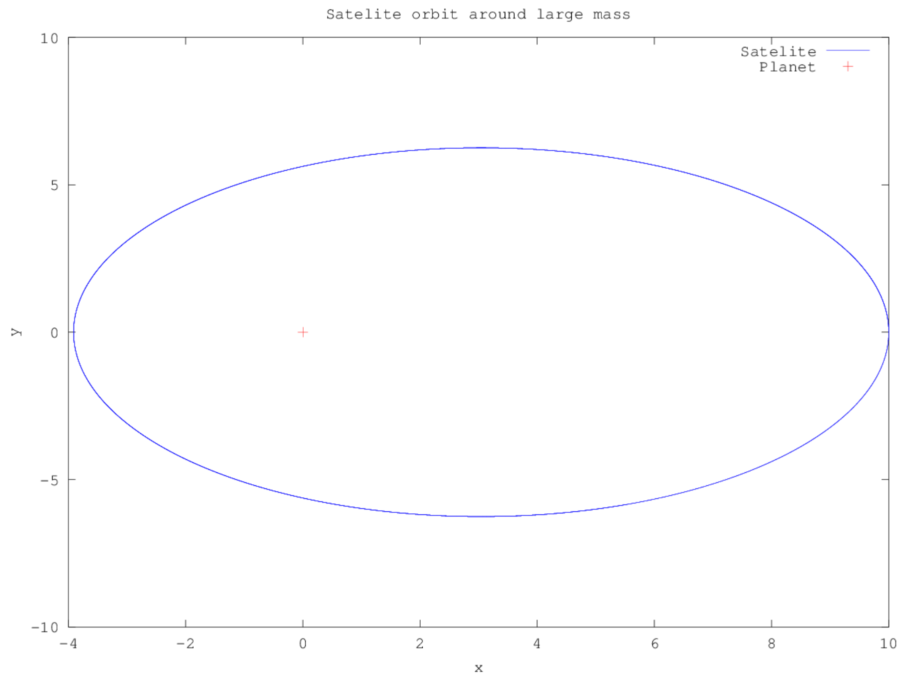
Solsystemet
Klassisk Mekanik

Benjamin Nauck, c05ben@cs.umu.se
Emil Eriksson, c07een@cs.umu.se



Figur 1: Satellitens omloppsbana.

