# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА

Вычислительный центр Титакаева П.Т.

Стандартная подпрограмма RKG решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений в системе ИП-3

#### Серия:

Математическое обслуживание машины «Сетунь»

Под общей редакцией Е.А.Жоголева Выпуск 18

Издательство Московского
Университета
1967

# Содержание

Введение
§1. Назначение и возможности подпрограммы4
§ 2. Описание метода, реализованного в подпрограмме
RKG15
§3. Блок-схема подпрограммы RKG23
Литература28
Приложение. Подпрограмма RKG29

# Введение

Данная подпрограмма решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутта с видоизменением Гилла с автоматическим выбором шага (кратко RKG) в системе ИП-3 была разработана в Вычислительном центре МГУ под руководством Е.А.Жоголева в 1964/65 гг. и размножена светокопией в 1966 г. Работа была разослана организациям, имещим «Сетунь». По ней был решен ряд задач (например, в Иркутском политехническом институте). Полученные замечания в какой-то мере учтены в настоящем издании. Таким образом, в данном выпуске представлен переработанный текст отчета, размноженного светокопией. Сама подпрограмма не подверглась никаким изменениям.

При составлении программы RKG использовались векторные операции: соответствующие подпрограммы были составлены как стандартные в системе ИП-3. Они могут занимать любые зоны магнитного барабана и могут использоваться независимо от подпрограммы RKG.

Однако инструкции использования данных подпрограмм не включены в настоящее издание, так как они требуют автономного обсуждения. Желающие могут пока пользоваться инструкциями, изданными светокопией в указанном отчете.

Ввиду того, что данная подпрограмма составлена в системе ИП-3 (оперирующей с 13-разрядными

троичными мантиссами), выбран метод интегрирования с учётом ошибок округления— метод Рунге-Кутта с видоизменением Гилла с погрешностью порядка  $h^5$ .

## §1. Назначение и возможности подпрограммы.

Данная подпрограмма предназначена для интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dY_i}{dx} = f_i(Y_{1,}Y_{2,}...,Y_n), i = 1, 2, ..., n$$
 (1)

(в эту систему включено уравнение  $\frac{dY_{v}}{dx}$ =1, v — любое от 1 до n) с начальными условиями

$$Y_{i}(x_{0}) = Y_{i,0}$$

В векторной форме систему (1) можно записать следущим образом:

$$\frac{d\bar{Y}_{i}}{dr} = \bar{f}(\bar{Y}) \tag{2}$$

с начальными условиями

$$\bar{Y}(x_0) = \bar{Y}_0$$

Система (2) интегрируется методом Рунге-Кутта с видоизменением Гилла [1] с автоматическим выбором шага в системе ИП-3 [2].

Подпрограмма позволяет интегрировать систему (2) как с заданным постоянным шагом h, так и с автоматическим выбором шага. В последнем случае шаг выбирается самой подпрограммой в зависимости от поведения решения так, чтобы в каждой точке отрезка интегрирования этот шаг был по возможности наибольшим при заданной допустимой погрешности решения на каждом шаге. Точность решения может оцениваться как по абсолютной, так и по относительной погрешности, причем оценку погрешности можно производить по любому числу m первых компонент вектора m.

Поскольку данная подпрограмма предназначена для решения целого класса задач, то она реализует только ту часть алгоритма, которая является общей для всех задач этого класса. При решении какой-либо конкретной задачи данная подпрограмма работает совместно с некоторыми программами (нестандартными операторами), которые должны составляться применительно к каждой конкретной задаче. Такими нестандартными операторами являются:

оператор  $G_{\boldsymbol{\theta}}$  — программа подготовки задачи к счёту;

оператор  $G_{\scriptscriptstyle I}$  — программа обработки результатов на каждом шаге;

оператор  $G_2$  — программа вычисления правых частей  $\bar{f}$  системы (2).

Подпрограмма RKG использует 3 массива ячеек — массив М1, массив М2, массив М3. При обращении к подпрограмме RKG пользователь должен задавать значение начального шага интегрирования, адреса входов в вышеуказанные операторы и начала массивов, режим работы подпрограммы, а также значение величины, характеризующей точность интергирования.

Предполагается, что при обращении в данной подпрограмме она вместе с ИП-3, со стандартными подпрограммами действий типа сложения и со стандартными подпрограммами умножения и деления находятся на магнитном барабане.

Обращение к подпрограмме имеет следующий вид:

$$(x_0)$$
:  $Z$  03  $Z3$ ;  $(c)+3$   $e_A \Rightarrow (F)$  Обобщенный переход к подпросрамме  $(x_2)$ : 0 3X  $WY$ ;  $A_{RKG}$ ;

```
(x_3):
(x_{4}):
(x_5):
(x_6):
(x_7):
                         3ne_{F};
(x_{\circ}):
                         A_{MI};
(x_0):
                         \varphi_1;
(x_{10}):
                         3me_{F};
(x_{11}):
                        A_{M2};
                          A_{M3};
(x_{12}):
(x_{13}):
```

Информация для подпрограммы (значения параметров программы)

## Здесь:

 $A_{\it RKG}$  — обобщенный адрес начала подпрограммы RKG;

 $A_h$  — обобщенный адрес значения начального шага интегрирования;

 $A_{G\theta}$  — обобщенный адрес входа в оператор  $G_{\theta}$ ;

 $A_{GI}$ - обобщенный адрес входа в оператор  $G_I$ ;,

 $A_{G2}$  — обобщенный адрес входа в оператор  $G_2$ ;

n — размерность вектора  $\bar{Y}$  (порядок системы);

 $A_{\it MI}$  — обобщенный адрес начала массива  $M_{\it I}$  ;

 $\varphi_I$  — параметр, определяющий режим работы подпрограммы:  $\varphi_1$ =0, если требуется интегрировать с заданным постоянным шагом h,  $\varphi_1$ = $-2\,e_A$ , если требуется интегрировать с автоматическим выбором шага;

m — число первых уравнений системы (1), для которых необходимо следить за точностью интегрирования;

 $A_{M2}$  — обобщенный адрес начала массива  $M_2$ ;

 $A_{\it M3}$  — обобщенный адрес начала массива  $M_{\it 3}$  ;

 $A_{arepsilon}$  — обобщенный адрес величины, задающей точность интегрирования на каждом шаге.

Величина  $\varepsilon$  записывается в виде троичного ненормализованного числа  $\varepsilon = E \cdot 3^P$ , где P как порядок числа записывается в пяти старших разрядах ячейки, а в остальных разрядах располагается мантисса E (arepsilonможет занимать и короткую ячейку); число E имеет следующий вид: E=0.00...01..., в младших разрядах его задается максимально допустимая на каждом шаге интегрирования погрешность в определении мантисс тех компонент решения, порядки которых на данном шаге не меньше P — для таких компонент решение на данном шаге находится с относительной погрешностью  $\it E$ (т.е. число нулей, стоящих до первой значащей цифры числа E, задает число верных троичных знаков); для компонент решения, порядки которых на данном шаге интегрирования меньше Р, решение находится с абсолютной погрешностью  $\varepsilon$  (см. [3]).

В отношения величины  $\varepsilon$  следует заметить, что: если решение изменяется плавно (например, не очень быстро возрастает по модулю), то можно число P брать близким к порядку максимального по модулю

значения решения — такое задание P будет означать, что мы интегрируем систему с заданной абсолютной погрешностью  $\epsilon$  относительно максимального по модулю значения решения;

если решение изменяется быстро, начиная с некоторого значения аргумента, то можно P брать близким к порядку решения при этом значении аргумента — это будет означать, что мы интегрируем систему с относительной погрешностью E. В том случае, когда характер роста решения неизвестен, Pможно задавать любым, например, нулём, однако при этом найденное решение может оказаться недостаточно точным.

## Пример.

Пусть требуется найти решение системы с абсолютной точностью  $10^{-2}$  для тех компонент решения, порядки которых не больше 1. В этом случае нужно положить P=1, а  $E=10^{-2}\cdot 3^{-1}\approx 3^{-5}$ , т.е. E=0,0000100 (в троичном виде). Итак,  $\varepsilon$  будет представлено в следующем троичном виде:

$$\varepsilon = \underbrace{00001}_{P} \underbrace{0000010000000}_{E} ,$$

# или в девятеричном виде:

 $\varepsilon = 00100\,03000\,-\,$  такое число нужно записать в длинную ячейку, отведенную для хранения  $\varepsilon$ .

Каждый из массивов ячеек М1, М2, М3, используемых подпрограммой RKG, может располагаться на произвольном свободном месте магнитного барабана (для «Сетуни» с удвоенной ёмкостью магнитного барабана требуется лишь, чтобы внутри каждого из массивов номера зон МБ были одного знака).

## Характеристика массивов:

Наимено- вание массива	Длина массива (число длинных ячеек)	Вектора, входящие в состав массива
M1	3 <i>n</i>	$ar{f}$ , $ar{Y}$ , $ar{q}$
M2	2 <i>n</i>	$ar{Y}_k$ , $oldsymbol{q}_k$
M3	2 <i>m</i>	$\overline{Y}_{k+\frac{1}{2}}, \overline{Y}_{k+1}$

Здесь вектора имеют следующий смысл:

 $\bar{f}$  — результат вычисления правых частей системы (2);

 $\bar{Y}$  — аргумент правых частей системы (2);

 $ar{q}$  — промежуточный результат;

 $ar{Y}_k$  ,  $ar{q}_k$  — значение векторов  $ar{Y}$  и  $ar{q}$  после  $\kappa$  -го шага интегрирования (иначе: начальное данные для данного  $\kappa+1$  -го шага);

 $\bar{Y}_{k+\frac{1}{2}}$  — значение вектора  $\bar{Y}$  в точке  $x=x_k+\frac{h}{2}$ ;

 $ar{Y}_{k+1}$  — значение вектора  $ar{Y}$  в точке  $x\!=\!x_k\!+\!h$  , где h- предполагаемая длина очередного шага интегрирования.

Вектора  $\bar{f}$  ,  $\bar{Y}$  ,  $\bar{q}$  ,  $\bar{Y}_k$  ,  $\bar{q}_k$  имеют размерность n , а вектора  $\bar{Y}_{k+\frac{1}{2}}$  и  $\bar{Y}_{k+1}$  — размерность m .

При составлении нестандартных операторов может потребоваться знание расположения векторов в указанных массивах. Ниже приводится таблица адресов первой и последней компоненты векторов.

Наимено- вание вектора	Адрес пер- вой компо- ненты	Адрес послед- ней компонен- ты
$\bar{f}$	$A_{\scriptscriptstyle MI}$	$A_{MI} + 3(n-1)e_F$
$\bar{Y}$	$A_{MI} + 3 ne_F$	$A_{MI} + 3(2n-1)e_F$
$\overline{q}$	$A_{MI} + 6 ne_F$	$A_{MI} + 3(3n - 1) e_F$
$\overline{Y}_k$	$A_{M2}$	$A_{M2} + 3(n-1)e_F$
$q_{_k}$	$A_{M2} + 3 ne_F$	$A_{M2} + 3(2n-1)e_F$
$\overline{Y}_{k+\frac{1}{2}}$	$A_{M3}$	$A_{M3} + 3(m-1)e_F$
$\bar{Y}_{k+1}$	$A_{M3}+3 me_F$	$A_{M3} + 3(2m-1)e_F$

Назначение нестандартных операторов.

