#### Аннотация

# Применение мультиагентного обучения с подкреплением для динамических игр двух лиц

#### Гимишян Ашот

Работа посвящена исследованию применения мультиагентного обучения с подкреплением в динамических играх двух лиц. В ней представлена модифицированная задача о сделке — экспериментальная игра из теории игр. Данная игра может быть рассмотрена как модель многих реальных ситуаций, где стороны ведут переговоры о разделе общего ресурса. Она иллюстрирует сложность подобных переговоров и важность учета различных факторов, включая текущую и будущую выгоду, риск, а также влияние на соперника. В ходе исследования была разработана модель искусственного интеллекта, которая путем симуляции двусторонних переговоров эффективно решает данную задачу. Проведенные эксперименты подтвердили практическую значимость модели, отраженную в монотонном возрастании средней награды и уровня согласия между участниками. Полученные результаты могут быть применены для моделирования переговоров и достижения взаимоприемлемых результатов.

**Ключевые слова:** Искусственный интеллект · Машинное обучение · Нейронные сети · Обучение с подкреплением · Теория игр · Динамические игры · Модифицированная задача о сделке · Переговоры

# Оглавление

T	Вве	Зведение					
	1.1	Описа	ание динамических игр двух лиц и мультиагентного обучения с под-				
		крепл	ением	4			
	1.2	Обосн	пование выбора темы и актуальность проблемы	6			
	1.3	1.3 Цель работы и задачи, которые необходимо решить					
2	Обз	эзор литературы					
	2.1	1 Краткий обзор основных публикаций по теме игр двух лиц и мульти					
		гентн	ого обучения с подкреплением	Ć			
	2.2	Описа	ание существующих подходов к решению задачи о сделке и их огра-				
		ничения					
		2.2.1	Задача о сделке	11			
		2.2.2	Решение двухходовой задачи о сделке	13			
		2.2.3	Переговоры о цене недвижимости	13			
		2.2.4	Двухходовка с сокращением прибыли	14			
		2.2.5	Переговоры о цене недвижимости (продолжение)	15			
		2.2.6	Анализ бесконечно повторяющихся игр	16			
3	Mo	дифиц	ированная задача о сделке	17			
	3.1	Форм	улировка	17			
		3.1.1	Общее описание	17			
		3.1.2	Коэффициент дисконтирования	18			
		3.1.3	Сила и влияние на других игроков	19			
		3.1.4	Динамика раундов и принятие решений	20			
		3.1.5	Формальное описание	20			
		3.1.6	Множества возможных стратегии	22			
	3.2	Описа	ние предполагаемых особенностей и ограничений	22			
		3.2.1	Недостатки классической версии	22			
		3.2.2	Достоинства модифицированной версии	22			

		3.2.3 Основные характеристики	23		
	3.3	Мотивация для применения мультиагентного обучения с подкреплением			
		в данной задаче	24		
4	Me	годы мультиагентного обучения с подкреплением	26		
	4.1	Описание выбранных алгоритмов MARL	26		
		4.1.1 PPO	26		
		4.1.2 MADDPG	27		
		4.1.3 Q-learning	29		
	4.2	Обоснование выбора определенного алгоритма для данной задачи			
	4.3	Описание процесса обучения и оптимизации	31		
		4.3.1 Программная реализация	31		
		4.3.2 Математическая реализация	33		
5	Рез	Результаты экспериментов			
	5.1	Экспериментальная среда	35		
		5.1.1 Описание	35		
		5.1.2 Набор данных	36		
		5.1.3 Оценка производительности	36		
5.2 Π		Подведение итогов экспериментов			
		5.2.1 Результаты обучения моделей	37		
		5.2.2 Анализ производительности	37		
6	Зак	лючение	38		
6.1 Подведение итогов исследования		Подведение итогов исследования	38		
	6.2	Оценка практической значимости результатов	38		
	6.3	Перспективы развития и дальнейшие исследования в данной области .			
7	При	Іриложение			
	7.1	Реализация классов ActorNetwork и CriticNetwork на Python 4			
	7.2	Функция main() для инициализации параметров и запуска обучения	44		

# Список сокращений

 $\mathbf{DCC}\ \mathrm{Deep}\ \mathrm{Continuous}\ \mathrm{Clustering}.$ 

**DDPG** Deep Deterministic Policy Gradient.

**DQN** Deep Q-Network.

**DRL** Deep Reinforcement Learning.

MADDPG Multi-Agent Deep Deterministic Policy Gradient.

MARL Multi-Agent Reinforcement Learning.

**PPO** Proximal Policy Optimization.

**RL** Reinforcement Learning.

**TD-learning** Temporal-Difference Learning.

Wolf Win or Learn Fast.

ИИ Искусственный интеллект.

ИНС Искусственная нейронная сеть.

РН Равновесие Нэша.

# Глава 1

# Введение

Давайте перейдем из эпохи противостояния в эпоху переговоров... Ричард Никсон

В современном мире существует множество задач, которые могут быть решены при помощи технологий искусственного интеллекта. Одной из таких задач является моделирование игр, в которых принимают участие несколько агентов. Это может быть полезным, например, в бизнесе, где агентами могут выступать различные компании. Для них моделирование игр может служить в качестве инструмента прогнозирования рынка, определения стратегий конкуренции и разработки маркетинговой политики. Помимо этого, моделирование игр с несколькими агентами может быть полезным во многих других областях, таких как политика и технологии. В политике моделирование игр может помочь анализировать стратегии и взаимодействия между различными участниками политических процессов. Оно может использоваться для анализа выборов, где различные партии и кандидаты могут выбирать свои стратегии в зависимости от действий своих конкурентов. В технологиях моделирование игр может быть полезно для анализа конкуренции на рынке и разработки новых продуктов и услуг. Компании могут моделировать игры для определения оптимальной стратегии ценообразования на основе поведения конкурентов.