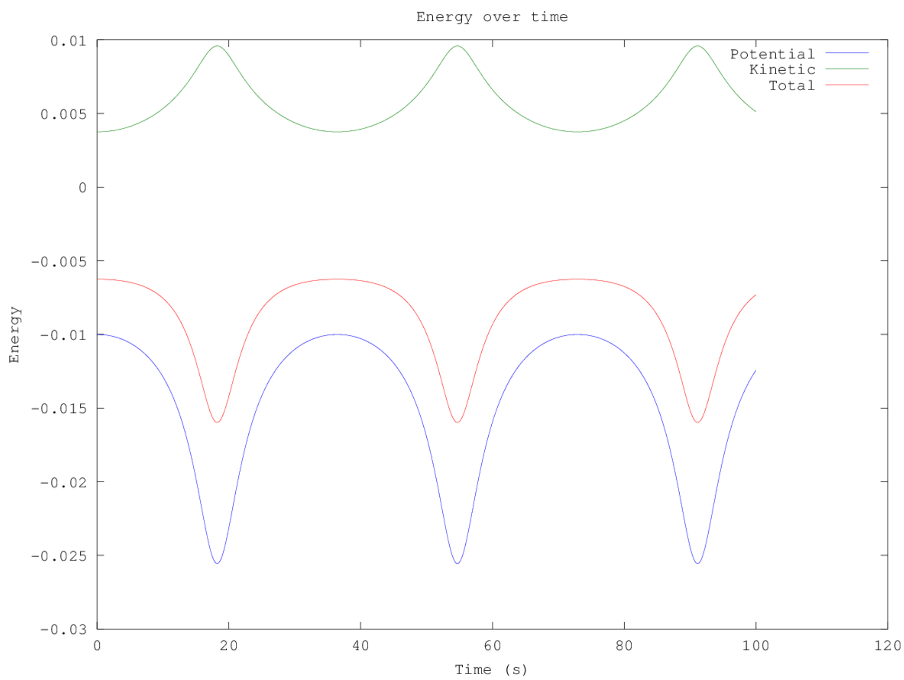
1 Introduktion

I följande laboration kommer vi att gå igenom svar på uppgifter vi fått och diskussion om dessa. Laborationen gick ut på att implementera och analysera n-kropps-problem med hjälp av Velocity-Verlet-simulering.

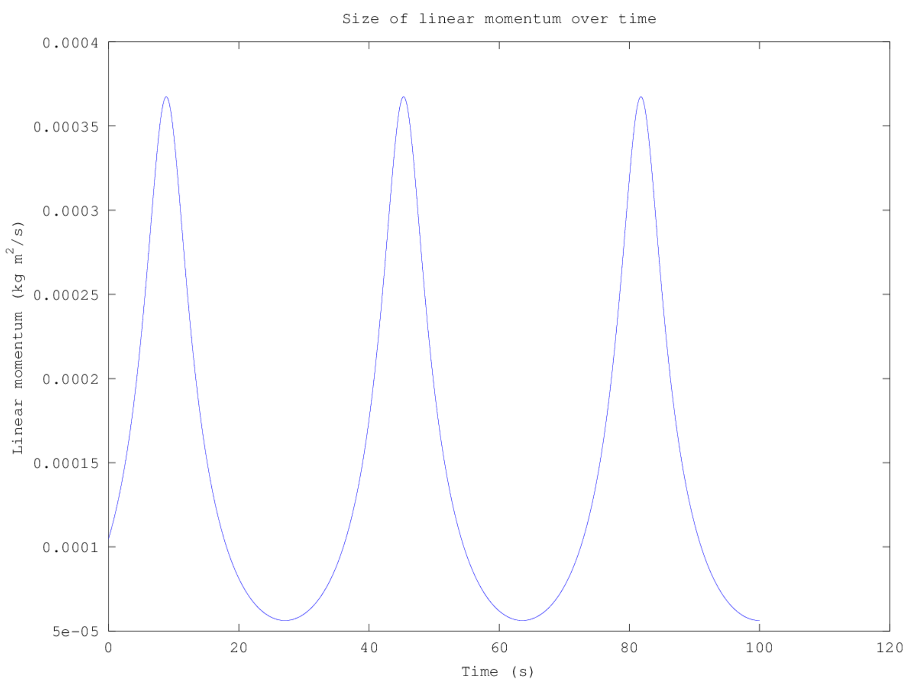
2 Simulering av satellit

Satellitens omloppsbana går att finna i Figur 1. För att satellitens omloppsbana ska bli stabil behöver Δt vara kring $100s$.

