell}{m} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{GM}}$$ 。

代入方程式 (5) ，周期的方程式為

$$\tau = \frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{GM}}$$ 。

所以說

- 天文學像是物理學的搖籃

  或許正是這個原因！

如果我們把物理定律

- 視為一種《數學公理》

那麼物理學家的任務

- 就是找出這個世界運作背後的《公理系統》！

然後

- 讓我們可以很有效的描述
  各種物理現象的運行原理！

牛頓運動定律

- 基本上就是《力學領域》的一組公理系統！

這組公理系統

- 可以寫成數學形式！

這就是牛頓世界的運作法則

- 第一定律

$$\sum_i \mathbf{F}_i = 0 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = 0\text{；}$$

其中，$\mathbf{F}_i$是第i個外力，$\mathbf{v}$是速度，t是時間。

- 第二定律

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}\text{；}$$

- 第三定律

$$\sum \mathbf{F}_{AB} = -\sum \mathbf{F}_{BA}$$

不過

- 這樣的運作法則，主要是針對《萬有引力》領域所提出的！

等到電磁學逐漸成熟之後

- 人們發現這組運作法則還是可以很好的描述《力量的作用》！

雖然還得補上一些

- 有關電磁力量關係的描述！

名稱	微分形式	積分形式
高斯定律	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$	$\oiint_{\mathbb{S}} \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = Q_f$
高斯磁定律	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oiint_{\mathbb{S}} \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = 0$
法拉第電磁感應定律	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint_{\mathbb{L}} \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathbf{B}}}{\mathrm{d}t}$
馬克士威-安培定律	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint_{\mathbb{L}} \mathbf{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} = I_f + \frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathbf{D}}}{\mathrm{d}t}$

於是

- 物理世界的公理系統

  就從三條變成了七條！

然後、馬克士威用微分方程

- 導出了在那個年代，聽都沒聽說過的《電磁波》
- 還有那種《電磁波》的速度

他發現電磁波速度和光速一樣

主條目：電磁波方程式

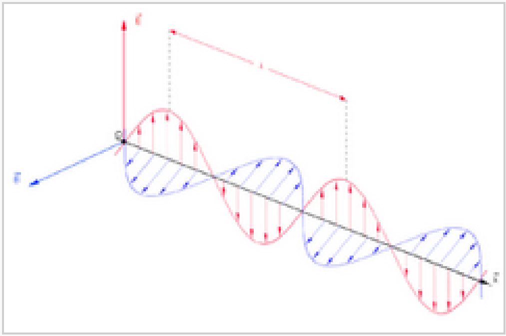
在自由空間裏，不需要考慮到介電質或磁化物質。假設源電流和源電荷為零，則馬克士威方程組寫為[註 4][7]:209-213

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \text{、}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \text{、}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \text{、}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \text{。}$$



電磁波是橫波，電場方向與磁場方向相互垂直，又都垂直於傳播方向。

從這方程組，應用一些向量恆等式，經過一番運算，可以得到電場與磁場的波動方程式：

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{E} = 0 \text{、}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{B} = 0 \text{。}$$

對於這兩個波動方程式，平面行進正弦波是個解答波，其電場和磁場相互垂直，並且分別垂直於行進的方向，因此是個橫波。電場與磁場同相位地以光速 c 傳播：[註 5]

