

۱- بنزن مایع در فشار سطح دریا مشتعل می شود. اگر یک شی سرد بر روی بنزن قرار بگیرد، آب بر روی این جسم تشکیل می شود و همچنین مقداری دوده (کربن) نیز تشکیل خواهد شد. معادله شیمیایی این واکنش به شرح زیر می باشد:



مقادیر x_1, x_2, x_3 و x_4 را طوری بیابید که معادله شیمیایی فوق متعادل شود.

۲- دستگاه زیر را از طریق تبدیل آن به یک دستگاه قطری حل کنید.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & -1 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

۳- یک دستگاه معادلات خطی که ماتریس افزوده آن به فرم زیر می باشد را در نظر بگیرید:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & p & 0 \end{array} \right]$$

الف) آیا ممکن است که این سیستم ناسازگار باشد؟ توضیح دهید.
ب) به ازای چه مقادیری از p این دستگاه بی نهایت جواب خواهد داشت؟

۴- فرض کنید $[A|b]$ ماتریس افزوده متناظر با یک دستگاه خطی باشد. می دانیم که انجام اعمال سطری مقدماتی جواب دستگاه $[A|b]$ را تغییر نمی دهد، از طرفی اعمال ستونی مقدماتی، می توانند منجر به تغییر جواب این دستگاه بشوند.

الف) تغییرات در جواب این دستگاه خطی را در حالتی که ستون های A_i و A_j جابجا شوند، بررسی نمایید.

ب) تغییرات در جواب این دستگاه خطی را در حالتی که ستون A_i با αA_i جایگزین شود، بررسی نمایید.
(به ازای $\alpha \neq 0$)

ج) تغییرات در جواب این دستگاه خطی را در حالتی که ستون A_i با $A_i + \alpha A_j$ جایگزین شود، بررسی نمایید. (به ازای $\alpha \neq 0$)

۵- فرم کلی یک ماتریس واندرموند به صورت زیر است:

$$V_n = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \dots & t_1^{n-1} \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \dots & t_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & t_n & t_n^2 & \dots & t_n^{n-1} \end{pmatrix}$$

با فرض اینکه t_1, t_2, \dots, t_n اعدادی متمایز هستند،

الف- تجزیه دولیتل ماتریس های واندرموند 2×2 ، 3×3 و 4×4 را بدست آورید. متوجه الگوی خاص موجود در پاسخ های خود شدید؟
ب- با استفاده از نتایج قسمت قبل، فرمول بسته ای برای دترمینان یک ماتریس واندرموند دلخواه، (با فرض اینکه t_1, t_2, \dots, t_n متمایز هستند) ارائه دهید.

۶- در بسیاری از مسائل کاربردی علوم و مهندسی، ماتریس های تُنک ظاهر می شوند که یک دسته معروف آنها، ماتریس های سه قطری می باشند. دستگاه زیر با ماتریس ضرایب سه قطری را در نظر بگیرید:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & & & 0 \\ -1 & 5 & -1 & & \\ & -1 & 5 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & & & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

الف) الگوریتم تجزیه چولسکی را در Python یا MATLAB پیاده سازی کنید و به کمک آن، دستگاه فوق را حل نمایید. به نظرتان شرایط وجود تجزیه چولسکی برای این ماتریس برقرار است؟
ب) در مواقعی که با دستگاه های خطی با ماتریس ضرایب سه قطری مواجه می شویم، معمولاً از الگوریتم توماس برای حل این دستگاه های استفاده می شود. این الگوریتم را در Python یا نرم افزار MATLAB پیاده سازی کنید و به کمک آن دستگاه فوق را حل نمایید.

ج) اکنون این دستگاه را (بردار سمت راست را دلخواه بگیرید) با دستورات آماده کتابخانه Numpy در Python و یا به کمک نرم افزار MATLAB حل کنید و زمان اجرای آن را با زمان اجرای به دست

آمده در قسمت های الف و ب مقایسه کنید. به نظرتان نرم افزار های Python و MATLAB از چه روش هایی برای تسریع حل دستگاه استفاده می کنند؟

نحوه ارسال تمرین ها

فایل الکترونیکی پاسخ تمرینات به همراه پوشه کدهای متلب یا پایتون به آدرس زیر ایمیل شود:

mdehghan.aut.nla.bsc@gmail.com

بعلاوه فایل تمرینات در سامانه کورسز دانشگاه آپلود شود. در هنگام ارسال فایل، اسم خود و شماره دانشجویی خود را روی نام فایل قرار دهید. برای مثال نام فایل ارسالی چنین باشد:

Akbari-12345678

توجه ۱: مهلت ارسال تمرینات (بدون تمدید) تا تاریخ ۲۴ اسفند ماه ۱۴۰۲ می باشد.

توجه ۲: نوشتن شماره دانشجویی در سربرگ تمرینات و عنوان ایمیل ضروری است.

توجه ۳: آمادگی کامل دانشجویان گرامی جهت ارائه تمرینات به صورت شفاهی در تاریخ مقرر مورد ارزیابی قرار می گیرد.

توجه ۴: از کدهای موجود در سطح وب یا کتاب های مرجع نیز می توانید استفاده کنید اما باید منابع استفاده شده را ذکر کنید و قادر به توضیح عملکرد کد ارسال شده باشید.