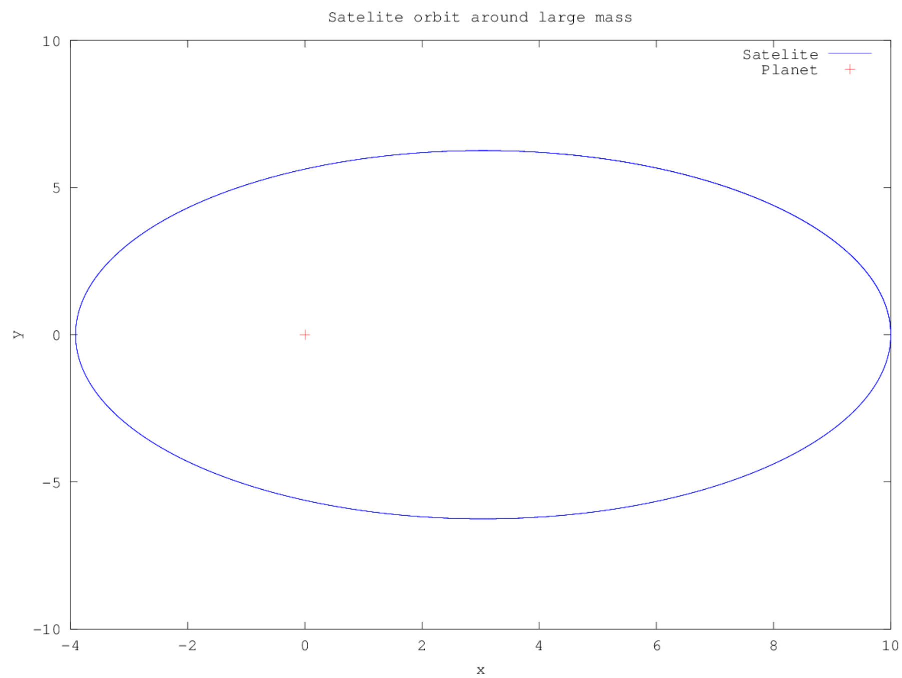
Solsystemet
Klassisk Mekanik

Benjamin Nauck, c05ben@cs.umu.se
Emil Eriksson, c07een@cs.umu.se

Försök två...



Figur 1: Satellitens omloppsbana.

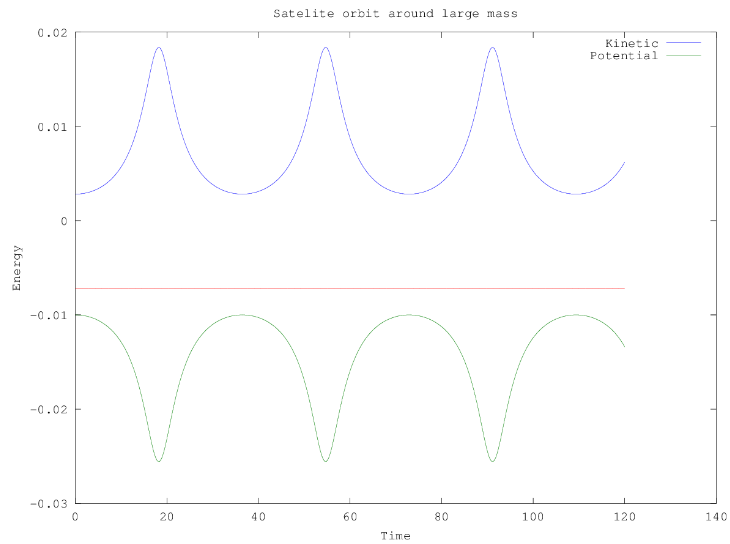
1 Introduktion

I följande laboration kommer vi att gå igenom svar på uppgifter vi fått och diskussion om dessa. Laborationen gick ut på att implementera och analysera n-kropps-problem med hjälp av Velocity-Verlet-simulering.

