简单算法列表:

b=0;

1 两个数的值的交换 借用第三个变量来实现 cin>>a>>b: c=a;a=b;b=c; 不借用第三个变量的方法 cin>>a>>b; a=a+b; b=a-b; a=a-b; 2 小数位数的处理 #include<iomanip> / /调用格式库 cout<<fiixed<<setprecision(2)<<a; / 指定 a的小数位数为 2 3 数字的分离 输入一个四位数,将各个位上的数分离出来,当然如果用字符串来处理也行 cin>>a; b=a%10; c=a/10%10; d=a/100%10; e=a/1000; 如果是输入一个不知道位数的整数,要将其倒序输出 cin>>a;

```
for(;a!=0;)
{
  b=b*10+a%10; /将 a数的个位取出来累加到 b中
  a=a/10; /将 a的个位去掉
}
cout<<b;
4 判断一个数是否能被另一个数整除的方法
如判断一个数能否被 7整除
cin>>a;
if(a%7=0) cout<<" yes";
else cout<<" no";
如此推广到奇偶数的判断
cin>>a;
if(a%2=0) cout<<"偶数";
else cout<<"奇数";
5 计数器
j=0;
j=j+1;
cin>>n; j=0; /f计数器初值一般为 0
for(i=1; i \le n; i++){
  cin>>a;
  if(2%2=0) j=j+1; //每次用自身加上 1再赋给自身,即 j++
}
cout<<j;
```

```
6 累加器
```

```
cin>>a;
s=s+a: //将新数加上自身再赋给自身
cin>>n;s=0;
for (i=1; i \le n; i++)
  cin>>a;
  s=s+a;
}
cout<<s;
7、累乘器
s=1; / 累乘器的初值一般为 1
cin>>a;
s=s*a; //将新数乘上自身在赋给自身
cin>>n;s=1;
for (i=1; i \le n; i++)
  cin>>a;
  s=s*a;
}
cout<<s;
8 标记法(求素数)
输入整数 n,请判断其是否为质数。
  cin>>n;
  f=1; //用 f做标记,为 1则表示是素数
```

```
for( j=2; j<n; j++ )
    if(r%j=0) f=0; //f为 0,则表示 n在 2~n-1之间有一个约数
    if(f=1) cout<<" yes";
else cout<<" no";
```

9 求最大值

先假设输入的第一个数即为最大数,然后用它去和后面的数一一进行比较,如果后面的数比它大,则将大的数交换给它。

10 求最小值

先假设输入的第一个数即为最小数,然后用它去和后面的数一一进行比较,如果后面的数比它小,则将小的数交换给它。

11、字符的处理

{

```
出入一串字母和数字,以 " . "号结束,统计其中字母和数字的个数。 zimu=0; shuzi=0; for(cin>>a; a!='.';)
```

```
if(a>=' a' &&a<=' z' ||a>=' A' &&a<=' Z' ) zimu++;
```

```
if(a >= '0' \& a <= '9') shuzi++;
  cin>>a:
}
输入一串小写字母,以"."号结束,输出字母所对应的数字,规定 a对应数字 1,
b对应数字 2, z对应数字 26, 输出的数字间以空格隔开。
for( cin>>a; a!=' .';)
{
  if (a \ge 'a' \&\&a \le 'z') n=a-'a'+1;
  cout<<n<<' ';
  cin>>a;
}
/ /字母类型的数字要转为对应的整数可以采取同样的办法 ,
// int n; char a; cin>>a; n=a-' 0';
空格的处理
cin命令做输入时会自动跳过空格和回车等符号,如果要求对空格进行处理则需要用
到 cin.get(a); 也可以用 scanf(" %c", &a); 但不能用 cin>>a;
12 数学函数库
有一些标准数学函数在信息奥赛中是允许使用的,使用时要加上数学函数库
#include<math>
double a.b.c.d:
cin>>a>>b:
c=sqrt(a); //sqrt为求平方根函数
d=pow(a,b); //pow为求 &的函数,求平方可以用它,注意它的参数为实数类型
```

13 求最大公约数

求两自然数 m , n的最大公约数。最大公约数:能同时被 m和 n整除的最大数。 如 6和 4的最大公约数为 2

1) 欧几里德算法 (m>n)

```
m被 n除得到余数 r(0 r n) r=n%n 若 r=0,则算法结束,n为最大公约数,否则做 3 m=n ,n=r ,□到 1
```