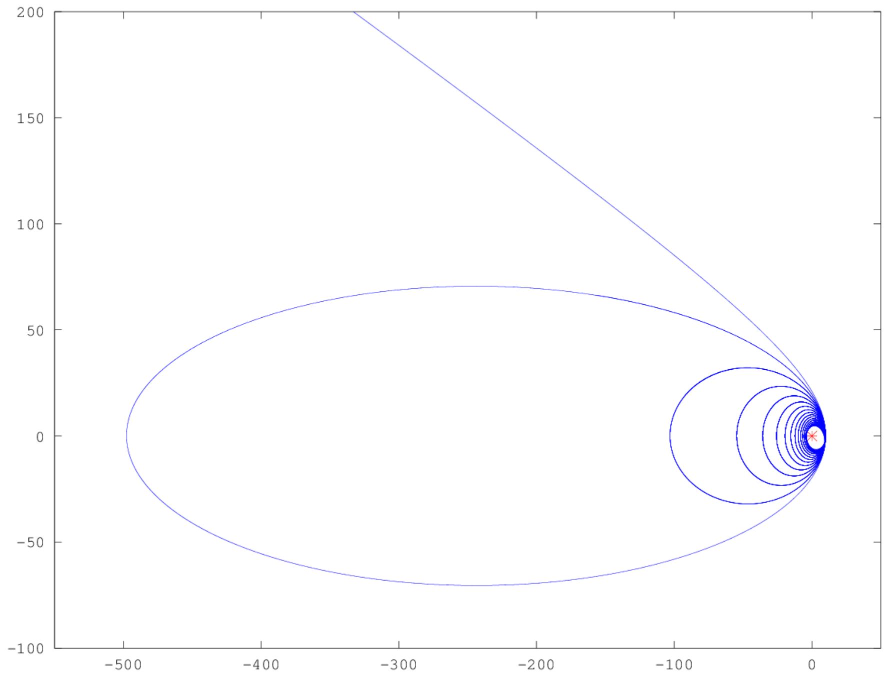
I Figur 2 på nästa sida går det att se hur energin i systemet ändras över tiden. I Figur 3 på sidan 4 går det att se hur rörelsemängden i systemet ändras över tiden.



Figur 2: Energin för satelliten i omloppsbana.



Figur 3: Rörelsemängden för satelliten.



Figur 4: Omloppsbanor då initialhastigheten förändras hos satelliten.

3 Omloppstiden

3.1 Beräkning av omloppstid

För att beräkna omloppstiden itererar vi igenom positionerna och ser när positionen går in i första kvadranten.

Omloppstiden för satelliten är beräknad till: $37s$.

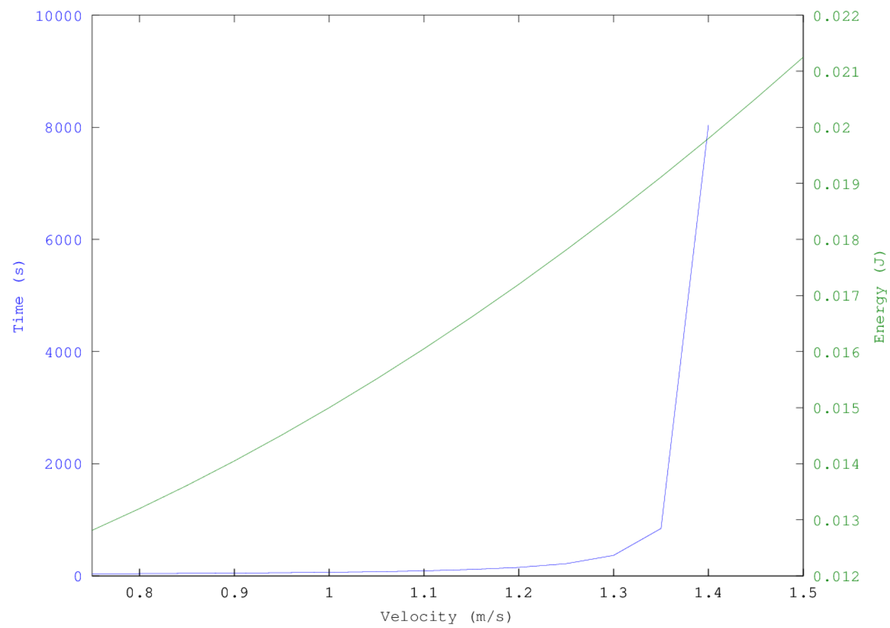
Om initialhastigheten ökas till runt 1.4 lämnar satelliten sin omloppsbana. Se Figur 4. I Figur 5 på följande sida kan vi se att omloppstiden ökar exponensiellt med initialhastigheten.

