

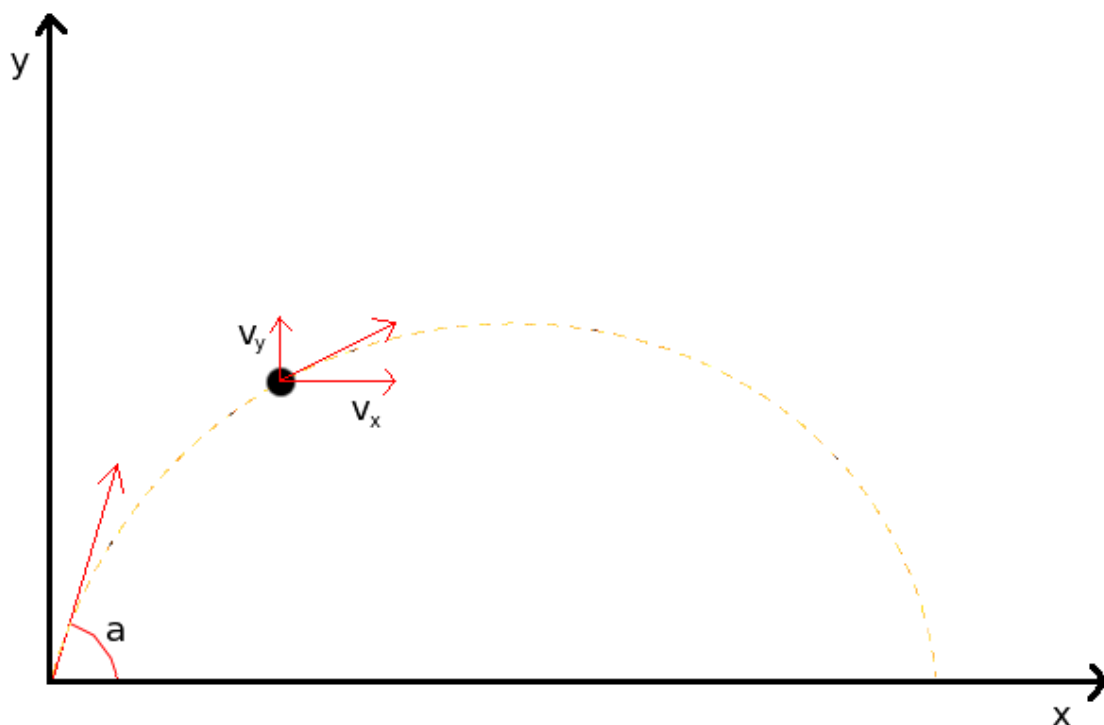
Oppgave 2: Skrått kast med luftmotstand

NIO 2011/2012 — innledende runde

Selv om dette ser ut som en fysikk-oppgave, krever den ingen fysikk-forkunnskaper. All fysikken er beskrevet for å gi bakgrunnsstoff til oppgaven, men det er ikke nødvendig å forstå fysikken for å løse oppgaven.

Lisa har fått tak i en katapult der hun kan stille inn både utgangsvinkel og utgangshastighet med stor nøyaktighet. Dermed burde det være mulig å regne ut nøyaktig hvor kula lander, tenker hun. Men selv på et helt flatt jorde på en helt vindstille dag viser det seg at kula alltid kommer litt kortere enn beregnet. Det som mangler fra beregningen er luftmotstand. Dessverre viser det seg at å beregne kastelengden med luftmotstand for hånd er svært vanskelig, fordi luftmotstanden er avhengig av hastigheten, som påvirkes av luftmotstanden, som igjen påvirkes av hastigheten og så videre og så videre. Derfor trenger vi din hjelp til å skrive et dataprogram som kan beregne hvor langt kula går.

I denne oppgaven regner vi med at kraften fra luftmotstand $L = k * v^2$, der k er en konstant du får oppgitt, og v er hastigheten. Denne kraften endrer seg etterhvert som hastigheten endrer seg, og er alltid rettet mot fartsretningen. Vi skal løse oppgaven ved å dele inn tiden i en rekke bittesmå tidsintervaller - såkalt diskretisering. For hvert tidsintervall oppdaterer vi hastigheten og deretter posisjonen til kula. Simuleringen skal stanse når kula treffer bakken.



Vi opererer i et koordinatsystem der y-aksen bestemmer høyde over bakken, x-aksen lengde. Kula starter i origo $(0,0)$ med en gitt hastighet $\vec{v} = (v_{x,0}, v_{y,0})$.