使用的是循环迭代的方法

```
m=6 n=4 r=n%n=6%4=2
```

m=4 n=2 r=m%n=4%2=0

所以,公约数=2

程序代码:

```
cin>>m>>n;

for(r=m%n;r!=0;r=m%n)

{ m=n;n=r;}

cout<<n;
```

2) 穷举

最大公约数只能是 n,n-1,...,2,1中的一个, 一一列举出来试一下即可。

```
cin>>m>>n;
for(i=n;i>0;i--)
if(n%i=0&&n%i=0) { cout<<i;return(0);}
```

虽然两种算法都可以求出最大公约数,但执行效率不同,穷举显然循环次数最多, 最费时。 比如 3000 2002这两个数,用穷举要执行 2001次循环,而欧几里德算法只需要 4次, 算法的优劣一目了然。

14 求最小公倍数

最小公倍数:能同时整除 m和 n的最小数。

1) 已知最大公约数时的方法

最小公倍数为两数之积除以最大公约数。接上例 4和 6的最小公倍数为 4*6/2=12。

2) 直接尝试

```
cin>>m>>n;
for(t=m;m%n!=0;m=m+t);
cout<<m;
```

将较大数的值放在变量 t中,每次用 m直接加上 t去尝试能否除尽 n,如果能,现在的 m就是最小公倍数。

大多时候还是应该选择使用第一种方法,仍以 3000 2002为例,用第一种方法只需要 4次循环求出最大公约数,然后求出最小公倍数,而第二种方法要执行上千次才能出结果。

15 穷举法

穷举法也称为"枚举法",这种算法基本思想是依题目的部分条件,确定答案的大致范围;在此范围

内,对所有可能的情况一一列举,逐一验证,直到全部情况验证完毕,或者得到了需要的结果。

若某个情况经验证符合题目的全部条件,则它就是本题的一个答案;若全部情况经验证后,都不符合

题目的全部条件,则原题无解。

```
用穷举法解题的大致步骤如下:
```

- 1) 分析题目,确定所要求的解是什么?
- 2) 确定解的可能取值范围是什么?
- 3) 穷举出所有可能的解
- 4) 验证每一个可能的解
- 5) 优化

例:鸡兔同笼问题

一个笼子里有鸡和兔,现在只知道里面一共有 a个头,b只脚,问鸡和兔各有多少只 (要求鸡和兔至少 1只)?

```
int i,j,a,b;
cin>>a>>b;
for(i=1;i<a;i++) /鸡可能为 1~a-1只
for(j=1;j<a;j++) /兔可能为 1~a-1只
if(i+j=a&&i*2+j*4=b) cout<<i<' ' <<j<<end1;
```

16 递推的思想

1 1 2 3 5 8 13...

迭代的方法

```
例:斐波那契数列(从第三项起为前面两项之和)
```

```
cin>>n;
a1=1;
a2=1;
for(i=3; i<=n; i++)
```

a3=a1+a2;

```
a1=a2;
  a2=a3:
}
cout << a3:
猴子吃桃问题。猴子摘了一堆桃,第一天吃了一半,还嫌不过瘾,又吃了一个;第
二天又吃了剩下的一半零一个;以后每天如此。到第 N天,猴子一看只剩下一个了。
问最初有多少个桃子?
cin>>n;
s=1:
for (i=2; i \le n; i++)
  s=(s+1)*2;
cout<<s:
17 文件的处理方法
#include<fstream>
using namespace std;
ifstream fin("输入文件名");
ofstream fout("输出文件名");
例:
陶陶摘苹果 (文件名: apple.cpp)【问题描述】
```

陶陶家的院子里有一棵苹果树,每到秋天树上就会结出 10个苹果。苹果成熟的时候,陶陶就会跑去摘苹果。陶陶有个 30厘米高的板凳,当她不能直接用手摘到苹果的时候,就会踩到板凳上再试试。

现在已知 10个苹果到地面的高度,以及陶陶把手伸直的时候能够达到的最大高度,

请帮陶陶算一下她能够摘到的苹果的数目。假设她碰到苹果,苹果就会掉下来。

【输入文件】输入文件 apple.in包括两行数据。第一行只包括一个 100到 120之间 (包含 100和 120)的整数(以厘米为单位),表示陶陶把手伸直的时候能够达到的 最大高度。第二行包含 10个 100到 200之间(包括 100和 200)的整数(以厘米为 单位)分别表示 10个苹果到地面的高度,两个相邻的整数之间用一个空格隔开。