- 1. Нестандартный оператор  $G_0$  реализует подготовку задачи к счёту (засылка начального вектора  $\bar{Y}_0$  на место вектора  $\bar{Y}$  и т.д.), работает только один раз при интегрировании каждой конкретной системы.
- 2. Нестандартный оператор  $G_I$  производит необходимую на данном шаге обработку результатов интегрирования, которые хранятся в группе  $\bar{Y}$  массива М1, а также решает вопрос об окончании интегрирования

системы (1). Оператор  $G_I$  может использовать под рабочие ячейки массивы M2, M3 и первые n длинных ячеек массива M1, отведенные для хранения вектора  $\bar{f}$ .

3. Нестандартный оператор  $G_2$ , предназначенный для вычисления правых частей системы (2), использует в качестве аргумента вектор  $\bar{Y}$ , хранящийся в массиве М1, а результаты вычисления правых частей должен записывать на место вектора  $\bar{f}$ , хранящегося в массиве М1. В частности, оператор G2 также производит засылку числа 1 (в системе ИП-3) на место компоненты вектора  $\bar{f}$ , являющейся правой частью

уравнения  $\frac{dx}{dx}$ =1. Под рабочие ячейки оператором  $G_2$  могут быть использованы только ячейки массива М1, отведенные для хранения вектора  $\bar{f}$ , не занятые этим оператором для хранения уже вычисленных значений правых частей, остальные ячейка кассива М1, а также массивов М2 и М3 не должны быть использованы под рабочие ячейки.

Обращение к вышеуказанным нестандартным операторам производится с помощью обобщенного перехода. Следует иметь в виду, что в момент обращения к ним содержимое ячейки  $M_o$  основной зоны ИП-3 не соответствует содержимому зовы  $\Phi_o$  оперативной памяти. Возврат от этих операторов  $G_0$ ,  $G_1$ ,  $G_2$  в подпрограмму RKG может осуществляться двумя способами.

Первый способ — первой командой операторов  $G_0$ ,  $G_1$ ,  $G_2$  является команда:  $(S) \Rightarrow \Theta_{Gi}$ , тогда эти

операторы заканчиваются тремя стандартными строками обобщенного перехода:

 $(x_0)$ : Z03Z3;  $(c)+3e_A \Rightarrow (F)$ 

 $(x_1)$ : ZWY00;  $B\Pi \rightarrow Bx.VI \ M\Pi - 3$ ;

 $(x_2)$ : 00000;  $\Theta_{Gi}$ ;

Второй способ — эти операторы заканчиваются тремя определенными командами обобщенного перехода:

 $(x_0)$ : Z03Z3;  $(c)+3e_A \Rightarrow (F)$ 

 $(x_1)$ : ZWY00;  $E\Pi \rightarrow Bx.VI \ U\Pi - 3$ 

 $(x_2)$ :  $\Theta_{Gi}$ ;

где  $\Theta_{\mathit{Gi}}$  — обобщенный адрес возврата от оператора  $G_{\mathit{i}}$ , причем:

 $\Theta_{G0} = 02ZZ3$ ,

 $\Theta_{GI} = 02ZZ3$ ,

 $\Theta_{G2}$ =02Z2X.

Содержимое зоны  $\Phi_0$ , имеющееся к моменту возврата в данную подпрограмму от операторов  $G_0$ ,  $G_I$ ,  $G_2$ , данной подпрограммой на магнитном барабане не запоминается. В случае необходимости это следует сделать перед возвратом в подпрограмму.

Подпрограмму можно разделить на две части — основную и формирующую. Изменение основной части

подпрограммы, реализующей счет по формулам Рунге-Кутта-Гилла, в зависимости от изменения параметров осуществляется в формирующей части подпрограммы.

Вся программа занимает 14 зон МБ, из них первые 10 зон [14+24] занимает основная часть, последние 4 зоны [3W+3Z] — формирующая часть. Если параметры подпрограммы не изменяются в процессе решения задачи, то формирующая часть работает только один раз, после чего зоны МБ, занимаемые ею, могут быть использованы для других целей в нестандартной части.

При интегрировании с постоянным шагом  $(\varphi_1=0)$  подпрограмма использует только один массив ячеек М1, т.е. 3n длинных ячеек; в этом случае в последних четырех информационных строках в обращении к подпрограмме можно написать любые троичные коды, например, нулевые.

#### Ввод подпрограммы

Подпрограмма вводится в автоматическом режиме нажатием кнопки «Начальный пуск». При правильном вводе всей подпрограммы происходит останов  $\Omega_2$ . При неправильном вводе какой-либо зоны происходит останов  $\Omega_1$ .

# Таблица остановов

Символ оста- нова	Содержа- ние реги- стра С	Содержа- ние реги- стра К	Причина остановов	Примечание
$\Omega_1$	00Y	0422X	Неправильный ввод какой-либо зоны подпрограммы	Передвинуть пер- фоленту на фото- трансмиттере №1 на одну зону на- зад и нажать кнопку «Пуск»
$\Omega_2$	04X	0X02X	Окончание ввода подпрограммы	Ввести программу нестандартных частей и начать счет задачи
$\Omega_3$	12Y	0WY2X	Предупредительный останов в подпрограмме умножения вектора на скаляр, когда порядок промежуточного результата >40	Нажатием кнопки «Пуск» можно продолжать счет задачи
$\Omega_4$	1Y0	1122X	Предупредительный останов в подпрограмме сложения векторов, когда порядок промежуточного результата >40	Нажатием кнопки «Пуск» можно продолжать счет задачи

§ 2. Описание метода, реализованного в подпрограмме RKG.

Система (2) интегрируется методом Рунге-Кутта-Гилла с погрешностью порядка  $h^{\scriptscriptstyle 5}$  [1]. При этом формула для выполнения одного шага интегрирования приведены к следующему виду:

$$\bar{r}_{k}^{(J+1)} = \delta_{J} (h \bar{f}_{k}^{(J)} - \bar{q}_{k}^{(J)}) 
\bar{Y}_{k}^{(J+1)} = \bar{Y}_{k}^{(J)} + \bar{r}_{k}^{(J+1)}, \quad \bar{\tilde{r}}_{k}^{(J+1)} = \bar{Y}_{k}^{(J+1)} - \bar{Y}_{k}^{(J)} 
\bar{q}_{k}^{(J+1)} = \bar{q}_{k}^{(J)} + 3\bar{\tilde{r}}_{k}^{(J+1)} - \delta_{J} h \bar{f}_{k}^{(J)}$$
(3)

$$\begin{split} & \bar{r}_{k}^{(4)} = \delta_{3} (h \, \bar{f}_{k}^{(3)} - 2 \, \bar{q}_{k}^{(3)}) \\ & \bar{Y}_{k}^{(4)} = \bar{Y}_{k}^{(3)} + \bar{r}_{k}^{(4)}, \ \bar{r}_{k}^{(4)} = \bar{Y}_{k}^{(4)} - \bar{Y}_{k}^{(3)} \\ & \bar{q}_{k}^{(4)} = \bar{q}_{k}^{(3)} + 3 \, \bar{r}_{k}^{(4)} - 3 \, \delta_{3} h \, \bar{f}_{k}^{(3)} = -3 \, \bar{r}_{k}^{(4)} + 3 \, \bar{r}_{k}^{(4)}, \end{split} \tag{3}$$

причем

$$\delta_0 = \frac{1}{2}$$
,  $\delta_1 = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$ ,  $\delta_2 = 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ ,  $\delta_3 = \frac{1}{6}$ .

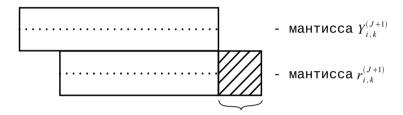
В этих формулах  $\bar{Y}_k^{(0)} = \bar{Y}_k$  — значение решения  $\bar{Y}$  в точке  $x = x_k$ ,  $\bar{q}_k^{(0)} = \bar{q}_k$  (погрешность округления на предыдущем k-ом шаге интегрирования),  $\bar{Y}_{k+1} = \bar{Y}_k^{(4)}$  — решения в точке  $x_{k+1} = x_k + h$ ,  $\bar{q}_k^{(4)}$  — значение вектора погрешности округлений  $\bar{q}$  на k+1-ом шаге интегрирования. Если бы вычисления производились без округлений, то  $\bar{q}_k^{(4)}$  равнялся бы нулевому вектору, в данном случае  $\bar{q}_{k+1} = \bar{q}_k^{(4)}$ . Кроме того,  $\bar{f}_k^{(J)} = \bar{f}(\bar{Y}_k^{(J)})$ .

Достоинство метода, реализованного в данной подпрограмме, заключается в том, что погрешность округления на данном шаге интегрирования учитывается на следующем шаге, что очень важно при работе в системе ИП-3. Покажем, каким образом учитываются

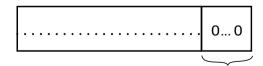
погрешности округлений. Пусть вычисляется сумма i- ых компонент векторов  $\bar{Y}_k^{(J)}$  и  $\bar{r}_k^{(J+1)}$ 

$$Y_{i,k}^{(J+1)} = Y_{i,k}^{(J)} + r_{i,k}^{(J+1)}$$
.

Если у этих слагаемых разные порядки (пусть порядок первого слагаемого больше второго), то, очевидно,  $r_{i\,k}^{(J+1)}$  прибавляется со сдвигом к слагаемому  $Y_{i\,k}^{(J+1)}$  :

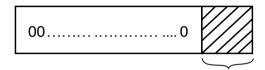


При этом заштихованная часть («хвост») мантиссы  $r_{i,k}^{(J+1)}$  отбрасывается, причем число отбрасываемых разрядов равно разности порядков слагаемых. Вычисляем  $\tilde{r}_{i,k}^{(J+1)} = Y_{i,k}^{(J+1)} - Y_{i,k}^{(J)}$ , ясно, что, вообще говоря,  $\tilde{r}_{i,k}^{(J+1)} \neq r_{i,k}^{(J+1)}$ , если производится сдвиг одного слагаемого. Вид  $\tilde{r}_{i,k}^{(J+1)}$ :



Здесь число показанных нулей равно числу отброшенных разрядов у  $r_{i,k}^{(J+1)}$  .