3.2 ISS

För att undersöka om våran simuleringsmodell fungerar testar vi att simulera rymdstationen ISS omloppsbana kring jorden med verklig data.

Den data vi fört in i system återfinns i Tabell 1 på nästa sida.

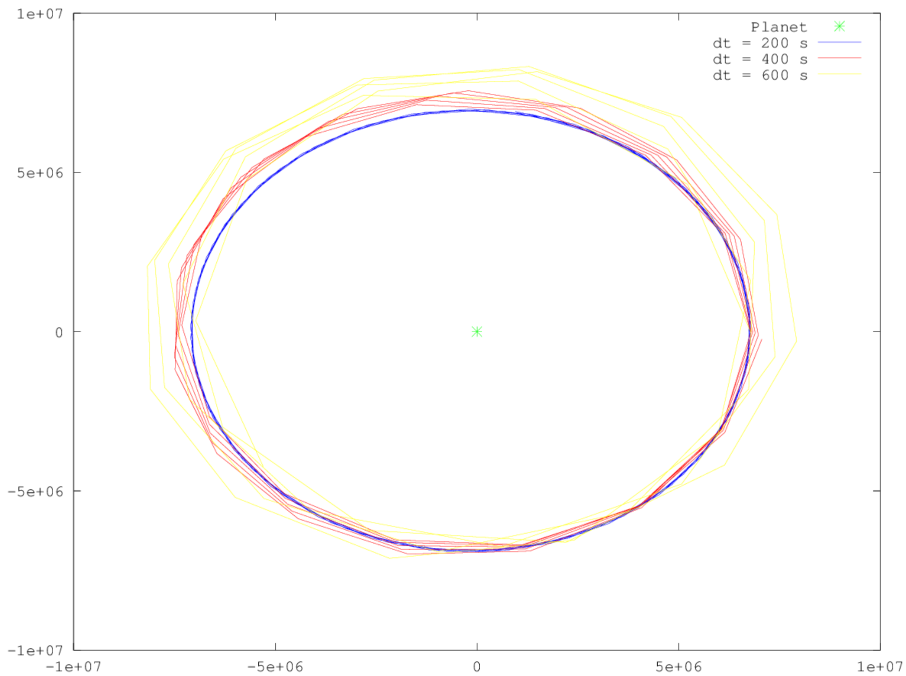
Den simulerade omloppstiden för ISS är beräknad till $5651s$ vilket tycks stämma ganska bra med det riktiga värdet som ligger på $5570s$ [wikipedia].



Figur 5: Som vi kan se så ökar omloppstiden exponensiellt med initialhastigheten. Som förväntat ökar energin kvadratiskt.

konstant	värde
G	$6.67384 \cdot 10^{-11}$
m_J	$5.972 \cdot 10^{24}$
m_{ISS}	$4.5 \cdot 10^5$
v_0	$7.7066 \cdot 10^3$
h	$4.12 \cdot 10^5$
r_J	$6.371 \cdot 10^6$

Tabell 1: Tabell över data använt i simulering av ISS omloppsbana kringjorden.[wikipedia]



Figur 6: ISS simulerade omloppsbana kring jorden för ett antal värden på Δt

Planet	Massa (relativt jordens)	Avstånd till Solen (mätt i AU)	hastighet
Merkurius	$5.5 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-1}$	$4.787 \cdot 10^{4}$
Venus	$8.15 \cdot 10^{-1}$	$7 \cdot 10^{-1}$	$3.502 \cdot 10^{4}$
Jorden	1	1	$2.978 \cdot 10^{4}$
Mars	$1.07 \cdot 10^{-1}$	1.5	$2.4077 \cdot 10^{4}$

Tabell 2: Tabell över de inre planeternas och solens massor, planeternas avstånd till solen relativt jordens samt dess hastighet.[wikipedia]

4 Tvåkroppsproblemet

Denna uppgift är överhoppad då den är så pass lik nästkommande uppgift.

