

Спасательный круг: дополнительные задачи к экзамену для тех, кто набрал меньше
30 баллов за семестр

1. Напишите функцию, которая вычисляет наименьшее общее кратное двух заданных на входе натуральных чисел без использования стандартных функций вычисления наименьшего общего кратного и наибольшего общего делителя.
2. Напишите функцию, которая проверяет, является ли число, заданное на входе *совершенным* (т.е. равняется сумме всех своих *собственных* делителей).
3. Напишите функцию, которая по заданному на входе натуральному числу n возвращает значение *функции Эйлера* $\varphi(n)$, равной количеству натуральных чисел меньших n и взаимнопростых с ним. При этом полагают, что число 1 взаимнопросто со всеми натуральными числами и $\varphi(1) = 1$.
4. *Последовательностью Падована* называется последовательность натуральных чисел, Удовлетворяющая рекуррентному соотношению:

$$P(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \in \{0, 1, 2\}, \\ P(n-2) + P(n-3), & \text{если } n > 2. \end{cases}$$

Эта последовательность может быть продолжена на множество целых чисел:

$$P(-n) = P(-n+3) - P(-n+1).$$

Напишите функцию, которая по заданным на входе целым числам z_1 и z_2 возвращает список элементов последовательности Падована с номерами от $\min\{z_1, z_2\}$ до $\max\{z_1, z_2\}$.

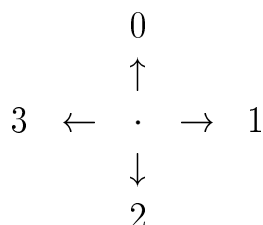
5. Напишите функцию, которая по заданному натуральному числу n сгенерирует список

$$(1 \ 121 \ 12321 \ \dots \ 1 \dots n \dots 1).$$

Например, для $n = 4$ список должен выглядеть так:

$$(1 \ 121 \ 12321 \ 1234321).$$

6. Робот в начальный момент времени находится в точке плоскости с координатами (x_0, y_0) . Помимо этих координат на вход вашей функции подается список команд, выполняемых роботом последовательно. Команды задают направление перемещения робота на расстояние 1 от текущего положения в заданном направлении (см. рисунок). Например, если в начальный момент робот находился в точке с координатами $(0, 0)$, то при списке команд $(1 \ 3 \ 2 \ 0)$ робот опять окажется в точке $(0, 0)$. Напишите функцию, которая выдаст список посещенных позиций (парами координат) без повторений в любом порядке.



7. Напишите функцию, которая формирует хотя бы одну пару из двух строк заданной на входе матрицы с одинаковым минимумом (элементов этой строки). Если такой пары не существует, вернуть **#f**.
8. Напишите функцию, которая по заданной на входе квадратной матрице возвращает произведение элементов этой матрицы, находящихся на ее побочной диагонали.
9. Даны два списка чисел одинаковой длины n : 1) произвольный числовой список; 2) некоторая перестановка списка $'(0\ 1\ \dots\ n-1)$. Напишите функцию, которая возвращает список элементов первого списка в порядке, заданном вторым списком. Например, если даны списки
- $$'(1\ 4\ 2\ 5) \quad \text{и} \quad '(2\ 0\ 1\ 3),$$
- то результатом должен быть список $'(2\ 1\ 4\ 5)$.
10. Напишите функцию, которая находит первый в списке элемент, состоящий из разных цифр.