ashiato45のメモ About

zhan-numerical-analysis

Apr 1, 2017

- 今回の目的：$f(x) = 0$をときたい。
- Newton法: $x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k)$
- 簡易Newton: $x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_0)$
- 緩和反復法: $x_{k+1} = x_l - \beta f(x_k), 1/f'(x_0)$をβにしたぽ い。
- 最小化問題を解くのは$f'(x) = 0$をときたいので、「今回の目的」にマッチ するね。
- 収束を証明したい→縮小写像の定理を使おう。
- こいつらの反復法は$x_{k+1} = \varphi(x_k)$という形をしているので、 φを反復関数とよぼう。
- $x_k \to a$ なら$\varphi(a) = a$はある。→不動点を考えるのがよさそう。
- 縮小写像の定義。関数がJ上縮小写像とは、
  - Jの元はJにうつり、
  - 2点間の距離がλ倍で縮む
- リプシッツ連続の定義を勘違いしていた!→あとで証明やってみよう。
- 定理1.1。前半の主張のために後半の反復法の主張を使う。
  - x_kの収束→コーシー列を考えよう。
  - まず隣接項を考える。隣接項の差を最初の隣接項で抑える。
    - これだけだと駄目!調和級数。
  - 一般の2項のために、三角不等式でばらす。
  - これで収束は言えた。
  - 連続性から不動点の存在が言える。
  - x_0スタートで収束するよ(行き先が違うかも)→一意だからどこスター トでもいいよ。
- 注意1.3はおかしい。1回で不動点に落ちる例が、ゆるい山形としてある。
- 定理1.4: iiはおかしい。
  - ミソ。aの近傍で$\varphi'(x) < 1 - \epsilon$と、真に小さくboundする。
  - iiの主張は、aのある削除近傍について、その近傍からaにホールインワン することはないよと言っている。
  - C^1は微分のboundのために使っている。平均値のためではない。
- 定理1.6:
  - 主張
    - 区間IでC^2で
    - 区間Iで唯一根を持ち
    - そこでちゃんと傾いていて
    - スタートを根の近くから選べれば!
    - →根に収束する。
  - φ'がC^1でないとニュートン法に入らない(？)

- 定理1.8:
  - 初期値が存在するといってるんだからそれに答えるべき。
  - $\abs{\varphi'(a)} = \abs{(f'(x_0) - f'(a))/f'(x_0)}$は$x_0 \to a$で 0に飛ぶので、ニュートン法の仮定を満たすようにできる。
  - はじめからφに注目すべきだった。
- 1次と2次収束？計算的には有限のときどっちがドミナントかが大事(？？？)
- 1次と2次の違いは放物線の原点を通るように固定したままの平行移動っぽい 気がする(？？)
- 定理1.10: 中間値。真の値との差が等比級数的に収束する。
  ^ 定理1.11: テイラーを2次のところで止める。
- 注意1.12: 定理1.11の状況だと二乗の減りかただけど、このとき誤差の減り かたを見てみると、全然早く収束する。e^{x^2} ぐらいかと思ってた。
- 定理1.13をとばす。1.11の系ではない。1.11をニュートンに当てるとfに C^3が必要になってしまう。(φがC^2じゃないといけないから。)

---

ashiato45のメモ

ashiato45のメモ
ashiato45@example.com

ashiato45
ashiato45

Write an awesome description for your new site here. You can edit this line in _config.yml. It will appear in your document head meta (for Google search results) and in your feed.xml site description.