# 1.1 Описание динамических игр двух лиц и мультиагентного обучения с подкреплением

Пусть у нас есть два игрока, которых мы обозначим как A и B. Каждый игрок имеет набор возможных стратегий, которые мы обозначим как  $S_A$  и  $S_B$  соответственно. Игрок A выбирает стратегию  $s_A \in S_A$ , а игрок B выбирает стратегию  $s_B \in S_B$ . Выбор стратегии каждым игроком зависит от предыдущих ходов обоих игроков. Выигрыш каждого игрока определяется функцией выигрыша, которую мы обозначим как  $U_A(s_A, s_B)$  для игрока A и  $U_B(s_A, s_B)$  для игрока B. Эти функции выигрыша зависят от

выбранных стратегий обоих игроков. Цель каждого игрока — выбрать такую последовательность стратегий, которая максимизирует его ожидаемый выигрыш. То есть, игрок A стремится максимизировать  $U_A(s_A, s_B)$  по всем возможным  $s_A$ , а игрок B стремится максимизировать  $U_B(s_A, s_B)$  по всем возможным  $s_B$ .

Что касается MARL, то это подход в машинном обучении при котором агенты обучаются путем взаимодействия друг с другом и с окружающей средой. Каждый агент получает обратную связь от среды в виде награды (англ. reward) или штрафа (англ. penalty) за каждое свое действие. Награда представляет собой меру успеха выполненного действия, а штраф — меру неудачи.

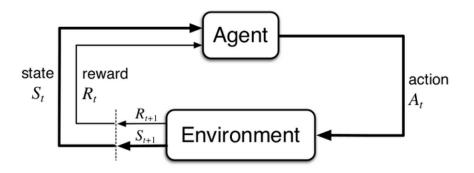


Рис. 1.1: Мультиагентное обучение с подкреплением

Для моделирования динамических игр с применением обучения с подкреплением и последующего поиска их решений необходимо создать алгоритмы, которые обеспечат взаимодействие агентов в соответствии с заданными правилами и стратегиями. Процесс моделирования можно начать с изучения конфликтной ситуации, которую планируется представить в виде игры и определения предпочтений заинтересованных сторон. В качестве следующего этапа можно рассматривать разработку стратегий и правил. Агенты будут использовать стратегий для достижения своих целей, а правила будут регулировать их поведение. Помимо этого, для эффективного моделирования игр с несколькими агентами необходимо учитывать различные факторы, такие как тип игры, количество и характеристики агентов, возможные исходы при выборе агентами той или иной стратегий. Важно также учитывать возможные изменения в игре и адаптировать стратегии и правила соответствующим образом.

# 1.2 Обоснование выбора темы и актуальность проблемы

Применение мультиагентного обучения с подкреплением для динамических игр двух лиц является актуальной и перспективной темой для исследования. Приведу несколько аргументов, обосновывающих выбор этой темы и актуальность проблемы:

- 1. Мультиагентное обучение с подкреплением является одним из передовых направлений в области искусственного интеллекта. Изучение применения MARL в динамических играх двух лиц может привести к новым открытиям в разрешении конфликтных ситуации путем переговоров.
- 2. В реальных сценариях взаимодействие между агентами играет ключевую роль. Исследование применения мультиагентного обучения с подкреплением в динамических играх двух лиц может помочь разработать новые методы и подходы для эффективного сотрудничества и соперничества между агентами.
- 3. Исследование MARL в контексте динамических игр двух лиц может привести к новым применениям в различных отраслях, таких как финансы, экономика, транспорт, робототехника и других. Это может способствовать прогрессу в этих областях и улучшению качества жизни людей.

Мультиагентное обучение с подкреплением является относительно новым направлением исследований в области искусственного интеллекта, которое показало свой потенциал в различных задачах. Мультиагентные системы становятся все более распространенными в различных областях, например, в робототехнике, автономной навигации, финансах, игровой индустрии, бизнесе, политике и других. В таких системах возникает потребность в разработке эффективных методов обучения для агентов, которые позволят им адаптироваться к изменяющимся условиям и достигать высокой производительности в условиях взаимодействия с другими агентами и окружающей средой.

# 1.3 Цель работы и задачи, которые необходимо решить

Кроме описания различных алгоритмов MARL для решения динамических игр двух лиц, моей целью является разработка новой игры в теории игр — модифицированной задачи о сделке. Она будет представляться впервые как расширение классической задачи о сделке. В данной игре участники должны соревноваться в некооперативном взаимодействии с целью распределения заданных общих ресурсов между собой. Также собираюсь представить новый подход к распределению ресурсов между участниками, который учитывает влияние участника на переговорный процесс и на основе этого подхода разработать модель искусственного интеллекта, способную решить модифицированную задачу о сделке. Модель будет обучена для поиска оптимальных стратегий и обеспечения эффективной коммуникации между участниками, а также для адаптации к изменяющимся условиям и поведению всех участников.