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \text{。}$$

於是馬克士威認為

- 光波是一種電磁波！

但是、牛頓和馬克士威

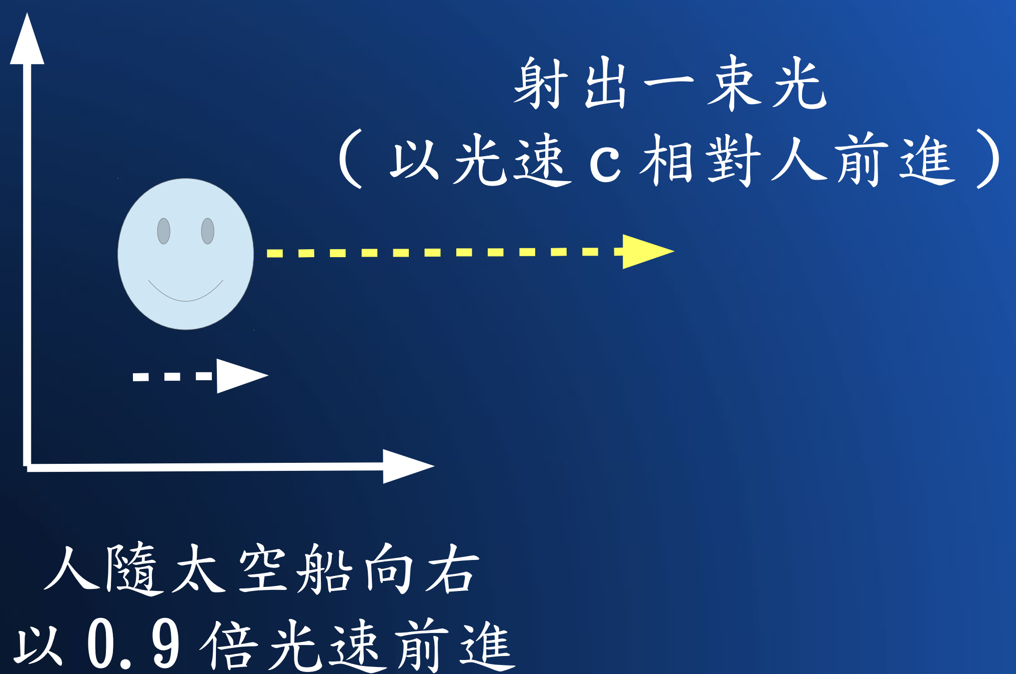
- 背後的這兩組公理系統
- 顯然有些格格不入！

哪裡格格不入呢？

問題是這樣的

- 假如你前面有個等速無動力太空船以 0.9 倍光速向右飛行。

太空船上的人向右發射一束光



那麼根據《速度相加》原理

- 你看到的光速應該是 $(1+0.9)c = 1.9c = 1.9 * 3 * 10^8 m/s$

射出一束光
（以光速 c 相對人前進）

我們看到的光速 = 太空船上看到的光速 + 太空船的速度
= c + 0.9c
= 1.9c

人隨太空船向右
以 0.9 倍光速前進

因此、光速應該就不是恆定的

相反的、如果太空船上的人

- 改成向左射出一束光
- 那麼我們看到的光速，就變成了 c-0.9c = 0.1 c 了！

換句話說

- 光速不是恆定的
- 馬克士威方程組，應該要進行修定，才能解釋這個現象！

於是

- 很多人開始想，如果光和電磁波，都是透過一種介質傳遞的，假如我們稱呼那種介質為《以太》。

那麼假如光和電磁波

- 都是一種乙太波動，這樣就可以解釋上述的推論，光和電磁波都是相對於《乙太》速度而定的！
- 而那個乙太，想當然耳應該可以做為一種絕對坐標系讓大家參考。

問題來了

- 假如乙太真的存在，而且光和電磁波都透過乙太傳遞，那麼地球既然繞太陽旋轉，而且還自轉，應該相對於乙太會有《不同方向的運動》才是！

這樣的話

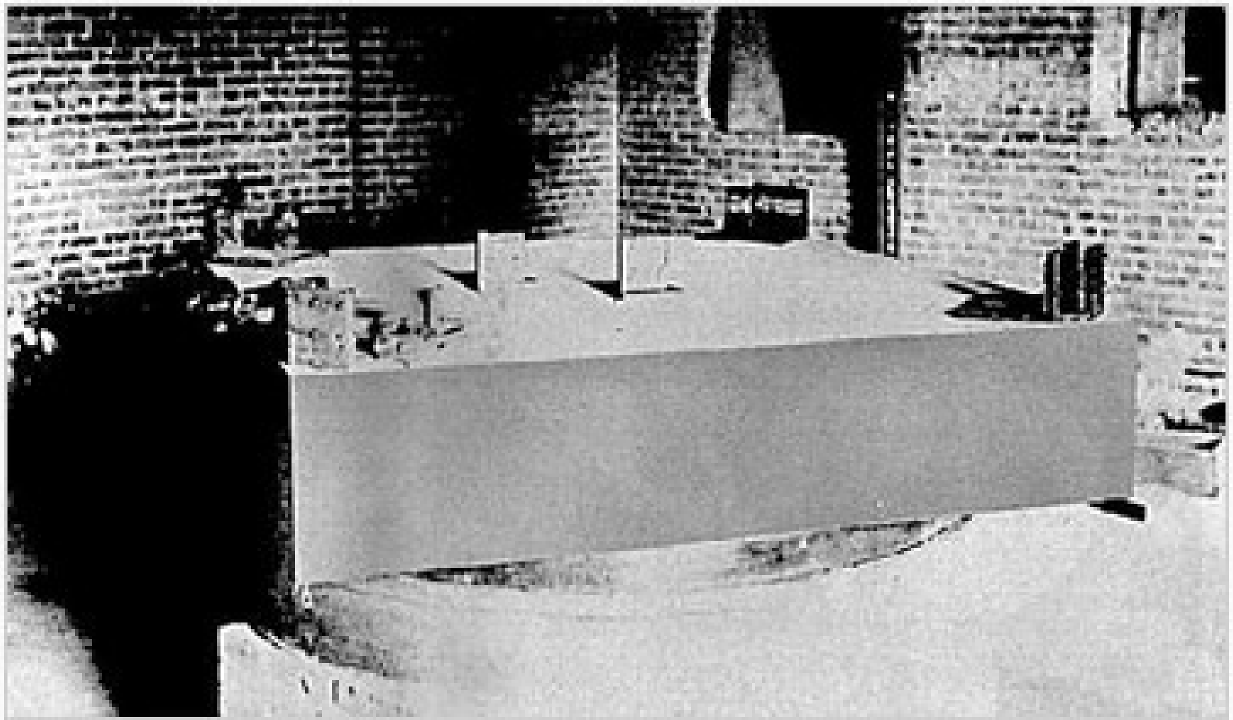
- 我們只要量量各方向的光速，應該就可以知道不同方向的光到底速度是否有差異！

問題是、光速很快

- 甚麼樣的方法才能量出地球運動做造成的光速微小差異呢？

還好、麥克生等人

- 想出了一個辦法，來觀察各方向的光速是否有差異！



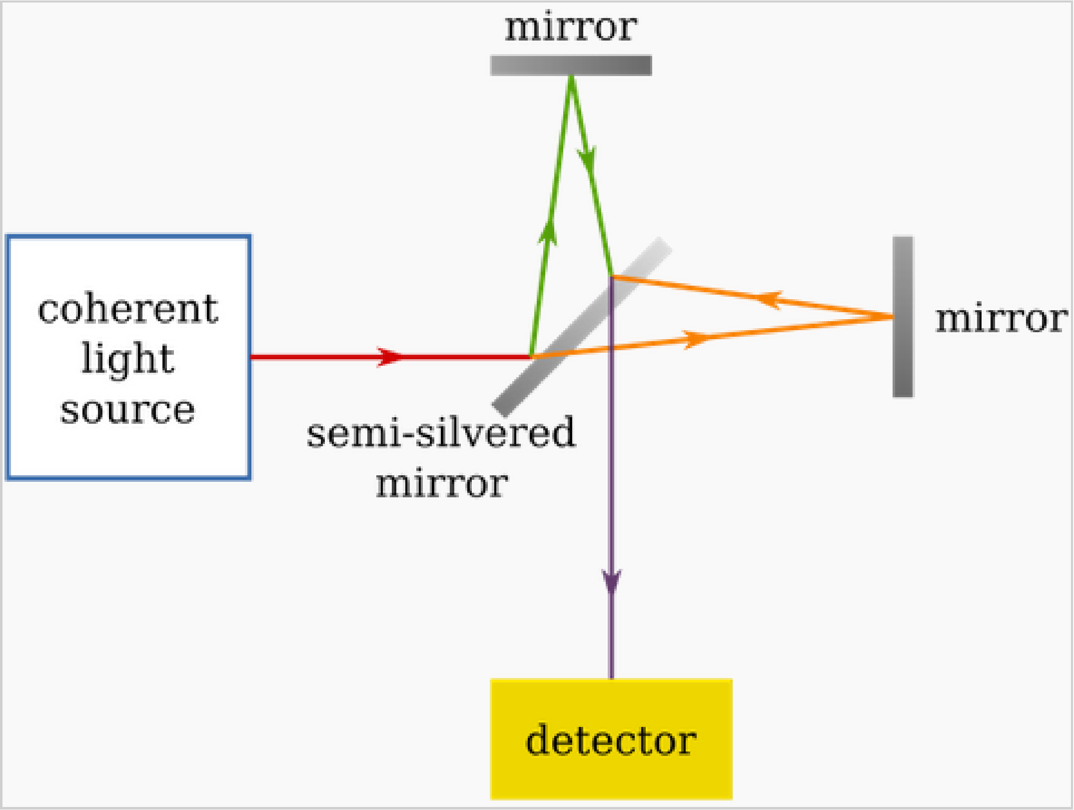
邁克生與莫雷的干涉儀設置，其安裝在一塊漂浮在圓形水銀槽上方。

麥克生的實驗原理如下

實驗原理 [編輯]

當時認為光的傳播介質是「以太」。由此產生了一個新的問題：地球以每秒30公里的速度繞太陽運動，就必須會遇到每秒30公里的「以太風」迎面吹來，同時，它也必須對光的傳播產生影響。這個問題的產生，引起人們去探討「以太風」存在與否。邁克生－莫雷實驗就是在這個基礎上進行的。

當「以太風」的速度為0時，兩束光應同時到達，因而相位相同；如「以太風」速度不為零，即裝置相對以太運動，則兩列光波相位不同。



實驗裝置

一頁解釋不完還有一頁

假設裝置在以太中向右以速度v運動，且從部分鍍銀的玻璃片到兩面鏡子的距離為L，那麼向右的那一束光在向右的過程中相對裝置速度為$c-v$，花費的時間$t_1 = L/(c-v)$，返回時速度為$c+v$，時間$t_2 = L/(c+v)$。所以總的時間是

$$t_1 + t_2 = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} = \frac{2L}{c \cdot (1 - v^2/c^2)}$$

而對於向上的那一束光，設它到達鏡子所需的時間為t_3，在這段時間裡鏡子向右移動了vt_3，所以光走過的路程是一個直角三角形的斜邊，於是有

$$L^2 = (ct_3)^2 - (vt_3)^2 = (c^2 - v^2)t_3^2$$

由此可得$t_3 = \dfrac{L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$

而返回時間與此相同，所以總時間$2t_3 = \dfrac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \dfrac{2L}{c \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}}$