【输出文件】输出文件 apple.out包括一行,这一行只包含一个整数,表示陶陶能 够摘到的苹果的数目。

【样例输入】

110

100 200 150 140 129 134 167 198 200 111

【样例输出】

```
5
#include<fstream>
using namespace std;
ifstream fin("apple.in");
ofstream fout("apple.out");
int main(){
        int rg, sg, i, j=0;
        fin>>ra:
        for (i=0; i<10; i++)
            fin>>sg;
            if(sg \le rg + 30) j + +;
        }
```

```
fout<<j;
}
多重循环讲解与练习
for(;;)
{
  语句组;
  for( ; ; )
  {
     语句组;
  }
  语句组;
}
1、图形字符类
例 1、输出 m行 n列 特
cin>>m>>n;
for( i=0; i<m; i++ ) / /外循环通常用作控制行,表示输出图形有 m行
{
  for(j=0;j< n;j++) /内循环通常用作列,表示一行上有多少列字符
  {
     cout<<' *';
```

}

```
cout << end 1;
}
外循环 i=0时,内循环 i从 0一直变化到 n-1,即内循环中的语句 { cout << '*'; }
被执行了 n次,语句 cout << end |: 是外循环中的语句,执行 1次。当外循环的 i值
变化到 m退出时,内循环中的语句 { cout << '*'; }一共被执行了 mx n次。
有时每列上的字符个数不同,如
例 2 n=3时,输出如下图形
cin>>n;
for(i=0; i< n; i++)
{
  for (j=0; j \le i; j++)
  {
     cout<< ' *';
  }
  cout << end 1;
}
有时每列上的字符个数不向上面图形一般每行以 1递增,如
例 3 n=3时,输出如下图形
```

```
cin>>n;
for( i=1; i <= n; i++ )
{
  for( j=1; j<=2*i-1; j++ )//每行上的字符以 2递增,因此是 2*i
  {
     cout<<' *';
  }
  cout << end 1;
}
如果是这样的金字塔形式
例 4 n=3, 输出
可以看作是先输出了一个倒三角形的空格,然后再输出上例中的图形
cin>>n;
for( i=1; i <= n; i++ )
{
  for(j=1;j<=n-i;j++) / 每行上的空格数是 n-1,n-2,...,1,0这样一个递减序
列,而 i每次递增 1,要将一个递增序列改为递减序列,直接在前面加上 -号
     cout<<' ';
  for( j=1; j<=2*i-1; j++ )//每行上的字符以 2递增,因此是 2*i
  {
     cout<<' *';
```

```
}
  cout<<endl;
}
练习:可以尝试打出如下图形:
如 n=3, 要求输出
  а
```

bbb

CCCCC

bbb

а

2 逻辑推理题目

解逻辑判断与推理题这类题首先要把复杂的逻辑关系进行分析、抽象、化简,然后进行尝试排除,得到最后结果。可以用计算机来验证推断的结果,复杂的还可以直接用逻辑表达式来表示各种关系条件,用计算机穷举各种可能情况,再根据条件采取累试排除或选择需要的组合。

【例 1 】四位同学不知是哪一位打碎了教室窗户的玻璃,老师问是哪一个同学打的。A说:"不是我",B说:"是 C",C说:"是 D",D反驳说:"他胡说!"。四个人当中只有一个人说假话,试判断哪一位打碎了教室窗户的玻璃?分析:用 A,B,C,D分别表示这四位同学,用 1表示打碎了玻璃,0表示没有打碎。

题目中四句话可表示成:

A!=1

C=1

D==1

D!=1

A,B,C,D只有一位同学打碎了玻璃,因此 A+B+C+D的值为 1。 逻辑表达式只有 1和 0两个值,为 1表示真,为 0表示假,只有一个人说假话,则说明四个表达式的和应为 3。

程序如下:

for(A=0;A<2;A++)

for (B=0; B<2; B++)

```
for (C=0;C<2;C++)

for (D=0;D<2;D++)

if (A+B+C+D=1&&(A!=1)+(C=1)+(D=1)+(D!=1)=3)

{ if (A=1) cout<<'A';

if (B=1) cout<<'B';

if (C=1) cout<<'C';

if (D=1) cout<<'D';
```