5 Solsystemet

För att testa om simuleringen fungerar för n stycken kroppar så testar vi att simulera solsystemets inre kroppar; Solen, Merkurius, Venus, Jorden samt Mars. Data för dessa kroppar återfinns i Tabell 2.

5.1 Stabil bana

Som nämnts tidigare är ett problem med tidsdiskretiserad simulering, att resultatet ändras om man justerar tiden mellan varje iteration. För att en simulering ska bli stabil måste ett tillräckligt lågt Δt väljas. Som går att se i Figur 7 på nästa sida så kan man få oönskat resultat detta värde väljs för högt, men om man istället väljer ett tillräckligt lågt tal så stabiliseras omloppsbanorna, se Figur 8 på sidan 10.

5.2 Validering av simulering

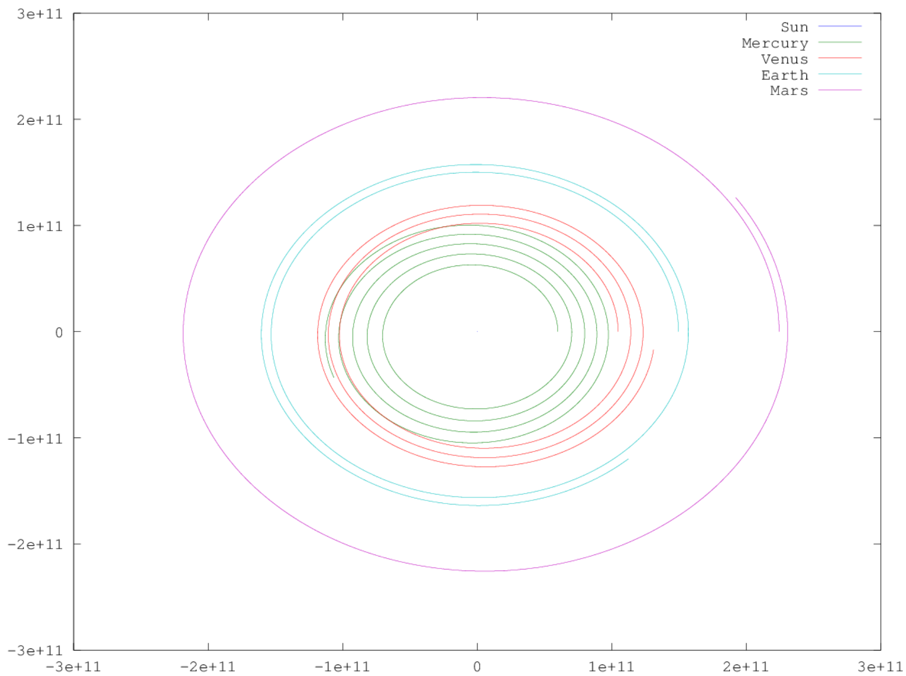
Vidare går det att undersöka om energin och rörelsemängden bevaras genom simuleringen för att validera simuleringsmodellen.

I Figur 10 på sidan 12 kan vi se den kinetiska energin för de olika kropparna i solsystemet. Tillsammans med Figur 9 på sidan 11 som visar den potentiella energin får man Figur 11 på sidan 13. Den totala energin domineras totalt av den potentiella energin och den potentiella energin domineras av bidraget från Solen.