所以兩束光的到達時間是不同的，根據這個實驗應該能測量出地球通過以太的速度

這類實驗做了很多次

姓名	地點	年份	臂長（米）	預計條紋偏移	實測條紋偏移	比例	V以太的上限	實驗精度	Null result
邁克生 [2]	波茨坦	1881	1.2	0.04	≤ 0.02	2	~ 20 km/s	0.02	≈ yes
邁克生和莫雷 [3]	克利夫蘭	1887	11.0	0.4	< 0.02 or ≤ 0.01	40	~ 4–8 km/s	0.01	≈ yes
莫雷和米勒[4] [5]	克利夫蘭	1902–1904	32.2	1.13	≤ 0.015	80	~ 3.5 km/s	0.015	yes
米勒[6]	威爾遜山	1921	32.0	1.12	≤ 0.08	15	~ 8–10 km/s	unclear	unclear
米勒[6]	克利夫蘭	1923–1924	32.0	1.12	≤ 0.03	40	~ 5 km/s	0.03	yes
米勒（陽光）[6]	克利夫蘭	1924	32.0	1.12	≤ 0.014	80	~ 3 km/s	0.014	yes
托馬希克 星光 [7]	海德堡	1924	8.6	0.3	≤ 0.02	15	~ 7 km/s	0.02	yes

都沒有發現光速有明顯差異

- 換句話說、光速很可能是恆定的，在地球上不同方向的速度都相同
- 而且、乙太很可能不存在！光和電磁波，不需要靠乙太傳遞。

這下就麻煩了

- 馬克士威的電磁波，不需要介質，電磁波的速度在真空中都一樣，不管是哪個方向！
- 那難道需要修正的是《牛頓定律》？

有些物理學家

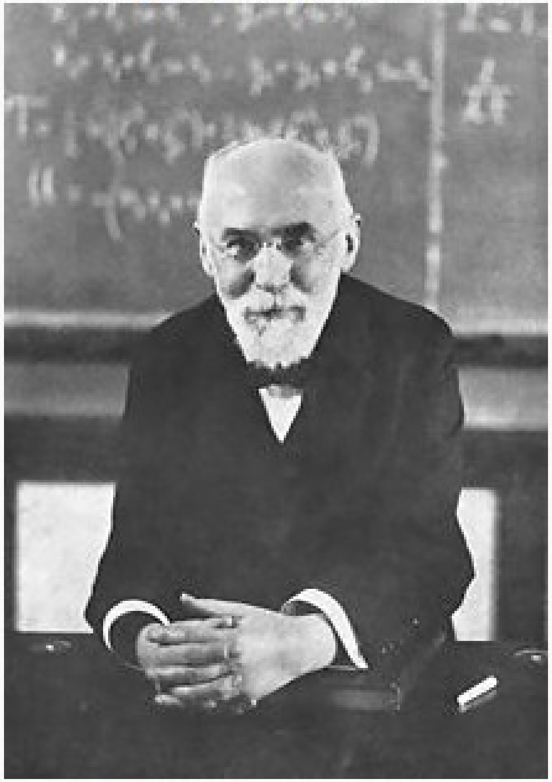
- 開始試圖進行修正！

勞倫茲就做了這個修正

亨德里克·安東·勞侖茲（Hendrik Antoon Lorentz，1853年7月18日－1928年2月4日），荷蘭物理學家，他以與彼得·塞曼發現與解釋的「塞曼效應理論」獲得諾貝爾物理獎，他也推知變換（質量與速度）方程式，後來被用在愛因斯坦狹義相對論中，來描述空間與時間。

Hendrik Antoon Lorentz

亨德里克·安東·勞侖茲



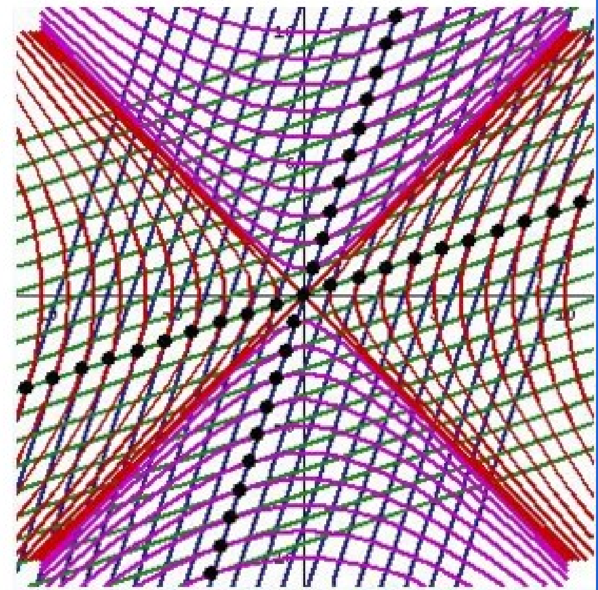
出生	1853年7月18日 荷蘭阿納姆
逝世	1928年2月4日（74歲） 荷蘭哈勒姆
居住地	荷蘭
國籍	荷蘭
研究領域	物理學家
機構	萊頓大學

這個修正稱為勞倫茲變換

勞侖茲變換 [編輯]

維基百科，自由的百科全書

勞侖茲變換是觀測者在不同慣性參照系之間對物理量進行測量時所進行的轉換關係，在數學上表現為一套方程組。勞侖茲變換因其創立者——荷蘭物理學家亨德里克·勞侖茲而得名。勞侖茲變換最初用來調和19世紀建立起來的古典電動力學同牛頓力學之間的矛盾，後來成為狹義相對論中的基本方程組。



目錄 [隱藏]

勞倫茲變換的數學式如下

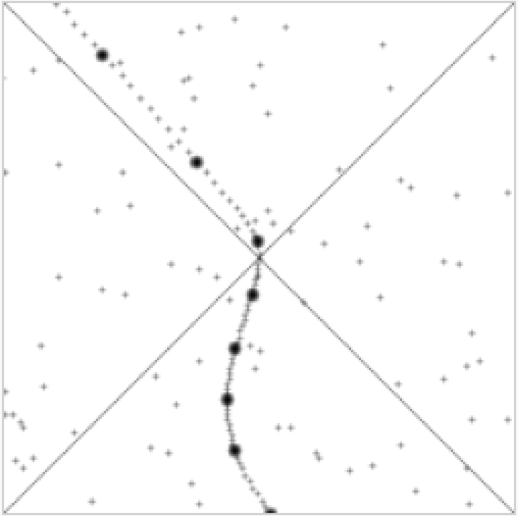
勞侖茲變換的數學形式 [編輯]

勞侖茲提出勞侖茲變換是基於以太存在的前提的，然而以太被證實是不存在的，根據光速不變原理，相對於任何慣性參照系，光速都具有相同的數值。愛因斯坦據此提出了狹義相對論。在狹義相對論中，空間和時間並不相互獨立，而是一個統一的四維時空整體，不同慣性參照系之間的變換關係式與勞侖茲變換在數學表達式上是一致的，即：

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

其中x、y、z、t分別是慣性座標系Σ下的座標和時間，x'、y'、z'、t'分別是慣性座標系Σ'下的座標和時間。v是Σ'座標系相對於Σ座標系的運動速度，方向沿x軸。