四个循环分别用于穷举 A,B,C,D四位同学打碎玻璃和没有打碎玻璃的所有情况,加上判断就可以确定到底是谁打碎了玻璃。

也可以用其他方法来做,尝试一下。

【例2】有四个学生对我国四大淡水湖排列次序如下:

甲:洞庭湖最大,洪泽湖最小,鄱阳湖第三。

乙:洞庭湖最小,洪泽湖最大,鄱阳湖第二,太湖第三。

丙:洞庭湖第三,洪泽湖最小。

丁:洪泽湖第二,鄱阳湖最大,太湖最小。

每人都只说对了一个,试编程排出正确次序。

分析:用 d h p t 分别表示洞庭湖、洪泽湖、鄱阳湖、太湖。

四个湖泊的顺序号只能是 1, 2, 3, 4的不同组合,所以 d+h+p+t=10,

则四个人的话可表示为:

甲: d=1,h=4,p=3

Z: h=1,d=4,p=2,t=3

丙: h==4,d==3

```
T: p=1, t=4, h=2, t=3
```

由于每人都只说对了一个,所以上述表示每个人的观点的式子中只有一个真值为

1, 其他为 Q

```
程序如下:
```

```
for(d=1;d<5;d++)
  for (h=1;h<5;h++)
    for(p=1;p<5;p++)
      for (t=1; t<5; t++)
      if((d!=h)&&(d!=p)&&(d!=t)&&
         (h!=p)&&(h!=t)&&(p!=t)&&
         (d=1)+(h=4)+(p=3)=1&&
         (d=4)+(h=1)+(p=2)+(t=3)=1&&
         (d=3)+(h=4)=18&
         (h=2)+(p=1)+(t=4)=1)
       { cout<<"dong ting hu is:"<<d<endl;
         cout << "hong ze hu is: " << h << end];
         cout<<"po yang hu is:"<<p<<endl;</pre>
         cout << "tai hu is: " << t << endl:
       }
```

程序写得稍嫌复杂,实际上可以简便一些。

```
for (d=1;d<5;d++)

for (h=1;h<5;h++)

if(d!=h)
```

```
for(p=1;p<5;p++)
if(p!=h&&p!=d)
{ t=10-d-h-p;
  if((d=1)+(h=4)+(p=3)=1)
    if((d=4)+(h=1)+(p=2)+(t=3)=1)
    if((d=3)+(h=4)=1)
    if((h=2)+(p=1)+(t=4)=1)
    { cout<<"dong ting hu is:"<<d<endl;
        cout<<"hong ze hu is:"<<h<endl;
        cout<<"po yang hu is:"<<p>endl;
        cout<<"tal hu is:"<<t<endl;
    }
}</pre>
```

循环减少一个,表达式分开写,看起来要清晰些。

练习:

- (1) 某年级数学竞赛中,A、B、C、D、E五位同学获得前五名。A说:"D是第一,C是第四";B说:"A是第一,E是第二";C说:"B是第二,D是第三";D说:"E是第三,A是第五";E说:"E是第二,C是第四"。每人都只说对了一个,试编程排出正确次序。
- (2) 甲、乙、丙三位同学中有一人趁大家不在教室的时候把教室打扫干净了。 事后老师问是谁做的好事。甲说:"是乙做的",乙说:"不是我",丙说:"不 是我"。三个人当中只有一个人说真话,试判断哪一位做了好事?

(3)有红、黄、蓝、白四色球各一个,放置在编号为 1, 2, 3, 4四个格子的 盒中,每个格子中只能放一个小球,他们的顺序不知。甲、乙、丙三人猜测的顺序 如下:甲说:蓝色球编号为 1,黄色球编号为 2;乙说:蓝色球编号为 2,白色球编号为 3;丙说:红色球编号为 2,白色球编号为 4,结果证明三个人各猜中一半。问 四个格子的盒中放置小球情况。

一维数组讲解与练习

{

一、为什么要使用数组

学到现在,我们用分支结构解决了计算机的智能判断问题,用循环充分利用了计算机处理速度快的特点,也可以用循环对大量数据进行处理,但这些数据却无法大量保存,在这点上还没有利用上计算机存储容量大的特点。在程序语言中有一种数据结构可以解决这个问题,那就是数组。