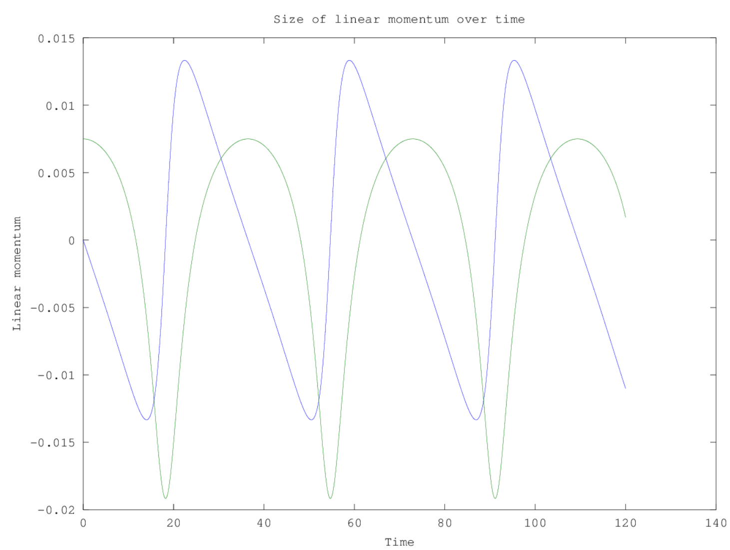
2 Simulering av satellit

Satellitens omloppsbana går att finna i Figur 1. För att satellitens omloppsbana ska bli stabil behöver Δt vara kring 0.01. Detta värde togs fram genom att plotta satellitens bana med olika värden för Δt. När ett värde hittats som såg ut att ge stabila banor delades det sedan med 10 för att ge en liten säkerhetsmarginal.

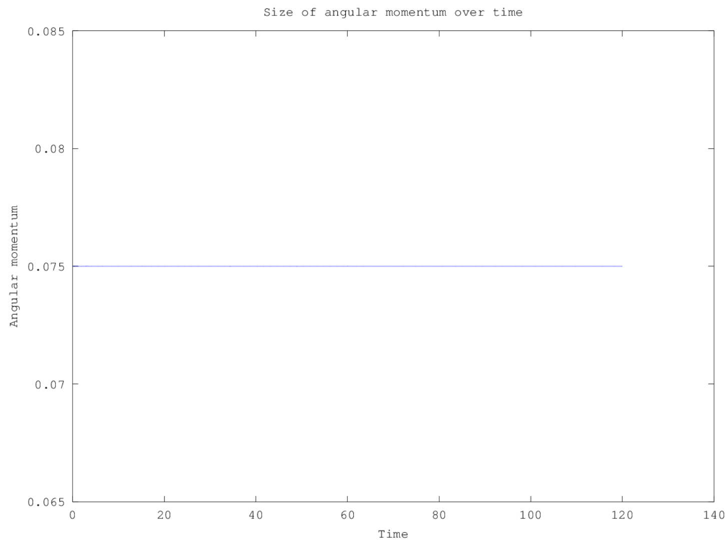
I Figur 2 på nästa sida går det att se hur energin i systemet ändras över tiden. I Figur 3 på följande sida går det att se hur rörelsemängden i systemet ändras över tiden. I Figur 4 på sidan 4 går det att se hur rörelsemängdsmomentet i systemet ändras över tiden.



Figur 2: Energin för satelliten i omloppsbana.



Figur 3: Rörelsemängden för satelliten.



Figur 4: Rörelsemängdsmoment för satelliten.

3 Omloppstiden

3.1 Beräkning av omloppstid

För att beräkna omloppstiden gör vi om positionen till vinkeln relativt x och y-axeln, sedan itererar vi igenom den resulterande vektorn och ser när vinkeln återkommer till samma värde.

Omloppstiden för satelliten är beräknad till: 37 tidsenheter.