С помощью математики и искусственного интеллекта хочется создать прикладной инструмент для решения следующих проблем:

- 1. Формализация завершенных конфликтных ситуации, соответствующих описанию данной игры, с целью выяснения на каком этапе стороны не смогли достичь соглашения и каковы были их убытки.
- 2. Формализация действующих конфликтных взаимодействий на ранних этапах развития и предложение оптимальных исходов разрешающих такие ситуаций. Доказательство того, что искусственному интеллекту можно доверять разрешение конфликтов.
- 3. Моделирование взаимодействии, которые потенциально могут вызвать конфликты в реальной жизни. Учитывая влияние участников на обстановку, их силы, интересы и временной фактор, предложить возможные варианты решении.

Во вступительной части **первой главы** представлена ознакомительная информация. Глава включает определения MARL и динамических игр. Далее изложены аргументы мотивирующие выбор темы и её актуальность в современных условиях. В завершении главы кратко описывается проблема, которую необходимо решить, и формулируются общие цели дипломной работы.

Во второй главе проведен анализ основных публикаций, посвященных теме игр двух лиц и мультиагентного обучения с подкреплением. Здесь рассмотрены ключевые исследования, описывающие различные подходы и техники, которые сформировали основу современных методов в этой области. Кроме того, дано формальное описание задачи о сделке. Дополнительно сделан подробный обзор существующих подходов к решению этой задачи..

В третьей главе дана формулировка модифицированной задачи о сделке. Там же обоснована необходимость перехода от классической к модифицированной версии задачи о сделке. В заключительной части главы описана мотивация применения методов машинного обучения для решения данной задачи.

Четвертая глава посвящена подробному описанию и сравнению выбранных алгоритмов мультиагентного обучения с подкреплением и их применению к модифицированной задаче о сделке. Обсуждается выбор алгоритмов, процесс обучения и оптимизации, а также обосновывается их применимость для решения данной задачи.

Пятая глава представляет результаты экспериментов, проведенных для оценки эффективности разработанной модели в решении модифицированной задачи о сделке. Здесь описывается среда, в которой проводились эксперименты, и набор данных, использованный для обучения и оценки модели.

Результаты работы обсуждаются в заключительной, **шестой главе**. В ней также раскрывается прикладная значимость и ценность проведенного исследования. К тому же, данная глава содержит рекомендации по дальнейшему развитию и расширению сферы применения полученных результатов.

# Глава 2

# Обзор литературы

В этой главе представлю итоги анализа наиболее влиятельных и значимых результатов, связанных с играми двух лиц и мультиагентным обучением с подкреплением. Моя цель состоит в том, чтобы представить вам ключевые исследования, которые сформировали основные направления и подходы в данной области. Я уделю внимание на разнообразие методов, применяемых учеными для решения задач и преодоления сложностей, связанных с мультиагентными системами. Этот обзор позволит лучше понять существующие подходы и их взаимосвязь, а также определить перспективы развития данной области науки. Кроме того, я дам формальное описание классической задачи о сделке. Далее в работе будет представлено формальное описание модифицированной задачи о сделке, поэтому важно уже сейчас ознакомиться с классической версией этой экспериментальной игры, чтобы понять различия.

# 2.1 Краткий обзор основных публикаций по теме игр двух лиц и мультиагентного обучения с подкреплением

В своей статье [1] Джон Нэш предложил понятие РН, которое стало фундаментальным в теории игр. РН представляет собой набор стратегий в игре для двух и более игроков, в котором ни один участник не может увеличить выигрыш, изменив свою стратегию, если другие участники своих стратегий не меняют. Нэш доказал существование такого равновесия в смешанных стратегиях в любой конечной игре.

Здесь [2] Майкл Литтман предложил марковские игры (стохастические игры) в качестве основы для мультиагентного обучения с подкреплением. Марковские игры являются расширением марковских процессов принятия решений, учитывающих действия нескольких агентов. Автор применил этот подход к кооперативным и конкурентным задачам, демонстрируя его применимость в различных сценариях.

Джералд Тесауро представил TD-Gammon в [3]. Это программа для игры в нар-

ды, использующую **TD-обучение** (обучение с подкреплением на основе временной разницы). TD-Gammon стал одним из первых успешных примеров применения обучения с подкреплением в играх и продемонстрировал возможность разработки высокопроизводительных агентов без явных знании. Модель была обучена без знания правил и стратегий игры, а только на основе информации об успехе или неудаче своих ходов. Такой подход показал возможность создания высокопроизводительных агентов без предварительного знания о специфике проблемы, что стало важным шагом в развитии обучения с подкреплением и искусственного интеллекта в целом.

В своей работе [4] Боулинг и Велозо представили алгоритм для мультиагентного обучения с использованием переменной скорости обучения (WoLF). Алгоритм меняет скорость обучения в зависимости от оценки эффективности текущей стратегии агента. Этот подход позволяет агентам лучше адаптироваться к изменяющимся ситуациям в мультиагентных средах.

Обзор [5] представляет собой широкий анализ методов мультиагентного обучения с подкреплением, включая их теоретические основы, алгоритмы и применение в различных областях. Авторы обсуждают как кооперативные, так и конкурентные сценарии, а также коммуникацию между агентами. Они также рассматривают вопросы сходимости, обучения и адаптации в мультиагентных системах.

В статье [6] авторы представили метод глубокого мультиагентного обучения с подкреплением, который позволяет агентам обучаться совместной кооперативной коммуникации с использованием **DCC**. Это подход к обучению, в котором агенты обмениваются информацией и настраивают свои стратегии на основе обратной связи других агентов, что позволяет им успешно решать сложные задачи, требующие кооперации.