例 1、输入 1000个学生的某门课程的成绩,打印出低于平均分的同学号数与成绩。

分析:在解决这个问题时,虽然可以通过读入一个数就累加一个数的办法来求学生的总分,进而求出平均分。但因为只有读入最后一个学生的分数以后才能求得平均分,且要打印出低于平均分的同学,故必须把 1000个学生的成绩都保留下来, 然后逐个和平均分比较,把高于平均分的成绩打印出来。如果,用简单变量 a1, a2,..., a1000存放这些数据,可想而知程序要很长且繁。

要想如数学中使用下标变量 ai形式表示这 1000个数,则可以引入下标变量 a[i]。 这样问题的程序可写为:

```
tot=0; //tot表示总分
for(i=1;i<=1000;i++) / 环读入每一个学生的成绩,并累加它到总分}
```

```
cin>>a[i];
tot:=tot+a[i];
}
ave=tot/1000; //计算平均分
for( i=1;i<=1000;i++)
```

if (a[i]<ave) cout<<" No." <<i<<':'<<a[i]; /如果第 i个同学成绩小于平均分,则将其输出

而要在程序中使用下标变量,则必须先说明这些下标变量的整体——数组,即数组是若干个同名(如上面的下标变量的名字都为 a)下标变量的集合。

二、一维数组

1 一维数组的定义和引用

当数组中每个元素只带有一个下标时,我们称这样的数组为一维数组。

数组是同一类型的一组值(10个 char、15个 int...),在内存中顺序存放。整个数组共用一个名字,而其中的每一项又称为一个元素。

1)定义方式:

类型说明符 数组名 [常量表达式];

int a[4]; // int是数组元素的类型说明,4表示元素个数,a表示数组名称,整个说明表明 a数组由 4个 int型元素组成,这四个元素分别是:a[0],a[1],a[2],a[3]

要注意的两个地方:

其序号从 0开始,而不是从 1开始。所以 int a[4];实际上不包含 a[4]这个元素 C+不允许对数组的大小作动态的定义,即数组的大小不能是变量,必须是常量。即不能定义为 int a[n];只能是 int a[1000];等,即元素个数必须是确定的。

2) 一维数组元素的引用

数组必须先定义,具体引用时(赋值、运算、输出)其元素等同于变量。 数组元素的赋值与输出通常采用的是循环。

例 2 输入 100个数,将其倒序输出。

```
int main( )
{    int i, a[100];
    for ( i=0; i<100; i++)
        cin>>a[i];
    for ( i=99; i>=0; i--)
        cout<<a[i]<<' ';
}</pre>
```

3) 一维数组的初始化

除了用循环读入处理外,一维数组还可以直接进行赋值操作。

```
int a, b = 0, c[5] = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}:
```

此例也可以写成, int c[5]; c[0]=1; c[1]=2; c[2]=3; c[3]=4; c[4]=5;

注意:不能给数组整体赋值,只能一个一个地赋值

比如上例写成: int a, b = 0, c[5] = $\{1, 2, ..., 5\}$ 就是错误的。

2 一位数组的应用实例

例 3 求 Fibonacci数列: 1,1,2,3,5,8,......的前 20个数,将它们 5个数一行的输出,每两个数之间隔一个制表符的距离。

分析: Fibonacci数列可表示为以下数学递推公式:

```
F1=1 (n=1)
F2=1 (n=2)
Fn=Fn-1+Fn-2 (n>=3)
int main()
```

```
{ int i;
    int f [21];

f[1]=1;

f[2]=1;

    for (i=2; i<21; i++)

        f [i]=f [i-1]+f [i-2];

for ( i=1; i<21; i++)

        {
            cout<<f [i]<<" \t";

        if (i%5==0) cout<<" \n";
        }
}</pre>
```

例 4 输入十个正整数 把这十个数按由大到小的顺序排列。

将数据按一定顺序排列称为排序,排序的算法有很多,其中选择排序是一种较简单的方法。

分析:要把十个数按从大到小顺序排列,则排完后,第一个数最大,第二个数次大,……。因此,我们第一步可将第一个数与其后的各个数依次比较,若发现比它大的,则与之交换,比较结束后,则第一个数就是最大的数。同理,第二步,将第二个数与其后各个数再依次比较,又可得出次大的数。如此方法进行比较,最后一次,将第九个数与第十个数比较,以决定次小的数。于是十个数的顺序排列结束。例如下面对 5个数进行排序,这 5个数分别为 8 2 9 10 5 按选择排序方法,过程如下:

初始数据 : 8 2 9 10 5

第一次排序:8 2 9 10 5

```
9 2 8 10 5
            10 2 8 9 5
            10 2 8 9 5
   第二次排序: 10 8 2 9 5
            10 9 2 8 5
            10 9 2 8 5
   第三次排序: 10 9 8 2 5
            10 9 8 2 5
   第四次排序: 10 9 8 5 2
   对于十个数,则排序要进行9次。源程序如下:
   int i, j, a[10];
   for (i=0;i<10;i++) cin>>a[i]; //读入 10个初始数据
   for(i=0;i<9;i++) / 进行 9次排序
     for(j=i+1;j<10;j++) / 将第 i 个数与其后所有数比较
        {t=a[i];a[i]=a[j];a[j]=t;}
   for (i=0; i<10; i++) cout <<a[i]<<" \t";
练习:
看程序写结果:
#include<iostream>
using namespace std;
int main(){
int a[7], i, k=0;
  for (i=0; i<=6; i++)
```

```
if(i\%2) a[i]=k+1;
    else a[i]=k+2;
  cout << a[6] - a[0];
}
output:
#include<iostream>
using namespace std;
int main(){
   int a[30],n,i;
  cin>>n;
  a[0]=0;a[1]=1;
  for(i=2; i \le n; i++) a[i]=a[i-1]+a[i-2];
  for(i=0; i<=n; i++) cout<<a[i]<<" \t";
  cout
}
输入: 10
输出:
#include<iostream>
using namespace std;
int main(){
   int i, s, max, a[10];
   for(i=0; i<10; i++) cin>>a[i];
   max=a[0]; s=a[0];
   for (i=1; i<10; i++)
```

```
if(s<0) s=0;
      s=s+a[i];
      if(s>max) max=s;
   }
   cout << "max=" << max;
}
输入:-2 13 -1 4 7 8 -1 -18 24 6
输出:max=
#include<iostream>
using namespace std;
int main(){
   int a['z'];
  char b;
  for(b='a';b<='z';b++) a[b]=0;
  for(cin>>b;b!='?';){
    if(b>='a'\&b<='z') a[b]++;
       cin>>b;
   }
  for(b='a';b <= 'z';b++)
    if(a[b]>0) cout<<b<<':'<<a[b]<<endl;
}
输入: how many apples are there on the table?
输出:
编程练习:
```

1. 输入一串小写字母(以 ". "为结束标志),统计出每个字母在该字符串中出现的次数 (若某字母不出现,则不要输出)。

例:

输入: aaaabbbccc.

输出: a:4

b:3

c:3

提示:凡有序类型的数据都可以做数组的下标,如 int a['z'];可以表示以小写字母为下标的 26个从 a['a'] a['z']的整数变量。这样设定后就可以很方便的进行计数处理。

2. 输入一个不大于 1000000000的正整数 N, 将它转换成一个二进制数。

例如:

输入: 100

输出: 1100100

提示:十进制转换成二进制的过程是用十进制数除以 2,然后用数组将余数保存起来,再用商除以 2,如此循环直到商为 0为止,最后将余数倒序输出。

3. 输入一个由 10个整数组成的序列,其中序列中任意连续三个整数都互不相同,求该序列中所有递增或递减子序列的个数。

例如:

输入: 1 10 8 5 9 3 2 6 7 4

输出:6

对应的递增或递减子序列为:

1 10

10 8 5

- 5 9
- 9 3 2
- 2 6 7
- 7 4

提示:这个就自己看了。

逻辑推理类:

例 1、有标号为 A、B、C、D和 1、2、3、4的 8个球,每两个球装 盒,分装 4盒。标号为字母的球与标号为数字的球有着某种一一对应的关系(称为匹配)并已知如下条件:

匹配的两个球不能在一个盒子内;

2号匹配的球与 1号球在一个盒子里;

A号和 2号球在一个盒子里;

B匹配的球和 C号球在一个盒子里:

3号匹配的球与 A号匹配的球在一个盒子里;

4号是 A或 B号球的匹配球;

D号与 1号或 2号球匹配。

请写出这四对球匹配的情况。

【答案】这四对球匹配的情况如下:

ABCD

4 3 1 2

本题是一个推理题,考查学生对问题分析判断和逻辑推理能力。

1) 由 可知 2号球与 A球放在一个盒中,所以 A球只能与 1、3、4球匹配,如果 A与 1号匹配,则由 、 可知 1号球要放在两个盒中,所以 A球不能与 1匹配;

若 A球与 3 号球匹配,则由 得 A号球与 3号球放在一个盒中,所以 A球只能与 4号球匹配;