Om initialhastigheten ökas till runt 1.4 hastighetsenheter lämnar satelliten sin omloppsbana. Se Figur 5 på följande sida. I Figur 6 på nästa sida kan vi se att omloppstiden ökar exponensiellt med initialhastigheten.

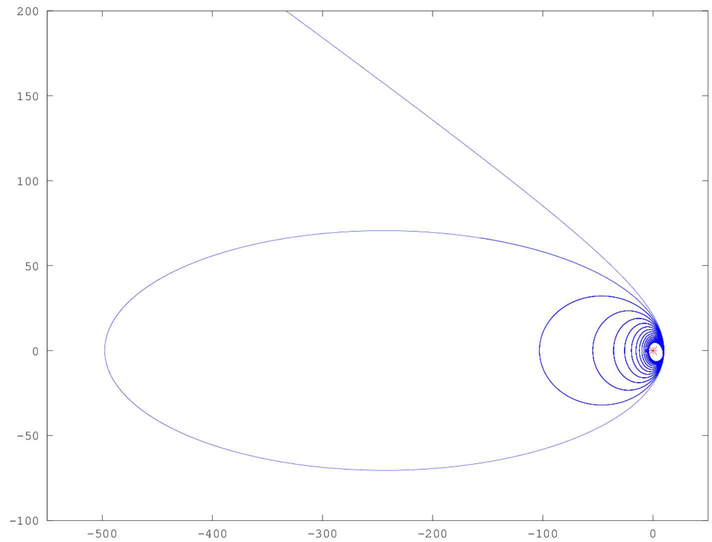
3.2 ISS

För att undersöka om vår simuleringsmodell fungerar testar vi att simulera rymdstationen ISS omloppsbana kring jorden med verklig data.

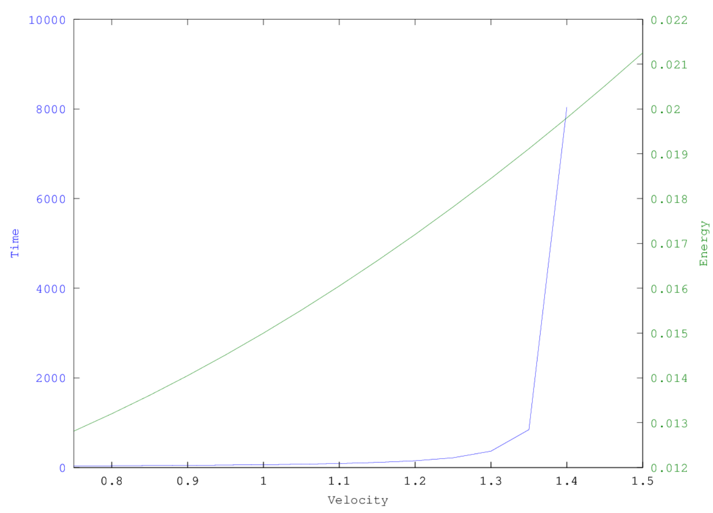
Den data vi fört in i system återfinns i Tabell 1 på sidan 6.

Den simulerade omloppstiden för ISS är beräknad till ungefär $5650s$ vilket tycks stämma ganska bra med det riktiga värdet som ligger på $5570s$ [wikipedia].

Med minskande värde på Δt närmar sig den simulerade tiden ett stabilt värde vilket kan ses i Figur 8 på sidan 7. Omloppsbanorna för simuleringarna återfinns i Figur 7 på sidan 6. Banorna ser stabila ut vid $\Delta t = 100s$ men omloppstiden ovan är beräknad med $\Delta t = 1.5s$.



