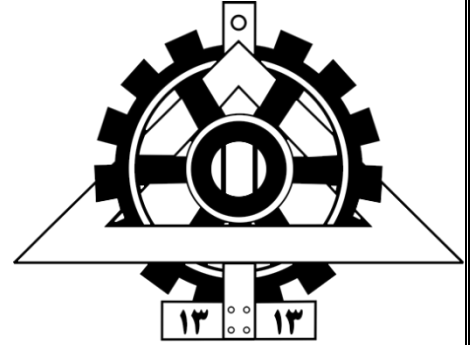




In the Name of God

## **Wireless Course**



Instructor:  
Prof. Sabbaghian

### **Computer Assignment #3**

Ashkan Jafari Fesharaki

810197483

July 2022

## مقدمه

در این بخش سعی میشود توابع استفاده شده در پروژه به تفصیل توضیح داده شود.

### Part1:

```
function Q = complex_normal(number_of_vectors,N0,length_of_vetor)
```

```
function err_prob = error_probability(temp)
```

```
function [y, Equalized_y, err_prob] = channel(x,h,w)
```

```
function [y, Equalized_y, err_prob] = channeltwo(x,transmited_x,h,w)
```

```
function [y, Equalized_y, err_prob] = channelthree(x,h,w)
```

```
function [y, Equalized_y, err_prob] = channelfour(x,transmited_x,h,w)
```

```
function [y, Equalized_y] = channelfive(x,h,w)
```

```
function [y, Equalized_y, err_prob] = channelsix(x,h1,h2,w1,w2)
```

```
function transmited_x = convert_to_transmited(x)
```

```
function transmited_x = convert_to_transmited_four(x)
```

## Part2:

### SYSTEM IS AS BELOW:

```
for j=1:number_of_vectors
for i=1:(length_of_vetor/nc)

    %Water Filling if it is needed.

    %IFFT from the string nc points --> Xk

    %adding CP to Xk (199 from end will be added to the first of string)

    %  $nc + CP + L - 1 = nc + 2CP = M$ 

    %Now we should go through channel --> Convolve with h (random Generated)

    %noise generating and adding
    % here we can use MRC and have another for loop: for k=1:10 ...

    % 199 from first and end should be omitted.

    %Now We should FFT from it

% Equalizing if it is needed.

end

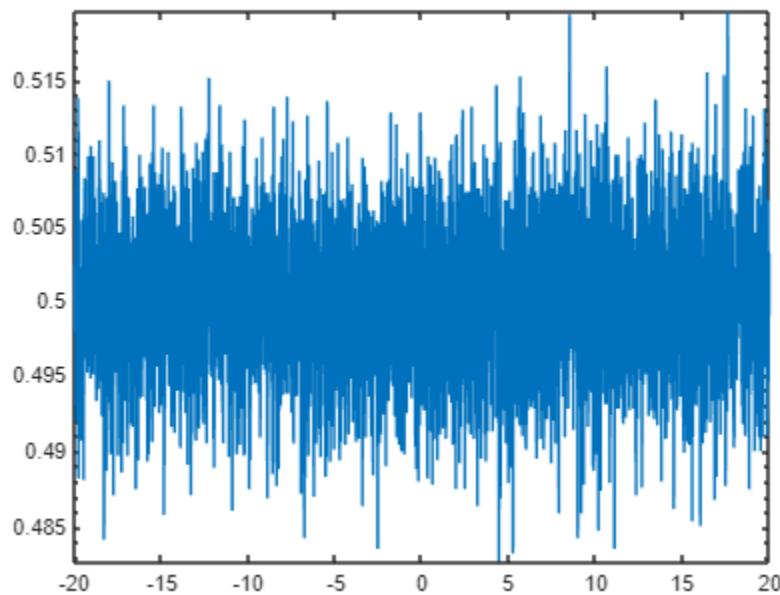
end
```

# بخش اول

سوال یک.

(الف)

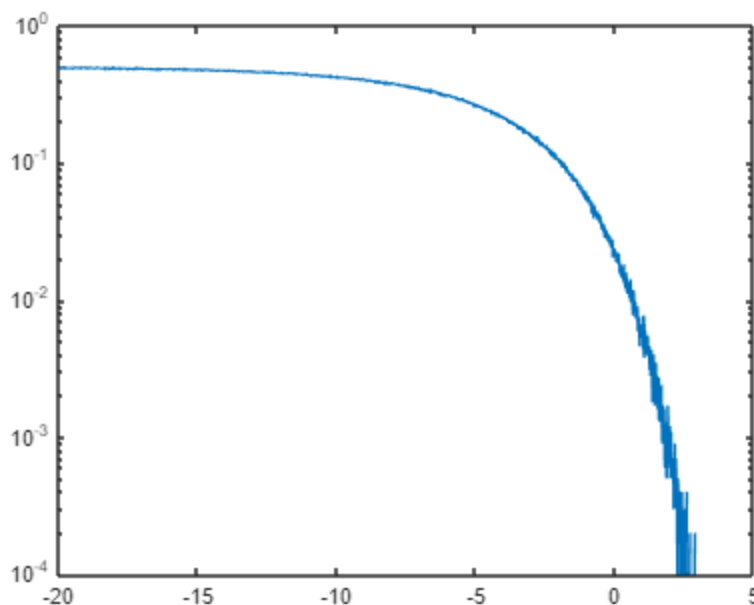
نمودار احتمال خطای بهینه بر حسب SNR در شکل ۱ قابل مشاهده است.



شکل ۱. نمودار احتمال خطای بهینه بر حسب SNR

(ب)

نمودار احتمال خطای بهینه بر حسب SNR در حالتی که کانال محوشدگی نداشته باشد، در شکل ۲ قابل مشاهده است.



شکل ۲. نمودار احتمال خطای بهینه (با فرض نبود محوشدگی) بر حسب SNR

(ج)

$$Z = \frac{W - 0}{N_0}, Pe = \frac{1}{2}P\{Y < 0|X = 1\} + \frac{1}{2}P\{Y > 0|X = -1\}$$

$$Pe = Q(\sqrt{(2SNR)}) < 10^{-6} \Rightarrow$$

$$SNR = 13 \text{ dB}$$

سوال دو.

