Оглавление

Введение

Прежде всего отметим, что в школьном курсе информатики прочное место заняли две математические темы: системы счисления и элементы математической логики. Школьная математика и так переполнена разделами, которые кажутся абсолютно необходимыми, и поэтому отказалась от этих тем в пользу информатики.

На самом деле, конечно, связей между математикой и информатикой гораздо больше. Например, можно указать на такие разделы, как вычислительная математика, тесно связанная с обеими областями, многие разделы кибернетики, где математика по отношению к информатике играет роль служанки, обосновывающей методы с точки зрения строгой теории.

Сравним несколько определений из школьных учебников информатики.

Система счисления — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел. [Босова Л.Л. Информатика : учебник для 8 класс / Л.Л. Босова, А.Ю.Босова. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний. 2013. - 155 с.: ил. ISBN 978-5-9963-1166-8]

Система счисления — это правила записи чисел с помощью специальных знаков – цифр, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами. [Поляков К.Ю. Информатика. Углубленный уровень : учебник для 9-го класса : в 2 ч. Ч.1 / К.Ю. Поляков, Е.А. Еремин. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. — 344 с. : ил. ISBN 978-5-9963-1416-4 (Ч. 1) ISBN 978-5-9963-1152-1]

Как видим, авторы двух популярных учебников согласны с тем, что система счисления прежде всего нужна для записи чисел и для действий над ними. Указания, что это знаковая система или упоминание цифр как элементов систем счисления можно считать избыточными и не упоминать в определении, а оставить на дальнейшее. Поэтому предложим лаконичное и функциональное определение понятия системы счисления.

> Система счисления — это правила записи чисел и правила выполнения операций над ними.

Как видно из требований ЕГЭ, знания о системах счисления относятся к углубленном уровню знаний по информатике. Базовый курс предполагает только минимальные знания о двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления.

[Кодификатор...]

Таблица 1. Перечень элементов содержания, проверяемых на ЕГЭ по информатике (ДЕМО-ЕГЭ, 2022)

<table>
<tr><td rowspan="3">Код раздела</td><td rowspan="3">Код контролируемого элемента</td><td colspan="3">Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Федеральный компонент государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования</td><td colspan="2">Наличие позиций ФК ГОС в ПООП СОО</td></tr>
<tr><td>базовый уровень</td><td>углубленный уровень</td></tr>
</table>

1	1.4	Системы счисления		
	1.4.1	Позиционные системы счисления	Сравнение чисел, записанных в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления	Свойства позиционной записи числа: количество цифр в записи, признак делимости числа на основание системы счисления. Алгоритм перевода десятичной записи числа в запись в позиционной системе с заданным основанием. Алгоритмы построения записи числа в позиционной системе счисления с заданным основанием и вычисления числа по строке, содержащей запись этого числа в позиционной системе счисления с заданным основанием. Арифметические действия в позиционных системах счисления.
	1.4.2	Двоичное представление информации		

Однако существуют системы счисления, которые в школьном курсе информатики не изучаются. Например, троичная уравновешенная система счисления. Причины, по которым данной системе счисления нужно уделить особое внимание, а также основные понятия и алгоритмы, на которых строится троичная уравновешенная система счисления, будут представлены в данном методическом пособии.

1.Исторические предпосылки к изучению троичной уравновешенной системы счисления (ЗУСС)

Тема создания электронно-вычислительной машины, основанной на троичной логике, является актуальной на протяжении последних 60 лет. В 1959 году был разработан троичная ЭВМ «Сетунь», которая показала на практике эффективность использования троичной уравновешенной системы счисления. Все команды и числа в машине были представлены с помощью троичного кода с цифрами -1, 0, 1.

Преимуществами троичной электронно-вычислительной машины по отношению к двоичному являются:

1) Наибольшая плотность памяти среди существующих целочисленных систем счисления. При равных условиях троичные машины превосходящую удельную ёмкость памяти и удельную производительность по отношению к двоичному аналогу.

2) Троичные ЭВМ могут выполнять все операции, которые выполняют двоичные ЭВМ, так как двоичная логика является центральным подмножеством троичной.

3) Округление чисел в троичной уравновешенной системе счисления происходит путём отбрасывания лишних разрядов, что замедляет процесс накопления ошибки округления.

Разработкой проекта троичной электронно-вычислительной машины занималось два отдела. Отдел, занимающийся разработкой программистских идей, возглавлял Евгений

Андреевич Жоголев. За реализацию данных идей на аппаратном уровне отвечал Николай Петрович Бруснецов. Именно Н.П. Бруснецов разработал уникальный троичный аналог обычной двоичной ферритодиодной ячейки Гутенмахера. Аналог работал на двухбитном троичном коде, то есть один «трит» (единица измерения в троичной ЭВМ, образована подобно «бит») записывался в два двоичных разряда. Один трит был записан в два двоичных разряда, четвертое состояние двух двоичных разрядов не было использовано.

