



آزمایش دوم

پردازش سیگنال دیجیتال با نرم افزار MATLAB

شیوهی گزارش نویسی



تمرین های قبل از آزمایشگاه می بایست به خوبی سلول بندی شده و دارای توضیحات مناسب درون کد باشد. صحت عملکرد هر کدام از M-file های تابعی می بایست در قالب یک مثال ارایه شود. در صورت نیاز توضیحاتی مختصر در قالب فایل word و یا به عنوان توضیحات یک Live Script اضافه شود. تمرین های قبل از آزمایش می بایست به صورت تکی انجام شود. سوالی که با ★ مشخص شده است اختیاری است و نمره ی اضافی دارد.

تمرین های قبل از آزمایشگاه



۱. تابع کانولوشن یا پیچش: تابعی بنویسید که دو دنباله را دریافت نماید و خروجی آن کانولوشن این دو دنباله باشد. عنوان تابع به صورت `function [y] = conv_m(x, h)` باشد. در این تابع `y` خروجی کانولوشن، `x` و `h` دو دنباله ی اولیه است. این تابع را به کمک فرمول مستقیم کانولوشن بنویسید. با استفاده از این تابع کانولوشن دو سیگنال زیر را به دست آورید و حاصل را با دستور `conv` نرم افزار MATLAB اعتبارسنجی نمایید. **ندیس زمانی سیگنال حاصل را نیز محاسبه نمایید.**

$$x[n] = \{3, 11, 7, 0, -1, 4, 2\} \quad -3 \leq n \leq 3$$

$$h[n] = \{2, 3, 0, -5, 2, 1\} \quad -1 \leq n \leq 4$$

۲. ★ پیاده سازی ماتریسی تابع کانولوشن یا پیچش: وقتی دنباله ی $x[n]$ و $h[n]$ به ترتیب دارای طول محدود N_x و N_h باشند، کانولوشن خطی آن ها می تواند به صورت ضرب یک ماتریس در یک بردار پیاده سازی شود. اگر نمونه های $x[n]$ و $y[n]$ را درون بردارهای ستونی \bar{x} و \bar{y} قرار گیرد، حاصل کانولوشن به صورت $\bar{y} = H\bar{x}$ قابل بیان است. شیفتهای خطی $h[n-k]$ برای $n = 0, \dots, N_h - 1$ سطرهای ماتریس H را تشکیل می دهد. این ماتریس دارای ساختار جالبی است و به آن ماتریس Toeplitz گفته می شود. برای بررسی بیشتر این ماتریس، مثال زیر را مورد توجه قرار دهید.

$$x[n] = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad h[n] = \{6, 7, 8, 9\}$$

ا. با استفاده از تابع `conv_m` حاصل کانولوشن دو سیگنال فوق را به دست آورید و آن را درون متغیر `y` قرار دهید.
 ب. $x[n]$ را به صورت یک بردار ستونی 5×1 با نام `x` و $y[n]$ را به صورت یک بردار ستونی 8×1 با نام `y` تعریف نمایید. حال با کمک فرمول کانولوشن، ماتریس H با اندازه ی 8×5 را به نحوی تعریف کنید که $\bar{y} = H\bar{x}$ برقرار شود.

ت. ماتریس H را توصیف نمایید. با استفاده از این توصیف تعریف ماتریس Toeplitz را بنویسید. ارتباط این تعریف با نامتغیر با زمان بودن را بیان نمایید. چه گزاره ای می توان در مورد سطر و ستون اول این ماتریس بیان کرد.

ث. دستور `toeplitz` در نرم افزار MATLAB با گرفتن سطر اول و ستون اول، یک ماتریس `toeplitz` تولید می نماید. یک بار بدون استفاده از این دستور و یک بار با استفاده از این دستور و با کمک قسمت های قبل این تمرین، کانولوشن خطی و در نتیجه تابع خواسته شده را پیاده سازی نمایید. عنوان تابع به صورت `function [y] = conv_tp(x, h)` باشد. در این تابع `y` خروجی کانولوشن، `x` و `h` دو دنباله ی اولیه است. با استفاده از این تابع حاصل کانولوشن تمرین ۱ را محاسبه نمایید.

۳. مفهوم تبدیل فوریه گسسته: می توان تبدیل فوریه ی گسسته و عکس آن را به صورت یک تبدیل خطی دنباله ی $\{x[n]\}$ به $\{X[k]\}$ دید. بردار N نقطه ای x_N دنباله ی سیگنال $x[n]$ ، $n = 0, 1, \dots, N-1$ ، یک بردار N نقطه ای X_N از نمونه های فرکانسی و یک ماتریس $N \times N$ با نام W_N به صورت زیر تعریف می شود.

$$x_N = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}, \quad X_N = \begin{bmatrix} X[0] \\ X[1] \\ \vdots \\ X[N-1] \end{bmatrix}, \quad W_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N & W_N^2 & \dots & W_N^{N-1} \\ 1 & W_N^2 & W_N^4 & \dots & W_N^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{N-1} & W_N^{2(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad W_N = e^{-j2\pi/N}$$

با استفاده از تعاریف فوق تبدیل فوریه ی گسسته ی N نقطه ای را می توان به صورت ماتریس زیر درآورد.

$$X_N = W_N x_N$$

فرض کنید $N = 16$ باشد. اگر درایه های سطر ۱، ۲ و ۱۰ این ماتریس را به عنوان ضرایب یک فیلتر FIR در نظر بگیریم، پاسخ فرکانسی این سه فیلتر را با استفاده از دستور `freqz` نرم افزار MATLAB به دست آورید. می بایست تبدیل فوریه را بر حسب دسیبل برای این سه فیلتر در یک نمودار رسم نمایید. (راهنمایی: می توان هر سطر را به صورت $X_k[n] = W_N^{0 \times k} x[n - N + 1] + W_N^{1 \times k} x[n - N + 2] + \dots + W_N^{(N-1) \times k} x[n]$ نوشت. بازه ی نمایش از $[-125, 125]$ MHz باشد و تعداد نقاط نمایش طیف برابر 256^2 باشد.)

به درک کامل نسبت به تعبیر بانک فیلتری تبدیل فوریه گسسته برسید. سایت زیر راهنمای مناسبی برای این امر است.
https://www.dsprelated.com/freebooks/sasp/DFT_Filter_Bank.html

۴. مفهوم همبستگی (استخراج طول سمبل مدولاسیون های خطی): یک سیگنال مخابراتی با مدولاسیون دیجیتال خطی در باند پایه را می توان به صورت تعریف نمود.

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p(t - nT_s)$$

در عبارت فوق $\{a_n\}$ سمبل های یک مدولاسیون خطی، $p(t)$ شکل پالس و T_s طول یک سمبل است. فرض کنید این دنباله یک دنباله ی ایستان به مفهوم وسیع (WSS)، مستقل از هم و با توزیع یکسان (iid) با میانگین صفر و انحراف معیار σ باشد. تابع خودهمبستگی (Autocorrelation) این سیگنال را به دست آورید و نشان دهید تابع خودهمبستگی متناوب است و دوره ی تناوب آن طول یک سمبل (T_s) است.