FORMALE SPRACHEN UND AUTOMATEN

MTV: Modelle und Theorie Verteilter Systeme *SoSe 2022*

Hausaufgabe

Name: Jannik Leander Hyun Ho Novak

Matrikelnummer: 392210

(optional) Name: Pete Schimkat

(optional) Matrikelnummer: 403246

Je 3 erreichte Hausaufgabenpunkte entsprechen einem Portfoliopunkt. Es wird mathematisch auf halbe Portfoliopunkte gerundet.

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	$\sum$
PUNKTE	19	14	17	10	60
ERREICHT					
KORREKTUR					
Portfoliopunkte:					

Erklärung über Arbeitsteilung

Hiermit versichern wir, dass wir alle Aufgaben zu je gleichen Teilen bearbeitet und die vorliegenden Lösungen zu je gleichen Teilen erstellt haben.

Novak, Jannik Leander Hyun Ho	Ort, Datum
Schimkat, Pete	Ort, Datum

Aufgabe 4: Pumping Lemma regulärer Sprachen **19 Punkte**

4a) Sei $n \in \mathbb{N}$ (beliebig aber fest). Wir waehlen das Wort $w = 1^n001^n$, denn mit $x = 1^{n-1}$ ist $w = 1^n001^n$ und $w \in A_1$. Es gilt weiterhin $|w| = 2n + 2 \geq n$. Sei $w = xyz$ eine beliebige Zerlegung mit $y \neq \varepsilon$ und $|xy| \leq n$. Dann ist $x = 1^i$, $y = 1^j$ und $z = 1^{n-i-j}001^n$ fuer ein $j \neq 0$ und $i + j \leq n$. Wir waehlen $k = 0$. Dann ist $xy^0z = 1^i\varepsilon1^{n-i-j}001^n = 1^{n-j}001^n \notin A_1$, da $j \neq 0$. Da $\neg$**PUMPING-REG**(A_1), ist A_1 nach dem Pumping-Lemma nicht regulaer.

9 Punkte

4b) Sei $n \in \mathbb{N}$ (beliebig aber fest). Wir waehlen das Wort $w = 0^n11(01)^{2n+1}$, denn $1 \in \mathbb{N}^+$ und $2n + 1 > 2n$ und somit $w \in A_2$. Es gilt weiterhin $|w| = n + 2 + 2(2n + 1) = 5n + 4 \geq n$. Sei $w = xyz$ eine beliebige Zerlegung mit $y \neq \varepsilon$ und $|xy| \leq n$. Dann ist $x = 0^i$, $y = 0^j$ und $z = 0^{n-i-j}11(01)^{2n+1}$ fuer ein $j \neq 0$ und $i + j \leq n$. Wir waehlen $k = 2$. Dann ist $xy^2z = 0^i0^{2j}0^{n-i-j}11(01)^{2n+1} = 0^{n+j}11(01)^{2n+1} \notin A_2$, denn $2(n + j) = 2n + 2j > 2n + 1$ fuer $j \neq 0$. Da $\neg$**PUMPING-REG**(A_2), ist A_2 nach dem Pumping-Lemma nicht regulaer.

10 Punkte

Aufgabe 5: Myhill-Nerode für reguläre Sprachen **14 Punkte**

5a) $[a]_{\equiv A} = \{(bb)^n a (bb)^m | n, m \in \mathbb{N}\}$
$[b]_{\equiv A} = \{b(bb)^n | n \in \mathbb{N}\}$
$[ab]_{\equiv A} = \{(bb)^n ab(bb)^m | n, m \in \mathbb{N}\}$
$[bb]_{\equiv A} = \{(bb)^n | n \in \mathbb{N}\}$
$[ba]_{\equiv A} = \{b(bb)^n ay | y \in \Sigma^* \wedge n \in \mathbb{N}\} \cup \{w | w \in \Sigma^* \wedge |w|_a > 1\}$

