Astrofísica Computacional
2019
Problema 4. Ecuación de Burguer

Ecuación de Burguer
La ecuación de Burguer es

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \ , \tag{1}$$

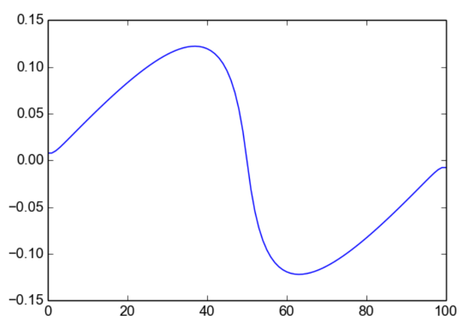
y es utilizada como un primer ejemplo de la hidrodinámica. Es muy similar a la ecuación de advección, pero en este caso la velocidad NO es una constante v sino que es el mismo campo u que se quiere encontrar. Esta característica puede llevar a efectos como los shocks o la rarefacción, que son típicos en las descripciones de la hidrodinámica.

1. Solucione la ecuación de Burger para evolucionar un perfil sinusoidal,

$$\Psi_0 = \Psi(x, t = 0) = \frac{1}{8}\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \tag{2}$$

en el dominio $[0, L]$ con $L = 100$.
Utilice condiciones de frontera de "outflow" (recuerde que bajo esta condición los datos de los últimos puntos interiores en la malla son copiados en los puntos de frontera.).

Implemente un esquema "upwind" para demostrar que la solución forma un shock después de $t \gtrsim 140$.



(2) Solucione la ecuación de Burger para evolucionar un perfíl de paso,

$$\Phi_0 = \Phi(x, t = 0) = \begin{cases} 1 \text{ cuando } x < 0{,}5 \\ 2 \text{ cuando } x > 0{,}5 \end{cases} \tag{3}$$

en el dominio $[0, 1]$.

Implemente un esquema "upwind"para mostrar la aparición de la rarefacción.

Estudie la evolución de los perfiles utilizando otros métodos de solución de la ecuación diferencial.