Lisa er god i fysikk og har skrevet ned uttrykkene du trenger for å oppdatere hastigheten og posisjonen i hvert tidssteg:

$$v_{x,t+1} = v_{x,t} - \Delta t * k * \sqrt{v_{x,t}^2 + v_{y,t}^2} * \frac{v_{x,t}}{m}$$

$$v_{y,t+1} = v_{y,t} - \Delta t * k * \sqrt{v_{x,t}^2 + v_{y,t}^2} * \frac{v_{y,t}}{m} - \Delta t * g$$

$$x_{t+1} = x_t + \Delta t * v_{x,t+1}$$

$$y_{t+1} = y_t + \Delta t * v_{y,t+1}$$

Her er en beskrivelse av de forskjellige symbolene:

Symbol	Beskrivelse
$v_{x,t}$	Horisontal hastighet i nåværende tidssteg (m/s)
$v_{x,t+1}$	Horisontal hastighet i neste tidssteg (m/s)
$v_{y,t}$	Vertikal hastighet i nåværende tidssteg (m/s)
$v_{y,t+1}$	Vertikal hastighet i neste tidssteg (m/s)
Δt	Størrelsen på tidssteget. Konstant og oppgitt som input (s)
k	Luftmotsstandskonstant. Oppgitt som input (kg/m)
m	Kulas masse. Konstant og oppgitt som input (kg)
g	Tyngdens aksellerasjon. Konstant 9.81 (m/s^2)
x_t	Horisontal posisjon i nåværende tidssteg (m)
x_{t+1}	Horisontal posisjon i neste tidssteg (m)
y_t	Vertikal posisjon i nåværende tidssteg (m)
y_{t+1}	Vertikal posisjon i neste tidssteg (m)

Algoritmen for å regne ut kastlengden blir dermed:

1. Les inn variabler, sett $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $t = 0$.
2. Oppdater $v_{x,t+1}$
3. Oppdater $v_{y,t+1}$
4. Oppdater x_{t+1}
5. Oppdater y_{t+1}
6. Sett $t = t + 1$
7. Sjekk at $y_t \geq 0$, hvis ja, gå til steg 2. Hvis nei, skriv ut x_t .

Deloppgave A (5 poeng)

Her skal du finne ut hvor langt kula går. Input består av 5 flyttall (C++ datatype double) på en linje. Disse representerer henholdsvis $v_{x,0}$, $v_{y,0}$, Δt , k , m . ($v_{x,0}$ er starthastigheten i x-retningen). Output er et flyttall, kulas x-koordinat i det første tidssteget der $y < 0$. Små unøyaktigheter vil aksepteres.

Eksempel 1

Input

1.0 1.0 0.001 0.0 1.0

Output

0.203

Kommentar

Kula går 0.203m før den treffer bakken i tidssteg nummer 203. I dette tilfellet har vi satt luftmotstandskoeffesienten lik 0, slik at den ikke virker inn i det hele tatt. Dermed er det mulig å kryssjekke med en utregning for hånd.

Eksempel 2

Input

100.0 50.0 0.00001 0.0005 1.0

Output

765.165

Kommentar

Et meget kraftig kast! I dette tilfellet spiller luftmotstand en stor rolle, siden tilsvarende utgangshastighet uten luftmotstand gir en lengde på over 1000 meter.

Deloppgave 2 (5 poeng)

I denne oppgaven får du oppgitt hvor langt kula gikk, og du skal finne luftmotstandskonstanten k . Du kan anta at det oppgitte tidssteget er tilstrekkelig fint til å gi en nøyaktig utregning. Graden av nøyaktighet i svaret ditt, samt kjøretiden til programmet, vil være avgjørende for poengsummen i denne deloppgaven.

Input består av 5 flyttall, henholdsvis $v_{x,0}$, $v_{y,0}$, Δt , m , l . Her er l hvor langt kula kom. Output består av ett flyttall: k . Det vil alltid være mulig å komme så langt som oppgitt med en ikke-negativ k .

Eksempel 3

Input

100.0 50.0 0.00001 1.0 765.165

Output

0.0005

Kommentar

Dette er tallene fra eksempel 2, bare byttet om mellom input og output. Merk at du ikke trenger å komme frem til svaret 0.0005 eksakt, men hvor nære du kommer vil være med å bestemme din poengsum.

Eksempel 4

Input

10 9 0.00001 0.31 14.2558

Output

0.00672

Kommentar

Merk at du ikke trenger å komme frem til svaret 0.00672 eksakt, men hvor nære du kommer vil være med å bestemme din poengsum.