В работе [7] авторы представили алгоритм **MADDPG**, который является расширением алгоритма DDPG для мультиагентных сред. MADDPG основан на акторкритике, где каждый агент имеет собственные актор и критик, обучаемые независимо. Он позволяет агентам совместно обучаться в смешанных средах, где они могут взаимодействовать как кооперативно, так и конкурентно. Этот алгоритм продемонстрировал успех в решении сложных мультиагентных задач, таких как управление движением и командные игры.

Статья [8] исследует применение мультиагентного обучения с подкреплением, используя **Q-обучение** в ультиматумной игре. Авторы применяют Q-обучение для обучения агентов и используют  $\epsilon$ -жадную стратегию, позволяющую агентам исследовать и эксплуатировать среду. Цель исследования состоит в том, чтобы анализировать и

сравнивать различные стратегии агентов, чтобы определить наиболее эффективные подходы в ультиматумной игре.

В статье [9] автор применяет глубокое обучение с подкреплением (**DRL**) для обучения агентов в мультиагентных переговорах. Это исследование направлено на поиск оптимальных стратегий и результатов в сложных переговорах, где участники обсуждают несколько вопросов. Агенты, представленные глубокими нейронными сетями, учатся оптимальной стратегии, основываясь на взаимодействии с окружающей средой и получении подкрепления за свои действия.

[10] — статья, в которой представлен метод **PPO**. Данный метод призван решить некоторые проблемы с обучением с подкреплением, связанные с нестабильностью и большим временем обучения. PPO является методом оптимизации политики, который использует технику, известную как обрезка (англ. clipping), чтобы ограничить обновления политики в каждой итерации оптимизации.

Работа [11] является одной из первых, в которой обсуждается сочетание глубокого обучения и обучения с подкреплением. Авторы представили алгоритм, который они назвали **DQN**. Он сочетает Q-обучение, метод обучения с подкреплением, с глубокими нейронными сетями.

В 4-ой главе подробно описаны некоторые из упомянутых алгоритмов. Там же выбран алгоритм для решения модифицированной задачи о сделке. Подбор подходящего алгоритма сопровождается подробными комментариями.

# 2.2 Описание существующих подходов к решению задачи о сделке и их ограничения

#### 2.2.1 Задача о сделке

Задача о сделке — экспериментальная экономическая игра двух лиц в теории игр, которая моделирует процесс двусторонних переговоров. В этой игре участники должны договориться о распределении конечного объема общих ресурсов. На практике такое взаимодействие возникает в случае, когда торговля может принести прибыль, например, одна из сторон ценит ресурсы меньше. Более того, для моделирования переговоров и анализа такой проблемы необходимо отсутствие установленных ценовых норм на рынке.

Итак, на столе переговоров денежная сумма M — прибыль от торговли. Игроки ходят поочередно. Суть игры заключается в том, что первый игрок предлагает распределить M в пропорциях (x, M-x). Такой дележ реализуется при наличии согласия второго игрока. В результате его реализации первый получает x, второй — M-x. Если игроки не приходят к соглашению, то каждый получает свою часть заранее фиксированного исхода (a,b). Первый получает a, второй — b. Следует отметить, что в подавляющем большинстве реальных случаев a=b=0. Предполагается, что a+b < M.

Формально задачу о сделке можно представить в виде кортежа (N,X,u), где

- N множество игроков. В этой игре |N|=2, то есть участвуют два игрока, которые обычно называются Игрок 1 и Игрок 2.
- X пространство исходов.  $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2_{\geq 0} : x+y=M\}$ . Оно является непрерывным и линейным. В этой работе мы не будет нормировать его, то есть не будем рассматривать  $\frac{x}{M} + \frac{y}{M} = 1$  вместо x+y=M.
- $u = (u_1, u_2)$  пара функций полезности, которая представляет предпочтения каждого игрока относительно результатов в X. Функция полезности  $u_i : X \to \mathbb{R}_{\geq 0}$  представляет предпочтения Игрока i.

Цель игры — добиться соглашения между участниками о том, как распределить ресурсы. Из-за разногласий в предпочтениях по результатам в X можно наблюдать конфликт интересов. Задача о сделке моделирует этот конфликт как игру стратегического взаимодействия, где каждый игрок пытается договориться о сделке, которая максимизирует его собственную функцию полезности.

Данная задача является важной для понимания того, как агенты принимают решения в условиях конкуренции и ограниченности ресурсов. Ее формализация помогает лучше понять проблемы ведения переговоров в различных экономических ситуациях. Были разработаны различные методы решения этой игры. Одним из распространенных способов решения является решение Нэша. Оно представляет собой набор результатов, которые оба игрока предпочитают любому альтернативному результату. Решение Нэша основано на концепции справедливости, которая предполагает, что оба игрока имеют равную силу в переговорах.

#### 2.2.2 Решение двухходовой задачи о сделке

Игра «Ультиматум» — двухходовая задача о сделке, описанная выше, является простейшим вариантом задачи о сделке, которая имеет следующее решение: второй игрок примет предложение (x, M-x), если  $M-x \geq b$ . Предположим, x=M-b. Если первый игрок изменит свою стратегию с целью максимизации собственного выигрыша, то второму будет выгодно отказать. Кроме того, заметим, что при получении предложения (M-b,b) любая стратегия (принять или отклонить) второго игрока приносит прибыль не больше b. Следовательно, исход (M-b,b) является РН. Здесь очевидным недостатком является наличие равновесия (M,0) при b=0. Таким образом, в реальной ситуации первый агент может оставить себе всю денежную сумму M. Формально это будет считаться равновесием.