(الف)

نحوه تصمیم گیری را به این صورت تعیین میکنیم که اگر در هر دو سمبل متوالی دریافتی، مقدار سمبل اول از سمبل دوم کوچک تر بود، معادل آن دو سمبل 0 و اگر بزرگتر بود معادل آن دو سمبل 1 را می گذاریم. توجه شود که فرض میکنیم مقدار  $a=1$  میباشد.

$$Pe = \frac{1}{2}(P\{|y_1| < |y_2| \mid x = 1\} + P\{|y_2| < |y_1| \mid x = 0\})$$

از طرفی با توجه به تقارن مساله:

$$Pe = (P\{|y_1| < |y_2| \mid x = 1\}) = P\{|ah_1 + w_1|^2 < |w_2|^2\}$$

$$|ah_1 + w_1|^2 \sim \text{Exponential } X_1: \lambda_1 = \frac{1}{2a^2 + 2N_0}$$

$$|w_2|^2 \sim \text{Exponential } X_2: \lambda_2 = \frac{1}{2N_0}$$

$$P\{|ah_1 + w_1|^2 - |w_2|^2 < 0\} = P\{X_1 - X_2 < 0\}$$

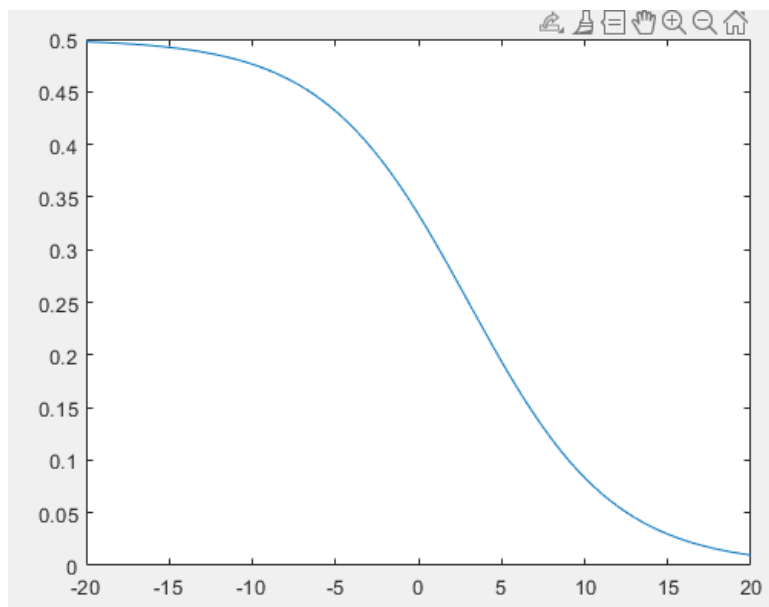
توجه شود که تفریق دو متغیر تصادفی نمایی، یک متغیر تصادفی لاپلاس میشود:

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= P(Y \leq y) \\ &= P(X_1 - X_2 \leq y) \\ &= P(X_2 \geq X_1 - y) \\ &= \int_0^\infty \int_{x_1-y}^\infty f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_2 dx_1 \\ &= \int_0^\infty \int_{x_1-y}^\infty \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} e^{-x_1/\alpha_1} e^{-x_2/\alpha_2} dx_2 dx_1 \\ &= \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} e^{y/\alpha_2} \quad y \leq 0. \end{aligned}$$

در نتیجه:

$$P\{|ah_1 + w_1|^2 - |w_2|^2 < 0\} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \lambda_1} = \frac{1}{2 + SNR}$$

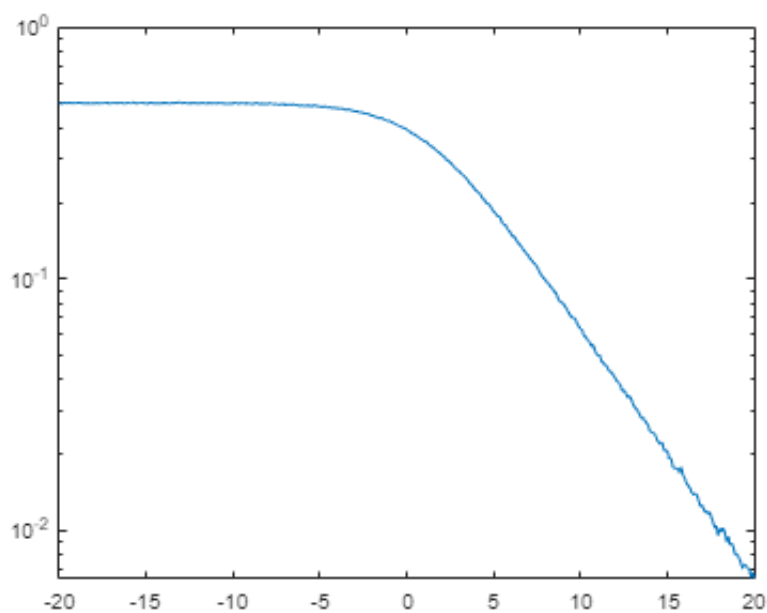
در شکل ۳ نمودار احتمال خطای بهینه به صورت تئوری مشاهده میشود.



شکل ۳. نمودار احتمال خطای بهینه تئوری بر حسب SNR

(ب)

نمودار احتمال خطای بهینه برای حالت ارسال به صورت ۰۱ و ۱۰ در شکل ۴ قابل مشاهده است.



شکل ۴. نمودار احتمال خطای بهینه (با فرض ارسال به صورت ۰۱ و ۱۰) بر حسب SNR

(ج)

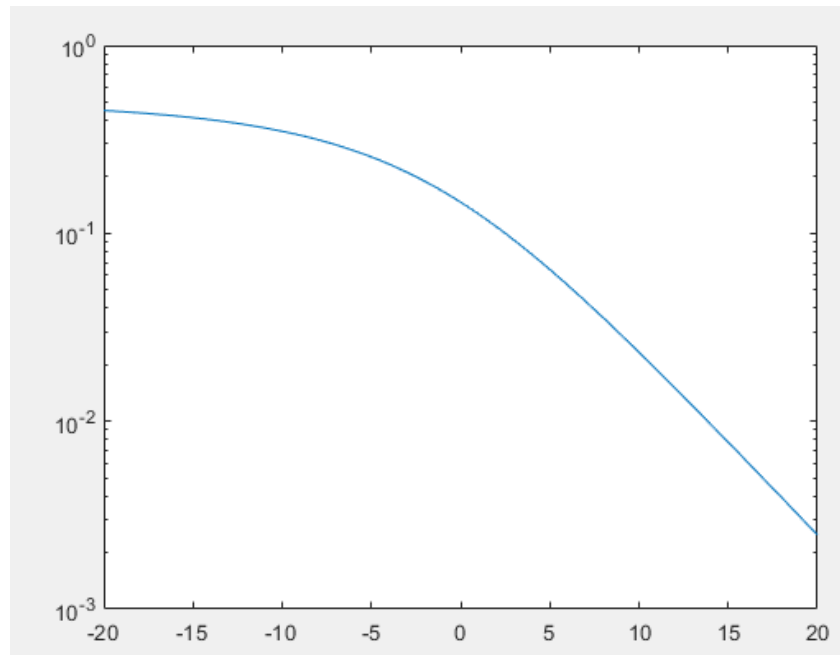
با توجه به رابطه بدست آمده در بخش الف حداقل SNR لازمه برای خطای زیر  $1e-6$  چیزی در حدود 60dB میباشد که اختلاف حدود 50dB با همین مقدار انرژی لازمه در بخش ج سوال یک دارد.