由狹義相對性原理，只需在上述勞侖茲變換中把v變成-v，x'、y'、z'、t'分別與x、y、z、t互換，就得到勞侖茲變換的逆變換式：



沿著快速加速的觀察者的世界線來看的時空。

豎直方向表示時間。水平方向表示距離，虛劃線是觀察者的時空軌跡（「世界線」）。圖的下四分之一表示觀察者可以看到的事件。上四分之一表示光錐- 將可以看到觀察者的事件點。小點是時空中的任意的事件。世界線的斜率（從豎直方向的偏離）給出了相對於觀察者的速度。注意看時空的圖像隨著觀察者加速時的變化。

只是勞倫茲的想法

- 其實是反過來想修正《馬克士威方程組》，讓馬克士威方程組從一個慣性系變換到另一個慣性系時能夠保持不變。

因為如果是修正牛頓體系

- 會產生非常詭異的現象

人家會說你精神分裂！

甚麼詭異的現象呢？

- 用一句話講就是

《尺縮鐘慢》

$$
\begin{cases}
x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\
y' = y \\
z' = z \\
t' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}
\end{cases}
$$

也就是說

- 在兩艘相對以 0.9 倍光速運行的無動力太空船上，從一艘看另一艘的結果，會發現《尺縮鐘慢》效應！

這兩艘太空船互看

- 都會覺得對方的鐘變慢了
- 而且對方的所有東西都變窄了！

勞倫茲認為

- 這樣的修正，是一種《視覺效果》
- 是因為《透過光來觀察》的人類感官，所產生的一種感受差異！
- 而不是《尺真的縮了、鐘也真的慢了》！

但是一年之後

- 那個默默無名的《愛因斯坦》寫了一篇論文

愛因斯坦說

- 尺是真的縮了，鐘是真的慢了，而這一切都是根據《光速是不變的》這類《相對性原理》！

於是愛因斯坦

- 對牛頓體系做了整體的修正

對誰修正？

- 修正甚麼？

對牛頓力學修正

- 修正時間 t, 距離 x, 速度 v, 質量 m 等等在《牛頓公理體系》下的那些數量。

除了勞倫茲已經提出的

- 尺縮 x’　　鐘慢 t’
- 愛因斯坦還修正了 F=ma=mv’ 中的質量和速度

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

愛因斯坦修正了質量

相對論質量 [編輯]

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

m_0指絕對質量（及牛頓力學中的質量），m為相對論質量。

由公式可以看出：

1.對於一個有質量的物體，其速度v不可能等於或者超過光速，否則分母將會無意義或為一個虛數（註：光子沒有靜止質量，因此其速度可以達到光速；但是在其運動時，會有動量或者說能量，不屬於質量範疇）。

2.當某有質量之物體移動速率越接近光速，相對論質量會變重。

3.當v遠小於c時，m近似於m_0，符合牛頓力學定律。

修改了牛頓力學體系

相對論力學 [編輯]

在狹義相對論中牛頓第二定律**F = ma**應改寫成下式（**F = ma**可解釋為下式的特例）

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

而動量**P = Mv**，其中M非定值，所以根據微分計算式d（uv）=udv+vdu，得

$$\mathbf{F} = \frac{d(M\mathbf{v})}{dt} = \frac{dM}{dt}\mathbf{v} + M\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m_0\frac{d\gamma}{dt}\mathbf{v} + \gamma m_0\frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

得

$$\mathbf{F} = \frac{\gamma^3 m_0 \left(\mathbf{v} \cdot \mathbf{a}\right)}{c^2}\mathbf{v} + \gamma m_0\,\mathbf{a}.$$

由上式可見，加速度並不和力的方向一致，且隨著速度逐漸趨向於光速，物體的質量趨向於無窮大，加速度趨向於零。

還有能量體系

相對論能量 [編輯]

根據$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$公式，運動時物體質量增大，同時運動時將會有動能，質量與動能均隨速度增大而增大。

根據$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$

得$dE_k = \mathbf{F}dx = \frac{d\mathbf{p}}{dt}dx$

因為$\frac{dx}{dt} = v$,所以 $dE_k = vd(mv) = v^2 dm + mvdv$

由$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$公式改寫而得$m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2$

因為m,v都是t的函數，將該式兩邊對t微分，得$mvdv = c^2 dm - v^2 dm$，

將結果帶入上式dE_k，得

$dE_k = c^2 dm$

對其積分，$E_k = \int_{m_0}^{m} c^2 \, dm = mc^2 - m_0 c^2$

這就是相對論下的動能公式。當速度為0時，$m = m_0$，所以動能為0。$m_0 c^2$為物體靜止時的能量。而總能量=靜止能量+動能，因此總能量$E = mc^2$.

包含動量與總能量

相對論動量與能量 [編輯]