Теперь мы и при вычислении  $q_{i,k}^{(J+1)}$  учитывем это обстоятельство, т.е. прибавляем к  $q_{i,k}^{(J)}$  не  $3r_{i,k}^{(J+1)}$ , а  $3 ilde{r}_{i,k}^{(J+1)}$ . Тогда  $q_{i,k}^{(4)} = -3\,r_{i,k}^{(4)} + 3\, ilde{r}_{i,k}^{(4)}$  — ошибка округления на данном k+1 -ом шаге интегрирования. Вид  $q_{i,k}^{(4)}$ :

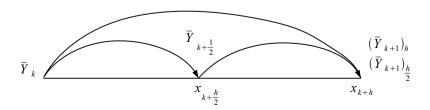


Здесь заштрихованный «хвост» мы отбросили при вычислении  $Y_{i\;k}^{(J+1)}$  .

На следующем k+2-ом шаге интегрировагия мы полагаем  $q_{i,k+1}=q_{i,k}^{(4)}$ , т.е. ошибка округления учтется при вычислении  $r_{i,k+1}^{(1)}$  и тем самым при вычислении  $Y_{i,k+1}^{(1)}$ , значение  $q_{i,k}^{(4)}$  порядка последней младшей цифры мантиссы  $Y_{i,k}^{(4)}$ . Аналогично учитываются погрешности округлений во всех компонентах вектора  $\bar{Y}_{k+1}$ , в итоге на данном шаге, кроме значения решения  $\bar{Y}_{k+1}$ , мы получаем величину погрешности округлений всех компонент вектора  $\bar{Y}_{k+1}$ , т.е. вектор погрешности округлений  $\bar{q}_{i,k}$ .

В начальный момент  $x=x_0$ , полагаем  $\bar{Y}_k=\bar{Y}_0$  (начальный вектор решения),  $\bar{q}_k=0$  и выполняем один шаг интегрирования длиной h. Получаем  $\bar{Y}_0^{(4)}=\bar{Y}_1$  и  $\bar{q}_0^{(4)}=\bar{q}_1$ , где  $\bar{Y}_1$  — значение решения на первом шаге интегрирования, т.е. в точке  $x_1=x_0+h$ , а  $\bar{q}_1$  — значение вектора погрешности округления на этом же шаге. В случае счета с постоянным заданным значением шага интегрирования один этап интегрирования окончен, управление передается оператору  $G_I$ . В случае счета с автоматическим выбором величины шага каждый этап вычислений заключается в следующем:

Пусть в точке  $x_k$  известно решение  $\bar{Y}_k = \bar{Y}(x_k)$  и задана исходная величина шага h. Сначала по  $\bar{Y}_k$  и h по формулам (3) вычисляется  $(\bar{Y}_{k+1})_h \approx \bar{Y}(x_k+h)$ . Затем снова, исходя из точки  $x_k$  по  $\bar{Y}_k$  и  $\frac{h}{2}$  по формулам (3) вычисляем  $\bar{Y}_{k+\frac{1}{2}} \approx \bar{Y}(x_k+\frac{h}{2})$  и по значению  $\bar{Y}_{k+\frac{1}{2}}$  и  $\frac{h}{2}$  вычисляем, исходя из точки  $x_k+\frac{h}{2}$ , значение  $(\bar{Y}_{k+1})_{\frac{h}{2}} \approx \bar{Y}(x_k+h)$ .



По полученным значениям  $(\bar{Y}_{k+1})_h$  и  $(\bar{Y}_{k+1})_{\frac{h}{2}}$  находится мера точности. В качестве меры точности принимается величина [3]:

$$M[\bar{Y}_{k+1}; \Delta \bar{Y}_{k+1}; P] = \max \beta(Y_{i,k+1}; \Delta Y_{i,k+1}; P)$$

где величина  $|\Delta Y_{i,k+1}| = |(Y_{i,k+1})_h - (Y_{i,k+1})_{\frac{h}{2}}|$  — является оценкой абсолютной погрешности определения величины  $Y_{i,k+1}$  (i-ой компоненты вектора  $\bar{Y}_{k+1}$ ). Величина  $\beta(Y_{i,k+1};\Delta Y_{i,k+1};P)$  определяется следующим образом:

$$\beta(Y_{i,k+1}; \Delta Y_{i,k+1}; P) = |\Delta Y_{i,k+1}| \cdot 3^{-max(nop, Y_{i,k+1}; P)}$$

где «  $nop.\ Y_{i,k+1}$  » означает троичный порядок величины,  $\frac{(Y_{i,k+1})_{\frac{h}{2}}}{2} \ . \qquad \text{Отсюда} \qquad \text{следует,} \qquad \text{что} \qquad \text{величина}$   $\beta(Y_{i,k+1};\Delta Y_{i,k+1};P) \qquad \text{при} \qquad nop.\ Y_{i,k+1}\!>\!P \qquad \text{фактически} \qquad \text{будет}$  оценкой относительной погрешности величины  $Y_{i,k+1}$  .

При программировании более удобно использовать эту величину в несколько модифицированном виде:

$$M^{*}(\bar{Y}_{k+1}; \Delta \bar{Y}_{k+1}; P) = 3^{P} \cdot M(\bar{Y}_{k+1}; \Delta \bar{Y}_{k+1}; P) =$$

$$= \max \beta^{*}(Y_{i,k+1}; \Delta Y_{i,k+1}^{-}; P),$$

$$1 \le i \le m$$

где  $\beta(Y_{i,k+1}; \Delta Y_{i,k+1}; P) = |\Delta Y_{i,k+1}| \cdot 3^{-\max(nop, Y_{i,k+1} - P; 0)}$ . При  $nop. Y_{i,k+1} \leq P$  будет выполнено соотношение:

$$\beta^*(Y_{i,k+1}; \Delta Y_{i,k+1}; P) = |\Delta Y_{i,k+1}|,$$

т.е.  $\beta^*(Y_{i,k+1};\Delta Y_{i,k+1};P)$  будет оценкой абсолютной погрешности определения величины  $Y_{i,k+1}$  .

При  $nop.\ Y_{i,k+1}>P$  величина  $eta^*(Y_{i,k+1};\Delta\ Y_{i,k+1};P)$  является оценкой относительной погрешности величины  $Y_{i,k+1}$  , умноженной на  $3^P.$ 

Пусть найдена мера точности  $M^*$  для значений  $(\overline{Y}_{i,k+1})_h$  и  $(\overline{Y}_{i,k+\frac{1}{2}})_{\frac{h}{2}}$ , теперь проверяем справедливость неравенства:

$$M^*(\bar{Y}_{k+1}; \Delta \bar{Y}_{k+1}; P) \leq E \cdot 3^P = \varepsilon \tag{4}$$

Если это неравенство справедливо, то считается, что шаг интегрирования выполнен с достаточной точностью. Если это неравенство не выполнено, то величина шага интегрирования h делится пополам и произво-

дится соответствующий пересчет с шагом  $h_1 = \frac{h}{2}$ ; получаются два новых значения решения в точке  $x_{k+1} = x_k + h$ 

$$(\bar{Y}_{k+1})_k \approx \bar{Y}(x_k + h_1)$$

$$(\overline{Y}_{k+1})_{\underline{h_1}} \approx \overline{Y}(x_k + h_1)$$

для них вычисляется своя мера точности и проверяется справедливость неравенства (4). Если снова оно не выполнено, происходит новое измельчение шага интегрирования, и весь процесс повторяется до выполнения неравенства (4). После выполнения его полагаем:

$$\left(\,\overline{Y}_{k+\nu}\right)_{\frac{h_1}{2}} \approx \overline{Y}\left(\,x_k + h_\nu\right)$$

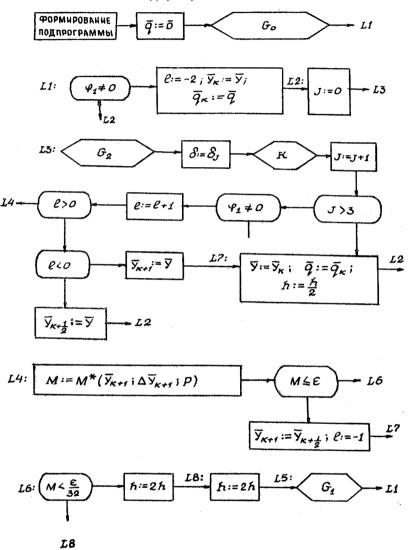
где  $h_v = \frac{h}{2^v}$  — то значение шага интегрирования, при котором было выполнено неравенство (4); v — число измельчений шага  $h(h_0 = h)$ ,  $v = 0,1,\dots$ ;  $\bar{q}_{k+1}$  — полагается равным  $\bar{q}_k^{(4)}$ ,  $\bar{q}_{k+1} = \bar{q}_k^{(4)}$ ; выбирается еще новое значение шага для следующего этапа интегрирования; для этого  $M^*(\bar{Y}_{k+1};\Delta\bar{Y}_{k+1};P)$  сравнивается с  $\frac{\varepsilon}{32}$ . Если  $M^* \ge \frac{\varepsilon}{32}$ , то новое значение шага равно  $h_v$ . Если  $M^* < \frac{\varepsilon}{32}$ , то в предыдущей точке точность выдержана с некоторым запасом, поэтому можно ожидать, что на следующем шаге заданная точность  $\varepsilon$  будет обеспечена при большем значении шага интегрирования, в этом

случае новое значение шага берется равным удвоенному значению шага, т.е.  $2h_{\nu}$ . На этом один этап интегрирования заканчивается.

# §3. Блок-схема подпрограммы RKG.

В дальнейшем изложении группа операторов, заключенная в прямоугольник, обозначает безусловный составной оператор. Символ ( В или В означает, что при выполнении условия В нужно провычисление ПО горизонтально-выходящей должать стрелке, а при невыполнении - по вертикально-выходящей стрелке. Символ < S > означает обращение к оператору S. Символ := означает, что величине, стоящей перед ним, надо присвоить значение выражения, стоящего после него (в частности  $\bar{x}:=\bar{y}$ , означает, что вектор  $\bar{\nu}$  надо переслать на место вектора  $\bar{x}$  ).

# Блок-схема подпрограммы:



В данной блок-схеме величина J означает, сколько раз производились вычисления по формулам (3) на данном шаге интегрирования; величина 1 означает, в какой точке данного шага интегрирования мы будем находить решение.

- а). Если  $l\!=\!-2$  , то мы будем считать решение в точке  $x_{\scriptscriptstyle k}\!+\!h$  с шагом h , т.е. ищем решение  $(\bar{Y}_{\scriptscriptstyle k+1})_{\scriptscriptstyle h}$  .
- в). Если  $l\!=\!-1$  , то мы ищем решение в точке  $x_k\!+\!\frac{h}{2}$  , т.е. находим  $\overline{Y}_{k+\frac{1}{2}}$  .
- c).Если l=0 , то мы ищем решение в точке  $x_k+h$  , исходя из точки  $x_k+\frac{h}{2}$  по значению  $\overline{Y}_{k+\frac{1}{2}}$  с ве-

личиной шага  $\frac{h}{2}$  , т.е. ищем решение  $(\bar{Y}_{k+1})_{\frac{h}{2}}\!\!\approx\! \bar{Y}_{(x_k+h)}$  .

