Astrofísica Computacional

Ecuación de difusión y Ecuación de Onda.

A. Ecuación de Difusión.

Considere la ecuación de difusión, en un espacio 2-dimensional, para una función $\psi = \psi(x, y)$,

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = k \nabla^2 \psi, \tag{1}$$

con $k = 0.3$. Resuelva esta ecuación diferencial en el dominio espacial $x \in [0, 100]$ y $y \in [0, 100]$ considerando el perfil inicial

$$\psi_0 = \psi(t = 0, x, y) = e^{-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\sigma^2}}, \tag{2}$$

donde $x_0 = 50$, $y_0 = 50$ y $\sigma = \sqrt{25}$. Implemente condiciones de frontera de gradiente nulo (outflow) y una malla espacial con al menos 200 nodos en cada dirección.

B. Ecuación de Onda.

Considere la ecuación de onda para una función $\psi = \psi(x, y)$,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \psi, \tag{3}$$

donde $v = 1$. Resuelva esta ecuación diferencial en el dominio espacial $x \in [0, 100]$ y $y \in [0, 100]$ considerando el perfil inicial

$$\psi_0 = \psi(t = 0, x, y) = e^{-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\sigma^2}}, \tag{4}$$

y la velocidad inicial

$$\dot{\psi}_0 = \frac{\partial \psi(t = 0, x, y)}{\partial t} = e^{-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\sigma^2}}, \tag{5}$$

donde $x_0 = 20$, $y_0 = 30$ y $\sigma = \sqrt{20}$. Implemente condiciones de frontera de Dirichlet,

$$\begin{cases} \phi(x, 0) = & 0 \\ \phi(0, y) = & 0 \\ \phi(100, y) = & 0 \\ \phi(x, 100) = & 0. \end{cases} \tag{6}$$

y utilice una malla espacial con al menos 100 nodos en cada dirección.