

2е занятие. Системы счисления

1.Перевести из 10 в 16 систему 12345678, 1000000

Перевод числа 12345678_{10} :

1) $12345678 \div 16$

- Частное: 771604
- Остаток: 14 == E

2) $771604 \div 16$

- Частное: 48225
- Остаток: 4

3) $48225 \div 16$

- Частное: 3014
- Остаток: 1

4) $3014 \div 16$

- Частное: 188
- Остаток: 6

5) $188 \div 16$

- Частное: 11
- Остаток: 12 == C

6) $11 \div 16$

- Остаток: 11 == B

Ответ: $12345678_{10} = BC614E_{16}$

Перевод числа 1000000_{10} :

1) $1000000 \div 16$

- Частное: 62500
- Остаток: 0

2) $62500 \div 16$

- Частное: 3906
- Остаток: 4

3) $3906 \div 16$

- Частное: 244

- Остаток: 2

4): $244 \div 16$

- Частное: 15
- Остаток: 4

5): $15 \div 16$

- Остаток: 15 == F

Ответ: $1000000_{10} = F4240_{16}$

2. Перевести из 16 в 10 систему 12345678, 1000000

Перевод числа 12345678_{16} :

$$\begin{aligned}
 &1 \cdot 16^7 + 2 \cdot 16^6 + 3 \cdot 16^5 + 4 \cdot 16^4 + 5 \cdot 16^3 + 6 \cdot 16^2 + 7 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = \\
 &= (1 \cdot 268435456) + (2 \cdot 16777216) + (3 \cdot 1048576) + (4 \cdot 65536) + (5 \cdot 4096) + (6 \cdot 256) + (7 \cdot 16) + (8 \cdot 1) = 268435456 + 33554432 + 3145728 + 262144 + 20480 + 1536 + 112 + 8 = \\
 &\mathbf{305419896}
 \end{aligned}$$

Ответ: $12345678_{16} = 305419896_{10}$

Перевод числа 1000000_{16} :

$$\begin{aligned}
 &1 \cdot 16^6 + 0 \cdot 16^5 + 0 \cdot 16^4 + 0 \cdot 16^3 + 0 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = \\
 &= 1 \cdot 16^6 = 16777216
 \end{aligned}$$

Ответ: $1000000_{16} = 16777216_{10}$

3. Записать в виде логического выражение ответ Винни Пуха: “Сгущенного молока и меда и можно без хлеба”

A – есть сгущенное молоко ?

B – есть мед?

C – есть хлеб?

Если «можно без хлеба» == !C,

тогда получается **Сгущенного молока и меда и можно без хлеба** ==>

A && B && !C

Ответ: A && B && !C

Однако если «можно без хлеба» это факт снимающий ограничение на наличия хлеба, то как логический аргумент, элемент C вообще может не использоваться, оставляя только A && B.

4. Доказать тождества $A \rightarrow B = !A \vee B$, $A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (!A \wedge !B)$

Доказательство $A \rightarrow B = \neg A \vee B$:

Таблица истинности

A	B	$\neg A$	$A \rightarrow B$	$\neg A \vee B$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	1

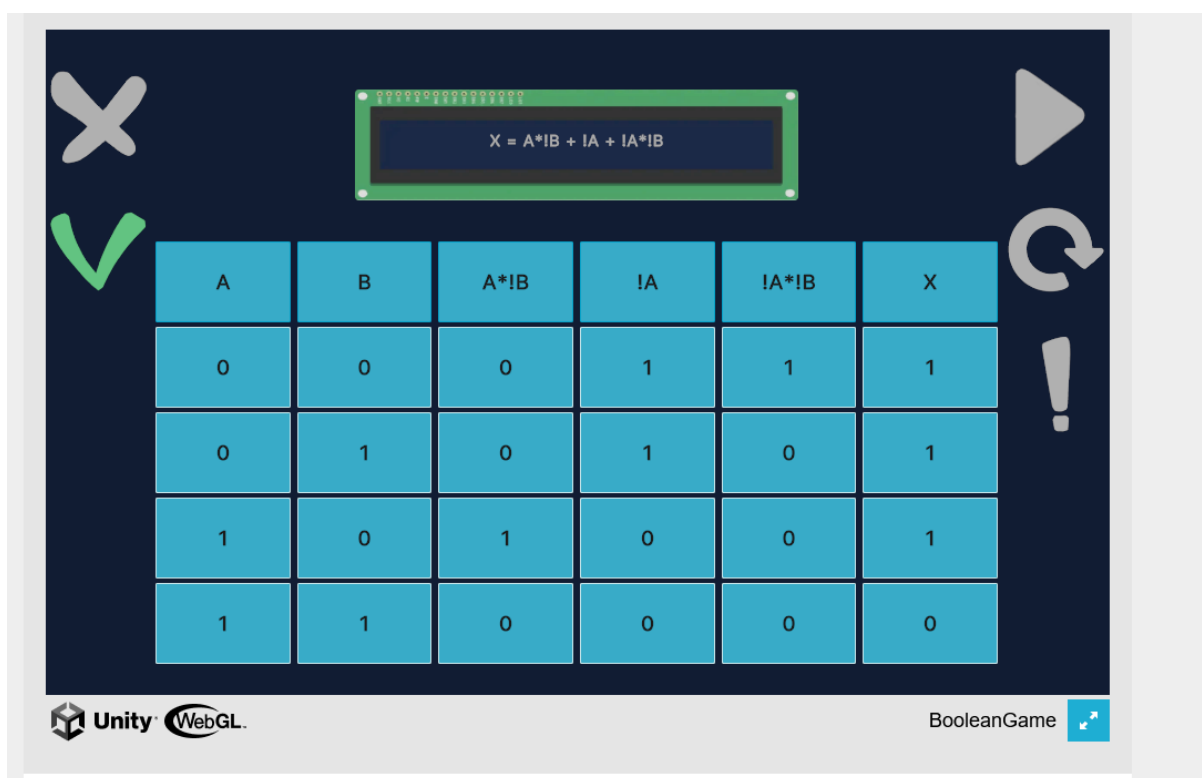
Ответ: Исходя из совпадения столбцов $A \rightarrow B$ и $\neg A \vee B$ выходит доказательства того, что выражения тождественны

