

3.2 腿部五连杆机构的优化计算

腿部五连杆机构具有两个自由度，由机架的两个关节电机提供主动力。但在本课题的研究中，轮腿式双足机器人的腿部仅在 y 方向运动，而限制其 x 方向运动，因此两个关节电机的旋转角度同步，使五连杆机构的自由度降低至一个，故只取五连杆机构的一半进行分析，如图 3-2 所示，图中各物理参数见表 3-2。

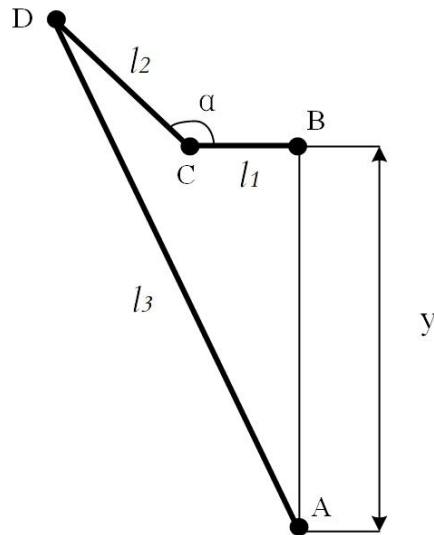


图 3-2 腿部连杆机构简化模型

表 3-2 腿部连杆各物理参数

参数符号	参数含义	参数单位
l_1	机架半长度	m
l_2	主动杆长度	m
l_3	连杆长度	m
y	机体高度	m
y_{min}	最低机体高度	m
y_{max}	最高机体高度	m
Δy	变形高度差	m
α	关节电机转角	度
α_{min}	关节电机最小转角	度
α_{max}	关节电机最大转角	度

根据图 3-1，列出各杆件的几何关系如下：

$$(y + l_2 \sin \alpha)^2 + (l_1 - l_2 \cos \alpha)^2 = l_3^2 \quad (3.1)$$

将式 (3.1) 整理得到高度 y 与关节转角 α 的关系如下：

$$y = \sqrt{l_3^2 - (l_1 - l_2 \cos \alpha)^2} - l_2 \sin \alpha \quad (3.2)$$

图 3-3 和图 3-4 分别是机体处于最低和最高高度时的状态，图中各项物理参数见表 3-2。

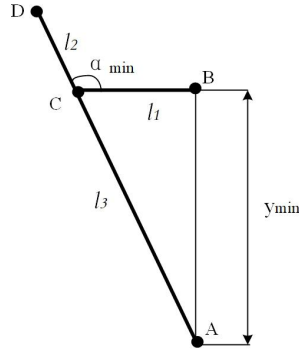


图 3-3 最低高度时的腿部模型

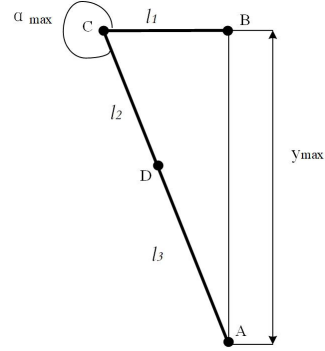


图 3-4 最高高度时的腿部模型

由图 3-3 可得到如下几何关系式：

$$\begin{cases} -(l_3 - l_2)\cos\alpha_{\min} = l_1 \\ y_{\min} = -l_1\tan\alpha_{\min} \end{cases} \quad (3.3)$$

由图 3-4 可得到如下几何关系式：

$$\begin{cases} (l_2 + l_3)\cos\alpha_{\max} = l_1 \\ y_{\max} = l_1\tan\alpha_{\max} \end{cases} \quad (3.4)$$

由式 (3.3) 和 (3.4) 可得到 l_2 、 l_3 、 Δy 与 l_1 的关系式：

$$\begin{cases} l_2 = \left(\frac{1}{\cos\alpha_{\max}} + \frac{1}{\cos\alpha_{\min}} \right) \frac{l_1}{2} \\ l_3 = \left(\frac{1}{\cos\alpha_{\max}} - \frac{1}{\cos\alpha_{\min}} \right) \frac{l_1}{2} \\ \Delta y = y_{\max} - y_{\min} = l_1(\tan\alpha_{\min} - \tan\alpha_{\max}) \end{cases} \quad (3.5)$$