Если величина  $\varphi_1 = 0$ , то интегрирование будет происходить с заданным постоянным значением шага интегрирования h на всем интервале интегрирования.

Если  $\varphi_1 = -2 {\rm e}_{\scriptscriptstyle A}$ , то величина шага h будет выбираться автоматически.

arepsilon — величина, задаваемая при обращении к данной подпрограмме в виде:

$$\varepsilon = E \cdot 3^{P}$$

Оператор «формирование подпрограммы» настраивает данную подпрограмму по значениям параметров подпрограммы, задаваемых при обращении к ней.

В начальный момент при  $x=x_0$  вектор погрешности округлений  $\bar{q}$  полагаем равным нулю. Операторы формирования и засылки нуля на место  $\bar{q}$  работают только один раз в данной задаче, потому в случае необходимости зоны  $3W\div3Z$  магнитного барабана, занятые этими операторами, могут быть использованы в нестандартных операторах  $G_0$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ , так как обращение к ним производится после формирования программы и засылки нуля в  $\bar{q}$ ; в этом случае возврат от оператора  $G_0$  в данную подпрограмму должен производиться вторым способом (см.стр.13), т.е.

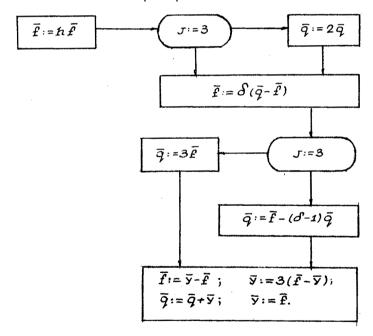
$$egin{array}{lll} (x_0)\colon & Z03Z3 \\ (x_1)\colon & ZWY00 \\ (x_2)\colon & 02ZZ3 \\ \end{array} 
ight.$$
 обобщенный переход в данную подпрограмму от оператора  $G_\theta$ 

Оператор  $G_{\theta}$ , предназначенный для подготовки задачи к счёту, работает один раз.

На одном шаге интегрирования оператор  $G_0$  работает 4 раза в случае счёта с заданным постоянным значением шага интегрирования. В случае же счета с автоматических выбором шага оператор  $G_2$  работает 12 раз для получения  $(\overline{Y}_{k+1})_h$  и  $(\overline{Y}_{k+1})_{\frac{h}{2}}$  на данном шаге интегрирования до первой проверки неравенства

 $M^*<\varepsilon$  . Если это неравенство не выполняется, то вектор  $\bar{Y}_{k+\frac{1}{2}}$ , как видно из блоксхемы, запоминается на месте вектора  $(\bar{Y}_{k+1})_h$  . Поэтому, если на данном этапе интегрирования было v измельчений шага интегрирования, то число всех обращений к программе вычисления правых частей системы (2) равно  $12+8\,v$  .

Оператор К производит однократные вычисления по формулам (3). Его блок-схема имеет следущий вид: Блок-схема оператора К:



# Литература

- 1. Yill S.A. Process for the step-by-step integration of the differential equations in an automatic digital computing machine. Proc. of the Cambridge Philos.Soc., 1951, V.47, N1
- 2. Жоголев Е.А., Есакова Л.В. Интерпретирующая система ИП-3. Выпуск 4 серии: «Математическое обслуживание машины «Сетунь», 1964 г.
- 3. Жоголев Е.А. Программа интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка методом Штермера. Сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. І, Изд-во ИГУ, 1962, 293-305.

Приложение. Подпрограмма RKG. Зона ввода RKG.

AD)	PEC	R	OMA	HD≰			A DI	PEC	K	DMA	AGE	
Jug	p = 0	,					R	φ=0	,			
TT	WX	0	00	00			02	80	0	20	20	
	TY	0	00	00				04	Z	01	XO	
W Z	WO	0	00	00			1₩	1 X	Z	00	XЧ	
	₩1	0	00	00				1 Y	Z	00	XY	
₩2	E#	0	60	00			1 Z	10	0	01	YO	
	W	0	00	00				11	0	1 <b>X</b>	ZO	
X	XX	0	00	00			12	13	0	4 Z	23	
	XY	0	00	00				14	0	WX	44	
XZ	XO	0	00	00			2	2 <b>X</b>	0	00	ZX	
	X1	0	00	00				2 <b>T</b>	0	14	11	
<b>X</b> 2	X3	0	00	00		:	2 <b>Z</b>	20	0	21	13	
	XY	0	00	00				21	0	04	20	
IA	YX	0	00	00			22	23	0	14	00	
	YY	0	00	00				24	0	00	ZX	
YZ	YO	0	00	00			34	ЭХ	0	44	OX	
	Y1	0	00	00				<b>3</b> 7	0	žo	20	
15	<b>T3</b>	0	00	00			3 <b>Z</b>	30	0	10	ZX	
	<b>Y4</b>	0	00	00				31	0	<b>Z</b> 0	OX	
Z¥	ZX	0	00	00			32	33		4 <b>X</b>		
	ZY	0	00	00				34		60		
ZZ	ZO	0	14	00			48	48	0	XO	2 <b>X</b>	$\mathfrak{D}^{\mathfrak{s}}$
	<b>Z1</b>	0	42	YЗ				4 <b>T</b>	Z	43	00	
<b>Z</b> 2	<b>Z3</b>	0	47	20			4 Z	40	0	00	00	
	<b>Z4</b>	1		<b>3</b> T				41	0	30	00	
OM	OX.	0	24	10		1	42	43	0	00	<b>Z</b> 0	
	OY	0	42	2 <b>X</b>	${f v}^{1}$			44	Z	2 <b>X</b>	41	
0Z	00	0	03	00		1	КC		0	00	00	
	01	1	01	XO	Вход				0	49	22	

# Зона контрольных сумм.

ADPEC	KOMAHDA	ADPEC	KOMAHDA
$\mathcal{T}\varphi = 1$		£ф=	1
WW WX	0 00 0Z) _	02 03	
WY	0 17 Y2 \ \\ \S 14	04	0 00 00
WZ WO	0 00 Z1)_	1W 1X	0 00 00
W1	Z Y1 30} \(\Sigma_2 \times \)	1 Y	0 00 00
W2 W3	0 00 72)	1Z 10	0 00 00
₩4	0 00 2W \ \Sigma_2X	11	0 00 00
XX XX	0 00 Z3	12 13	0 00 00
XY	Z HY XY \ \ Z 2Y	14	0 00 00
XZ XO	0 00 0Z	5# SX	0 00 00
X1	1 WW 4W } ≥2Z	2 <b>Y</b>	0 00 00
X2 X3	0 00 OW } _	22 20	0 00 00
ХA	0 W4 1X \ \( \Sigma_{20}	21	0 00 00
YW YX	0 00 0Y 7 YY 03 \S 21	22 23	0 00 00
YY	Z Y4 03 \ \frac{21}{21}	24	0 00 00
YZ YO	0 00 1Y)	з₩ зх	0 00 00
Y1	0 0Z W2 \\ \Sigma_{22}	34	0 00 00
Y2 Y3	0 00 13	3Z 30	0 00 00
YЧ	0 42 21 \ \Sigma_{23}	31	0 00 00
ZW ZX	0 00 1W \\ \S 24	32 33	0 00 00
ZY	0 X2 XW }	34	0 00 00
ZZ ZO	0 00 OW } 5 7 W	ч₩чХ	0 00 00
21	Z Z2 31	чү	0 00 00
<b>Z</b> 2 <b>Z</b> 3	$\begin{bmatrix} 0 & 00 & 0Z \\ 0 & 11 & YY \end{bmatrix} \Sigma_{3X}$	42 40	0 00 00
24	O II IA)	41	0 00 00
OM OX	0 00 ZY }	42 43	0 00 00
OY	1 00 10 S <sub>3</sub> y	44	0 00 00
0Z 00	0 00 Z0 Z 3Z W4 Z 3Z	кс	0 00 OZ
01	Z 2X 41) 232		0 OW 2W.

# Вычисление погрешности.

		Зона МБ 14
ADPEC	KOMAHDA	ADPEC ROMAHDA
$\mathcal{\pi}\varphi=1$		$\mathcal{R}\varphi=1$
XA AX	0 00 00 M	02 03 Z 43 3X (s) $\neg P_V \Rightarrow$ (s)
WY	0 00 00 5 101	04 1 10 13 Yn-1 ( 1 1
WZ WO	0 00 00 Ay,0	1W 1X Z 4Z 33 \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \
W 1	0 00 00 Ay, K+1	1Y Z 4Z Y3 \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \
W2 W3	0 00 00 A ym+1, K+1	1W 1X Z 4Z 33 1Y Z 4Z Y3 1Z 10 Z 4Y 03 11 Z 0Y 00 12 13 1 00 WW $ M  -  \beta^*  \Rightarrow u$
ÃÃ	0 03 4W 32	11 Z OY 00
XX XX	0 00 30 3-4;1	12 13 1 00 WW > 1M -1β^1 ⇒ U
XΥ	0 00 03 3eF	14 0 17 X1
XZ XO	0 01 20 2	2W 2X Z 00 32)
X1	Z OX ZO 1 WW OX } O⇒ M	$2Y \times 2 \times 32 \times 30$ sion $U \Rightarrow (S)$
XS X3	1 WW OX	$\begin{array}{cccc} 2Y & Z & 32 & 30 \\ 2Z & 20 & Z & XX & 20 \end{array}  \begin{array}{c} sign \ U \Rightarrow (S) \end{array}$
YX	1 ₩0 30 } Av → Av	21 1 3X 13 Yn-1 1 2
XY WY	$\begin{array}{ccc} 1 & 10 & 30 \\ 1 & 174 & 13 \end{array} A y_{1,0} \Rightarrow A y_{1,0}$	22 23 ¼ ¼ 30 } V ⇒ M
YY	$ \begin{array}{cccc} 1 & \text{W1 30} \\ 1 & \text{Z1 Y3} \end{array} $ $ A_{y_{i,K+1}} \Rightarrow A_{y_{i,K+1}} $	24 1 WW Y3 V → M
YZ YO		3W 3X 1 Y4 30 3Y 1 XY 33 Ayi+1,0 → Ayi,0
Y1	Z 4Y 03	3Y 1 XX 33 A Yi+1,0 A Yi,0
¥5 ¥3	Z 0Y 00	3Z 30 1 Y4 Y3
YY	0 00 00 Y, ⇒ V	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
ZW ZX	Z 00 YY	32 33 1 XY 33 Ayi+1, K+1 Ayi, K+1
ZY	Z 00 4Z)	34 1 Z1 Y3)
ZZ Z0	Z 0Y 00	4W 4X 1 W3 3X (S)-Aym+1,K+1 (S)
21	0 00 00 \ \Delta y; ⇒ V	4Y 1 Y1 1X Yn-Z 13
Z2 Z3	0 1Y XY	4Z 40 Z 4Y 03)
Z4	Z 00 4Z)	41 2 0Y 00 € → U
OW OX	00 YO S	42 43 0 00 00
YO	V ← 3 {00 00 0	44 Z 14 WX)
0Z 00	1 00 01)	KC 0 00 07
01	Z 4X 30 Pu ⇒(S)	0 12 Y2