#### 2.2.3 Переговоры о цене недвижимости

Пример из реальной жизни:

- Продавец не готов продать свою недвижимость меньше 4,500,000 рублей.
- Покупатель готов платить не больше 5,000,000 рублей.
- M = 5,000,000 4,500,000 = 500,000, a = b = 0.
- Предположим продавец ходит первым и обладает совершенной информацией. Он знает, что покупатель отклонит любое предложение > 5,000,000 и примет любое ≤ 5,000,000.
- Продавец максимизирует свою прибыль предлагая цену равную 5,000,000 или x=500,000. Покупатель принимает, ведь  $M-x\geq b$ .
- Продавец получает 500,000, то есть всю денежную сумму M, покупатель 0.

**Вывод:** покупатель не должен заранее объявить максимальную сумму, которую готов платить за недвижимость. Эту информацию продавец может использовать против него. В том числе из этих соображений я буду рассматривать игру с неполной информацией.



Рис. 2.1: Переговоры о стоимости недвижимости

## 2.2.4 Двухходовка с сокращением прибыли

Предположим, что  $M=12,\ \delta=\frac{1}{3}$  — коэффициент дисконтирования. Обратите внимание, что во втором раунде M=4. Игрок 2 знает, что может получить 3.99 в раунде 2, поскольку Игрок 1 предпочтет 0.01 ничему и примет дележ (0.01, 3.99). Это следует из предположения что игроки ориентированы на будущее, рациональны и максимизируют свой выигрыш. Учитывая это, Игрок 1 должен предложить Игроку 2 4.00>3.99 в первом раунде, оставив себе 12-4=8. Поскольку Игрок 2 понимает, что ни в каком исходе не может получить больше 4.00, он примет дележ (8.00, 4.00). Предложение Игрока 1 отдать 4.00 Игроку 2 в первом раунде равно сумме ставки в начале финального раунда, умноженной на коэффициент дисконтирования,  $\delta \cdot M$ . Такое предложение приведет к равновесию. Это обобщается на любую задачу о сделке с n раундами, где  $2 < n < \infty$ .

Этот пример показывает, что в игровой ситуации, где участники направлены на долгосрочные результаты, действуют рационально и стараются максимизировать свои выигрыши, возможно достижение РН, которое обеспечивает оптимальные исходы. В данном случае, для достижения РН Игрок 1 в первом раунде предлагает Игроку 2 условия, которые выгодны обоим, чтобы Игрок 2 принял предложение и не стремился получить больше в следующем раунде.

**Вывод:** в задачах о сделке можно достичь PH, которое приводит к эффективному результату, если участники сделки обладают достаточной информацией о возможных исходах, являются рациональными и ориентированы на будущее. Однако, если эти условия не выполняются, могут возникнуть проблемы координации и нежелательные исходы.

# 2.2.5 Переговоры о цене недвижимости (продолжение)

- Минимальная стоимость, по которой продавец продаст свою недвижимость составляет 15,000,000 рублей, а максимальная цена, которую покупатель готов заплатить 16,000,000 рублей. Следовательно, M=1,000,000 рублей.
- Оба игрока имеют одинаковый коэффициент дисконтирования  $\delta = 0.8$ .
- Процесс переговоров ограничен двумя раундами. Это обусловлено тем, что продавец обязан продать недвижимость до определенного срока (возможно, для покупки другой недвижимости), а покупателю, в свою очередь, нужно приобрести эту недвижимость до определенной даты.
- В первом раунде переговоров предложение выдвигает покупатель, а во втором раунде продавец.
- Следует применить метод обратной индукции, начав анализ с последнего, второго раунда переговоров и двигаться в обратном направлении для поиска оптимальной последовательности действии.
- С точки зрения сегодняшнего дня потенциальный суммарный выигрыш от сделки во втором раунде составляет  $\delta \cdot M$ . На этом этапе на продавце лежит обязанность предложить контрпредложение.
- В заключительном раунде продавец предложит оставить себе  $\delta \cdot M$ , предоставляя покупателю возможность принять или отклонить это предложение. На этом этапе покупателю нет разницы между принятием или отклонением предложения. В обоих случаях его выигрыш равен 0.
- Осознавая это, покупатель в первом раунде должен предложить продавцу  $\delta \cdot M$ . Продавец, будучи равнодушным между ожиданием и немедленным принятием, принимает данное предложение.
- В нашем примере, где  $\delta=0.8$  и M=1,000,000, покупатель предлагает продавцу  $0.8\cdot M$  или 800,000, оставляя себе 200,000. Таким образом, стоимость недвижимости составляет 15,000,000+800,000=15,800,000.

# 2.2.6 Анализ бесконечно повторяющихся игр

- Теперь предположим, что количество переговорных раундов не ограничено. Переговоры могут продолжаться бесконечно.
- Если покупатель делает предложение первым, то сумма  $x(1) \cdot M$ , которую он намерен оставить себе в первом раунде, должна гарантировать продавцу приемлемую выгоду. Эта выгода должна быть не меньше той, которую продавец может получить в следующем раунде, если отклонит текущее предложение и предложит забрать  $y(2) \cdot M$ . Иными словами, в первом раунде продавец должен получить сумму, эквивалентную  $\delta \cdot y(2) \cdot M$ .
- Покупатель предлагает продавцу  $(1-x)M = \delta yM$ , и таким образом,  $x = 1 \delta y$ .
- Аналогичным образом, продавец должен предложить покупателю  $(1-y)M = \delta x M$ . Следовательно,  $y=1-\delta x$ .
- Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x = 1 - \delta(1 - \delta x), \\ y = 1 - \delta(1 - \delta y). \end{cases}$$
(2.1)

- $x=y=\frac{1-\delta}{1-\delta^2}.$  Обратите внимание, что x+y>1.
- x и y обозначают суммы, которые получают покупатель и продавец соответственно, если они делают первое предложение в первом раунде.