Во время проведения межведомственных испытаний «Сетунь» показала 95% полезного времени (то есть времени, которое использует машина для решения задачи, за исключением тестово-наладочных работ), в то время как обычный двоичный компьютер в лучшем случае показывал 60%.

Дальнейшего развития и серийности больше 50 экземпляров «Сетунь» не получила. Это связано с комплектующими ЭМВ. В 1959 году заводы были ориентированы на выпуск «двоичного» оборудования, и многомасштабный сбор троичных компьютеров затруднялся. «Сетунь» была разработана в лаборатории МГУ с использованием оборудования, списываемого заводами с производства. Дальнейшего вложения средств в разработку троичной машины со стороны Коллегии Государственного Комитета Радиоэлектроники не было, так как приоритетное и экономичное положение занимали двоичные ЭВМ.

Разработками троичного компьютера в 1960-х заинтересовалась Чехословакия, позднее США, Бангладеш, Пакистан, Индия. Однако разработать машину, подобную «Сетунь», до сих пор никому не удалось. Сам Н.П. Бруснецов объясняет это не технологическими проблемами (с тех пор технология ушла далеко вперед), а непониманием троичной логики. Люди, которые выросли на двоичной системе счисления и живут в техническом мире, основанном на двоичном коде, не смогут понять и сделать открытия в троичных системах.

Современные изобретатели, понимая экономичность, эффективность и простоту троичной симметричной системы счисления, не могут создать современную «Сетунь» из-за сформировавшегося у них двоичного мышления.

Начиная со школьного возраста у людей, интересующихся информатикой и информационными технологиями, формируются компетенции двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления.

За 60 лет техника сделала большой шаг вперед и создание троичных деталей и оборудования в настоящее время не представляет сложности. Большую сложность представляет понимание симметричных систем счисления, принципов их работы и алгоритмов, присущих им. Фундамент знаний по симметричным системам школьники могут получать во время посещения элективных курсов, факультативов или при подготовке к олимпиадам по информатике.

2. Троичная уравновешенная система счисления (3УСС)

2.1. Алгоритм перевода из десятичной системы счисления в 3УСС

Алгоритм перевода из десятиной системы счисления в троичную уравновешенную систему счисления имеет ряд отличий от алгоритма перевода целых чисел из системы с основанием 10 в систему с основанием q.

Первое отличие возникает при получении первого остатка от деления десятичного числа на 3. В случае перевода в обычную (несимметричную) систему счисления, нужно сравнивать остаток с делителем, чтобы проверить правильность выполняемых арифметических операций (остаток должен быть строго меньше делителя). При переводе в троичную уравновешенную систему счисления остаток с делителем сравнивается для того, чтобы проанализировать, сколько единиц не хватило для деления без остатка делимого на делитель.

Например, при делении 26 на 3 получается остаток 2. Это означает, что не хватило одной единицы для получения нулевого остатка. Другими словами, нам не хватает одной единицы в исходном делимом, чтобы оно разделилось без остатка на 3. Недостающую единицу мы занимаем, записав в остатке не 0, а -1 (чтобы различать "отрицательную единицу"в записи троичного уравновешенного числа от арифметической операции вычитания, введем обозначение $\overline{1}$). Таким образом, разделив 26 на 3, получили частное 9, а остаток $\overline{1}$.

При переходе десятичного числа к троичному уравновешенному виду остатки 0 и 1 остаются без изменения.

Пример 1. Перевести 183_{10} в троичную уравновешенную систему счисления.

183	0
61	1
20	$\overline{1}$
7	1
2	$\overline{1}$
1	1

Получаем: $183_{10} = 1\overline{1}1\overline{1}10_{3S}$.

Пример 2. Перевести 1176_{10} в троичную уравновешенную систему счисления.

1176	0
392	$\overline{1}$
131	$\overline{1}$
44	$\overline{1}$
15	0
5	$\overline{1}$
2	$\overline{1}$
1	1

Получаем: $1176_{10} = 1\overline{11}0\overline{111}0_{3S}$.

Как уже было отмечено выше, троичная уравновешенная система счисления имеет ряд преимуществ перед другими системами счисления, основным из которых является представление отрицательных чисел.

При переводе отрицательного десятичного числа в троичную уравновешенную систему счисления необходимо перевести модуль данного в ЗУСС, а затем заменить в полученной троичной записи числа все цифры на противоположные, то есть 1 на $\overline{1}, \overline{1}1$.