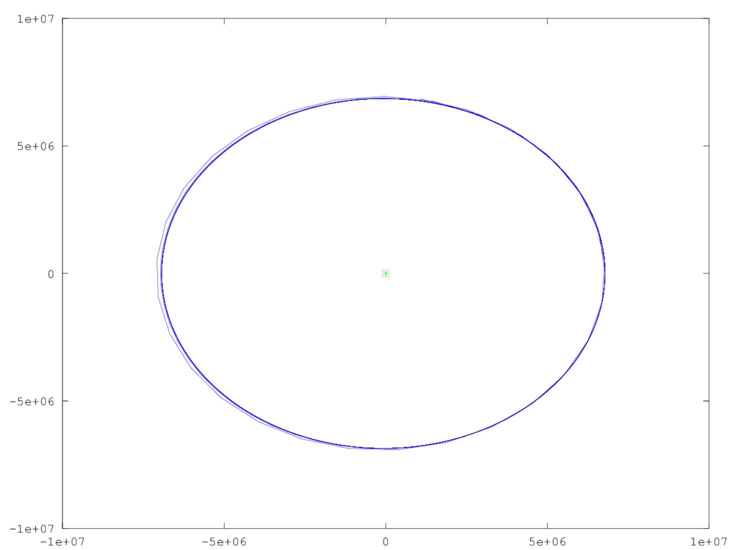
Figur 5: Omloppsbanor då initialhastigheten förändras hos satelliten.



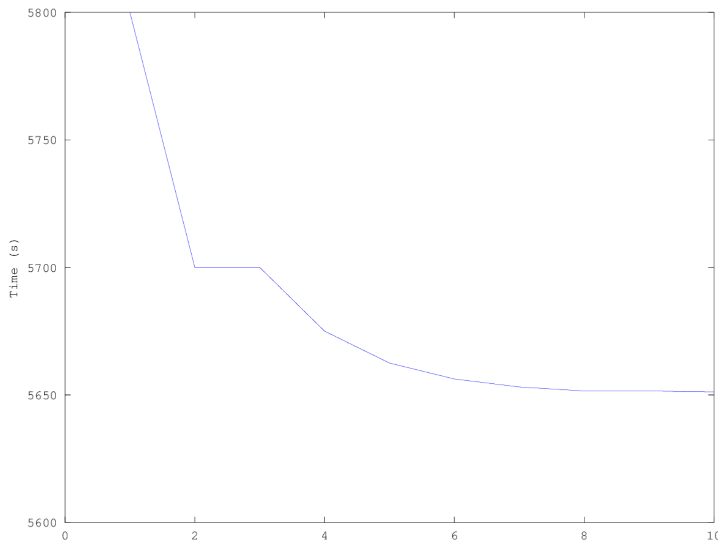
Figur 6: Som vi kan se så ökar omloppstiden exponensiellt med initialhastigheten. Som förväntat ökar energin kvadratiskt.

konstant	värde
G	$6.67384 \cdot 10^{-11}$
m_J	$5.972 \cdot 10^{24}$
m_{ISS}	$4.5 \cdot 10^5$
v_0	$7.7066 \cdot 10^3$
h	$4.12 \cdot 10^5$
r_J	$6.371 \cdot 10^6$

Tabell 1: Tabell över data använt i simulering av ISS omloppsbana kringjorden.[wikipedia]



Figur 7: ISS simulerade omloppsbana kring jorden för ett antal värden på Δt



Figur 8: Beräknad omloppstid för ISS med minskande värde på Δt

Planet	Massa (kg)	Avstånd till Solen (mätt i m)	hastighet (m/s)
Solen	$1.988435 \cdot 10^{30}$	0.0	0.0
Merkurius	$3.3022 \cdot 10^{23}$	$5.79091 \cdot 10^{10}$	$4.787 \cdot 10^{4}$
Venus	$4.869 \cdot 10^{24}$	$1.08208 \cdot 10^{11}$	$3.502 \cdot 10^{4}$
Jorden	$5.9721986 \cdot 10^{24}$	$1.49598261 \cdot 10^{11}$	$2.978 \cdot 10^{4}$
Mars	$6.4191 \cdot 10^{23}$	$2.279391 \cdot 10^{11}$	$2.4077 \cdot 10^{4}$