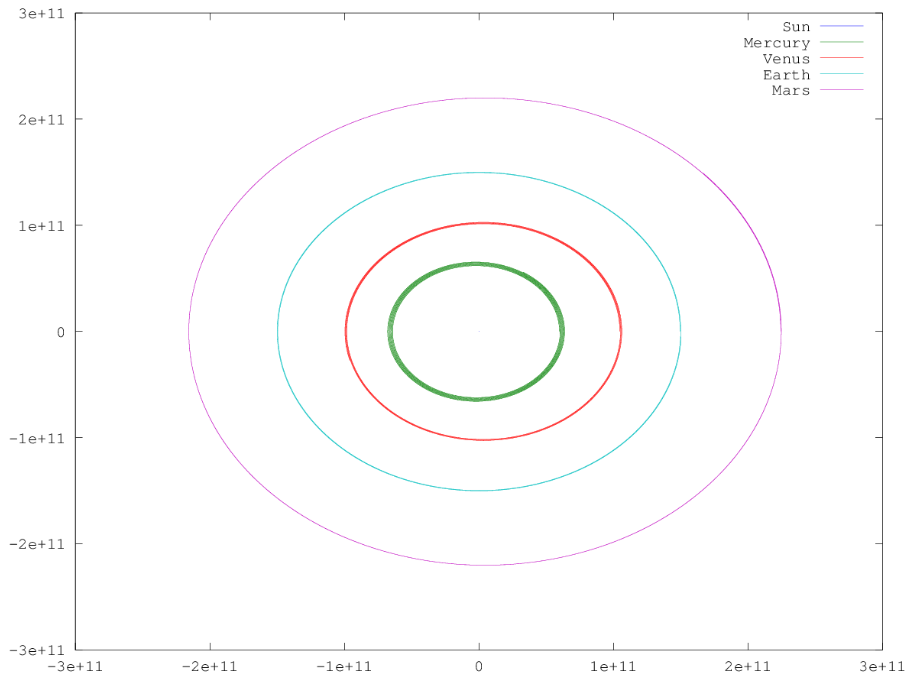
I Figur 12 på sidan 14 kan vi se rörelsemängden i systemet. Diagrammet visar absolutbeloppet av det totala rörelsemomentet.

5.3 Omloppstider

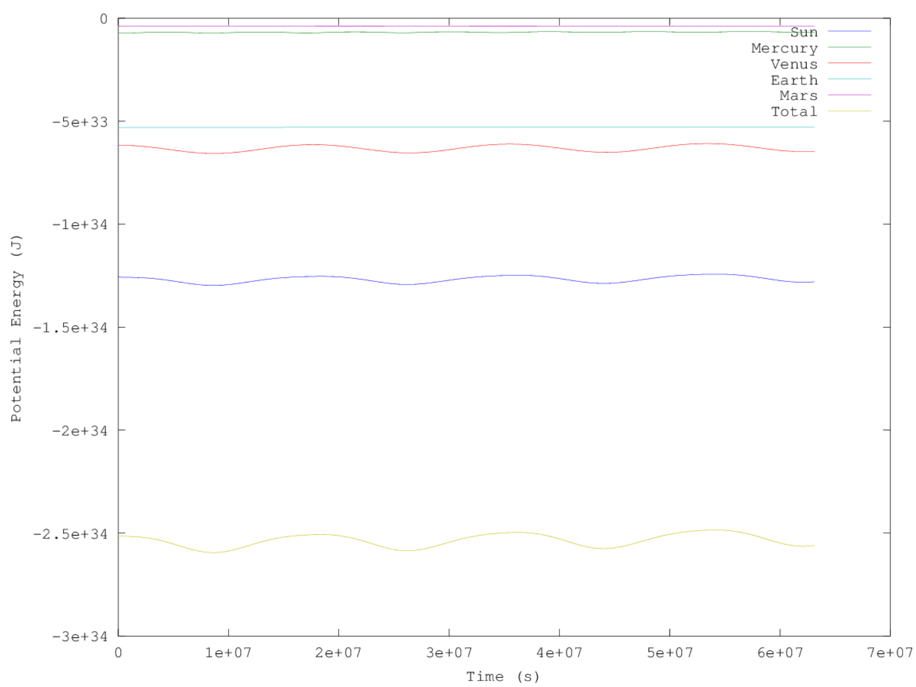
Mycket går att analysera genom att undersöka energibevarande och så vidare, men simulerar man verkligheten bör man även undersöka så att simuleringen