### سوال سه.

(الف)

در این بخش نحوه تصمیم گیری به این صورت است که ابتدا باید در بردار سیگنال دریافتی،  $\frac{h^*}{|h|}$  را ضرب کنیم و سپس:

$$\begin{aligned} Pe &= \frac{1}{2} \left( P \left\{ x|h| + \frac{wh^*}{|h|} < 0 \mid x = 1 \right\} + P \left\{ x|h| + \frac{wh^*}{|h|} > 0 \mid x = -1 \right\} \right) \\ &\Rightarrow Pe = Q \left( \sqrt{2|h|^2 SNR} \right) \Rightarrow \overline{Pe} = \int Pe * f_h dh \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{SNR}{2 + SNR}} \right) \end{aligned}$$





شکل ۵. نمودار احتمال خطای بهینه تئوری بر حسب SNR

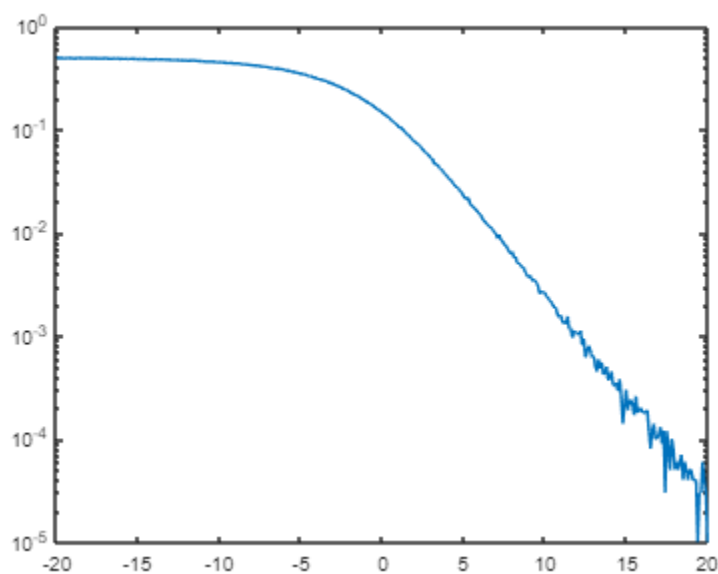
لازم به ذکر است این فرمول مطابق با محاسبات نهایی کتاب گلدسمیت است و برای سادگی به جای انتگرال گیری از فرمول نهایی گلدسمیت استفاده کردیم که نمودار آن در شکل ۵ قابل مشاهده است.

با توجه به رابطه توضیح داده شده در بالا برای خطای زیر  $1e-6$ ، حداقل میزان SNR باید چیزی در حدود 54dB باشد.

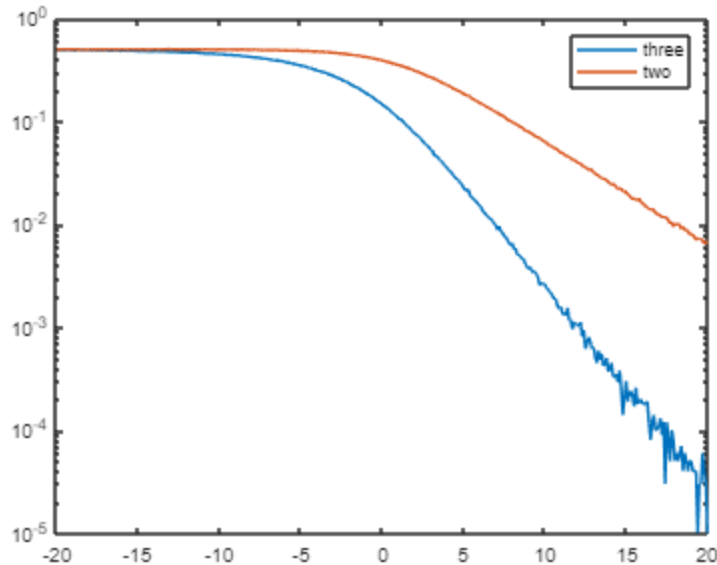
(ب)

نمودار احتمال خطای بهینه برای حالت دانستن اطلاعات کانال در گیرنده در شکل ۶ قابل مشاهده است. در این قسمت مطابق دانش مخابرات دیجیتال در آشکار سازی براساس زاویه کانستلیشن ها تصمیم گیری کردیم.

همچنین مقایسه دو نمودار خطای بهینه در بخش ب سوال دوم و بخش ب سوال سوم در شکل ۷ قابل مشاهده است.



شکل ۶. نمودار احتمال خطای بهینه (با فرض دانستن اطلاعات کانال در گیرنده) بر حسب SNR



شکل ۷. نمودار احتمال خطای بهینه (با فرض دانستن اطلاعات کانال در گیرنده و با فرض ارسال ۱۰ و ۰۱)

(ج)

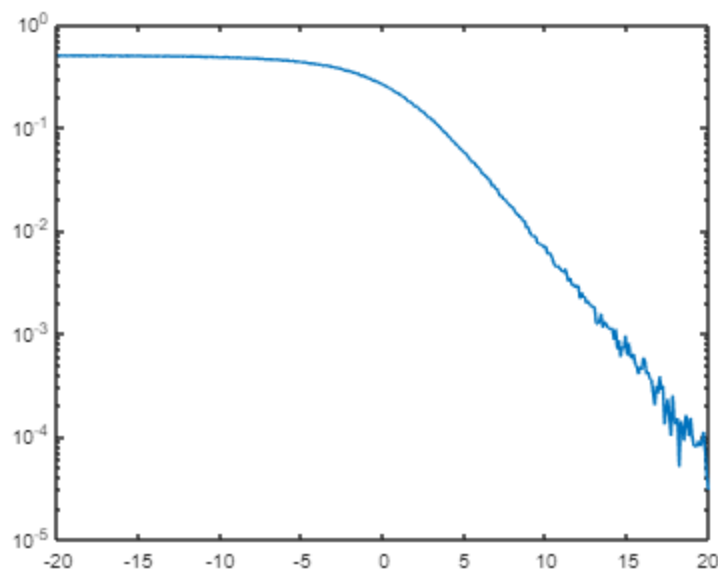
همانطور که در شکل ۷ مشاهده میشود دانستن اطلاعات کانال به وضوح احتمال خطا را کاهش میدهد و نکته اینجاست که این کاهش در برابر نحوه ارسال ۱۰ و ۰۱ که در سوال دو انجام شد، خیلی بیشتر است. یعنی در سوال دوم که اطلاعات کانال را نمیدانستیم اما سنبیل ها را به صورت ۱۰ و ۰۱ ارسال میکردیم در برابر سوال سه که اطلاعات کانال را میدانستیم در SNR های بالا، خطایمان کمتر کاهش میافت.

اختلاف احتمال خطا در حالت سوال دو با سوال سه در حدود ۰.۰۱ است.

## سوال چهار.

(الف)

با فرض اینکه مدولاسیون QPSK استفاده شود، نمودار احتمال خطای بهینه نسبت به SNR توسط شبیه سازی در شکل ۸ قابل مشاهده است.



