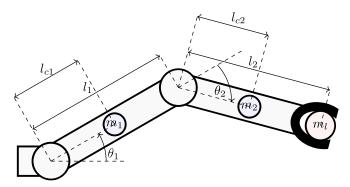
# Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου ΙΙΙ Εργασία Μαθήματος 2021 - 2022

Δίνεται ο ρομποτικός βραχίονας δύο περιστροφικών αρθρώσεων του σχήματος:



Με  $\theta_i$  συμβολίζουμε τη γωνία περιστροφής της κάθε άρθρωσης, με  $l_i$  το μήκος του κάθε συνδέσμου, που έχει μάζα  $m_i$  η οποία θεωρείται συγκεντρωμένη στο κέντρο μάζας του που απέχει  $l_{ci}$  από την προηγούμενη άρθρωση. Ο βραχίονας κρατάει στο άκρο του φορτίο μάζας  $m_l$ . Θεωρώντας το διάνυσμα  ${\bf q} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T$ , ο βραχίονας μοντελοποιείται με την εξίσωση:

$$H(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = u$$

όπου  ${m H}({m q})$  είναι ο  $2\times 2$  πίνακας αδράνειας του ρομπότ, ο οποίος είναι συμμετρικός και θετικά ορισμένος, ο  ${m C}({m q},{\dot{m q}})$  αφορά δυνάμεις κεντρομώλους, και Κοριόλις δυνάμεις και το διάνυσμα  ${m g}({m q})$  σχετίζεται με βαρυτικές δυνάμεις. Η είσοδος ελέγχου  ${m u}$  είναι η ροπή που ασκούν οι κινητήρες των αρθρώσεων του ρομποτικού βραχίονα. Ο πίνακας  ${m H}({m q})$  δίνεται από τη σχέση:

$$oldsymbol{H}(oldsymbol{q}) = egin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \ h_{12} & h_{22} \end{bmatrix}$$

uε

$$h_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + m_l (l_2^2 + l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos q_2) + I_1 + I_2$$

$$h_{12} = m_2 l_{c2} (l_{c2} + l_1 \cos q_2) + m_l l_2 (l_2 + l_1 \cos q_2) + I_2$$

$$h_{22} = l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_l + I_2$$

όπου  $I_1$ ,  $I_2$  οι ροπές αδρανείας κάθε συνδέσμου. Για τον πίνακα  ${\pmb C}({\pmb q}, \dot{{\pmb q}})$  και το διάνυσμα  ${\pmb g}({\pmb q})$  έχουμε:

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix} -l_1(m_2l_{c2} + m_ll_2)\sin q_2\dot{q}_2 & -l_1(m_2l_{c2} + m_ll_2)\sin q_2(\dot{q}_2 + \dot{q}_1) \\ l_1(m_2l_{c2} + m_ll_2)\sin q_2\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

και

$$g(q) = \begin{bmatrix} (m_2 l_{c2} + m_l l_2) g \cos(q_1 + q_2) + (m_2 l_1 + m_l l_1 + m_1 l_{c1}) g \cos q_1 \\ (m_2 l_{c2} + m_l l_2) g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

Παράμετρος	Περιγραφή	Τιμή
$m_1$	Μάζα πρώτου συνδέσμου	6kg
$m_2$	Μάζα δεύτερου συνδέσμου	4kg
$l_1$	Μήκος πρώτου συνδέσμου	0.5m
$l_2$	Μήκος δεύτερου συνδέσμου	0.4m
g	Επιτάχυνση της βαρύτητας	$9.81 m/s^2$

Πίνακας 1: Τιμές Γνωστών Παραμέτρων

Παράμετρος	Περιγραφή	Άνω Όριο	Κάτω Όριο
$l_{c1}$	Κέντρο μάζας πρώτου συνδέσμου	0.1	0.4
$l_{c2}$	Κέντρο μάζας δεύτερου συνδέσμου	0.05	0.3
$I_1$	Ροπή αδράνειας πρώτου συνδέσμου	0.02	0.5
$I_2$	Ροπή αδράνειας δεύτερου συνδέσμου	0.01	0.15
$m_l$	Μάζα φορτίου	0	2

Πίνακας 2: Όρια Άγνωστων Παραμέτρων

όπου με g συμβολίζουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Οι τιμές των παραμέτρων  $m_1, m_2, l_1, l_2, g$  είναι γνωστές και δίνονται στον Πίνακα 1. Για τις υπόλοιπες γνωρίζουμε φράγματα που δίνονται στον Πίνακα 2. Για τις προσομοιώσεις του συστήματος μόνο και όχι του ελεγκτή, να χρησιμοποιήσετε τις πραγατικές τιμές των παραμέτρων που δίνονται στον πίνακα 3.