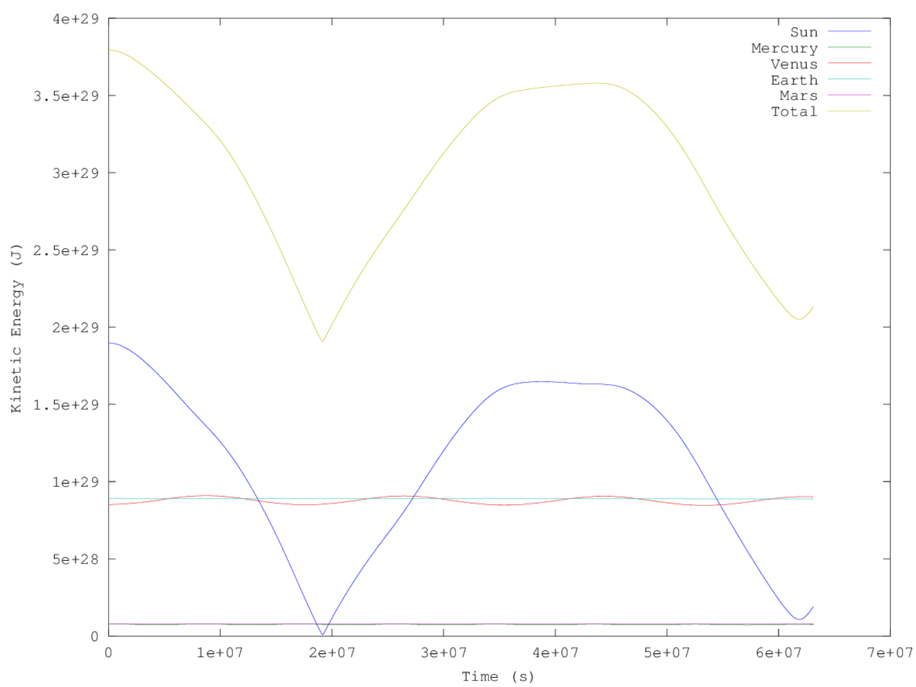
Figur 7: Simulerade omloppsbanor med ett för stort värde på Δt



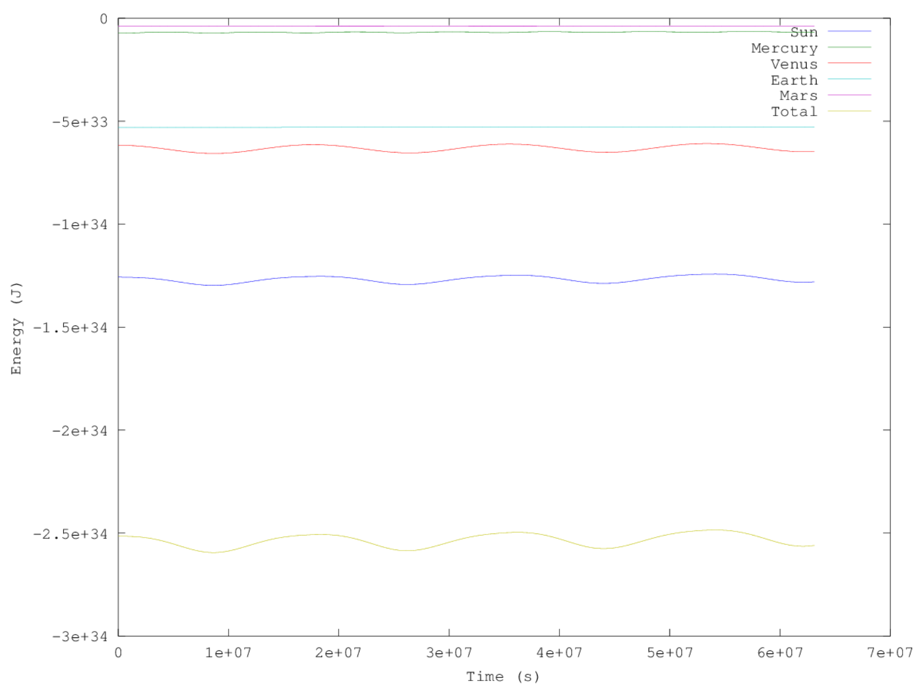
Figur 8: Simulering av omloppsbanor i solsystemet