شکل ۸. نمودار احتمال خطای بهینه نسبت به SNR (با فرض QPSK بودن مدولاسیون)

برای حالت تئوری با توجه به رابطه توضیح داده شده در کتاب گلدسمیت رابطه به شکل زیر خواهد بود:

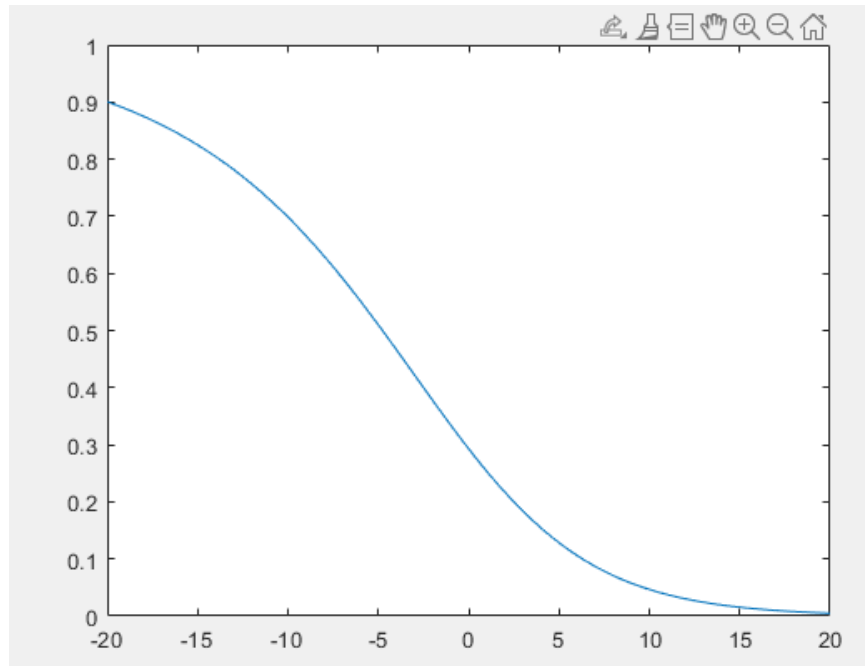
$$\bar{P}_s \approx \int_0^\infty \alpha_M Q(\sqrt{\beta_M \gamma}) \cdot \frac{1}{\gamma_s} e^{-\gamma/\gamma_s} d\gamma_s = \frac{\alpha_m}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{.5\beta_M \bar{\gamma}_s}{1 + .5\beta_M \bar{\gamma}_s}} \right] \approx \frac{\alpha_M}{2\beta_M \bar{\gamma}_s}$$

و با همسان کردن ضرایب موجود در رابطه بالا به روابط زیر میرسیم:

$$P_b \approx Q(\sqrt{2\gamma_b})$$

$$\bar{Pe} = \left( 1 - \sqrt{\frac{SNR}{1 + SNR}} \right)$$

نمودار شکل ۹ نشان دهنده احتمال خطای بهینه در حالت تئوری میباشد.

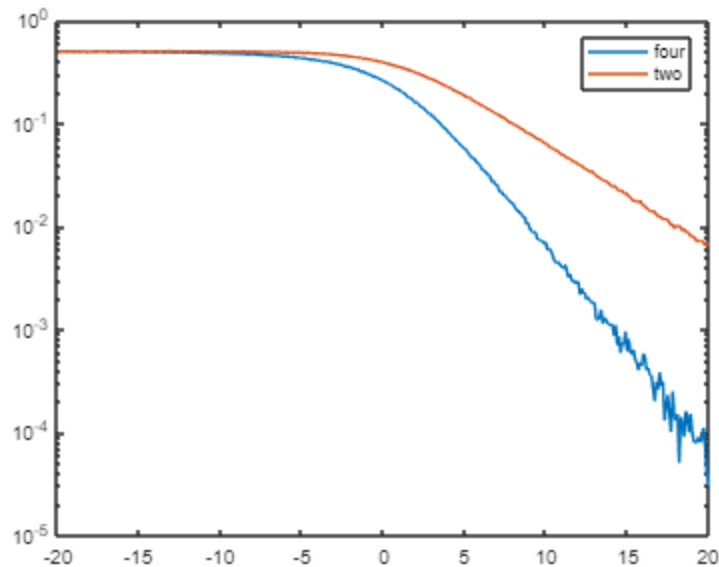


شکل ۹. نمودار احتمال خطای بهینه تئوری بر حسب SNR

(ب)

مقایسه دو نمودار خطای بهینه در بخش ب سوال دوم و بخش الف سوال چهارم در شکل ۱۰-۱ قابل مشاهده است.

همانطور که مشاهده میشود حدود  $0.01$  تفاوت در احتمال های خطا در SNR های بالا وجود دارد که یعنی احتمال خطا به خوبی بهبود یافته است.



شکل ۱۰-۱. نمودار احتمال خطای بهینه (با فرض دانستن اطلاعات کانال در گیرنده به همراه QPSK بودن و با فرض ارسال ۱۰ و ۰۱)

## سوال پنج.

### (الف)

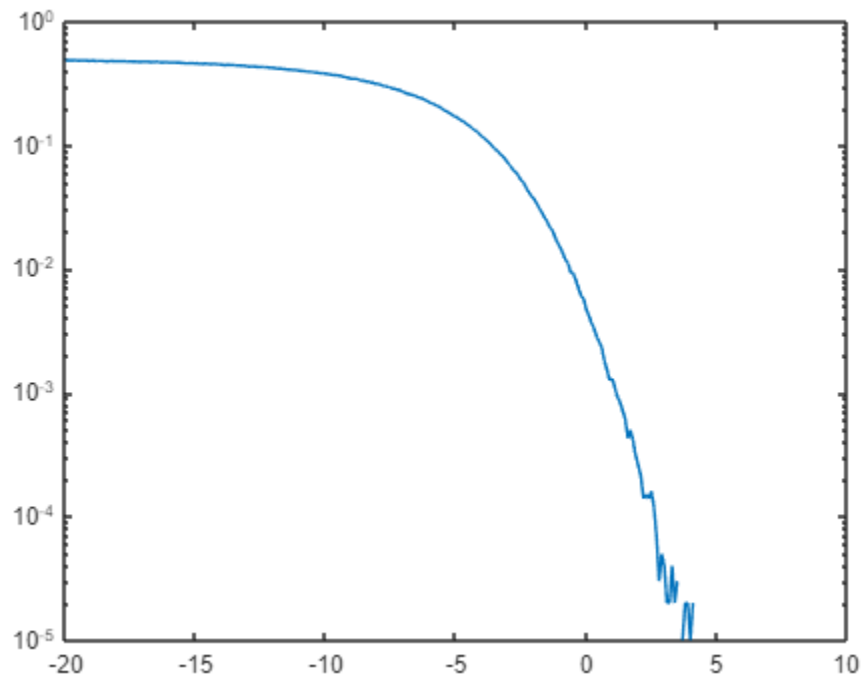
با توجه به اینکه می‌خواهیم دایورسیتی در حوزه زمان داشته باشیم باید کاری کنیم که دو تایم اسلات متوالی اطلاعاتشان نسبت بهم مستقل باشد و این دقیقاً همان تعریف  $T_c$  می‌باشد. یعنی مدت زمان بین دو ارسال باید در حدود  $T_c$  باشد.

### (ب)

در شکل ۱۰-۲ احتمال خطای بهینه در دایورسیتی به کمک MRC نسبت به SNR قابل مشاهده است.