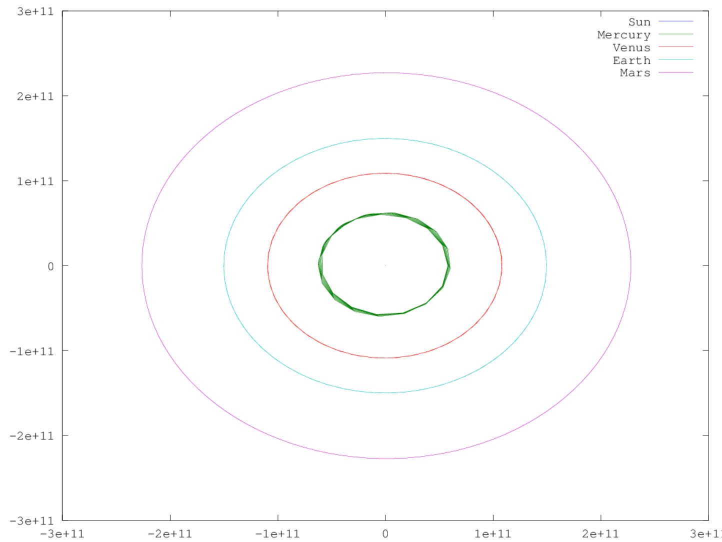
Tabell 2: Tabell över de inre planeternas och solens massor, planeternas avstånd till solen relativt jordens samt dess hastighet.[wikipedia]

4 Tvåkroppsproblemet

Denna uppgift är överhoppad då den är så pass lik nästkommande uppgift.

5 Solsystemet

För att testa om simuleringen fungerar för n stycken kroppar så testar vi att simulera solsystemets inre kroppar; Solen, Merkurius, Venus, Jorden samt Mars. Data för dessa kroppar återfinns i Tabell 2.



Figur 9: Simulerade omloppsbanor med ett för stort värde på Δt $(5 \cdot 10^5 s)$

5.1 Stabil bana

Som nämnts tidigare är ett problem med tidsdiskretiserad simulering, att resultatet ändras om man justerar tiden mellan varje iteration. För att en simulering ska bli stabil måste ett tillräckligt lågt Δt väljas. Som går att se i Figur 9 så kan man få oönskat resultat detta värde väljs för högt, men om man istället väljer ett tillräckligt lågt tal så stabiliseras omloppsbanorna, se Figur 10 på nästa sida.

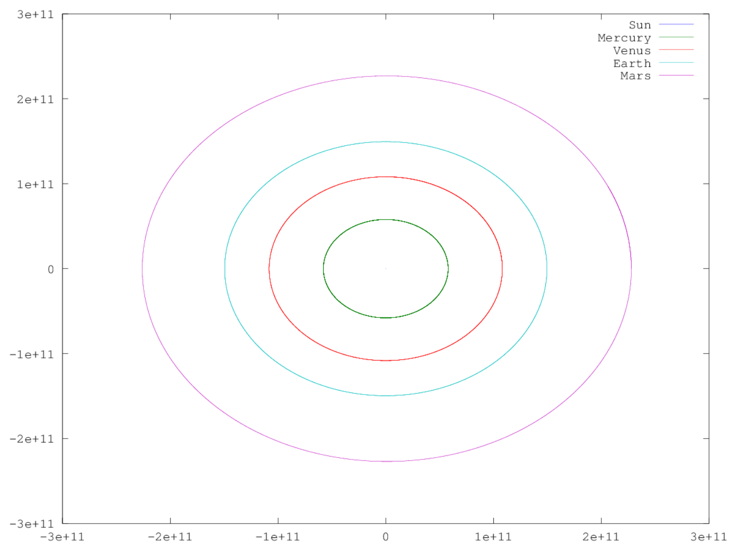
Värdet som användes i simuleringarna togs fram genom att ett antal simuleringar med minskande värden på Δt gjordes. När planeternas banor såg jämna ut delades värdet på Δt med 10 och detta värde användes sedan i efterföljande simuleringar.