由式 (3.5) 可知， l_2 、 l_3 和 Δy 均可由 l_1 、 α_{\max} 和 α_{\min} 表示，故选定机架半长 l_1 为定值，将 α_{\max} 和 α_{\min} 视作自变量，其约束条件如下：

$$\begin{cases} 90^\circ < \alpha_{\min} < 180^\circ \\ 270^\circ < \alpha_{\max} < 360^\circ \\ \frac{1}{\cos\alpha_{\max}} + \frac{1}{\cos\alpha_{\min}} > 0 \Rightarrow \alpha_{\max} < 180^\circ + \alpha_{\min} \end{cases} \quad (3.6)$$

根据 3.1 节的机器人设计参数指标，得到如下目标约束：

$$\begin{cases} 0.1 \leq y_{\min} \leq 0.2 \\ 0.4 \leq y_{\max} \leq 0.5 \\ 0.3 \leq \Delta y \leq 0.4 \end{cases} \quad (3.7)$$

为了使关节电机角度 α 与机体高度 y 尽可能呈线性关系，要求两者的相关系数：

$$r \geq 0.98 \quad (3.8)$$

以 α_{\max} 和 α_{\min} 作为自变量，用 Matlab 编写算法筛选出满足式 (3.6)、(3.7) 和 (3.8) 各项约束条件的自变量值，并求出对应的 l_2 、 l_3 、 y_{\max} 、 y_{\min} 、 Δy ，结果见表 3-3，算法的具体代码见 optimization.m。

表 3-3 满足各约束条件的数据

最小角度	最大角度	相关系数	最高高度	最低高度	高度差	l_2 杆长	l_3 杆长
121	282	0.99	0.47	0.17	0.30	0.14	0.34
122	282	0.99	0.47	0.16	0.31	0.15	0.33
123	282	0.99	0.47	0.15	0.32	0.15	0.33
124	282	0.99	0.47	0.15	0.32	0.15	0.33
125	282	0.99	0.47	0.14	0.33	0.15	0.33
126	282	0.99	0.47	0.14	0.33	0.16	0.33
127	282	0.99	0.47	0.13	0.34	0.16	0.32
127	283	0.99	0.43	0.13	0.30	0.14	0.31
128	282	0.99	0.47	0.13	0.34	0.16	0.32
128	283	0.99	0.43	0.13	0.31	0.14	0.30
129	282	0.99	0.47	0.12	0.35	0.16	0.32
129	283	0.99	0.43	0.12	0.31	0.14	0.30
130	282	0.99	0.47	0.12	0.35	0.16	0.32
130	283	0.99	0.43	0.12	0.31	0.14	0.30
131	282	0.99	0.47	0.12	0.36	0.16	0.32
131	283	0.99	0.43	0.12	0.32	0.15	0.30
132	282	0.99	0.47	0.11	0.36	0.17	0.32
132	283	0.99	0.43	0.11	0.32	0.15	0.30
133	282	0.99	0.47	0.11	0.36	0.17	0.31
133	283	0.99	0.43	0.11	0.33	0.15	0.30
134	282	0.99	0.47	0.10	0.37	0.17	0.31
134	283	0.99	0.43	0.10	0.33	0.15	0.29
135	282	0.99	0.47	0.10	0.37	0.17	0.31
135	283	0.99	0.43	0.10	0.33	0.15	0.29
135	284	0.99	0.40	0.10	0.30	0.14	0.28
148	293	0.99	0.47	0.12	0.35	0.14	0.37
148	294	0.99	0.45	0.12	0.32	0.13	0.36
148	295	0.99	0.43	0.12	0.30	0.12	0.35
149	292	0.99	0.50	0.12	0.37	0.15	0.38
149	293	0.99	0.47	0.12	0.35	0.14	0.37
149	294	0.99	0.45	0.12	0.33	0.13	0.36
149	295	0.99	0.43	0.12	0.31	0.12	0.35
150	292	0.99	0.50	0.12	0.38	0.15	0.38
150	293	0.99	0.47	0.12	0.36	0.14	0.37
150	294	0.99	0.45	0.12	0.33	0.13	0.36
150	295	0.99	0.43	0.12	0.31	0.12	0.35