根據式$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$，

等式左右兩邊平方，再同乘以光速的四次方

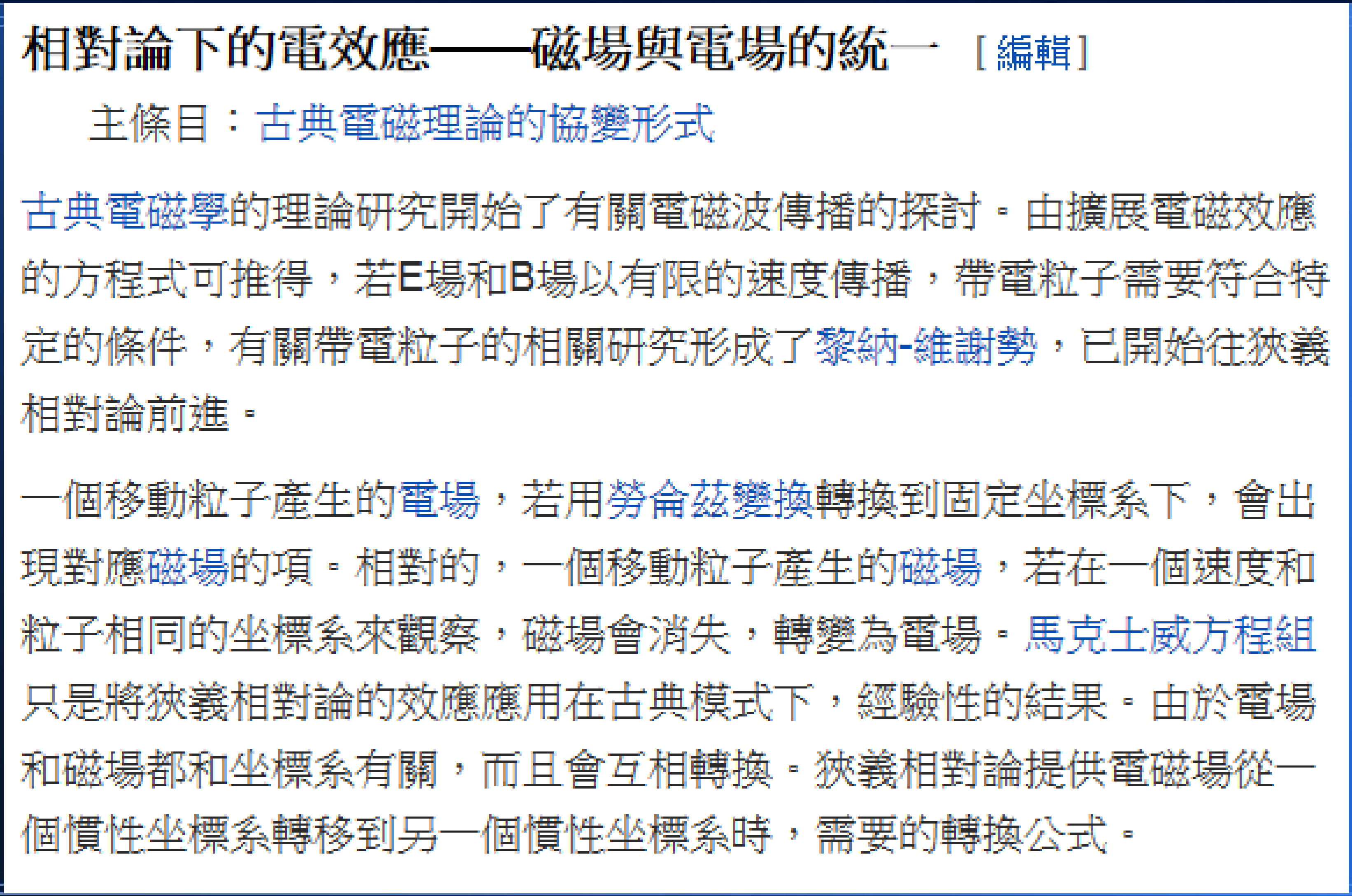
得:$E^2=(pc)^2+(m_0c^2)^2$

此外，不難證明:$\mathbf{p}c^2=E\mathbf{v}$.

上兩式說明動量與能量是密切相關的

當速度接近光速時，v約等於c，因此最後一式可改寫為$\mathbf{E}=pc$.

甚至連電磁學體系都要修正


相對論下的電效應——磁場與電場的統一 [編輯]

主條目：古典電磁理論的協變形式

古典電磁學的理論研究開始了有關電磁波傳播的探討。由擴展電磁效應的方程式可推得，若E場和B場以有限的速度傳播，帶電粒子需要符合特定的條件，有關帶電粒子的相關研究形成了黎納-維謝勢，已開始往狹義相對論前進。

一個移動粒子產生的電場，若用勞侖茲變換轉換到固定坐標系下，會出現對應磁場的項。相對的，一個移動粒子產生的磁場，若在一個速度和粒子相同的坐標系來觀察，磁場會消失，轉變為電場。馬克士威方程組只是將狹義相對論的效應應用在古典模式下，經驗性的結果。由於電場和磁場都和坐標系有關，而且會互相轉換。狹義相對論提供電磁場從一個慣性坐標系轉移到另一個慣性坐標系時，需要的轉換公式。

而這一切的修正

- 都只為了要納入一個新的公理，那就是光速不變，也就是 $c=3*10^8$ m/s 在所有慣性坐標系下，不管你我看自己，還是我看你的時候，都要一體適用。

但是

- 在加入光速不變這個公理之後
- 愛因斯坦修正牛頓力學體系時，遵守了一個原則，那個原則稱為《相對性原理》

所謂的相對性原理

- 就是說：

  物理定律在一切慣性參考系中具有相同的形式。

也就是說

- 任何力學和電磁學實驗現象都不能區分慣性參考系的絕對運動，包括靜止或者勻速運動。
- 《相對性原理》與《光速不變原理》是狹義相對論的兩個基本公理。

但是、在狹義相對論提出之後

- 愛因斯坦面對了一個難題

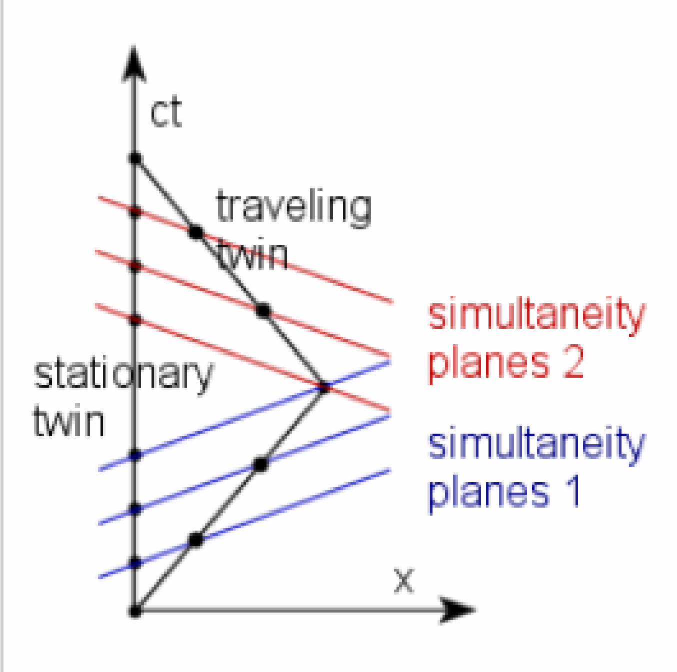
這個難題

- 就是所謂的《孿生子悖論》！

孿生子悖論的問題如下

孿生子悖論是一個有關狹義相對論的思想實驗。有一對孿生兄弟，一個登上一宇宙飛船作長程太空旅行，而另一個則留在地球。結果當旅行者回到地球後，他發現自己比留在地球的兄弟更年輕。

這個結果似乎與狹義相對論矛盾：孿生兄弟中的每一個人都認為對方相對於自己運動，因此由於時間膨脹的作用，每一個人都認為對方應該比自己年輕。狹義相對論指出所有觀測者都有同等意義，沒有任何一個參考系（**frame of reference**）是會獲得優待的。因此旅行者會預期回到地球後會看見比他更年輕的孿生兄弟，但這就與他兄弟的想法恰好相反。