5.2 Validering av simulering

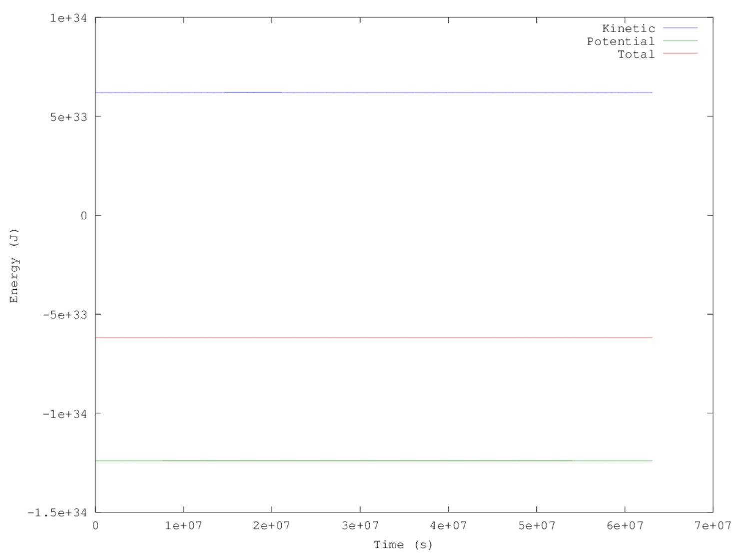
Vidare går det att undersöka om energin och rörelsemängden bevaras genom simuleringen för att validera simuleringsmodellen.

I Figur 11 på följande sida kan vi se den kinetiska energin för de olika kropparna i solsystemet tillsammans med den potentiella energin samt den totala energin. Den totala energin domineras totalt av den potentiella energin.

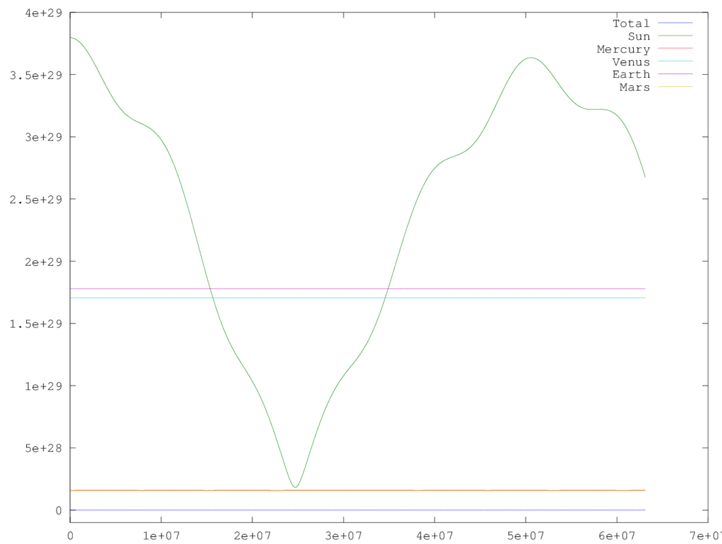
I Figur 12 på sidan 10 kan vi se rörelsemängden i systemet. Diagrammet visar absolutbeloppet av den totala rörelsemängden. I Figur 13 på sidan 11 visas rörelsemängdsmomentet i systemet. I Figur 14 på sidan 11 visas rörelseenergin i systemet. Eftersom den totala massan totalt domineras av solens massa så är systemets masscentrum väldigt nära solens masscentrum vilket gör att bidraget



Figur 10: Simulering av omloppsbanor i solsystemet ($\Delta t = 10^3 s$)



Figur 11: Energin under simuleringen i Figur 10.



Figur 12: Rörelsemängden under simuleringen i Figur 10 på föregående sida.