Пример 3. Перевести -274_{10} в троичную уравновешенную систему счисления.

274	1
91	1
30	0
10	1
3	0
1	1

Получаем: $-274_{10} = \overline{1}0\overline{1}0\overline{1}\overline{1}_{3S}$.

Пример 4. Перевести -987_{10} в троичную уравновешенную систему счисления.

987	0
329	$\overline{1}$
110	$\overline{1}$
37	1
12	0
4	1
1	1

Получаем: $-987_{10} = \overline{1}\overline{1}0\overline{1}110_{3S}$.

2.2. Алгоритм перевода из ЗУСС в десятичную систему счисления

Перевод троичного уравновешенного числа в десятичный вид ничем не отличается от перевода в десятичную систему счисления любого числа с другим основанием.

Пример 1. Перевести $10\overline{1}0\overline{1}0\overline{1}_{3S}$ в десятичную систему счисления.

Для того, чтобы перевести троичное уравновешенное число в десятичный вид нужно записать развернутую запись числа:

$10\overline{1}0\overline{1}0\overline{1}_{3S}{=}1\cdot 3^6+0\cdot 3^5+\overline{1}\cdot 3^4+0\cdot 3^3+\overline{1}\cdot 3^2+0\cdot 3^1+\overline{1}\cdot 3^0 = 729+0-81+0-9+0-1=638.$

Получаем: $10\overline{1}0\overline{1}0\overline{1}_{3S}{=}638_{10}$.

Пример 2. Перевести $\overline{1}00\overline{1}0\overline{1}0_{3S}$ в десятичную систему счисления.

Для того, чтобы перевести троичное уравновешенное число в десятичный вид нужно записать развернутую запись числа:

$\overline{1}00\overline{1}0\overline{1}0_{3S} = \overline{1}\cdot 3^6+0\cdot 3^5+0\cdot 3^4+\overline{1}\cdot 3^3+0\cdot 3^2+\overline{1}\cdot 3^1+0\cdot 3^0 = -729+0+0-27+0-3+0=-759.$

Получаем: $\overline{1}00\overline{1}0\overline{1}0_{3S}{=}-759_{10}$.

3. Арифметические операции в ЗУСС

3.1. Операции сложения и вычитания в ЗУСС

Важно отметить, что операция сложения в троичной уравновешенной системе счисления является самой экономичной по сравнению даже с двоичной системой счисления. Рассмотрим таблицу сложения в ЗУСС:

Таблица 1. Сложение в ЗУСС

$+$	$\bar{1}$	0	1
$\bar{1}$	$\bar{1}1$	$\bar{1}$	0
0	$\bar{1}$	0	1
1	0	1	$1\bar{1}$

Перенос в старший разряд при сложении в ЗУСС происходит в 2 случаях из 9. Другими словами, перенос в старший разряд происходит только в 22% случаях.

Сравним с другой самой простой несимметричной системой счисления - двоичной:

Таблица 2. Сложение в двоичной системе счисления

$+$	0	1
0	0	1
1	1	10

По таблице видно, что переход в старший разряд происходит только в 1 случае. Но и всего вариантов сложения 4. То есть перенос в старший разряд происходит в 25% случаях. Преимущество троичной уравновешенной системы счисления очевидно.

Операция слоения в ЗУСС осуществляется аналогично сложению в любой другой системе счисления.

Пример 1. Найдите сумму 100111_{3S} и $1\bar{1}\bar{1}\bar{1}11\bar{1}_{3S}$.

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & & 1 & & & \\
 & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 1 & \bar{1} & \bar{1} & \bar{1} & 1 & 1 & \bar{1} \\
\hline
 & 1 & 0 & \bar{1} & 0 & 0 & \bar{1} & 0
\end{array}
$$

Получаем: $10\bar{1}00\bar{1}0_{3S}$.

Пример 2. Найдите сумму $\bar{1}1\bar{1}10\bar{1}1_{3S}$ и 1000101_{3S}.

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & & & & 1 & \\
 & \bar{1} & 1 & \bar{1} & 1 & 0 & \bar{1} & 1 \\
+ & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & 1 & \bar{1} & 1 & 1 & 0 & \bar{1}
\end{array}
$$

Получаем: $1\bar{1}110\bar{1}_{3S}$.

При выполнении вычитания заем у старшего разряда не происходит даже если уменьшаемое меньше вычитаемого. Например, при уменьшении 0 на 1 получаем $\bar{1}$, у старшего разряда заем делать не нужно.

Ещё одной особенностью вычитания является переход в старший в разряд. Например, при получении $1\bar{1}$ в ответе под разрядом нужно записать $\bar{1}$, а 1 перенести в старший разряд.