در این قسمت از دو حلقه که یکی برای SNR های مختلف و دیگری برای تعداد شاخه هاست استفاده کردیم. در هر شاخه بعد از بدست آوردن  $y$  آن را  $\text{cophase}$  و در گین مربوطه ضرب

کردیم. به طور کلی گین MRC پیشتر در درس هم بررسی شده بود که برابر با SNR شاخه مربوط میشود که یعنی بهره کانال مربوطه به توان دو تقسیم بر واریانس نویز.



شکل ۱۰-۲. نمودار احتمال خطای بهینه با دایورسیتی زمانی MRC

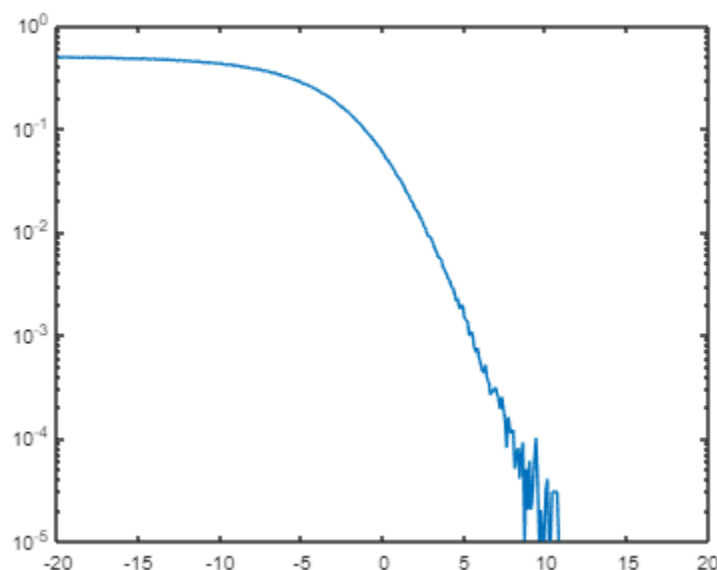
## سوال شش.

(الف)

اگر در این قسمت به جای استفاده از  $L$  آنتن از یک آنتن استفاده کنیم به نحوی باید دایورسیتی زمانی یا همان روند سوال ۵ پیاده شود. یعنی صرف تک آنتن شدن این بخش میتواند باعث شود که سوال ۵ را پیاده سازی کرد.

(ب)

در شکل ۱۰-۳ احتمال خطای بهینه در ساختار دو آنتنی به کمک کدگذاری الموتی نسبت به SNR قابل مشاهده است. برای این قسمت صرفاً فرمول کد الموتی و نحوه آشکار سازی که در درس هم بیان شده بود را پیاده سازی کرده ام.

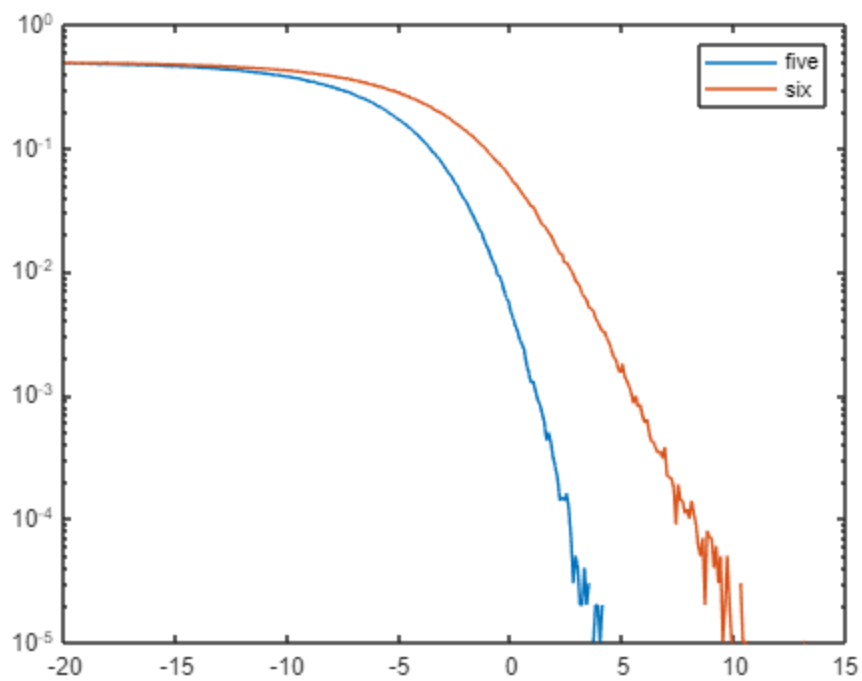


شکل ۱۰-۳. نمودار احتمال خطای بهینه با دایورسیتی مکانی به کمک کد الموتی

(ج)

با توجه به شکل ۱۱ به نظر میرسد دایورسیتی زمانی MRC نسبت به دایورسیتی مکانی الموتی کمی نتایج بهتری دارد اما دو نکته حائز اهمیت است:

ابتدا برابر نبودن کانال ها و مستقل تعریف شدن کانال ها در دو سوال که کمی دقت را پایین می آورد و دوم که خیلی مهم است نرخ ارسال الموتی است که نسبت به MRC نصف است!



شکل ۱۱. نمودار احتمال خطای بهینه با دایورسیتی مکانی به کمک کد الموتی و دایورسیتی زمانی MRC



## بخش دوم

### سوال یک.

تعداد تپ های کانال با توجه به مقدار گستردگی تاخیر کانال و پهنای باند کانال محاسبه میشود به این صورت که:

$$L = W * T_d = 200$$

از طرفی طول CP نیز همان طول پاسخ ضربه کانال میبایست باشد که یعنی:

$$CP = L - 1 = 199$$

### سوال دو.

تعداد زیر حامل های بلاک OFDM توسط زمان همدوسی کانال و گستردگی پاسخ کانال مشخص میشود به این صورت که ما میخواهیم کانال خاصیت TI یا تغییرناپذیری با زمان داشته باشد که موجب شود بتوانیم روابط OFDM و کانولوشن را پیاده کنیم پس برای اینکار طول بلاک OFDM باید از زمان همدوسی کانال کمتر باشد و از طرفی از طول کانال بیشتر باشد.