Παράμετρος	Περιγραφή	Τιμή
$l_{c1}$	Κέντρο μάζας πρώτου συνδέσμου	0.2m
$l_{c2}$	Κέντρο μάζας δεύτερου συνδέσμου	0.1m
$I_1$	Ροπή αδράνειας πρώτου συνδέσμου	$0.43kgm^2$
$I_2$	Ροπή αδράνειας δεύτερου συνδέσμου	$0.05kgm^2$
$m_l$	Μάζα φορτίου	0.5kg

Πίνακας 3: Πραγματικές Τιμές Αγνώστων Παραμέτρων

## Τμήμα Α

Θεωρείστε αρχική τιμή των αρθρώσεων  $m{q}_0 = \left[ rac{\pi}{3} \quad rac{\pi}{3} 
ight]^T$  και μηδενικές ταχύτητες.

1. Θεωρείστε ως επιθυμητή τιμή τη θέση  $m{q}_d = \left[ rac{\pi}{2} \quad -rac{\pi}{3} 
ight]^T$  και μηδενική τελική

επιθυμητή ταχύτητα. Να σχεδιαστεί νόμος ελέγχου με την τεχνική ολίσθησης ώστε το σύστημα να συγκλίνει στην επιθυμητή θέση.

2. Θεωρείστε την επιθυμητή τροχιά:

$$\mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \sin 0.2\pi t \\ -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \cos 0.2\pi t \end{bmatrix}$$

Να σχεδιαστεί νόμος ελέγχου με την τεχνική ολίσθησης ώστε το σύστημα να ακολουθεί την επιθυμητή τροχιά  $q_d(t)$ .

Για κάθε ένα από τα ερωτήματα να παρέχετε τη θεωρητική ανάλυση της σχεδίασης του ελεγκτή που ακολουθήσατε και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που κάνατε. Στα διαγράμματα που θα παρουσιάζουν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, να δείξετε τη σύγκλιση των σφαλμάτων και του s.

### Τμήμα Β

Θεωρείστε τις ίδιες αρχικές συνθήκες και τους ίδιους στόχους ελέγχου με το Τμήμα Α. Να σχεδιαστεί προσαρμοστικός νόμος ελέγχου που βασίζεται στην παθητικότητα, ο οποίος να εξασφαλίζει ότι ικανοποιούνται οι στόχοι ελέγχου τόσο για το πρώτο ερώτημα με τη σταθερή θέση των αρθρώσεων, όσο και για το δεύτερο με την τροχιά αναφοράς.

Να παρέχετε τη θεωρητική ανάλυση η οποία θα περιλαμβάνει την απόδειξη της παθητικότητας του συστήματος και της σύγκλισης των σφαλμάτων παρακολούθησης της τροχιάς στο μηδέν. Στην αναφορά σας να παρουσιάσετε τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων στα οποία θα περιέχεται η απόκριση των σφαλμάτων παρακολούθησης της τροχιάς, του συνδυασμένου σφάλματος καθώς η απόκριση της εκτίμησης των παραμέτρων. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματά σας. Συγκλίνουν οι εκτιμήσεις των παραμέτρων σε σταθερές τιμές; Είναι αυτές οι τιμές οι πραγματικές;

#### Παραδοτέα:

- Αναφορά που θα περιέχει τη θεωρητική ανάλυση και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Σε όσα διαγράμματα περιέχονται στην αναφορά, να ονομάσετε τους άξονες και να σημειώσετε μονάδες μέτρησης. Να σχολιαστεί η επιλογή των ελεύθερων παραμέτρων των ελεγκτών σας. Η αναφορά να έχει εξώφυλλο στο οποίο θα αναγράφεται το ονοματεπώνυμο και το ΑΕΜ σας και να είναι σε μορφή αρχείου pdf.
- Κώδικας σε matlab με τις προσομοιώσεις κάθε ερωτήματος.

Το σύνολο των παραδοτέων θα ανέβει στο elearning ως ένα αρχείο zip που θα περιέχει την αναφορά, τα αρχεία της κάθε άσκησης και οποιοδήποτε επιπλέον αρχείο matlab υλοποιήσετε.

## Υπόδειξη:

Για την υπολοποίηση του ελεγκτή σας χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση κορεσμού (saturation function) αντί για τη συνάρτηση προσήμου.