# Проверка логического условия $P(M > \varepsilon)$

ADPEC ROMANDA $\mathcal{R}\phi=1$ WW WX O XX 23  WY Z 82 30  WZ WO Z 4X 3X  W1 Z Z1 Y0  W2 W3 Z 4Z YX  W1 Z 2 Y3  XW XX Z 4Z Y3  XX X Z 4Z Y3  XX Z 1 Z Y3  XX Z 2 Z X Z Y3  XX Z 1 Z Y3  XX Z 1 Z Y3  XX Z 2 X Z Y3  XX Z X Y3  XX Z X X Y3  XX Z X X X Y3  XX			Sona ME 2W
WW WX 0 XX 28 WY 2 82 80 WZ W0 2 4X 9X W1 2 21 Y0 W2 W3 2 42 YX W4 2 4X 33 XW XX 2 42 43 XY XX 2 42 43 XY XX 2 42 43 XY XX 2 42 43 XY XX 2 42 73 XY XX 2 70 Y00 X2 X3 0 14 WW X4 0 17 X1 1W 1X 0 42 73 1Z 10 Z 23 00 11 0 14 WW X1 Z 00 42 Y1 Z 14 32 Y2 Y3 1 Y3 Y0 Y1 Z W1 1 XY Y1 O 00 00 Y1 Z W1 00 00 Y1 Q 00 00	ADPEC	<b>HO MAHDA</b>	ADPEC KOMAHDA
WY Z 32 30 WZ WO Z 4X 3X W1 Z Z1 Y0 W2 W3 Z 4Z YX W4 Z 4X 33 XW XX Z 4Z 43 XX X Z 4Z 43 XX X Z 4Z Y3 XZ XO Z 4Y 03 X1 Z 07 00 X2 X3 0 14 WW X4 0 14 X1 XY 0 14 X1 XY 0 2 X2 22 32 YY Z 32 30 YY Z Y3 1 Y3 Y0 -Z →6 YY Z W1 3X YO Y4 Z W1 3X ZW ZX 0 44 Y3 ZY ZX 0 20 00 00 Y <sub>K+½</sub> ⇒ $\overline{y}_{K+1}$ Y <sub>K</sub> 0 00 00 Y <sub>1</sub> 0 00 00 Y <sub>2</sub> 0 00 00 21	<b>\$\$φ</b> =1	•	Æφ=1
W1	AA AX	0 XX 23)	
W1	WY	Z 32 30	04 Z 4Z 30) 6
W2 W3 Z YZ YX   W4 Z YX 33	WZ WO	Z 4X 3X	1₩ 1X 0 42 Y3 \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \
W2 w3	W1	Z Z1 YO SHOOM >V	1Y Z 4Y 03)
XX    X    X    Y    Y    Y    Y    Y	W2 W3	Z 4Z YX	1Z 10 Z Z3 00
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	W4	Z 4X 33	11 0 14 ww } M ⇒ V
XZ   XO   Z   Y   O3   XI   Z   O7   O0   2Y   O   14   W4   32   M $\Rightarrow$ V   XI   XI   XI   XI   XI   XI   XI	XM XX	Z 4Z 43	12 13 Z 00 YY
M  - $\epsilon \Rightarrow U$   M  - $\epsilon \Rightarrow U$   2Y 0 14 WH   32 M $\Rightarrow$ V   M  - $\epsilon \Rightarrow U$   2Z 20 0 1Z 0X   21 Z 00 4Z   21 Z 00 4Z   21 Z 00 4Z   22 23 Z 07 00   22 23 Z 07 00   24 0 2Z 42   22 23 Z 07 00   24 0 2Z 42   27 0 2 X X 20   27 0 0   27 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	XY	z 4z 73)	14 Z 00 4Z }
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	XZ XO	Z 4Y 03)	2W 2X Z 0Y 00 }
TH   VX   Z   ZZ   32	X1	z or oo	2Y 0 14 WH 32M ⇒ V
TH   VX   Z   ZZ   32	X2 X3	0 14 WW } IM\-ε ⇒ U	2Z 20 0 1Z 0X
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			21 Z 00 4Z )
The content of the	YW YX	Z 2Z 32)	22 23 Z OY 00 ]
The content of the	YY	2 32 30 } sign((⇒ (s)	24 0 22 42 ( s-32 MI ⇒ U
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	YZ YO	z xx 20   3   2   7   3	3W 3X 0 1Y X1
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Y1	1 04 1X Yn-Z 1 6	
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	X5 X3	1 73 70}	3Z 30 0 X0 30 ] 2 ⇒ V
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	YY	$z = x_1 \Rightarrow e$	31 Z 4Z Y3 ) -
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	ZW ZX		32 33 Z 32 30] sing ((= (S)
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	ZY	0 2% X3 [Φ <sub>6</sub> ] ⇒[2%]	34 Z XX 20 5 29 7 2 3
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	ZZ ZO	z 03 z3)	YW YX Z WX 1X YN-Z → L8
OW OX 0 00 00	<b>Z1</b>	Z WY OO	
OW OX 0 00 00	Z2 Z3	0 24 WX \ 7 > 7	42 40 Z 0Y 00
0₩ 0X 0 00 00	Z٤	0 00 00 ( 7 2	$41  0  00  00 $ $2h \Rightarrow h$
0Z 00 Z 03 Z3	OW OX	0 00 00	
0Z 00 Z 03 Z3 } 5 N → L7 RC 0 00 Z1	OY	0 00 00)	44 0 00 00)
OA R WY OG DILL	0Z 00	Z 03 Z3 } so → L7	EC 0 00 Z1
01 2 W1 00) 2 11 30	01	z wy oo } Bit '	Z Y1 30

# Счет по формулам RKG, I.

ADREC	ROMAHDA	Sona M5 2X ADPEC ROMANDA
$\mathcal{T} \varphi = 1$		$\mathcal{F}\phi = 1$
WW WX	Z 4Y 03) -1 L8	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
W/Y	Z Z3 00	04 0 23 WW (
WZ WO	$0 00 00 \rangle 2h \Rightarrow h$	1W 1X Z 03 Z3)
W1	0 1Z 0X	11 Z WY 00
W2 W3	0 00 00)	12 10 0 22 WX $\left\{ \widetilde{q} - \widetilde{f} \Rightarrow \widetilde{f} \right\}$
WH	Z 44 ZO) 500 3 -> 5M 3	11 0 00 00 (
XW: XX	$\begin{bmatrix} \phi_o \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} M_o \end{bmatrix}$	12 13 0 00 00
XY	Z 03 Z3)	14 0 00 00
XZ XO	Z WY 00 6 6 7 7 L 1	2W 2X Z 03 Z3)
X1	0 2Z ZY	2Y Z WY 00 0 3.
X2 X3	Z 03 Z3) 41 L9	$2\mathbb{Z}  20  0  20  \mathbb{X}\mathbb{Y}  \delta(\tilde{q} - \tilde{f}) \Rightarrow \mathbf{f}$
XЧ	2 WY 00	21 0 1X 4Z
YW YX	$0 \ 20 \ XY \ h \overline{f} \Rightarrow \overline{f}$	22 23 0 00 00
YY	0 00 00	24 Z 43 Z0 J ⇒ (F)
YZ YO	0 00 00	3W 3X Z WX 1X Y∏-Z → L2
Y1	0 2Z XX [2Z] ⇒ [Φ₀]	3Y 2 03 Z3)
Y2 Y3	о ча zoj	3Z 30 Z WY 00
YY	z 03 zx } J+3e <sub>A</sub> ⇒J	31 0 24 WX $\left\{ \ \widetilde{f} \Rightarrow \widetilde{q} \right\}$
ZW ZX	z 43 ox )	32 33 0 00 00
ZY	1 0Y 1X Yn-Z (-1	34 0 00 00
ZZ ZO	z 03 z3)	4W 4X 0 00 00 }
21	Z WY 00	4Y Z 03 Z3)
Z2 Z3	$0 20 XY > 2\vec{q} \Rightarrow \vec{q}$	42 40 Z WY 00
Z4	0 14 X0	$41  0  20  XY  3\bar{q} \Rightarrow \bar{q}$
OW OX	0 00 00)	42 43 0 20 34
ΟΥ -	- Z 4Y 03 411	44 0 00 00)
0Z 00	Z 0Y 00	KC 0 00 Z2
01	0 20 42	0 00 2W

# Счет по формулам RKG, II.

		Зона МБ 2У
ADPEC	KONAHDA	ADPEC KOMAHDA
$\mathcal{R}\varphi=1$	_	$\mathcal{R} \boldsymbol{\varphi} = 1$
WW WX	Z 43 ZO J⇒(F) → L2	02 03 0 22 WY
WY	1 ₩3 1X yn-Z →4	04 0 00 00 } ₹-Ў⇒Ў
WZ WO	1 20 00 51 →3	1₩ 1X 0 00 00
W·1	0 00 00 свободная ячейка	17 0 00 00)
W2 W3	Z 4Y 03) 414	12 10 Z 03 Z3 3 ₹ ⇒ ¥
M:A	Z 0Y 00	11 Z WY 00
XW XX	$0 \text{ 14 XX} \delta - 1 \Rightarrow \vee$	12 13 0 20 XY }
XΥ	O 1Y XY	14 0 20 34
XZ XO	Z 00 4Z)	247 2X 0 00 00∫
X1	Z 03 Z3)	24 2 44 03
X2 X3	Z WY 00	2Z 20 Z 0Y 00 $\left.\right\}$ 0004 $4 \Rightarrow C_1$
XЧ	$0 \ 20 \ XY \ \ \ \ \ (\delta-1)\bar{q} \Rightarrow \bar{q}$	21 0 20 47
YW YX	0 1X 4Z	22 23 Z 00 YY
YY	0 00 00 )	24 0 23 WW)
YZ YO	z 03 z3)	31/7 3X Z 03 Z3 )
Y1	Z WY 00	3Y Z WY 00
Y2 Y3	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	3Z 30 0 22 WX $\overline{y} + \overline{q} \Rightarrow \overline{q}$
YЧ	0 00 00 ( 1 (3 1) 4 / 1	31 0 00 00
ZW ZX	0 00 00	32 33 0 00 00
ZY	0 00 00 )	34 0 00 00)
ZZ Z0	z 03 z3) 43	ч₩ чx z os zs j
<b>Z1</b>	Z WY 00	4Y Z WY 00
Z2 Z3	$0 22 \text{ WY } \overline{y} - \overline{f} \Rightarrow \overline{f}$	42 40 0 24 WX \ F → ¬
24	0 00 00 (	41 0 00 00
OM OX	0 00 00	42 43 0 00 00
OY	0 00 00 )	44 0 00 00)
0Z 00	z 03 z3 \	RC 0 00 Z3
01	Z WY 00 \	Z 4Y XY

