先端データ解析論 (杉山将先生・本多淳也先生)

ashiato45

2017 年 4 月 16 日

宿題 1

(A) $p(X = 好, Y = 眠) = p(Y = 眠|X = 好)p(X = 好) = 0.25 \cdot 0.8 = 0.2.$

(B)

$$
\begin{aligned}
p(Y = 眠) &= p(X = 好, Y = 眠) + p(X = 嫌, Y = 眠) && (1)\\
&= p(Y = 眠|X = 好)p(X = 好) + p(Y = 眠|X = 嫌)p(X = 嫌) && (2)\\
&= 0.25 \cdot 0.8 + 0.25 \cdot 0.2 && (3)\\
&= 0.25. && (4)
\end{aligned}
$$

(C) $p(X = 好|Y = 眠) = p(X = 好, Y = 眠)/p(Y = 眠) = 0.2/0.25 = 0.8.$

(D) (A) によれば、$p(X = 好, Y = 眠) = 0.2$ である。一方、(B) によれば、$p(X = 好)p(Y = 眠) = 0.8 \cdot 0.25 = 0.2$ である。よって、$p(X = 好, Y = 眠) = p(X = 好)p(Y = 眠)$ であり、統計の好き嫌いと授業中眠たいことは独立である。

宿題 2

測度と確率変数とをうまくとれば連続型は離散型を含むので、連続型のときのみ示す。積分の線形性から従う。

(A) $E(c) = \int c dx = c \int dx = c \cdot 1 = c.$

(B) $E(X + X') = \int (X + X')dx = \int X dx + \int X' dx = E(X) + E(X').$

(C) $E(cX) = \int (cX)dx = c \int X dx = cE(X).$

宿題 3

(A) $V(c) = E[(c - E[c])^2] = E[0] = 0.$

(B) $V[X+c] = E[(X+c)^2] - E[X+c]^2 = (E[X^2]+2cE[X]+c^2) - (E[X]^2+2cE[X]+c^2) = E[X^2] - E[X]^2 = V[X].$

(C) $V[cX] = E[(cX)^2] - E[cX]^2 = c^2(E[X^2] - E[X]^2) = c^2 V[X].$

(D)

$$
\begin{aligned}
V(X + X') &= E[(X + X')^2] - E[X + X']^2 && (5)\\
&= (E[X^2] - E[X]^2) + (E[X'^2] - E[X']^2) + 2(E[XX'] - E[X]E[X']) && (6)\\
&= V[X] + V[X'] + 2\mathrm{Cov}(X, X'). && (7)
\end{aligned}
$$