اگر فرض کنیم طول بلاک OFDM برابر است با  $V$  آنگاه:

$$W * T_d < V < W * T_c \Rightarrow 200 < V < 100000 \Rightarrow n_c = 10000$$

اما فراموش نشود که ما CP هم داریم پس طول نهایی بلاک برابر با جمع CP با مقداریست که پیشتر بدست آوردیم:

$$V_{final} = 1000 + CP = 10199$$

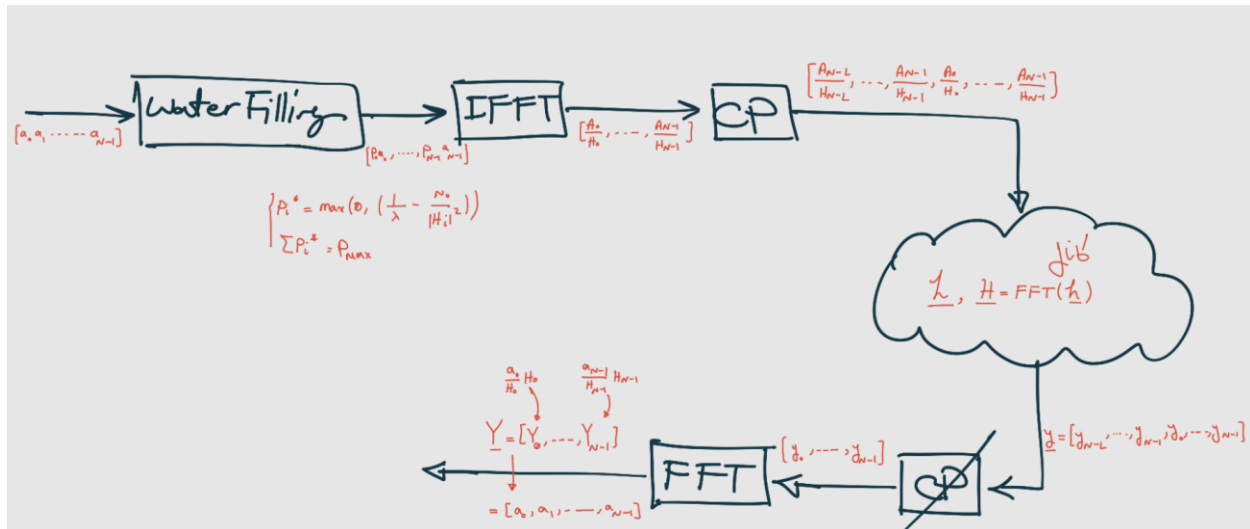
### سوال سه.

کل پیام باید به طول بلاک OFDM تقسیم شود تا تعداد بلاک ها بدست آید اما بدون احتساب CP:

$$\text{Number of Blocks} = \frac{10^8}{10000} = 10^4$$

### سوال چهار.

در شکل ۱۲ ساختار سیستم OFDM در گیرنده و فرستنده در حالتی که از روش waterfilling استفاده کنیم نشان داده شده است.



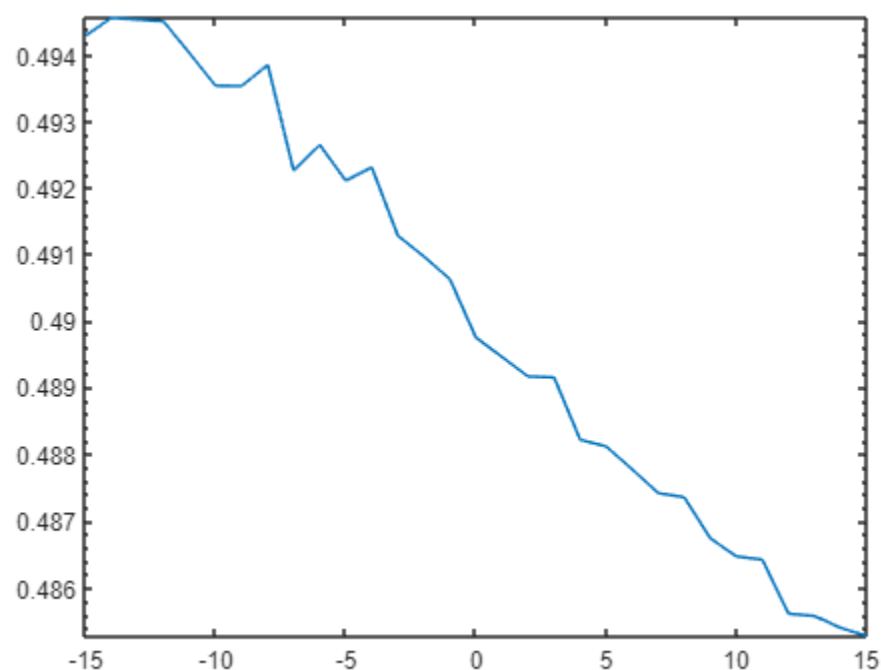
شکل ۱۲. ساختار سیستم OFDM در گیرنده و فرستنده با استفاده از روش waterfilling

### سوال پنج.

برای این سوال میبایست  $P_i$  محاسبه شوند که برای اینکار ما از یک الگوریتم ساده استفاده کردیم. لازم به ذکر است این الگوریتم بسیار زمانبر است و اگر مساله کانوکس نباشد لزومی بر رسیدن به پاسخ اپتیمم ندارد.

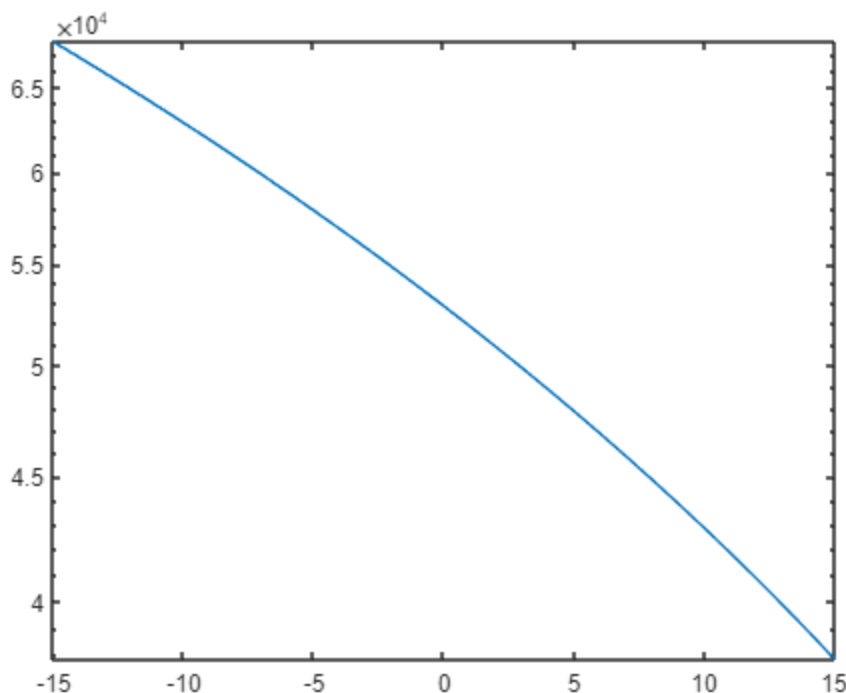
الگوریتم به این شکل است که یک حلقه تو در تو داریم که در حلقه بیرونی روی SNR ها حرکت میکنیم و در حلقه درونی هر بار قبل از شروع شرط برابر مجموع توان ها را با توان ماکسیمم بررسی میکنیم که اگر صحیح بود برویم سراغ SNR بعدی و اگر صحیح نبود طی حلقه ثانویه  $P_i$  ها را آپدیت کنیم. بعد از آپدیت هم لاندا میبایست آپدیت شود.

در شکل ۱۳ نمودار احتمال خطا بر حسب SNR برای سیستم دارای waterfilling قابل مشاهده است.