時空圖

解決這個問題的關鍵是

- 狹義相對論裏沒有考慮《加速度坐標系》，還有《強大重力場》的情況。

於是在 1915 年

- 愛因斯坦又為他的《物理體系》，加上了一條公理。

那就是等效原理

等效原理說

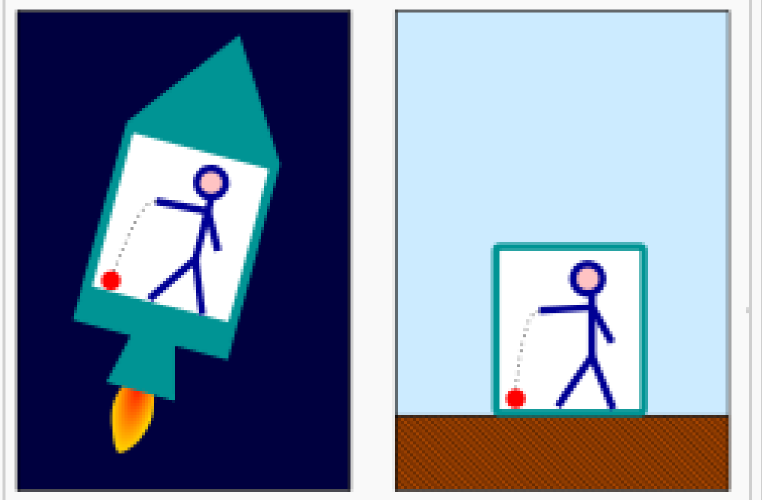
- 觀測者不能在局部的區域內分辨出由加速度所產生的慣性力或由物體所產生的引力

啥？

- 請說人話

用範例來說

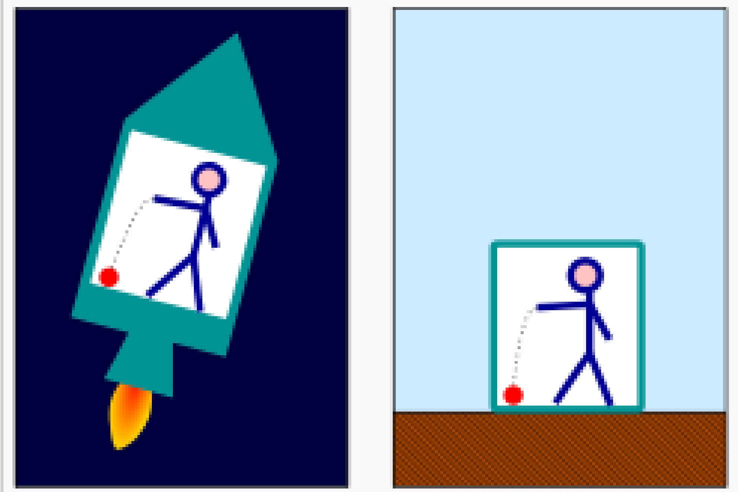
- 如果你在一個以加速度 a 上升的火箭裡
- 和你在一個 F=ma 的引力場裡所觀察到的世界，將會擁有一模一樣的物理法則
- 兩者完全無法區分！
- 這就是所謂的**《等效原理》**。



小球落到正在加速的火箭的地板上（左）和落到地球上（右），處在其中的觀察者會認為這兩種情形下小球的運動軌跡沒有什麼區別

同樣的

- 如果你射出去的不是一個物體，而是一束光的話…
- 那束光也會在引力之下彎曲。



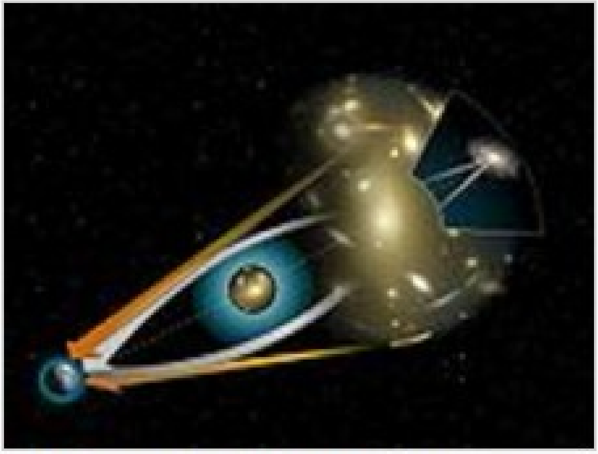
小球落到正在加速的火箭的地板上（左）和落到地球上（右），處在其中的觀察者會認為這兩種情形下小球的運動軌跡沒有什麼區別

- 因為在強大加速上升的火箭上，當光射到牆壁時，火箭《加速上升》得比光的慣性還要多！

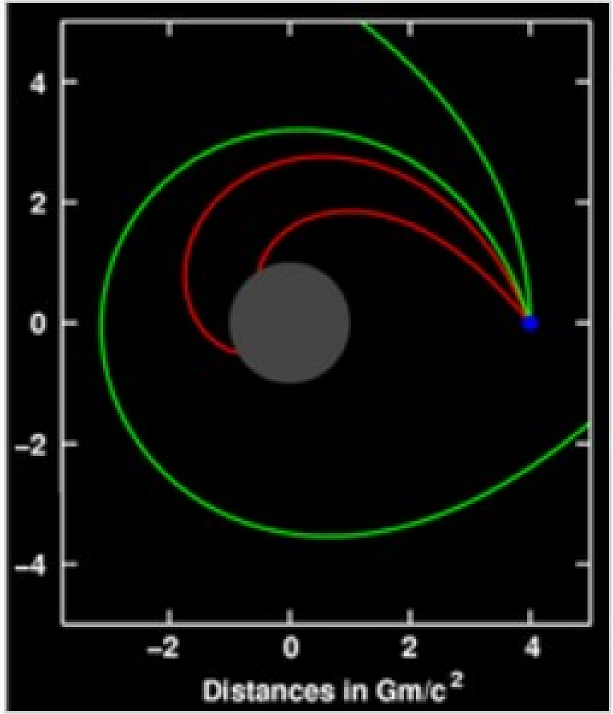
於是、愛因斯坦

- 根據廣義相對論，做了很多預測

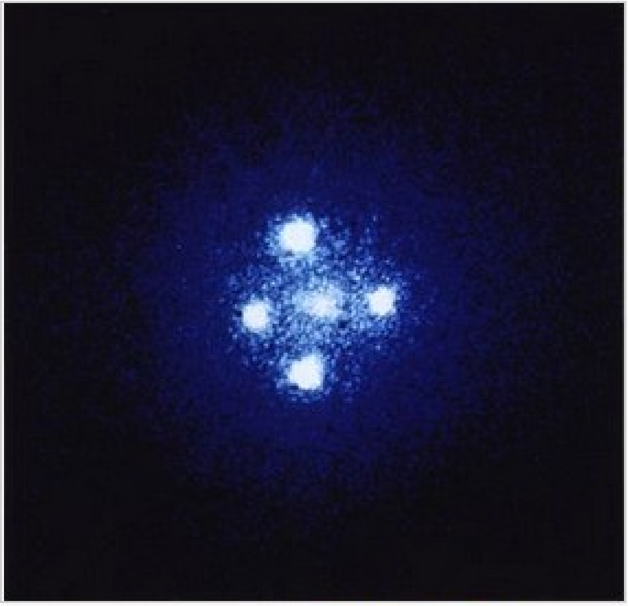
像是引力場會使光線偏轉



從遙遠光源發射出的光波，經過大質量天體附近時，會被其重力場偏折。橘色箭透露出光源的表觀位置；白色箭透露出光源的真實位置。



從光源（圖中藍點表示）發射出的光線在途徑一個緻密星體（圖中灰色區域表示）時發生的光線偏折

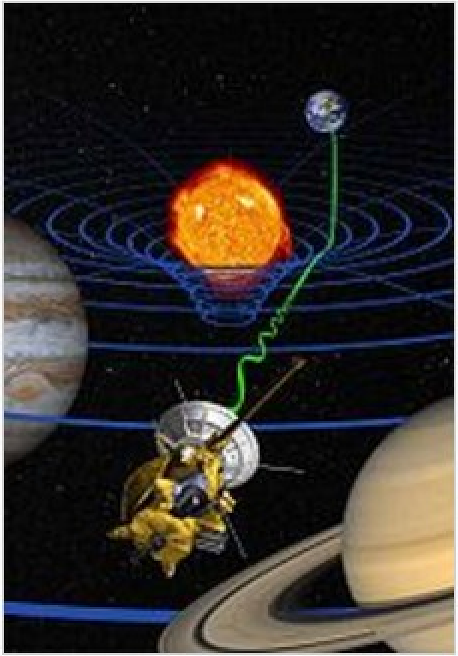


重力透鏡效應造成的愛因斯坦十字

重力時間延遲的預言等等

重力時間延遲 [編輯]