# Практические выводы

- 1. В реальной жизни стороны переговоров не знают коэффициенты дисконтирования друг друга или их относительные уровни терпения, но могут пытаться угадать эти значения.
- 2. Нужно подать сигнал о том, что вы терпеливы, даже если на самом деле нет. Например, не отвечать контрпредложениями сразу же.
- 3. Более терпеливый игрок получает большую часть суммы M, которая находится на столе переговоров.

# Глава 3

# Модифицированная задача о сделке

В этой работе формулируется и изучается модифицированная задача о сделке. Эта игра может быть рассмотрена как модель многих практических ситуаций, где стороны ведут переговоры о разделе общего ресурса. Она иллюстрирует сложность таких переговоров и важность учета различных факторов, включая текущую и будущую выгоду, риск и влияние на соперника. Игра является расширением классической задачи о сделке и более точно отражает реальные переговоры. Анализ этой игры может помочь понять, какие стратегии могут привести к оптимальным и справедливым решениям в подобных ситуациях.

# 3.1 Формулировка

## 3.1.1 Общее описание

Модифицированная задача о сделке — динамическая игра двух лиц с неполной информацией. Суть игры состоит в следующем: имеется общий ресурс ограниченного объема, который участники намерены поделить между собой. Данный ресурс можно оценить денежной суммой, эквивалентной M. Запускаются раунды переговоров один за другим. Их порядковые номера обозначаются как r=1,2,3 и так далее. В каждом следующем раунде право предложить дележ передается другому участнику. Для каждого игрока введен коэффициент силы, обозначаемый как  $\epsilon_i \in [0,1]$ . Этот коэффициент является дополнительным фактором, влияющим на выбор стратегий игроками. В начале переговоров запускается таймер. Время от начала i-го раунда до начала i+1-го раунда равно  $t_i \geq 1$ , где  $t \in \mathbb{N}$  — продолжительность одного раунда переговоров. Если на данный момент проходит n-й раунд переговоров, значит с начала игры прошло  $\sum_{i=1}^n t_i$  времени. Время для всех участников имеет одинаковую ценность. Если игроки не приходят к соглашению, каждый получает свою часть заранее фиксированной пары (a,b). Цель игры — путем переговоров добиться соглашения между участниками о том, как разделить M так, чтобы ни у кого не возникло желание оспорить финальный

дележ.

## 3.1.2 Коэффициент дисконтирования

В текущем раунде сумма M умножается на коэффициент дисконтирования

$$\delta_T(n) = \begin{cases} \left(\frac{99}{100 \cdot \sqrt{T}}\right)^n & \text{если } n > 1\\ 1 & \text{если } n = 1 \end{cases}$$
(3.1)

где 
$$T = \sum_{i=1}^{n} t_i, \quad \forall i \quad t_i \in \mathbb{N}, \quad t_i \ge 1$$

Это обеспечивает средство оценки будущих денежных сумм с точки зрения текущих эквивалентных денежных сумм. При увеличении числа неуспешных раундов значение  $\delta_T$  уменьшается. Это приводит к уменьшению ценности M. Аналогично, большое значение суммарной времени T пропорционально обесценивает M.

Пример. Предположим, в игре всего 2 раунда. На первом Игрок 1 предлагает дележ, а Игрок 2 принимает либо отклоняет. Если предложение принято, дележ реализуется, иначе на втором раунде Игрок 2 может сделать встречное предложение о том, как разделить уменьшенную сумму денег  $\delta_T(2) \cdot M$ , где  $0 < \delta_T(n) \le 1$  — коэффициент дисконтирования на n—ом раунде.

Заметим, что

$$\lim_{n \to \infty} \delta_T(n) = 0 \tag{3.2}$$

- На практике в 3.1 случай n>1 можно определить другим способом для обеспечения нужной скорости сходимости в зависимости от ситуации.
- Важно наличие сходимости 3.2. Это необходимо, чтобы финальная ценность объекта переговоров принадлежала отрезку [0, M].

Заметим, что чем  $\delta$  ближе к нулю, тем сильнее игроки дисконтируют будущие денежные суммы, и поэтому они становятся очень нетерпеливыми. Если  $\delta$  ближе к единице, игроки относятся к будущим деньгам почти так же, как к текущим, становясь более терпеливыми.

Далее в работе под M будем предполагать сумму, которая осталась в данном раунде, то есть  $M:=\delta_T(n)\cdot M.$ 

#### 3.1.3 Сила и влияние на других игроков

 $\epsilon_1, \epsilon_2 \sim U[0,1]$ . Каждый игрок знает значение своего коэффициента силы, но не знает значение другого игрока. Игроки формируют и отклоняют/принимают предложения на основе своих предпочтений и возможностей. В реальности каждый игрок предпочитает получить всю сумму, но значения  $\epsilon_i$  чаще всего этого не позволяют.