# Счет по формулам RKG, III.

		Зона МБ 2 7.
ADREC	MONAHDA	ADPEC ROMANDA
$\mathcal{X} \varphi = 1$		$\mathcal{R} \phi = 1$
AM AX	1 48 20 $J+3e_A \Rightarrow (F)$	02 08 0 00 00
WY	Z 03 ZX	04 0 00 00 } न → न к
	1 10 1X yn-Z 1 5	1W 1X 0 00 00
	1 41 20 φ <sub>1</sub> ⇒ (F)	17 1 40 20) + 12;L2
W2 W3	1 ZY 10 YR-0 → 1	12 10 1 43 0X } -12 € A ⇒ J_13
WH	1 44 20)	11 Z 08 Z3)
XM XX		12 13 Z WY 00 5 5 1 → G2
	1 44 OX )	14 0 00 00)
	1 TY 18 Yn-1 1 → 4	2W 2X 1 48 20 $\rightarrow$ 0m $G_2$ 2Y 1 4Z 31 $O_J \Rightarrow V$
	1 78 10 Yn-0 1 5	27 1 42 31 } ∂ <sub>J</sub> ⇒ V
	Z 03 Z3)	2% 20 % 4% Y3 )
X4	1	21 2 03 23)
	0 20 T3)	22 28 Z WY 00   BIT 1-19
YY	Z 03 28 44	24 0 2X X3
12 10	Z WY 00   61 - L4	3W 3X 0 00 2W 80
71	0/14 1/1	SY Z WW WW )
12 13	Z 08 Z3) 415	3Z 30 0 0Z 3X } &
	Z WY OO BN F-LS	31 Z 2W 01
Z# ZX	0 20 28)	32 33 0 01 2X \ \delta_2
71 70	Z 03 Z3 41; L1	34 1 17 40 )
	Z WY OO   BR F+G1	4W 4X 0 0Z 2W } 83
<b>Z1</b>	0 00 00) 1 41 Z0 $\psi_4 \Rightarrow (F) \leftarrow^{10T} G_i^{ij}$	9 47 Z WW WW ) 7 4Z 40 0 ZX 00 -/2 ea
<i>02 0</i> 0	1 11 20 41 - (-) 1	
0T 0T	1 17 10 yn-0 12	
\ \V	1 44 0X (F) ⇒ ℓ Z 08 Z3)	42 43 0 00 00 J;r; 44 0 00 00 l
07 00	$z \text{ wy oo} \Rightarrow \overline{y}_{\kappa}$	KC 0 00 0Z
02 00	O ON MA	1 WW 4W
01	0 24 WX)	1 WW 18 1

Программа умножения вектора на скаляр  $(k \cdot \bar{X} \Rightarrow \bar{X})$  , I.

		Зона 1	MB 20
ADPEC	KOMAHDA	ADPEC	KOMAHDA
$\pi \varphi = 1$		7¢φ=1	•
AL AX	Z 4Y 03)	02 03	1 4W 30   1 -> V
WY	0 XX 00	04	Z 4Z Y3 2 2
WZ WO	0 W3 Y3	1W 1X	Z 4Y 03)
W1	1 Y1 33	1 <b>T</b>	Z 0Y 00
W2 W3	0 W1 Y3	1Z 10	0 00 00 } ½h ⇒h
W4	O XX ZO	11	0 1Z 0X
XA XX	1 21 XX 6n → L12	12 13	0 00 00 )
XY	Z 4Y 03 > 4 BXOX	14	$\begin{bmatrix} Z & 44 & 20 \\ 0 & 00 & TH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_o \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} M_o \end{bmatrix}$
XZ XO	Z X3 00 BUSOB RAPAMETPOB	2# 2#	U UU AT ]
X1	0 18 YX RPOFPAMME	2 <b>Y</b>	Z 03 Z3) 412
<b>X2 X3</b>	O XX Y3	2 <b>%</b> 20	Z WY 00 } 50 1 12
<b>X4</b>	O ZX YO	21	0 27 17 )
ar ax	0 01 20	22 23	2 03 23 مالة
	O XY YS	24	Z WY 00
YZ YO	1 WX 00   5 n r* i	3W 3X	$0 24 \text{ WX} \qquad \overline{y} \Rightarrow \overline{y}_{K+\frac{1}{2}}$
<b>Y1</b>	0 00 00 3 ne L10	<b>3</b> Y.	0 00 00
15 13	Z 03 Z3	3Z 30	0 00 00
	Z WY OO	31	0 00 00 )
	$\begin{array}{c c} 0 & 24 & WX & \overline{y} \Rightarrow \overline{y}_{K+1} \\ 0 & 0.00 & 0.00 & \overline{y} \Rightarrow \overline{y}_{K+1} \end{array}$	32 83	1 2Y 00 5n →2
	0 00 00	34	0 01 30 3
	0 00 00	AM AX	0 00 2#} *
	0 00 00 J 2 03 73 J L7	47	Z WW WW 5 2
	L 03 LS	4Z 40	0 00 44 } const x+y
	Z WY 00	41	1 44 44 5
	0 24 WX   ¬¬× → ¬	42 48	const x-y
	0 00 00 { <del>q</del> , → <del>q</del>	44	Z www.
	0 00 00	KC	0 00 OW
01	0_00 00 )		0 W4 1X

Программа умножения вектора на скаляр  $(k \cdot \bar{X} \Rightarrow \bar{X})$  , II.

```
Зона MБ 2I
ADPEC KOMAHDA
                                     ADPEC KOMAHDA
\mathcal{F}\varphi = 1
                                     JOD=1
WW WX Z 00 X4 [Φ≥] ⇒[Mx] 45
                                     02 03 0 X2 YX
   WY Z 1W XX
                                        P0
                                            0 X0 33
                  выход
WZ WO 0 42 30
                                     1W 1X 0 X1 33
   ₩1
        Z 20 00
                                        1 Y
                                            0 X1 Y3
W2 W3 0 W3 Z0]
                                     12 10 1 21 20 \mathcal{L}_{\phi} 00 \Rightarrow (s)
        Z 0Z X4
                                        11 1 20 10 yn-0 +3
XW XX
        1 Y1 00
                                     12 13 1 2Y 1X Yn-Z 134
   XY Z 00 XY [MK] \Rightarrow [\phi_2] \leftarrow L12
                                        14 1 Z1 Y0 0 ⇒ (S)
XZ XO O XY ZO)
                                            1 24 00 51 1 2
                                     2W 2X
   X1 Z 00 31
                                        24 0 MX 5X 23;
X2 X3 Z 00 Z1 K_{HOPM} \Rightarrow (r_3, r_4); 2Z 20 0 X2 30
                                                       "3AUVKOBKY X4K"
   X4 0 X0 0X ( N \Rightarrow (5).
                                            0 41 YO
                                        21
YE OX O XY WY
                                     22 23
                                            0 X1 33
   YY O XW YX
                                        24
                                            0 W4 Z0]
YZ YO O W3 ZO)
                                    3W 3X Z 00 Y4
                  [M_{X_1}] \Rightarrow [\Phi_Z]
        Z 00 XY
   Y1
                                        3Y
                                            0 #3 30
Y2 Y3 0 W3 30
                                    32 30 0 93 20 (
   Y4 0 ZX Y0
                                        31
                                            1 44 33
ZW ZX 0 01 20
                                            0 W3 Y3
                                    32 33
   ZY O W4 Y3
                                        34 0 W1 3X A_{X_3} - A_{X_{n+1}} \Rightarrow (s)
22 20 0 W4 20L
                                    YP YX
                                            1 WX 10 BN →5
                 X<sub>JHOPM</sub>⇒(S)
   Z1 Z 00 31
                                        4 Y
                                            0 WY ZO)
                                                      \Delta_X - 42e_A \Rightarrow (F)
Z2 Z3 Z 00 Z1
                                    4Z 40
                                            1 2Y ZX
   Z4 0 X1 0X
                                            1 W3 10 YN-0 →6
                                        41
OW OX 0 X1 3X
                                    42 43 1 ¥3 00 51 1→7
   OY O ZX YO
                                        44
                                            0 00 03 3eF
OZ OO O XW 40 X_1 \cdot K \Rightarrow (5)_i X_1 \Rightarrow (R) RC
                                            0 00 OY
   01 1 24 10 YE-0 72
                                            Z Y4 03
```

Программа сложения (вычитания) векторов  $(\bar{X}\pm\bar{X}\Rightarrow\bar{Y})$  , I.

```
Зона №Б 22
ADPEC KOMAHDA
                                        ADPEC ROMANDA
\mathcal{R}\varphi = 1
                                        \Re \Phi = 1
WW WX 0 23 X3 [Φ<sub>α</sub>] ⇒ [23] ← BX1
                                        02 03 1 23 13 Yn-1 175
                        JBX2
                                       WY Z 4Y 03)
WZ WO Z X3 00
   W1 0 1W YX
                                           1Y 1 2X 10 Yn-0 71
W2 W3 1 43 Y3
                                        1Z 10 1 0X Z3)
                                           11 1 WO ZX \Delta_{X_3} - 42e \Rightarrow (F)
   W4 Z 4Y 03
XW XX 0 YX 00 BH30B HAPAMET- 12 13 1 Y1 10 YR-0 → 2
  XY 1 22 X3 PDB OPDIPAMME
                                           14 1 Y4 00 BN →3
                                       2W 2X 1 WY 20 \\ \left[ \phi_o \right] \Rightarrow \left[ M_{y_j} - 1 \right]
XZ XO 1 WX Y3
   X1 Z 4Y 03
                                           2Y
                                                0 00 XY [My<sub>1</sub>] \Rightarrow [\Phi_0]
X2 X3 0 YX 00
                                        2Z 20
   X4 1 WY Y3
                                           21
                                                1 10 00
                                                           6N 1-4 113
                                                1 43 20 [\varphi_0] \Rightarrow [My]
YW YX 0 1W X3 [\Phi_0] \Rightarrow [1W]
                                        22 23
                                                0 00 X4 f
   YY 1 WY ZO]
                                           24
YZ YO O OO XY
                                        3W 3X
                                                Z 1W XX
                                                          PPIXOI
   Y1 1 WX 20)
                                           ЗΥ
                                                Z 43 30
Y2 Y3 Z 00 XY
                                                z 20 00 J
                                        3Z 30
                                                0 00 00 CBOB. 94.
                                           31
ZW: ZX
                                        32 33 0 00 03 3eF
    ZY 1 4X YO)
                                           34 0 00 03 3eF
ZZ ZO 1 4Z 20 3
                                        4W 4X
                                                0 04 00 4 eA
    21 1 23 XX [23] ⇒ [Φ<sub>1</sub>]
                                           4Y 0 30 00 L
                                                0 44 00 const
Z2 \overline{Z3} 1 \overline{WZ} \overline{Y3} (S) \Rightarrow \Delta_{X}, \Delta_{Y},
                                        4Z 40
                                           41
    Z4 1 32 30
ow ox 1 47 43 \ Ax 3+1
                                        42 43 0 00 00 (rs) = Ayn
                                                0 00 00 0006.84.
    OY 1 WW Y3
                                           44
\begin{array}{cccc}
02 & 00 & 1 & WY & 30 \\
01 & 1 & 43 & 3X
\end{array} \} A_{y_1} - A_{y_n} \Rightarrow (s)
                                        KC
                                                0 00 1Y
                                                0 0Z W2
```

