

Astrofísica Computacional

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias II

A. Problema Gravitacional de los N-Cuerpos

Las ecuaciones de movimiento de N-partículas moviéndose bajo su interacción gravitacional mutua se pueden escribir en la forma

$$m_i \ddot{\mathbf{x}}_i = -Gm_i \sum_{j=1, i \neq j}^N \frac{m_j}{|\mathbf{x}_{ij}|^2} \hat{\mathbf{x}}_{ij}, \quad (1)$$

donde $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ es el vector que apunta desde la partícula j a la partícula i .

1. Implemente un programa que resuelva el problema diferencial de las ecuaciones de movimiento (1) utilizando un método Runge-Kutta de orden 4. El algoritmo debe ser lo suficientemente general para poder incluir un número arbitrario de partículas y las condiciones iniciales deben ser leídas de un archivo.
2. Con el fin de probar el código implementado, utilice los datos iniciales para el sistema Sol-Tierra dados en el archivo *sun_earth.dat* y grafique el comportamiento del sistema a lo largo de algunos años. Compruebe que la órbita no se comporta a la forma de una espiral.
3. Con el fin de asegurar la convergencia del algoritmo, implmente una rutina dentro del programa que calcule la energía total del sistema de N-partículas. Evalúe el comportamiento de la energía a lo largo de la evolución y grafique para comprobar si existe algún cambio significativo. El comportamiento mejora o empeora al modificar el paso de la integración?
4. Ahora utilice su código para estudiar la evolución del sistema de 13 estrellas S0 moviéndose alrededor del agujero negro supermasivo SgrA*, proporcionado en el archivo *S0stars.dat*. Verifique también el comportamiento de la energía del sistema de 13+1 partículas. Grafique las órbitas de estas estrellas a lo largo de un periodo de al menos 100 años.
5. Modifique el código para incorporar un método simpléctico, como el de Verlet, o el método de Bulirsch-Stoer para solucionar el problema y resuelva de nuevo para el sistema de las 13 estrellas S0 moviéndose alrededor de SgrA*. Mejora el tiempo de cómputo utilizando este método? Se conserva la energía total del sistema?

Nota: En cada uno de los casos, verifique el sistema de unidades utilizado para las condiciones iniciales del sistema y realice las transformaciones del caso para que estos datos se ajusten a las unidades que utilice su código.