Есть много подходов как игроку формировать дележ, если сейчас его очередь сделать предложение. Например:

- Взять себе всю сумму M, вокруг которой ведутся переговоры на n-ом раунде, не оставив другому игроку ничего. Это очень грубая стратегия. Если второй игрок тоже будет действовать так, то игра закончится с исходом (a,b).
- Взять сумму, равной  $x = \epsilon_1 \cdot M$ , второму оставить M-x. Такой дележ принимается с вероятностью  $1-\epsilon_1$ . Это вероятность того, что  $\epsilon_2 \in [0,1-\epsilon_1]$ . В этом случае второй игрок получит не меньше, чем может получить на следующем раунде, если задействует аналогичную стратегию предложить  $y = \epsilon_2 \cdot M$ . Числа  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  равномерно распределенные на отрезке [0,1] случайные величины. Хотя Игрок 1 не знает точное значение  $\epsilon_2$ , он, зная значение  $\epsilon_1$ , понимает, что чем оно ближе к единице, тем больше вероятность того, что второй игрок слабее его.
- Оценить значение силы соперника и свою стратегию построить на основе этой оценки. Сохранить историю переговоров и в будущем скорректировать свою оценку. Например, в лучшем случае Игрок 1 может найти точное значение  $\epsilon_2$ . Тогда себе оставит

$$x = \frac{\epsilon_1 \cdot M}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \tag{3.3}$$

второму даст

$$M - x = M - \frac{\epsilon_1 \cdot M}{\epsilon_1 + \epsilon_2} = \frac{M \cdot (\epsilon_1 + \epsilon_2) - \epsilon_1 \cdot M}{\epsilon_1 + \epsilon_2} = \frac{\epsilon_2 \cdot M}{\epsilon_1 + \epsilon_2}$$
(3.4)

Достигается РН.

## 3.1.4 Динамика раундов и принятие решений

На нечетных раундах дележ предлагает Игрок 1 с учетом

- 1. Своих собственных интересов (рациональное поведение)
- 2. Количества пройденных раундов (терпеливость и оценка времени)
- 3. Своего влияния на ход игры (адекватность при оценке силы соперника)
- 4. Возможного выигрыша на следующем раунде (ориентированность на будущее)

Игрок 2 обязан определиться, стоит ли принимать или отклонять предложение, которое получил от Игрока 1. Аналогично Игроку 1, он определяет свою стратегию, основываясь на вышеупомянутых четырех факторах. Если его текущий выигрыш не меньше возможного выигрыша на следующем раунде, когда сам сможет предложить дележ, то он соглашается с предложением, в противном случае отказывается, что инициирует начало нового раунда переговоров. Мы предполагаем, что игроки доброжелательны и согласятся даже при равенстве. На четных раундах предложения делает Игрок 2.

#### 3.1.5 Формальное описание

Пусть

$$0 \le x_{r_i^1}(\epsilon_1, \epsilon_2', M, \delta_T^{r_i - 1}) \le M \tag{3.5}$$

доля M, которую Игрок 1 с силой  $\epsilon_1$  запрашивает в раунде переговоров  $r_i,$  и пусть

$$0 \le y_{r_{i+1}^2}(\epsilon_2, \epsilon_1', M, \delta_T^{r_i}) \le M \tag{3.6}$$

доля M, которую Игрок 2 с силой  $\epsilon_2$  запрашивает в раунде переговоров  $r_{i+1}$ .

Игрок 1 начинает в первом раунде, предлагая оставить  $x_1(\epsilon_1, \epsilon_2', M, 1)$  себе и давая  $[M - x_1(\epsilon_1, \epsilon_2', M, 1)]$  Игроку 2. Если Игрок 2 соглашается, сделка заключается, иначе начинается следующий раунд переговоров. Во втором раунде Игрок 2 предлагает оставить себе  $y_2(\epsilon_2, \epsilon_1', M, \delta_T)$  и отдать  $[1 - y_2(\epsilon_2, \epsilon_1', M, \delta_T)]$  Игроку 1. Если Игрок 1 соглашается, сделка реализуется, в противном случае наступает третий раунд и Игрок

1 может сделать еще одно предложение.  $\epsilon_2'$  — оценка первым игроком силы второго,  $\epsilon_1'$  — оценка вторым игроком силы первого.

Таким образом, переговоры продолжаются до тех пор, пока не выполнено хотя бы одно условие их завершения. В качестве такого условия может служить одно из следующих:

- ullet Обе стороны заранее согласовали крайний срок или M=0 в определенную дату. После этого переговоры бессмысленны.
- M выгода от переговоров, со временем уменьшается в цене и может упасть ниже a+b. Игроки нетерпеливы, ведь время деньги.
- Достигнуто взаимоприемлемое соглашение, являющийся РН.

Если соглашение все-таки не достигнуто, Игрок 1 зарабатывает a, а Игрок 2 зарабатывает b. Пара (a,b) фиксируется до начала переговоров и a+b < M.



Рис. 3.1: Структура игры в развернутой форме

На рисунке 3.1 приведены возможные действия и их результаты в модифицированной задаче о сделке. Описаны раунды переговоров и учтены условия их завершения.

#### 3.1.6 Множества возможных стратегии

Введем на рассмотрение следующие множества стратегий:

$$S_1 = \{(\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2 : \xi \in [0, M], \eta = M - \xi\}$$
  
$$S_2 = \{0, 1\} = \{false, true\}$$

На нечетных раундах Игрок 1 выбирает свою стратегию из множества  $S_1$ , Игрок 2- из  $S_2$ , а на четных раундах — наоборот. Выбор  $0 \in S_2$  означает, что выбирающий игрок предпочитает начать следующий раунд. При выборе  $1 \in S_2$  игрок согласен с предложением.