شکل ۱۳. نمودار احتمال خطای بهینه برای سیستم OFDM همراه با Waterfilling

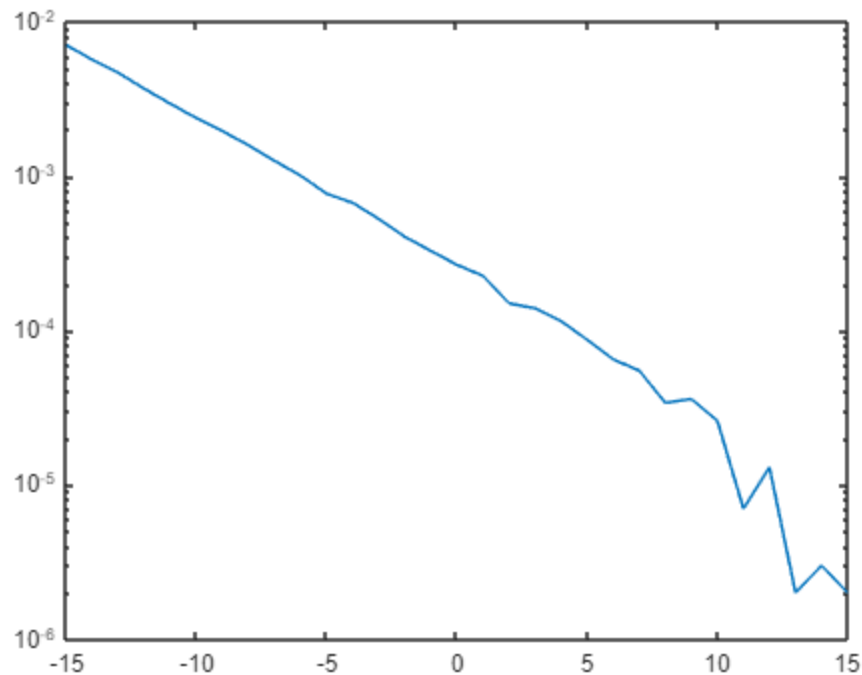
همچنین در شکل ۱۴ نمودار ظرفیت کانال بر حسب SNR قابل مشاهده است.



شکل ۱۴. نمودار ظرفیت کانال برای سیستم OFDM همراه با Waterfilling

## سوال شش.

در این قسمت که نتیجه اش در شکل ۱۵ قابل مشاهده است، کاری که کردیم این است که در هر حلقه ای که روی بلاک ها میزنیم در زمان جمع نویز عملا ده تا نویز تولید میکنیم و این یعنی برای هر بلاک و هر SNR ما ده بردار داریم که باید به روش MRC ترکیب شوند. برای اینکار هر شاخه را در کانبجویت پاسخ کانال تقسیم بر حاصل جمع اندازه پاسخ ها میکنیم. فراموش نشود که مقدار گین و cophasing برای ترکیب MRC پیشتر در درس انجام شده بود و ما دقیقا همان را اعمال کردیم.

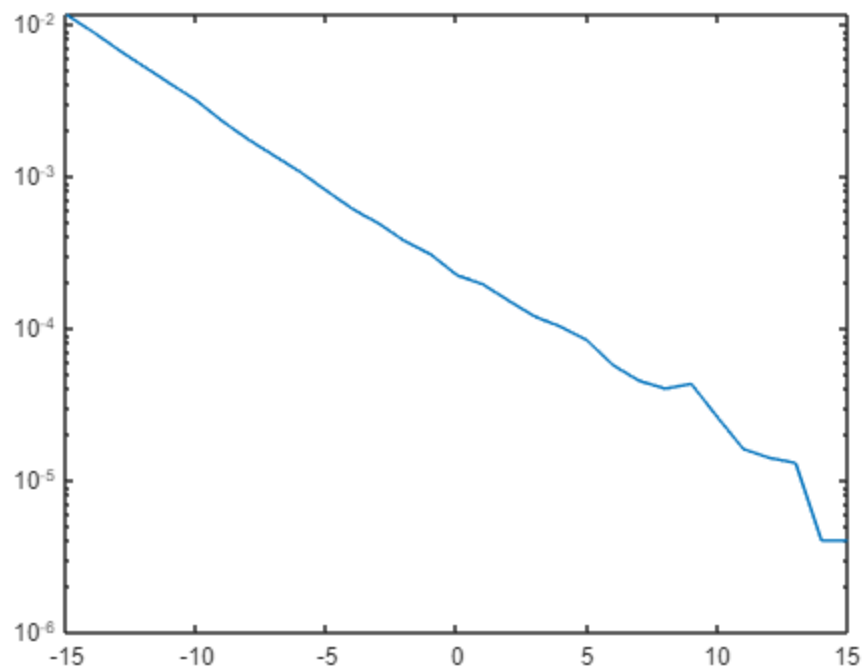


شکل ۱۵. نمودار احتمال خطای بهینه کانال برای سیستم OFDM برای حالت دایورسیتی

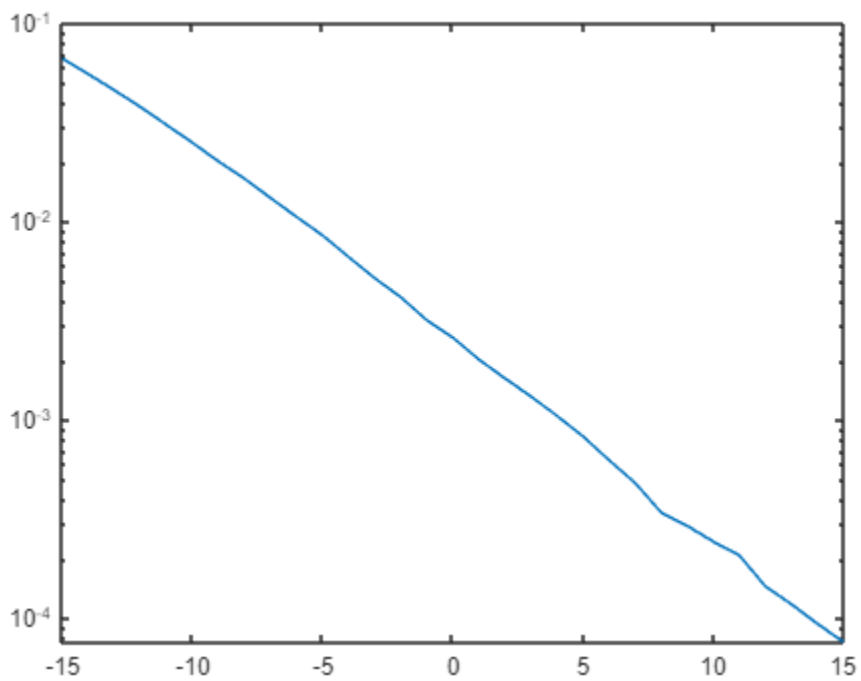
## سوال هفت.

در شکل های ۱۶ تا ۱۹ نمودار احتمال خطا بر حسب SNR برای هر دو معیار ZF و MMSE مشاهده میشود. توجه شود که برای هر نوع همسانسازی دو مقدار  $P_{\max}$  از ابتدا تعیین شده تا تغییرات وضوح بیشتری داشته باشند.