Программа сложения (вычитания) векторов  $(\bar{X}\pm\bar{X}\Rightarrow\bar{Y})$  , II.

```
Зона МБ 23
ADPEC KOMAHDA
                                       ADPEC KOMAHDA
\Re \phi = 1
                                         \mathcal{R}\varphi=1
                                       02 03 1 22 YX Y, HOPM ⇒ Y; N ⇒ (S)
4M MX 0 00 00 J
                                               \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 20 \\ & & \end{array} \quad \chi_{J} \Rightarrow (s)
   WY 0 00 00
                                           04
WZ WO 0 00 00 (r_3) = \Delta \infty_J
                                               Z 00 31
                                       1W 1X
                                               1 Y1 10 Yn-0 →5 }; X
   \forall 1 \quad 0 \quad 00 \quad 00 \quad (r_4) = \Delta y_1
                                           1 Y
$2 ₹3 0 00 00 ceoð яч.
                                       1Z 10
                                               Z 00 Z1 )
                                                           PX, ⇒ PX }, Px
   14 0 30 00 1.
                                               1 11 OX
                                           11
                                                           9e_{A} \Rightarrow (F)
XW XX 0 0W 00 -4eA
                                       12 13 1 10 23
   XY 1 Y1 10 YN-0 -5,16
                                           14
                                              1 11 3X)
XZ XO 1 X4 1X Yn-Z → 3
                                               1 1W YX \X, HOPM ⇒ X; N ⇒ (5)
                                       2W 2X
   X1 1 X1 Y0 0 ⇒ (S)
                                          2Y
                                                1 22 30
X2 X3 1 ZX 00 5 N → 4
                                       27 20
                                               1 34 10 yn-0 r 2
   X4 1 X4 Y0)
                                          21
                                               1 OY 30
YW YX 1 WY 43 } (R) ⇒ Ax, Ay,
                                       22 23
                                               1 11 3X
                                          24
                                               1 30 1X
   YY 1 12 Y3
                                                1 0X 20
YZ YO 1 12 2X 124
                                       3W 3X
                           5 لـ
   Y1 1 Z2 30)
                                           31
                                                1 00 ZO
                                                           X \pm Y = (S)
                   "3απακοθκαΥ,Χ, 37 30
Y2 Y3 1 XX Y0 }
        1 OY 33
   Y4
                                           31
                                                1 17 32
                                               1 11 YZ
ZW ZX
       1 W1 Z0)
                                       32 33
                                                1 72 34
    ZY 0 00 Y4
                                           34
                    \Delta X_{3} \Delta Y_{3} \Rightarrow (S)
                                       4W 4X
                                                1 2X 10 YN-0 74
ZZ ZO
       1 WZ 30
                                                1 72 YX) (X±Y) HOPM Y; N → (S)
                  [22] \Rightarrow [\Phi_1]
        1 22 XX
                                           47
                                                           N + P_y \oplus P_y
                                       4Z 40
                                               1 07 34
                                                1 0Y Y3
    Z4
        1 W1 Z0)
                                          41
                                               1 10 20 \overline{\mathcal{R}}_{\varphi} 00 \Rightarrow (S)
       1 WW 30 }
                                       42 43
OW OX
                                               1 XY 00 BAT 6
                                           44
   OY
                                                0 00 13
                                       KC
        0 00 21 1
0Z 00
        1 OY OX
                                                0 42 21
   01
```

# Программа пересылки вектора $(ar{X}\Rightarrow ar{Y})$ .

```
Зона МБ 24
ADPEC KOMAHDA
                                     ADPEC KOMAHDA
\mathcal{X}_{\mathcal{O}} = 1
                                     \mathcal{R} \varphi = 1
                    ABلہ
₩W WX Z 4Y 03
                                     02 03 1 Y3 Z3
    WY Z X3 00
WZ WO O 1W YX
                                     1W 1X
                                           1 10 10 yn-o r 34
        1 WX Y3
                                        1Y 1 14 00 BN → 5
   W 1
                  Вызов парамет-
W2 W3 Z 4Y 03
                                     1Z 10
                                            1 WY ZO)
                  РОВ ПРОГРАММЫ
                                                       [\Phi_o] \Rightarrow [My^{-1}]
   W4 0 YX 00
                                            o oz xul
                                        11
XW XX 1 WY Y3
                                     12 13 0 00 XY [M_V] \Rightarrow [\Phi_o]
   XY Z 4Y 03
                                            1 ZO ZO ]
                                        14
                                            1 Z3 ZX } ∆XJ-42 eA = (F)
XZ XO O YX OO
                                     2W 2X
   X1 1 WO Y3
                                        2Y
                                            1 YY 10
                                                       YN-0 12
X2 X3 0 1W X3 [ Po] ⇒ [1W]
                                     27 20
                                            1 Y1 00
                                                       60 口3
   X4 1 WY Z0)
                                        21
                                            1 WY ZO]
YW: YX O OO XY
                                            0 00 X4
                                     22 23
   YY 1 WX ZO
                                        24
                                            Z 1W XX)
YZ YO Z OO XY
                                            Z 43 30 } B b I X O A
                                     3W 3X
                                            Z 20 00 J
   Y1
        1 WW 30
                                        ЗΥ
Y2 Y3
        1 44 YO
                                     3Z 30
                                            0 00 03 3ec
                   POPMUPOBAHUE
        1 4W 20
    ΥЧ
                                        31
                                            0 00 03 3er
Z₩ ZX
        1 32 33
                                     32 33
        1 ZZ Y3
    ZY
                                        34
ZZ Z0
        0 00 00 ]
                                     YW YX
        0 00 00 1
                                            0 44 00
    Z1
                                        ЧY
Z2 Z3
                                     4Z 40
                                            0 00 00
                                            0 00 00 00 0008.84.
    24
                                        41
OW OX
        1 21 10 Yn-0 17 1
                                     42 43
                                            0 00 00)
                                            0 04 00 4eA
    OY
        1 WW 30)
                                        44
        1 3Z 33 A_{X_{j+1}}A_{y_{j+1}} \rightarrow A_{X_j}A_{y_j}
0Z 00
                                             0 00 17
                                             0 X2 XW
```

# Программа очистки вектора $(ar{o} \! \Rightarrow \! ar{q})$ .

		Вона МБ	SX.
ADPEC	KOMAHDA	ADPEC	KOMAHDA
$\mathcal{R}_{\mathcal{O}}=1$		$\mathcal{R} \varphi = 1$	
AM AX	0 00 03 3e <sub>F</sub> = 1 BX.		0 20 Y3) (s) ⇒ Ayn
WY	2 41 03	04	0 13 33 0 23 73 Ayn+3ner > Agn
WZ WO	\ (S) ⇒ Ah		
W1	O 1W YX		2 47 03)
	0 1X Y3)		$0 \text{ YX } 00 \text{ (s)} \Rightarrow \Psi_1$
₩4 	$Z \stackrel{\text{YY}}{\circ} 03$ (s) $\Rightarrow A_C$	11	•
XW XX XY	$0 \text{ YX } 00 \begin{cases} (s) \Rightarrow A_{G_0} \end{cases}$		2 47 03
	0 1Y Y3 ) Z 4Y 03)	14	$0 \text{ YX } 00  5m \Rightarrow \Gamma m$
A4 AU	$ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 03 \\ 0 & YX & 00 \end{pmatrix} $ (S) $\Rightarrow$ AG <sub>1</sub>	2₩ 2X 2Y	
X2 X3	0 10 Y3		$ \begin{bmatrix} 7 & 4Y & 03 \\ 0 & YX & 00 \end{bmatrix} (s) \Rightarrow Ay_{1,K} $
X4	Z 4Y 03)	21	0 24 43
YW: YX	$0 \text{ YX } 00 \} (s) \Rightarrow A_{G_2}$	22 23	•
	0 11 Y3		
	Z 4Y 03)	3W 3X	0 13 33 Ay +3(2n-1)e ⇒Aqn, K
Y1	$0 \text{ YX } 00 $ $3_n \Rightarrow r_n$	3 Y	0 3X Y3)
Y2 Y3	0 13 Y3)	3Z 30	Z 4Y 03)
· <b>Y</b> 4	Z 4Y 03)	31	$0 \text{ YX } 00 \} (s) \Rightarrow A Y_{1,K+\frac{1}{2}}$
ZW ZX	$0 \text{ YX } 00 $ (S) $\Rightarrow A_{f_1}$		0 37 73
ZY	0 14 73)	34	0 34 33 \ A. + 3ng → A.
ZZ Z0	$ \begin{array}{ccc} 0 & 13 & 33 \\ 0 & 27 & 72 \end{array} $ (s) $\Rightarrow Ay_1$	YW YX	
Z1	0 21 19)	4 <b>Y</b>	1, WX 3X} Ay, -3e= Aym, K+1
Z2 Z3	7 (3) 77 12 11	4Z 40	0 30 Y3) 1,K+1
Z4	0 21 13 1	41	0 34 33 Ay + 5ne Aym, K+1
OM. OX	0 2Y 30] (C) - AC	42 43	0 33 Y3) "m, K+1
YO		44	S MY OO BU FIA
0Z 00	· · •	КС	0 00 0Z
01	1 WX 3X)		0 41 YX

