

به نام خدا

تمرین سری چهاردهم (موعد تحویل: جمعه ۳ تیر)

در این تمرین می خواهیم جداسازی کور منابع را با فرض استقلال منابع حل کنیم. لطفا تصاویر کدهایتان را نیز در گزارش بیاورید.

ماتریس مخلوط کننده  $A$ ، ماتریس منابع  $S$  و ماتریس Noise در فایل `hw14.mat` در اختیار شما قرار داده شده است. ابتدا ماتریس مشاهدات  $X$  را با رابطه  $X = AS + \text{Noise}$  به دست آورید. هم منابع و هم مشاهدات بدون نویز و هم مشاهدات نویزی را رسم کنید تا ظاهر آنها را ببینید. حال به دید جداسازی کور منابع به مساله نگاه کنید. در واقع فرض می کنیم فقط ماتریس  $X$  را داریم و تعداد منابع را هم می دانیم. استراتژی ما این خواهد بود که با ضرب یک ماتریس جدا کننده  $B$  در ماتریس  $X$ ، خروجی هایی تولید کنیم که این خروجی ها تا حد ممکن از هم مستقل باشند.

۱- روش اولی که در کلاس مبتنی بر کمینه سازی  $D_{KL}$  بیان شد را پیاده سازی کنید. برای تخمین تابع رتبه از روش  $MSE$  استفاده کنید. تخمین را خطی در نظر گرفته و کرنل  $k(y) = [1 \ y \ y^2 \ y^3 \ y^4 \ y^5]^T$  را برای تخمین در نظر بگیرید.

۱-۱- ماتریس جدا کننده ای که در نهایت به دست آوردید را در ماتریس مخلوط کننده ی اصلی ضرب کنید و حاصل را گزارش کنید. ماتریس حاصل باید نزدیک به یک ماتریس permutation باشد به این معنی که در هر سطر و هر ستون فقط یک مقدار غیر صفر داشته باشد.

۱-۲- ابهام ترتیب و همچنین ابهام scale منابع را برطرف کرده به این معنی که انرژی منابع تخمین زده شده را مساوی انرژی منابع اصلی کنید. منابع تخمین زده شده را روی منابع اصلی رسم کنید. و سپس مقدار خطای زیر را گزارش کنید.

$$E = \frac{\|\hat{S} - S\|_F^2}{\|S\|_F^2}$$

۱-۳- نمودار همگرایی (تابع هدف بر حسب شماره ی iteration) را رسم کنید.

۲- روش دومی که در کلاس مبتنی بر کمینه سازی  $D_{KL}$ ، بعد از سفید سازی داده ها بیان شد را پیاده سازی کنید (حالت deflation). همه ی نتایج را مشابه قسمت ۱ گزارش کنید. توجه داشته باشید ماتریس جدا کننده ی نهایی شما حاصل ضرب ماتریس orthonormal نهایی به دست آمده از الگوریتم، در ماتریس سفید کننده است.

۳- روش سومی که در کلاس ارائه شد و به ماتریس جداسازی وابسته نبود (equivariant) را پیاده سازی کنید. همه ی نتایج را مشابه قسمت ۱ گزارش کنید.

۴- به صورت تجربی و مقایسه ای بیان کنید کدام یک از سه روش بالا سریعتر همگرا شد و کدام یک کیفیت جداسازی (پارامتر  $E$ ) بهتری داشت.

حال استراتژی ما این خواهد بود که با ضرب یک ماتریس جدا کننده B در ماتریس Z که شامل داده های سفید شده است، خروجی هایی تولید کنیم که این خروجی ها تا حد ممکن غیر گوسی باشند.

۵- روش اولی که در کلاس مبتنی بر بیشینه سازی Kurt خروجی بیان شد را پیاده سازی کنید. در واقع با رویکرد deflation سطرهای ماتریس B را یک به یک استخراج کنید و با الگوریتم Gradient Projection (GP) بهینه سازی های مرتبط را انجام دهید. همه ی نتایج را مشابه قسمت ۱ گزارش کنید.

۶- روش دومی که در کلاس ارائه شد و با رویکرد fixed-point بیشینه سازی Kurt را انجام می داد پیاده سازی کنید (FAST ICA). همه ی نتایج را مشابه قسمت ۱ گزارش کنید.

۷- روش سومی که در کلاس ارائه شد و به داده ی outlier حساس نبود را با فرض  $G(y) = -\exp(-\frac{y^2}{2})$  و با فرض استفاده از GP در بهینه سازی ها پیاده سازی کنید. همه ی نتایج را مشابه قسمت ۱ گزارش کنید.

۸- روش سومی که در کلاس ارائه شد و به داده ی outlier حساس نبود را با فرض  $G(y) = -\exp(-\frac{y^2}{2})$  و با فرض استفاده از "fixed-point اصلاح شده" (FAST ICA نهایی) در بهینه سازی ها پیاده سازی کنید. همه ی نتایج را مشابه قسمت ۱ گزارش کنید.

۹- به صورت تجربی و مقایسه ای بیان کنید کدام یک از چهار روش بالا سریعتر همگرا شد و کدام یک کیفیت جداسازی (پارامتر E) بهتری داشت.