Доказательство $A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$:

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \leftrightarrow B$	$A \wedge B$	$\neg A \wedge \neg B$	$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1

Ответ: Исходя из совпадения столбцов $A \leftrightarrow B$ и $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$ выходит доказательства того, что выражения тождественны

5. Прислать скриншот Boolean games by July Sudarenko:



6. Упростить выражение: $X = (B \rightarrow A) \&\& !(A \parallel B) \&\& (A \rightarrow C)$

1) Из доказанного тождества в задаче 4 известно что:

$$(B \rightarrow A) = !B \parallel A$$

$$(A \rightarrow C) = !A \parallel C$$

$$\text{Тогда: } X = (!B \parallel A) \&\& !(A \parallel B) \&\& (!A \parallel C)$$

2) Таблица истинности для $!(A \parallel B)$ и $!A \&\& !B$

A	B	!A	!B	!A && !B	!(A B)
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0

$$\text{Тогда: } !(A \parallel B) = !A \&\& !B$$

$$X = (!B \parallel A) \&\& (!A \&\& !B) \&\& (!A \parallel C)$$

3) Так как в основе $\&\&$, то можно переставить слагаемые, тогда:

$$X = (!A \&\& !B) \&\& (!B \parallel A) \&\& (!A \parallel C)$$

4) Разбитие оператора $\&\&$ на два частных случая с \parallel :

$$(!A \&\& !B) \&\& (!B \parallel A) = ((!A \&\& !B) \&\& !B) \parallel ((!A \&\& !B) \&\& A)$$

Тогда: т.к. $!B \&\& !B = !B$, то $(!A \&\& !B) \&\& !B = !A \&\& !B$ и $(!A \&\& !B) \&\& A = !A \&\& A \&\& !B =$

$0 \&\& !B = 0$, так как $A \&\& !A$ всегда дают 0.

Получается:

$$(!A \&\& !B) \&\& (!B \parallel A) = (!A \&\& !B) \parallel 0 = !A \&\& !B$$

$$X = (!A \&\& !B) \&\& (!A \parallel C)$$

5) Упрощение $(!A \&\& !B) \&\& (!A \parallel C)$:

$$(!A \&\& !B) \&\& (!A \parallel C) = ((!A \&\& !B) \&\& !A) \parallel ((!A \&\& !B) \&\& C)$$

Тогда, $(!A \&\& !B) \&\& !A = !A \&\& !B$ и $(!A \&\& !B) \&\& C = !A \&\& !B \&\& C$

$$X = (!A \&\& !B) \parallel (!A \&\& !B \&\& C)$$

б) Таблица истинности для $(!A \ \&\& \ !B) \parallel (!A \ \&\& \ !B \ \&\& \ C)$

A	B	C	!A	!B	!A && !B	(!A && !B && C)	(!A && !B) (!A && !B && C)
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0

Исходя из равенства столбцов $!A \ \&\& \ !B$ и $(!A \ \&\& \ !B) \parallel (!A \ \&\& \ !B \ \&\& \ C)$, ясно что C не влияет на результат, поэтому итоговое выражение можно привести к виду:
 $X = !A \ \&\& \ !B$

Ответ: $X = !A \ \&\& \ !B$

Проверка ответа $X = (B \rightarrow A) \ \&\& \ !(A \parallel B) \ \&\& \ (A \rightarrow C)$ и $!A \ \&\& \ !B$

A	B	C	!A	!B	$B \rightarrow A$	$A \rightarrow C$	$!(A \parallel B)$	$(B \rightarrow A) \ \&\& \ !(A \parallel B)$	$(B \rightarrow A) \ \&\& \ !(A \parallel B) \ \&\& \ (A \rightarrow C)$
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1	0	0	0

A	B	!A	!B	! A && ! B
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

Что показывает что лишь вариант с $A = 0$ и $B = 0$, приводит к $X = 1$, тем самым доказывая тождества упрощения.