

Υπολογιστικό Πρόβλημα αντί 2ης Προπαρασκευαστικής Εργασίας Σήματα - Συστήματα

Ονοματεπώνυμο: Ασημάκης Κύδρος

AEM: 3881

asimakis@csd.auth.gr

10 Ιανουαρίου 2023

Εκφώνηση

Θέμα 1: Να υλοποιήσετε τη μέθοδο επικάλυψης και άθροισης για να φιλτράρετε μια καταγραφή μουσικής που θα επιλέξετε από το διαδίκτυο (π.χ.soundcloud, youtube κ.τ.ό) και θα την μετατρέψετε σε wav αρχείο με ένα κατωδιαβατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής $f_c=0.15$.

Λύση

Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε την διακριτή συνέλιξη του σήματος του audio clip "Connections.mp3" με το κατωπερατό φίλτρο κρουστικής απόκρισης 300 δειγμάτων και συχνότητας αποκοπής 0.15.

Κατά την μέθοδο επικάλυψης και πρόσθεσης, τεμαχίζουμε το σήμα εισόδου x (audio clip) σε αυθαίρετα κομμάτια μήκους L :

$$x_k[n] = \begin{cases} x[n + kL], & n = 1, 2, \dots, L \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

άρα

$$x[n] = \sum_k x_k[n - kL]$$

Αντικαθιστώντας το παραπάνω στον τύπο της συνέλιξης παίρνουμε:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \left(\sum_k x_k[n - kL] \right) * h[n] = \sum_k (x_k[n - kL] * h[n])$$

Άρα αρκεί να κάνουμε συνέλιξη του φίλτρου h με κάθε τεμάχιο του x και να τα αθροίσουμε.

Η υλοποίηση της συνέλιξης είναι περίπλοκη. Απλοποιείται σημαντικά όμως, αν αξιοποιήσουμε την εξής γνωστή ιδιότητα:

$$F\{f(x) * g(x)\} = F\{f(x)\}F\{g(x)\}$$

εύκολα βλέπουμε ότι ισχύει

$$f(x) * g(x) = F^{-1}\{F\{f(x)\}F\{g(x)\}\}$$

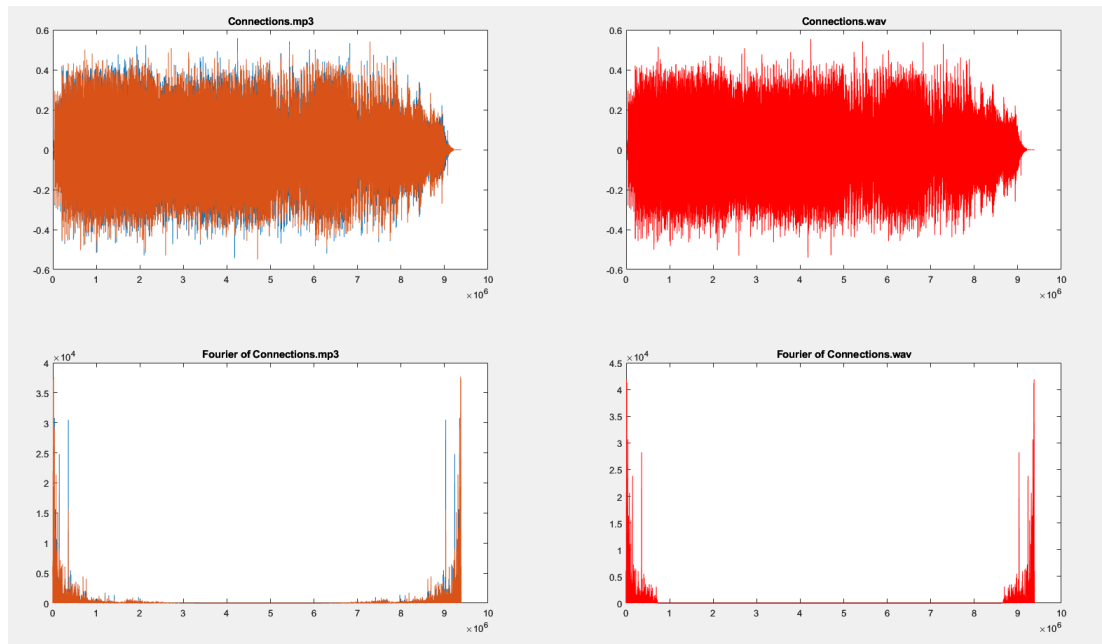
Επομένως για να υλοποιήσουμε την συνέλιξη αρκεί να κάνουμε αντίστροφο διακριτό μετασχηματισμό Fourier στο γινόμενο των διακριτών μετασχηματισμών Fourier των δύο σημάτων.

$$\text{conv}(f, g) = \text{IDFT}(\text{DFT}(f)\text{DFT}(g))$$

Το υλοποιούμε με `fft` για βελτιστοποίηση και κατά επίπτωση, ορίζουμε το N ως μια ακέραια δύναμη του 2.

Ορίζουμε ένα σήμα y μήκους $\text{len}(x)+\text{len}(h)-1$ (αναμενόμενο μήκος του αποτελέσματος της συνέλιξης) και το αρχικοποιούμε στο 0. Με κάθε βήμα `step` μήκους L , αναφαιρόμαστε σε συγκεκριμένο τεμάχιο του σήματος x . Πραγματοποιούμε την συνέλιξη με τον προαναφαιρόμενο τρόπο και την επικολλάμε στο ανάλογο τμήμα του y (φέτα $[\text{step}, N + \text{step}]$). Στο τέλος θα έχουμε την πλήρη διακριτή συνέλιξη του σήματος `Connections.mp3` και του φίλτρου.

Αποτελέσματα



Η δράση του κατωδιαβατού φίλτρου γίνεται προφανής στα διαγράμματα των μετασχηματισμών Fourier. Στο σχήμα του mp3, η πτώση των τιμών στο μηδέν είναι βαθμιαία. Στο σχήμα του wav βλέπουμε ότι από ένα σημείο και μετά, οι τιμές πέφτουν στο μηδέν απότομα. Επομένως σωστά το φίλτρο μας επιτρέπει τις χαμηλές συχνότητες και απαγορεύει της υψηλές.

Ακούγοντας τα αρχεία ήχου επιβεβαιώνεται το παραπάνω, καθώς το wav είναι εμφανώς πιο μπάσο από ότι το αρχικό αρχείο mp3.