#### Программа формирования, І.

```
Вона МБ ЗУ
ADPEC KOMAHDA
                                ADPEC KOMAHDA
\mathcal{K}\varphi=1
                                 TO=1
WW WX Z 4Y 03 )
                                02 03 Z Y0 Y3
   WY 0 YX 00 } A<sub>€</sub>⇒(s)
                                   04 Z 14 Y3
                                                $(A£1)
WZ WO Z 14 XX (14] ⇒ [Φ2]
                                1W 1X Z 23 Y3
W1 Z 0Y Y3 } Φ(Aε)
                                   1Y Z 33 Y3
                                12 10 0 2X 30)
  W4 0 2Y 30 } $ (Ay,)
                                   11 2 11 Y3
XW XX Z WO Y3
                                12 13 0 23 30)
   XY 0 33 30)
                                   14 Z 4X Y3
XZ XO Z XY 33 } $ (Aym+1, K+1)
                                2W 2X 0 21 30)
   X1 Z W3 Y3 /
                                   2Y Z OX Y3
                                2Z 20 Z 13 Y3 } 3 (Aq1)
X2 X3 0 31 30)
   X4 Z W1 Y3 30 (Ay1,K+1)
                                   21 Z 34 Y3
YW YX Z 14 X3 [\Phi_z] \Rightarrow [14]
                                22 23 Z 44 Y3 )
YY 2 2W XX [2W] ⇒ [4z]
                                   24 \mathbb{Z} 2X X3 [\Phi_{\overline{z}}] \Rightarrow [2X]
YZ YO Z OX Y3 )
                                3W 3X Z 2Y XX [2Y] ⇒ [Фz]
   Y1 0 3Y 30
                                   SY Z YY YS)
Y2 Y3 Z Z4 Y3 $ (Ay1,K+1; Ay1,K+2) SZ 30 Z ZY Y3
   Y4 0 33 30
                                   31 Z 34 Y3)
ZW ZX Z OY Y3
                                32 33 0 23 30
   ZY 0 1X 30
                                   34 Z Y4 Y3
ZZ ZO Z 41 Y3
                                4W 4X Z 31 Y3
   Z1 Z 44 Y3)
                                   4Y 0 20 30)
D (Ayn)
                                42 40 Z 04 Y3 }
   Z4 Z 2X XX [2x] \Rightarrow [\Phi_z]
                                   41 Z 44 Y3
OW OX Z WO Y3)
                                42 43 1 32 XX [3Z] ⇒ [Φ<sub>1</sub>]
                                   44 0 00 00 своб яч.
   or z ws vs > 30 (Ah)
       Z YY Y3
0Z 00
                                KC
                                        0 00 ZY
   01 0 14 30)
                                        1 00 10
```

## Программа формирования, II.

```
Вона МБ ЗУ
ADPEC KOMAHDA
                                                                                                    ADPEC KOMAHDA
\mathcal{K}\varphi=1
                                                                                                      TO=1
FEO YP Z XW WW
                                                                                                    02 03 Z Y0 Y3
         WY 0 YX 00 } A<sub>€</sub>⇒(s)
                                                                                                             04 Z 14 Y3
                                                                                                                                                     $(A£1)
WZ WO Z 14 XX (14] ⇒ [Φ2]
                                                                                                    1W 1X Z 23 Y3
        ₩1 Z OY Y3 } 30(A<sub>E</sub>)
                                                                                                              1Y Z 33 Y3
W2 W3 Z 43 Y3
                                                                                                    1Z 10 0 2X 30)
                                                                                                                                                       争(Afn)
                                                                                                             11 Z 11 Y3
         W4 0 2Y 30 )
XW XX Z WO Y3
                                                                                                    12 13 0 23 30)
         XY 0 33 30 }
                                                                                                              14 Z 4X Y3
XZ X0 Z XY 33 } $ (Aym+1,K+)
                                                                                                    2W 2X 0 21 30)
                                                                                                             2Y Z 0X Y3
         X1 Z W3 Y3
                                                                                                    2Z 20 Z 13 Y3 } 3 (Aq1)
X2 X3 0 31 30 }
        X4 Z W1 Y3 30 (Ay1,K+1)
                                                                                                             21 Z 34 Y3
YW YX Z 14 X3 [\Phi_z] \Rightarrow [14]
                                                                                                    22 23 7 44 13
YY Z 2W XX [2W] ⇒ [4z]
                                                                                                             24 \mathbb{Z} 2X X3 [\Phi_{\frac{1}{2}}] \Rightarrow [2X]
YZ YO Z OX Y3)
                                                                                                    3W 3X Z 2Y XX [2Y] ⇒ [Фz]
Y1 0 3Y 30
Y2 Y3 Z Z4 Y3 $\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}\)\(\frac{1}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac{1}\)\(\frac{1}{2}\)\(\frac
ZW ZX Z OY Y3 (
                                                                                                    32 33 0 23 30
                     0 1X 30
                                                                                                             34 Z Y4 Y3
          ZY
ZZ ZO Z 41 Y3
                                                                                                    4W 4X Z 31 Y3
                      Z 44 Y3)
                                                                                                              4Y 0 20 30)
          Z1
Z2 Z3 Z 2W X3 [\Phi_z] \Rightarrow [2W]
                                                                                                   42 40 Z 04 Y3
          24 Z 2X XX [2x] \Rightarrow [\Phi_z]
                                                                                                     41 Z 44 Y3 )
OW OX Z WO Y3)
                                                                                                    42 43 1 32 XX [32] \Rightarrow [\Phi_1]
         OY Z W3 Y3 } 30 (Ah)
                                                                                                             44 0 00 00 CBOB A4.
02 00
                      Z YY Y3)
                                                                                                    KC
                                                                                                                          0 00 ZY
                                                                                                            1 00 10
         01 0 14 30)
```

## Программа формирования, III.

```
Зона МБ 37
ADPEC KOMAHDA
                                  ADPEC ROMANDA
 TO=1
                                    \mathcal{R}\Phi = 1
WW WX 0 2X 30)
                                   02 03 Z 0Y Y3)
                  争(Afn)
       Z Z4 Y3 (
                                      04 0 2Y 30
                                                      $ (Ay1K; Ay1)
WZ WO 0 14 30
                                   1W 1X Z 00 Y3
       Z ZX Y3
   ₩1
                                      1Y Z 3Y Y3
       Z OY Y3 }
W2 W3
                  (Af1)
                                   1Z 10 Z ZY Y3
   製生
       Z 1X Y3
                                          0 33 30)
                                      11
XW XX Z 41 Y3
                                   12 13
                                           Z Z1 Y3
   XY 0 2Y 30
                                          0 31 30
                                      14
XZ XO Z OX Y3
                                   2W 2X Z ZO Y3
   X1 Z 1Y Y3 (
                  (IVA) OE
                                      2¥
                                          0 37 30)
X2 X3 Z 2X Y3
                                   2Z 20 Z 30 Y3
                                                     ず(Ay<sub>1.K+</sub> iAy<sub>m K+</sub>)
   X4 Z 33 Y3
                                          0 30 30
                                      21
YW YX Z 43 Y3
                                   22 23
                                          Z 31 Y3
   YY Z 2Y X3 [$\p_{\pi}] ⇒ [2\forall]
                                      24 0 1X 30)
YZ YO Z 2Z XX [2Z] \Rightarrow [\Phi_Z]
                                   3W 3X Z 10 Y3
   Y1
       Z 03 Y9
                                      3Y
                                          Z 13 Y3
Y2 Y3 0 10 30
                  争(Ay1: AG1)
                                   32 30 0 23 30
                                                     P(Ahi Agnin)
   Y4 Z Z1 Y3
                                      31
                                           Z 01 Y3
ZW ZX 0 4X 30)
                                   32 33 0 13 30
                  (P)
   2Y Z 41 Y3
                                      34 Z Y1 Y3
ZZ ZO 0 11 30)
                                          z = 20 \times 3 \quad [\varphi_7] \Rightarrow [20]
                                   4W 4X
                  30 (AG,)
                                          Z IV XX [IW] \Rightarrow [\Phi_z]
   Z1
       Z 14 Y3
                                      4 Y
22 Z3 0 3X 30)
                                   4Z 40
                                          Z W0 Z3)
                                                    eu ∟r13
       Z 1X Y3
                                           Z 2Y 00 }
   Z4
                                      41
                  $ (Aqn, Ki Ay, K)
                                   42 43
OW OX 0 24 30
                                          0 3W 34
                                                    BN F1
   OY Z 04 Y3)
                                      44
                                          1 WX 00
       Z 2Z X3
0Z 00
                  [\Phi_z] \rightarrow [2z]
                                   КC
                                          0 00 ZO
       Z 20 XX
                  [20] \Rightarrow [\Phi_2]
. 01
                                           Z 2X 41
```

Издано в 1964 году:

Выпуск 1.

ЖОГОЛЕВ Е.А. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ МАШИНЫ «СЕТУНЬ».

Выпуск 2.

Фурман Г.А. ИНТЕРПРЕТИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ДЕЙСТВИЙ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ (ИП-4).

Выпуск 3.

Франк Л.С, Рамиль Альварес X. ПОДПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕ-НИЯ ЗНАЧЕНИЙ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ДЛЯ ИП-2.

Выпуск 4.

Жоголев Е.А., Есакова Л.В. ИНТЕРПРЕТИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ИП-3. Поправка к выпуску 4 опубликована в выпуске 9 (1965 г.)

Выпуск 5.

Фурман Г.А. ПОДПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ ВСЕХ КОРНЕЙ МНОГОЧЛЕНА ДЛЯ ИП-4.

Выпуск 6.

Прохорова Г.В. ИНТЕРПРЕТИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ДЕЙ-СТВИЙ С ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ (ИП-5), Изменение к выпуску 6 опубликовано в выпуске 11 (1966 г.) Издано в 1965 году:

Выпуск 7.

Гордонова В.И. ТИПОВАЯ ПРОГРАММА РАСЧЕТА КОРРЕЛЯЦИ-ОННЫХ И СПЕКТРАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ.

Выпуск 8.

Бондаренко Н.В. СИСТЕМА ПОДПРОГРАММ ВВОДА И ВЫВОДА АЛФАВИТНО-ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ИП—3.

Выпуск 9.

Черепенникова Ю.Н. НАБОР ПОДПРОГРАММ ДЛЯ ВВОДА И ВЫВОД ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМЕ ИП—2.

Выпуск 10.

Жоголев Е.А., Лебедева Н.Б. СИМПОЛИЗ 64 — ЯЗЫК ДЛЯ ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СИМВОЛИЧЕСКИХ ОБОЗНАЧЕНИЯХ.

Издано в 1966 году:

Выпуск 11.

Прохорова Г.В. ПОДПРОГРАММЫ ВВОДА И ВЫВОДА ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ИП—5.

Выпуск 12.

Черепенникова Ю.Н. СТАНДАРТНАЯ ПОДПРОГРАММА ДЛЯ РЕ-ШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (В системе ИП—2).

Выпуск 13.

Лебедева Н.Б., Рамиль Альварес X. ИНСТРУКЦИЯ ИС-ПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОДИРОВАНИЯ ПО-ЛИЗ.

Выпуск 14.

Черепенникова Ю.Н. ПОДПРОГРАММЫ ВВОДА И ВЫВОДА ЧИ-СЕЛ В СИСТЕМЕ ИП-4.

Выпуск 15.

Федорченко В.Е. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАВНОМЕРНЫХ ПСЕВДО-СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ НА МАШИНЕ «СЕТУНЬ».

Выпуск 16.

Черепенникова Ю.Н. ТИПОВАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ. Выпуск 17.

Гордонова В.И. СТАНДАРТНАЯ ПОДПРОГРАММА ДЛЯ ВЫЧИС-ЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ ВЕЩЕСТВЕННОЙ МАТРИЦЫ, ИМЕЮЩЕЙ ТОЛЬКО ВЕЩЕСТВЕННЫЕ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ. (В СИСТЕМЕ ИП-3).

Готовится выпуск 19. Жоголев Е.А. ИНТЕРПРЕТИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ИП-2.