- 2) B球仅能与 1, 2, 3号球匹配, 若与 1号球匹配,则由 可知 1号球需和 C球在一个盒子中与条件 矛盾;若与 2号球匹配也与条件 矛盾,所以 B球仅能与 3号球匹配:
- 3) 由 可知, D球仅能与 1、2号球匹配, 若与 1号球匹配,则由 得到 1号球与 2号球的匹配球在一个盒子,则 C与 1号球在一个盒子内,这样与 条件矛盾,所以 D球仅能 2号球匹配,因而得 C则和 1球匹配。

例 2 有 100张的一摞卡片,玲玲拿着它们,从最上面的一张开始按如下的顺序进行操作:把最上面的第一张卡片舍去,把下一张卡片放在这一摞卡片的最下面。再把原来的第三张卡片舍去,把下一张卡片放在最下面。反复这样做,直到手中只剩下一张卡片,那么剩下的这张卡片是原来那一摞卡片的第几张?

分析与解:可以从简单的不失题目性质的问题入手,寻找规律。列表如下: 卡片总

- 数 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 ...
 剩下第几
- 张 1 2 2 4 2 4 6 8 2 4 6 8 10 12 14 16 2 ...
- (1)当 N=2a(a=0,1,2,3,...)时,剩下的这张卡片是原来那一摞卡片的最后一张,即第 2a张;
- (2)当 N=2a+m(m≤2a)时,剩下的这张卡片是原来那一摞卡片的第 2m张。 取 N=100,因为 100=26+36,2x 36=72,所以剩下这张卡片是原来那一摞卡片的 第 72张。

练习:

在 a,b,c,d,e,f六件物品中,按下面的条件能选出的物品是:

- (1)a,b两样至少有一样
- (2)a,d不能同时取
- (3)a,e,f中必须有 2样
- (4)b,c要么都选,要么都不选
- (5)c,d两样中选一样
- (6)若 d不选,则 e也不选

推数:已知 D=5, 各字母都代表不同的数字, 请推算出其他字母代表的数字。

DONALD

+ GERALD

ROBERT

请写出结果并简述推理过程。

排列和组合类

在我们解决实际问题中,有许多问题需要将结果——列举出来,如,四个人照相,问他们有多少种排列方法,并输出排列的形式,又如 10个朋友见面,每两个人握一次手,共有多少种方法,输出所有握手情况等,诸如此类问题很多,可以用数学中的排列和组合问题解决。

在学习排列组合以前,我们先学习加法原理和乘法原理。

加法原理与乘法原理

(一)加法原理

引例 1 从甲地去乙地,可以乘火车,可以乘汽车,还可以乘轮船。一天中,火车有 4班,汽车有 2班,轮船有 2班,轮船有 3班,那一天中乘坐这些交通工具从甲到乙地有多少种不同的选择

在一天中,从甲地到乙地乘火车有4种选择。乘汽车有2种选择,乘轮船有3种选择,以上无论选择了哪一种方法,都有可以从甲地到达乙地。因此,一天当中乘坐这些交通工具从甲地到乙地的不同选择共有:

4+2+3=9(种)

把"从甲地到乙地"看成为"完成一件事",完成它有三类方法(火车、汽车、 轮船),每类方法都可以独立完成。

第一类有 4种方法(火车有 4班)

第二类有 2种方法(汽车有 2班)

第三类有 3种方法(轮船有 3班)

因此完成一件事(从甲地到乙地)共有: 4+2+3=9种不同的方法。

加法原理

加法原理 做一件事,完成它有 n类方法,第一类有 m1种,第二类有 m2种,……,第 n类有 mn种,那么样完成这件事共有:

N=m1+m2+...+m

加法原理的特点是:分类独立完成。

例 1 书架上层有不同的数学书 15本,中层有不同的语文书 18本,下层有不同的物理 7本。现从其中任取一本书,问有多少种不同的取法?

解:从书架上任取一本书,有三类取法:第一类取法是从书架上层取出一本数学系书,可以从 15本中任取一种,有 15种取法;第二类取法是从书架的第二层取出一本语文书,可以从 18本中任取一种,有 18种取法;第三类取法是从书架的下层取出一本物理书,可从 7本中任取一种,有 7种取法。只在书架上任意取出一本书,任务即完成,根据加法原理,不同的取法一共有:

N=m1+m2+m3=15+18+7=40(种)

例 2 某班同学分成甲、乙、丙、丁 4个小组,甲组 9人,乙组 11人,丙组 10人,丁组 9人。现要求该班选派一人去参加某项活动,问有多少种不同的选法?