1963年，歐文·夏皮羅（Irwin Shapiro）提出另一種可以在太陽系內進行的實驗，稱為夏皮羅實驗。這實驗不同於前述三種古典實驗，因此又稱為第四種檢驗廣義相對論的「古典實驗」。夏皮羅表明，被其它行星反射的雷達信號，其來回時間會出現相對論性時間延遲，這效應稱為重力時間延遲效應。[29]與直線路徑相比較，光子在掠過太陽時彎曲路徑所產生的時間延遲微不足道，但是廣義相對論預測，在光子靠近太陽的重力場時，時間延遲效應會因時間膨脹而逐漸增加。對水星和金星被太陽掩食前後的觀測符合廣義相對論的預測，誤差為5%。[30]更近期的卡西尼-惠更斯號進行類似實驗，結果與廣義相對論相符，誤差只有0.002%。[31]甚長基線干涉測量也測量了木星[32][33]和土星[34]經重力磁性修正後的重力時間延遲效應。



位於土星的卡西尼號向地球發送的信號在太陽的重力場中延遲

這些都是由於

- 愛因斯坦加入了《光速不變原理、相對性原理、等效原理》等新的公理到物理系統中，並對原本的牛頓體系進行修正的結果！

但是為了廣義相對論的數學

- 愛因斯坦花了整整十年才創造出數學公理體系。
- 這當然不是上述《等效原理》四個字就可以涵蓋的！

必須能夠數學化

- 達到可以計算的程度！

為了這個目的

- 愛因斯坦引用了《微分幾何》中的很多概念，並和數學家門，一同創造出了《張量》這個數學領域。
- 並提出了一大組的方程式！

像是重力場方程式

愛因斯坦重力場方程式 [編輯]

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

其中

- $G_{\mu\nu}$ 稱為愛因斯坦張量，
- $R_{\mu\nu}$ 是從黎曼張量縮併而成的里奇張量，代表曲率項；
- R 是從里奇張量縮併而成的純量曲率(或里奇數量)；
- $g_{\mu\nu}$ 是從(3+1)維時空的度量張量；
- $T_{\mu\nu}$ 是能量-動量-應力張量，
- G 是重力常數，
- c 是真空中光速。

能量場方程式

愛因斯坦場方程式的性質 [編輯]

能量與動量守恆 [編輯]

場方程式的一個重要結果是遵守局域的（local）能量與動量守恆，透過應力-能量張量（代表能量密度、動量密度以及應力）可寫出：

$$\nabla_\nu T^{\mu\nu} = T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$$

場方程式左邊（彎曲幾何部份）因為和場方程式右邊（物質狀態部份）僅成比例關係，物質狀態部份所遵守的守恆律因而要求彎曲幾何部份也有相似的數學結果。透過微分比安基恆等式，以描述時空曲率的里奇張量$R^{\mu\nu}$（以及張量縮併後的里奇純量$R \equiv R^\mu_\mu$）之代數關係所設計出來的愛因斯坦張量$G^{\mu\nu} \equiv R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R$可以滿足這項要求：

$$\nabla_\nu G^{\mu\nu} = G^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$$

然後添加了靜態宇宙常數

- 試圖維持宇宙的靜態現象

添加宇宙常數項 [編輯]

愛因斯坦為了使宇宙能呈現為靜態宇宙（不動態變化的宇宙，既不膨脹也不收縮），在後來又嘗試加入了一個常數Λ相關的項$\Lambda g_{\mu\nu}$於場方程式中，使得場方程式形式變為：

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

可以注意到$\Lambda g_{\mu\nu}$這一項正比於度規張量，而維持住守恆律：

$$\nabla_\nu (\Lambda g_{\mu\nu}) = \Lambda \nabla_\nu (g_{\mu\nu}) = 0$$

此一常數Λ被稱為宇宙常數。

但這個常數其實是多此一舉

- 因為後來哈伯發現宇宙是在膨脹中的！

這個嘗試後來因為兩個原因而顯得不正確且多此一舉：

1. 此一理論所描述的靜態宇宙是不穩定的。
2. 十年後，由愛德溫·哈伯對於遠處星系所作觀測的結果證實我們的宇宙正在膨脹，而非靜態。

因此，Λ項在之後被捨棄掉，且愛因斯坦稱之為「一生中最大的錯誤」("biggest blunder [he] ever made")[4]。之後許多年，學界普遍設宇宙常數為0。

儘管最初愛因斯坦引入宇宙常數項的動機有誤，將這樣的項放入場方程式中並不會導致任何的不一致性。事實上，近年來天文學研究技術上的進步發現，要是存在不為零的Λ確實可以解釋一些觀測結果。[5] [6]

愛因斯坦甚至把馬克士威方程式也修了

愛因斯坦-馬克士威方程式 [編輯]

參見：彎曲時空中的馬克士威方程組

如果方程組右邊的能量-動量張量等於電磁學中的能量-動量張量，也就是

$$T^{\alpha\beta} = -\frac{1}{\mu_0}\left(F^{\alpha\psi}F_{\psi}{}^{\beta} + \frac{1}{4}g^{\alpha\beta}F_{\psi\tau}F^{\psi\tau}\right)$$

則此方程組稱為「愛因斯坦-馬克士威方程式」：

$$R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg^{\alpha\beta} + \Lambda g^{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4\mu_0}\left(F^{\alpha\psi}F_{\psi}{}^{\beta} + \frac{1}{4}g^{\alpha\beta}F_{\psi\tau}F^{\psi\tau}\right).$$

其中$F_{\alpha\beta}$稱為電磁張量，定義如下：

$$F_{\alpha\beta} = A_{\alpha;\beta} - A_{\beta;\alpha} = A_{\alpha,\beta} - A_{\beta,\alpha}$$

其中A_α是4-向量勢，分號代表協變微分，逗號代表偏微分。

可惜這些關於張量的數學

- 我還看不懂 …

$$
\begin{aligned}
\bar{J}^{\mu} &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}^{\nu}}\left(\bar{\mathcal{D}}^{\mu\nu}\right) = \frac{\partial}{\partial \bar{x}^{\nu}}\left(\frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial \bar{x}^{\nu}}{\partial x^{\beta}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right]\right) \\
&= \frac{\partial^2 \bar{x}^{\mu}}{\partial \bar{x}^{\nu} \partial x^{\alpha}} \frac{\partial \bar{x}^{\nu}}{\partial x^{\beta}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial^2 \bar{x}^{\nu}}{\partial \bar{x}^{\nu} \partial x^{\beta}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \\
&\quad \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial \bar{x}^{\nu}}{\partial x^{\beta}} \frac{\partial \mathcal{D}^{\alpha\beta}}{\partial \bar{x}^{\nu}} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial \bar{x}^{\nu}}{\partial x^{\beta}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^{\nu}} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] \\
&= \frac{\partial^2 \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\beta} \partial x^{\alpha}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial^2 \bar{x}^{\nu}}{\partial \bar{x}^{\nu} \partial x^{\beta}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \\
&\quad \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial \mathcal{D}^{\alpha\beta}}{\partial x^{\beta}} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial \bar{x}^{\nu}}{\partial x^{\beta}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] \frac{\partial \bar{x}^{\rho}}{\partial x^{\sigma}} \frac{\partial^2 x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\nu} \partial \bar{x}^{\rho}} \\
&= 0 + \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial^2 \bar{x}^{\nu}}{\partial \bar{x}^{\nu} \partial x^{\beta}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \\
&\quad \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} J^{\alpha} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] \frac{\partial \bar{x}^{\rho}}{\partial x^{\sigma}} \frac{\partial^2 x^{\sigma}}{\partial x^{\beta} \partial \bar{x}^{\rho}} \\
&= \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} J^{\alpha} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] + \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \mathcal{D}^{\alpha\beta} \det\left[\frac{\partial x^{\sigma}}{\partial \bar{x}^{\rho}}\right] \left(\frac{\partial^2 \bar{x}^{\nu}}{\partial \bar{x}^{\nu} \partial x^{\beta}} + \frac{\partial \bar{x}^{\rho}}{\partial x^{\sigma}} \frac{\partial^2 x^{\sigma}}{\partial x^{\beta} \partial \bar{x}^{\rho}}\right).
\end{aligned}
$$