# 3.2 Описание предполагаемых особенностей и ограничений

# 3.2.1 Недостатки классической версии

В классической версии задачи игроки равносильны. Не говорится ничего об особенностях определения функции дисконтирования и продолжительности раундов. Все это приводит к тому, что классическая версия игры не полностью отражает возможный сценарий из реальной жизни. Как следствие, большинство решений, которые основаны на концепции справедливости и предполагают равносильность игроков, имеют больше теоретический характер.

# 3.2.2 Достоинства модифицированной версии

В предложенной модификации предлагается учесть несколько дополнительных параметров для более точной симуляции потенциально реального стратегического взаимодействия в формате игры. Более конкретно, есть несколько мотивации рассматривать модифицированную задачу о сделке.

Прежде всего, в реальных конфликтных ситуациях участники, как правило, не обладают равными силами. Существует несколько причин, объясняющих данное явление. К ним относятся материальное состояние участников, наличие связей, прошлый

опыт участия в переговорах и их позиция на рынке. Более сильный участник не всегда имеет стимулы играть на равных условиях с менее мощным агентом. Частичной компенсацией слабости агента служит наличие общих правил, которые не позволяют более сильному участнику "уничтожить" слабого. Они, тем не менее, вынуждают начать переговоры, хотя и на условиях, которые могут быть не совсем выгодны для слабого участника.

Во-вторых, в классической версии игнорируются такие параметры как продолжительность одного раунда и коэффициент дисконтирования. На деле, время играет критическую роль. Только учитывая время, можно моделировать реальную конфликтную ситуацию. Вероятно, никто не заинтересован в бесконечных переговорах. Кроме того, из-за наличия коэффициента дисконтирования в модифицированной версии, участники получают штраф за каждый неудачный раунд переговоров. Это логично, поскольку время могло быть использовано иначе. Штраф растет с ростом пройденной времени и количества раундов.

Подводя итоги вышесказанному необходимо отметить, что модифицированная версия более сближена к реальной ситуации, а значит, ее решение имеет более высокую практическую ценность для всех сторон.

#### 3.2.3 Основные характеристики

В данной игре присутствуют различные особенности. Прежде всего, она **некооперативная**, то есть игроки принимают решения самостоятельно, без возможности заключения обязательных соглашений, и все взаимодействие между ними осуществляется через стратегические манипуляции. Вторая особенность этой игры — она динамическая. Это означает, что игра состоит из последовательности раундов, в которых действия игроков зависят от результатов предыдущих ходов и ожиданий относительно будущих.

К тому же, игра основана на принципе **неполной информации**. Игроки не обладают полными данными о том, как их соперник воспринимает текущую ситуацию или какое решение он может принять, что добавляет элемент неопределенности в процесс игры. Этот тип игры также характеризуется **альтернирующими ходами**. Это значит, что игроки предлагают раздел возможного выигрыша по очереди, и в каждом раунде только один игрок делает предложение.

В этой игре также присутствует **непрерывное пространство стратегий**, что позволяет игрокам предложить любой вариант дележа в интервале от 0 до М. Кроме того, заложен **принцип нетерпеливости** — выгода от переговоров со временем уменьшается, что влияет на принятие решений игроками.

Наконец, стоит отметить **стремление игроков к достижению равновесия Нэша**. Игроки ищут такую стратегию, которая максимизирует их выгоду. Однако есть риск, что соперник может отклонить предложенный дележ. Поэтому общая цель игроков — найти такое решение, в котором ни один из участников не сможет улучшить свое положение, не ухудшив при этом положение другого игрока.

# 3.3 Мотивация для применения мультиагентного обучения с подкреплением в данной задаче

В контексте модифицированной задачи о сделке MARL предоставляет особенно привлекательный инструмент, поскольку оно позволяет моделировать и учитывать стратегическое взаимодействие между игроками. Здесь я объясняю необходимость применения MARL в контексте нашей задачи.

# Сложность и неопределенность

Переговоры о разделе общего ресурса могут быть сложными и неопределенными. Каждый игрок старается максимизировать свою долю от общего ресурса, и вместе с тем, каждый игрок должен учитывать стратегию и потенциальные действия другого игрока. Это взаимодействие делает задачу интригующей и трудной для решения.

# Моделирование стратегического взаимодействия

MARL предлагает средства для моделирования этого стратегического взаимодействия. Вместо того чтобы рассматривать задачу как простое взаимодействие агента со средой, мы можем моделировать каждого игрока как отдельного агента, который обучается и адаптируется на основе своих собственных наблюдений и действий других игроков.

# Учет влияния других игроков

Одной из ключевых особенностей MARL является возможность учитывать влияние действий других игроков на стратегии агента. В модифицированной задаче о сделке выбор каждого игрока зависит не только от его собственных предпочтений и ограничений, но и от действий и стратегий другого игрока.

#### Адаптация и обучение в процессе взаимодействия

Наконец, MARL предоставляет возможность для агентов обучаться и адаптироваться в процессе взаимодействия. Это может быть особенно полезно в контексте игры, где игроки могут изменять свои стратегии и предложения в зависимости от того, как развиваются переговоры.

#### Создание более реалистичных моделей переговоров

Подход MARL позволяет создавать более реалистичные модели переговоров. В реальном мире игроки в процессе переговоров обучаются, адаптируются, принимают во внимание действия других участников и меняют свои стратегии. Все эти аспекты можно моделировать с помощью MARL, что делает его отличным инструментом для изучения и анализа переговорных процессов.