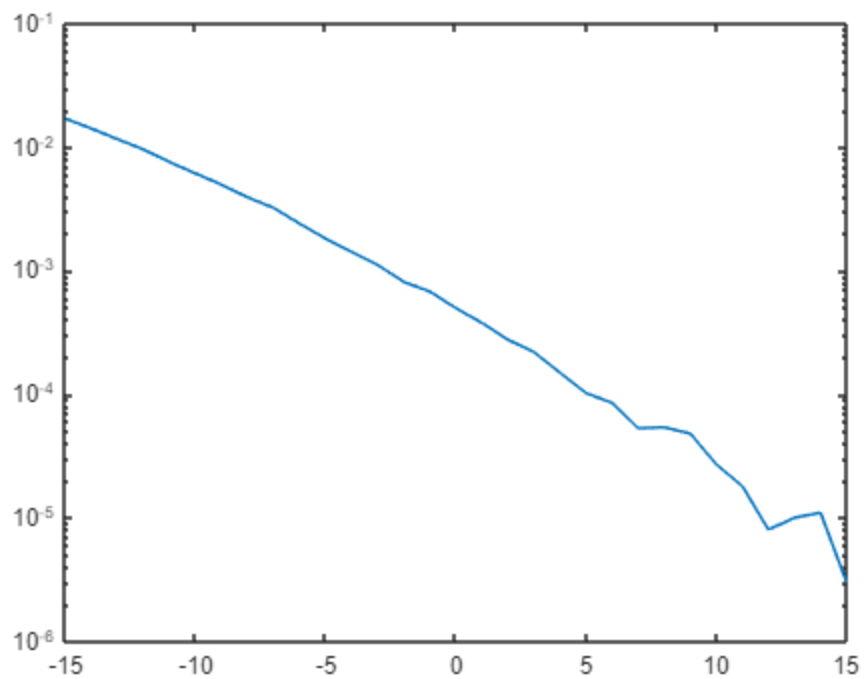
ضمناً صرفاً جهت توضیح مختصر در معیار ZF بعد از FFT، بردار بدست آمده را به پاسخ کانال تقسیم میکنیم و در معیار MMSE همگی را در یک ضریب  $W$  ضرب میکنیم که پیشتر در خود درس محاسبه شده است.



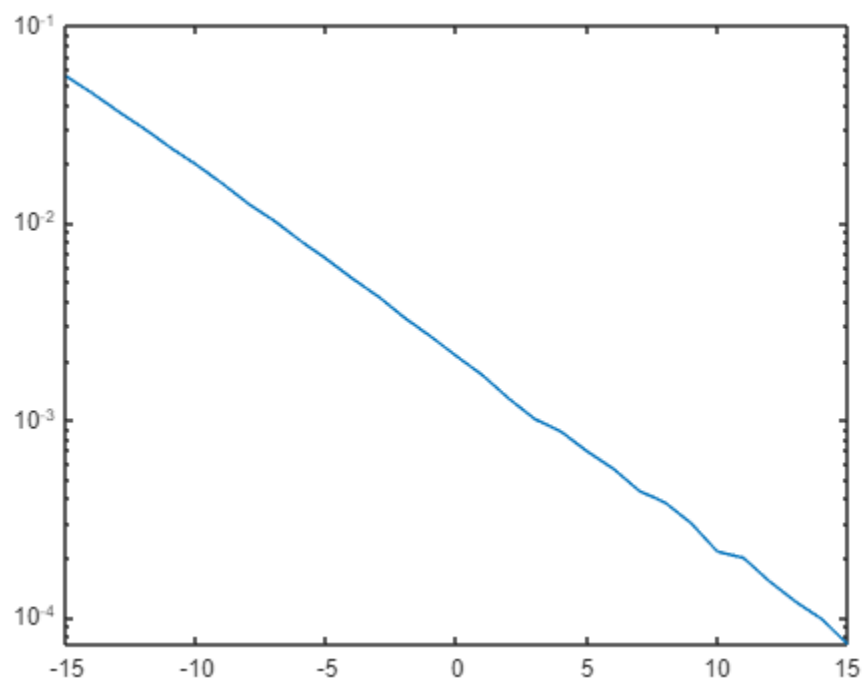
شکل ۱۶. نمودار احتمال خطای بهینه کانال برای سیستم OFDM همراه با معیار zero forcing با  $P_{\max} = 0.2$



شکل ۱۷. نمودار احتمال خطای بهینه کانال برای سیستم OFDM همراه با معیار zero forcing با  $P_{\max} = 1$



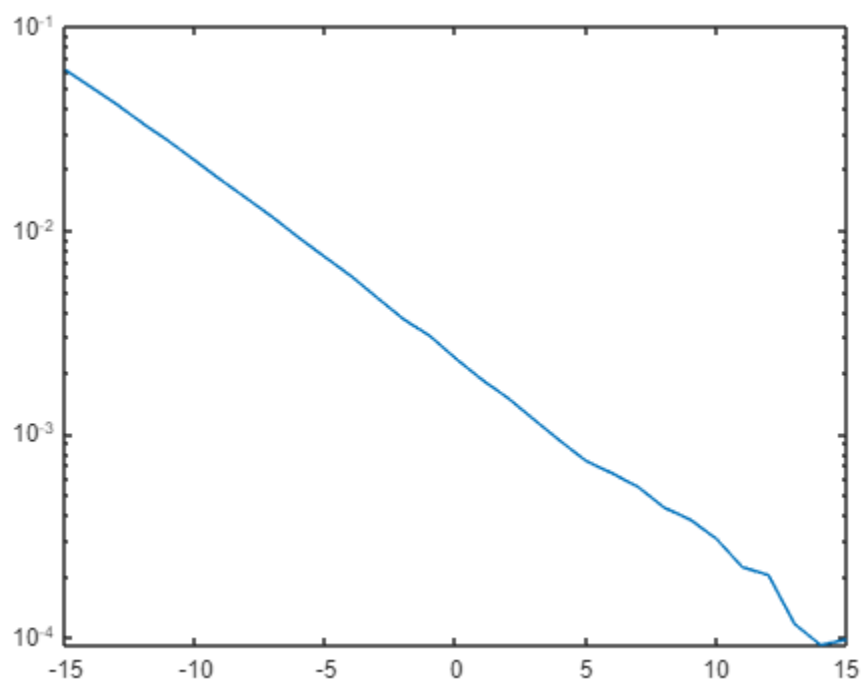
شکل ۱۸. نمودار احتمال خطای بهینه کانال برای سیستم OFDM همراه با معیار MMSE با  $P_{\max} = 0.2$



شکل ۱۹. نمودار احتمال خطای بهینه کانال برای سیستم OFDM همراه با معیار MMSE با  $P_{\max} = 1$

## سوال هشت.

در این سوال اصلا نیاز به هیچ کار سختی نیست! صرفا باید بعد از محاسبه  $X_k$  ها آن هایی که از ۰.۸ اندازه ماکسیمم بیشتر هستند را با خود مقدار ۰.۸ ماکسیمم جایگذاری کنیم. در شکل ۲۰ نتیجه اثر Clipping مشاهده میشود.



شکل ۲۰. نمودار احتمال خطای بهینه کانال برای سیستم OFDM همراه با معیار MMSE با فرض اعمال اثر Clipping