7 Punkte

5b) $M_A = (\{[a], [b], [ab], [bb], [ba]\}, \Sigma, \delta_A, [bb], \{[ab], [bb]\})$,
$\delta_A = \{([a], a, [ba]), ([a], b, [ab]), ([b], a, [ba]), ([b], b, [bb]), ([ab], a, [ba]), ([ab], b, [a]), ([bb], a, [a]), ([bb], b, [b]), ([ba], a, [ba]), ([ba], b, [ba])\}$

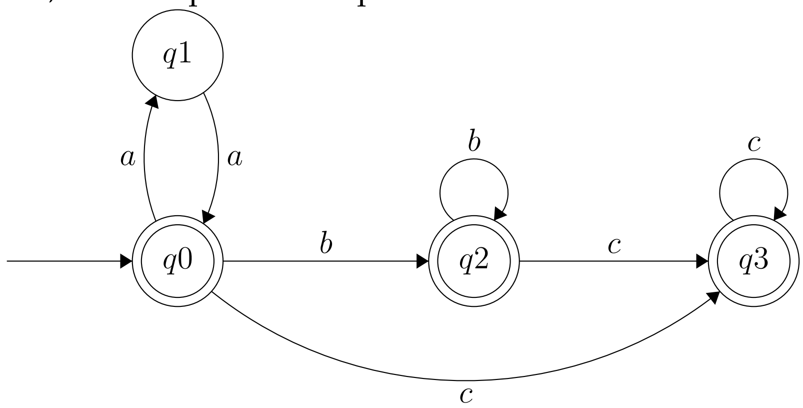
7 Punkte

Aufgabe 6: Myhill-Nerode für nicht-reguläre Sprachen **17 Punkte**

$[a^m]_{\equiv B} = \{a^m\}$ fuer $m \in \mathbb{N}^+$
$[a^l b]_{\equiv B} = \{a^l a^n b w b^n | n \in \mathbb{N} \land w \in \{a, ab\}^* \land \neg P_b(w)\}$ fuer $l \in \mathbb{N}^+$
$[b]_{\equiv B} = \{b\} \cup \{a^n b w b^n | n \in \mathbb{N}^+ \land w \in \{a, ab\}^* \land P_b(w)\}$
$[bb]_{\equiv B} = B \cup \{bw | w \in \Sigma^+\}$
$[\varepsilon]_{\equiv B} = \{\varepsilon\}$

Aufgabe 7: Beschreiben und erzeugen von regulären Sprachen **10 Punkte**

7a) (A1) A ist nicht regulär.
(Z1) B ist nicht regulär.
Beweis über Widerspruchsannahme:
(A2) B ist regulär.
Wir vereinigen die Mengen A und B zu
$AB = A \cup B \triangleq \{a^{2n}b^m c^k | m, n, k \in \mathbb{N} \wedge (n + m \leq k \vee n + m > k)\}$
Def. $\overset{Tautologie}{\Rightarrow} AB \triangleq \{a^{2n}b^m c^k | m, n, k \in \mathbb{N}\}$
Wir zeigen, dass AB regulär ist, indem wir einen endlichen Automaten konstruieren, der die Sprache akzeptiert:



Es gilt, dass AB und B (Annahme A2) regulär sind. Nach Theorem 2.4.4. gilt außerdem, dass auch $AB \setminus B$ regulär ist. Da $AB = A \cup B$ gilt, ist per Definition $AB \setminus B = A$. Somit würde daraus folgen, dass auch A regulär ist. Dies widerspricht unserer Annahme A1, Somit muss unsere Widerspruchsannahme falsch sein.
Es gilt, dass B nicht regulär ist.

4 Punkte

7b) Es gelten das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die Grammatik
$G_B = (\{S, T\}, \Sigma, P, S)$ mit:
$G_B : S \to aA_1 | bBc | bc | C | \epsilon$
$A_1 \to aA_2c | ac$
$A_2 \to aA_1 | bBc | bc | C$
$B \to bBc | bc | C$
$C \to cC | c$
Die Grammatik ist vom Typ 2.

6 Punkte