解:该班同学分成甲、乙、丙、丁四个小组,从任何一个小组中选出一名同学去参加活动,则任务完成。在甲组有 9种选法,乙组有 11种选取法,丙组有 10种选法,丁组有 9种选法,所以一共有:

N=9+11+10+9=39

巩固性练习:

1、一件工作可以用 2种方法完成,有 5人会用第一种方法,另外有 4人会用第二种方法完成,要选出 1个人来完成这件工作,共有多少种选法?

2 一个学生要从 2本科技书, 2本政治书, 3本文艺本中任取一本, 共有多少种不同的取法?

(二)乘法原理:

由 A 地去 C地,中间必须经过 B地,且已知由 A 地到 B地有 3条路可走,再由 B地到以地有 2条路可走,那么由 A地经 B地到 C地有多少种不同的走法?

这里,从 A地到 C地不能由一个步骤直接到达,必须经过 B地这一步骤,从 A地到 B地有 3种不同的走法,分别用 a1、a2、a3表示,而从 B地到 C地有 2种不同的走法,分别用 b1、b2表示。所以从 A地经 B地到 C地的全部走法有:

a1b1; a1b2; a2b1; a2b2; a3b1; a3b2,

共计 6种。就是从 A地到 C地的 3种走法与从 C地到 B地的 2种走法的乘积,即: $3\times 2=6(种)$ 。

把"从 A地到 C地"看成完成一件事,那么完成这件必须分二个步骤,二个步骤都完成了,才能完成这个事。

第一个步骤有 3种方法(从 A地到 B地)

第二个步骤有 2种方法(从 B地到 C地)

因此"完成一件事"(从 A地到 C地)共有 3x 2=6(种)不同的方法 乘法原理

乘法原理 做一件事,完成它需要 n个先后步骤,做第一步有 m1种不同的方法,做第二步有 m2种不同的方法,,做第 n步有 mn种不同的方法, 那么完成这件事共有

N±m1× m2× ...m

种不同的方法。

乘法原理的特点是:分步依次完成

例 3 书架上层有不同的数学书 15本,中层有不同的语文书 18本,下层有不同的物理 7本,从中取出数学、语文、物理书各一本,问有多少种不同的取法?

解:从书上取数学、语文、物理书各 1本,可以分成 3个步骤完成:第一步取数学书 1本,有 15咱不同的取汪;第二不取语文书 1本,有 18种不同的取法;第三步取物理书 1本,有 7种不同的取本,符合乘法原理的条件。利用乘法原理,得到: N=15× 18× 7=1 890(种)不同的取法。

例 4 某农场要在 4种不同类型的土地上,引种试验 A, B, C, D等 4种不同品种的小麦,问有多少种不同的试验方案?

解:第一步 先考虑 A种小麦,可在 4种不同类型的土地中任选一种,有 4种选法;

第二步 考虑 B种小麦,可在剩下的 3种不同类型的土地中任选一种,有 3种选法:

第三步 考虑 C种小麦,再在剩下的 2种不同类型的土地中任选一种,有 2种选法;

第四步 最后考虑 D种小麦,再在剩下的 2种不同类型的土地中任选一种,有 1种选法。

以上四步依次完成,才算完成,依据乘法原理,可知有 4x 3x 2x 1=24不同的试验方案。

巩固性练习:

3 在一个红色口袋中,装有 20张分别标有 1,2,...,20的红色数字卡片,在另一个黄色口袋中,装有 10张分别标有 1,2,...,10的黄色数字卡片。在红色口袋中摸了一张数字卡片做被加数,在黄色口袋中摸出一张数字卡片做加数,列成加法式子,一共可以列成多少个符合要求的加法式子?

4 从 A地到 B地有 2条路可通,从 B地到 C地有 3条路可通,从 A地到 C地共有多少种不同的走法?

- 5 一个口袋内有 5个小球,另一个口袋内有 4个小球,所有这些小球的颜色互不相同。
 - (1)从两个口袋内任取一个小球,有多少种不同的取法?
 - (2)从两个口袋内各取一个小球,有多少种不同的取法?
- 6 从 2, 3, 5, 7这四个数中, 取两个数出来做假分数, 这些假分数有多少个?