不過還是可以看看結果

- 過過乾癮 …

電磁場四維張量 [編輯]

電磁場是一個協變的二階反對稱張量，它用電磁勢可以定義為

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha \,.$$

電磁位移張量 [編輯]

位移電場 $\mathbf{D}$,和附屬磁場 $\mathbf{H}$,構成一個反對稱的逆變二階張量。真空中這個張量為

$$\mathcal{D}^{\mu\nu} = \frac{1}{\mu_0} g^{\mu\alpha} F_{\alpha\beta} g^{\beta\nu} \sqrt{-g} \,.$$

電磁波方程式 [編輯]

從電磁理論的狹義相對論形式可以藉助電磁場張量修改得到非齊次的電磁波方程式

$$\Box F_{ab} \stackrel{\text{def}}{=} F_{ab;}{}^{d}{}_{d} = -2R_{acbd}F^{cd} + R_{ae}F^{e}{}_{b} - R_{be}F^{e}{}_{a} + J_{a;b} - J_{b;a}$$

這些張量方程式

- 就是廣義相對論的《宇宙公理系統》

雖然

- 我完全看不懂！

但是

- 還是可以感受《愛因斯坦》到底做了些甚麼？

從上述的相對論公理系統

- 您應該可以感受到公理系統對物理學的重要性！

一旦公理系統有任何改變

- 通常會造成非常大的影響
- 我們對世界的預測能力往往會因此而大幅增進！

但是愛因斯坦的
廣義相對論公理系統

- 還是有一些盲點！

那些盲點

- 主要是在極小尺度的《量子力學》領域！

所以後來的物理學家

- 還有數學家們，都在努力地創造出一個《可以同時容納相對論與量子力學》的公理系統！

像是《超弦理論》

- 就試圖引進 13 維度的空間，其中九個維度蜷縮在原子裡面
- 想要透過引進這些維度來同時解釋相對論與量子力學所涵蓋的那些物理系統。

但是那種超弦理論

- 我當然也還不懂，只能在此耍耍嘴皮而已！

還請各方先進

- 有空時指點一下！

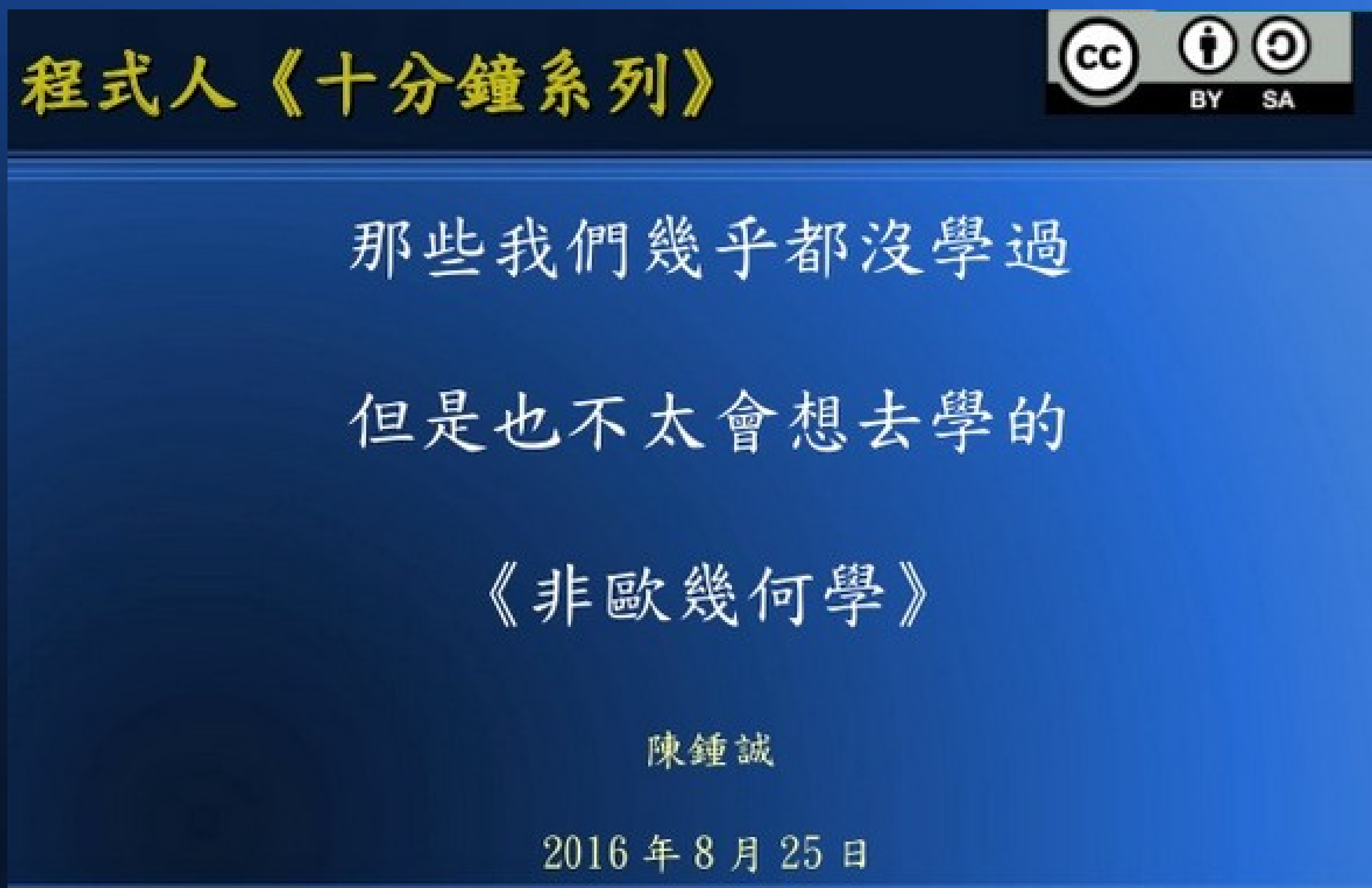
關於公理系統的影響

- 在上述的物理學演進裏，我們已經看得很清楚了！

不過在數學領域裏

- 光是在《歐氏幾何》中改變《平行公理》，就可以創造出完全不同的《非歐幾何學》！

我們曾經在之前探討過這個主題



http://www.slideshare.net/cccknit/ss-65353098

在此就不重述了！

以上

- 就是我對《物理領域公理體系之演變》的理解。

希望這次的十分鐘系列

能讓您充分體會

- 《公理系統》對數學和物理這些領域的重要性！

這就是我們今天的

- 十分鐘系列！

我們下回見！

Bye Bye!