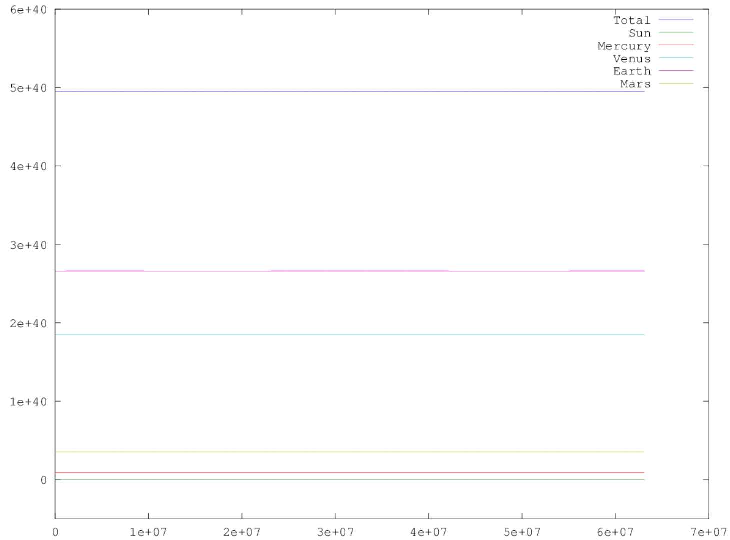
Planet	Simulerad omloppstid	Reell omloppstid
Merkurius	87.9745	87.9691
Venus	224.699	224.698
Jorden	365.127	365.256
Mars	682.581	686.970

Tabell 3: Tabell över de inre planeternas omloppstider i jorddygn.[wikipedia]

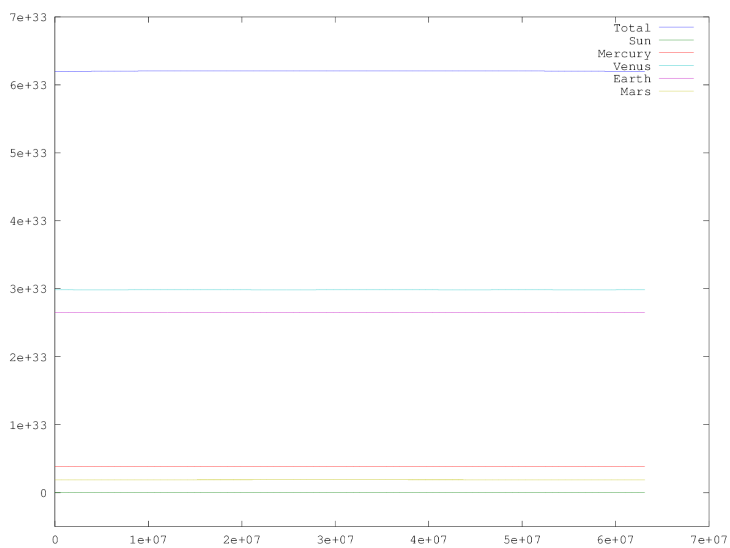
till rörelsemängdsmomentet från solen praktiskt taget är noll.

5.3 Omloppstider

Mycket går att analysera genom att undersöka energibevarande och så vidare, men simulerar man verkligheten bör man även undersöka så att simuleringen verkligen ter sig som verkligheten. Av denna anledning har vi undersökt tiden för planeternas omloppsbanor i Tabell 3. Som vi kan se så stämmer våra simulerade tider speciellt bra med verkligheten. De avvikelser som förekommer kan förklaras med bland annat den förenklade modell som har använts. Alla planeterna har startat på en gemensam linje på sitt medelavstånd från solen och med sin medelhastighet. Som nämns i labbspecen så ger detta cirkelrunda banor istället för de verkliga, elliptiska.



Figur 13: Rörelsemängdsmomentet under simuleringen i Figur 10 på sidan 9.



Figur 14: Rörelseenergi under simuleringen i Figur 10 på sidan 9.

6 Källkod

Matlabkoden går att återfinna på:
`https://github.com/asheidan/mek` samt `https://github.com/hyarion/mek`