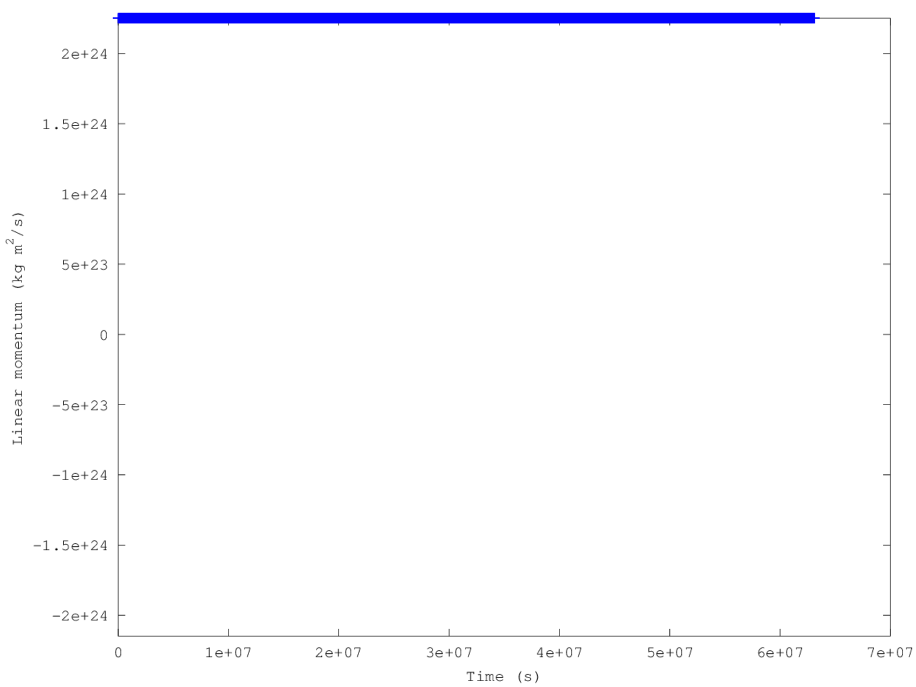
Figur 9: Potentiella energin under simuleringen i Figur 8 på föregående sida.



Figur 10: Rörelseenergin under simuleringen i Figur 8 på sidan 10.



Figur 11: Totala energin under simuleringen i Figur 8 på sidan 10.



Figur 12: Rörelsemängden under simuleringen i Figur 8 på sidan 10.

Planet	Simulerad omloppstid	Reell omloppstid
Merkurius	$6.046 \cdot 10^6$	$7.60053 \cdot 10^7$
Venus	$7.470 \cdot 10^5$	$1.94139 \cdot 10^7$
Jorden	$1.570 \cdot 10^7$	$3.15581 \cdot 10^7$
Mars	$3.498 \cdot 10^7$	$5.93542 \cdot 10^7$

Tabell 3: Tabell över de inre planeternas omloppstider.[wikipedia]

verkligen ter sig som verkligheten. Av denna anledning har vi undersökt tiden för planeternas omloppsbanor i Tabell 3. Som vi kan se så stämmer inte våra simulerade tider speciellt bra med verkligheten. Den som kan hitta anledningen blir belönad med bulle och tillhörande kaffe.

6 Källkod

Matlabkoden går att återfinna på:
`https://github.com/asheidan/mek` samt `https://github.com/hyarion/mek`