151	292	0.99	0.50	0.11	0.38	0.15	0.38
151	293	0.99	0.47	0.11	0.36	0.14	0.37
151	294	0.99	0.45	0.11	0.34	0.13	0.36
151	295	0.99	0.43	0.11	0.32	0.12	0.35
152	292	0.99	0.50	0.11	0.39	0.15	0.38
152	293	0.99	0.47	0.11	0.36	0.14	0.37
152	294	0.99	0.45	0.11	0.34	0.13	0.36
152	295	0.99	0.43	0.11	0.32	0.12	0.35
152	296	0.99	0.41	0.11	0.30	0.11	0.34
153	292	0.99	0.50	0.10	0.39	0.15	0.38
153	293	0.99	0.47	0.10	0.37	0.14	0.37
153	294	0.99	0.45	0.10	0.35	0.13	0.36
153	295	0.99	0.43	0.10	0.33	0.12	0.35
153	296	0.99	0.41	0.10	0.31	0.12	0.34

从表 3-3 中挑选出 $\alpha_{max} = 282^\circ$ ， $\alpha_{min} = 129^\circ$ 作为最终选定的参数，所对应的 $l_2 = 0.16$ 、 $l_3 = 0.32$ 、 $\Delta y = 0.35$ 。作出此连杆参数下关节电机角度与机体高度的关系图，如图 3-5 所示，具体的 Matlab 绘图代码见 y_angle.m。

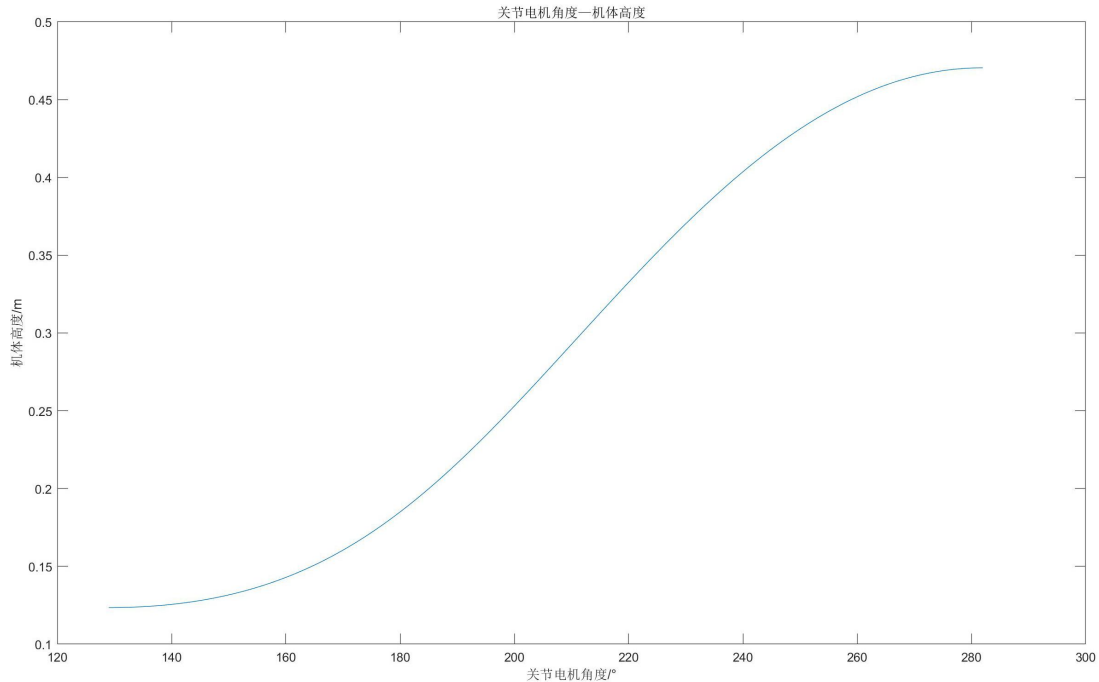


图 3-5 关节电机角度—机体高度关系图