Пример 3. Найдите разность $1\bar{1}\bar{1}0\bar{1}\bar{1}_{3S}$ и $1\bar{1}001_{3S}$.

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & \bar{1} & \\
 & 1 & \bar{1} & \bar{1} & 0 & \bar{1} & \bar{1} \\
- & & 1 & \bar{1} & 0 & 0 & 1 \\
\hline
 & & 1 & 0 & \bar{1} & 1 & 1
\end{array}
$$

При выполнении вычитания произошел один перенос в старший разряд. Также важно заметить, что произошел перенос отрицательного числа.

Получаем: $10\bar{1}11_{3S}$.

Операция вычитания в троичной уравновешенной системе счисления влечет за собой ряд особенностей, которых нет в десятичной или в двоичной системах счисления. При вычислениях это может вызывать сложности, путаницу и в последствии ошибки.

Поэтому операцию вычитания в ЗУСС рекомендуется осуществлять в два этапа:

1) заменить вычитание на сложение;

2) изменить вычитаемое на противоположное.

Поэтому *Пример 3* можно было решить следующим образом:

$$
\begin{array}{r}
\bar{1}\bar{1} \\
+\;1\bar{1}\bar{1}0\bar{1}\bar{1} \\
\bar{1}100\bar{1} \\
\hline
10\bar{1}11
\end{array}
$$

Пример 4. Найдите разность $1\bar{1}0\bar{1}\bar{1}011_{3S}$ и $10000\bar{1}0_{3S}$.

$$
\begin{array}{r}
\bar{1}1 \\
+\;1\bar{1}0\bar{1}\bar{1}011 \\
\bar{1}000010 \\
\hline
10\bar{1}\bar{1}1\bar{1}1
\end{array}
$$

Заменив ”-” на ”+” и вычитаемое на противоположное, выполняем сложение.

Получаем: $10\bar{1}\bar{1}1\bar{1}1_{3S}$.

3.2. Операции умножения и деления в ЗУСС

Арифметическая операция умножения в троичной уравновешенной системе счисления является простой, перенос в старший разряд осуществлять не требуется. Очевидно, что умножение на 0, 1 или $\bar{1}$ сложности не вызывает.

Пример 1. Найдите произведение $101\bar{1}101_{3S}$ и $1\bar{1}01_{3S}$.

$$
\begin{array}{r}
101\bar{1}101 \\
\times\qquad 1\bar{1}01 \\
\hline
101\bar{1}101 \\
\bar{1}0\bar{1}1\bar{1}0\bar{1} \\
101\bar{1}101 \\
\hline
1\bar{1}10\bar{1}00001
\end{array}
$$

Получаем: $1\bar{1}10\bar{1}00001_{3S}$.

Деление в симметричной системе счисления отличается от деления в несимметричной системе. Основные отличия:

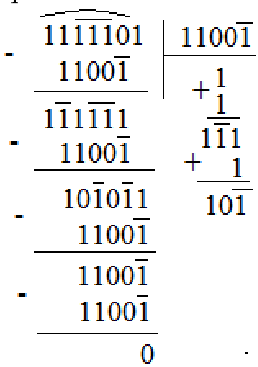
1) Не является ошибкой, если остаток получился больше делителя.

2) Если остаток больше делителя, то в частном нужно делать дополнительные операции сложения.

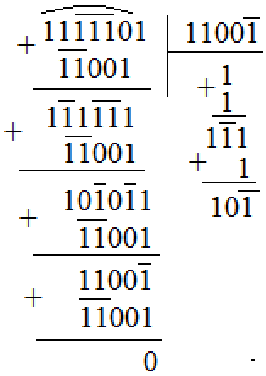
Учитывая сложности, которые могут возникнуть при вычитании, при делении лучше вычитать аналогично *Примеру 4* предыдущего параграфа.

Пример 2. Найдите частное от деления $11\bar{1}\bar{1}\bar{1}01_{3S}$ на $1100\bar{1}_{3S}$.

Данный пример можно решить 2-мя способами. Способ первый:



Способ второй:

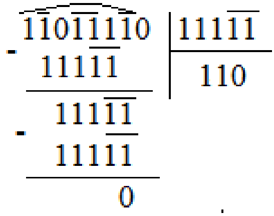


Получаем: $10\bar{1}_{3S}$

Отличие первого способа от второго заключается в замене вычитания на сложение и вычитаемых на противоположные. Данный способ минимизируется вероятность возникновения ошибки при вычитании, однако обязательным не является.

Среди примеров деления также можно встретить простые примеры, без дополнительного сложения в частном.

Пример 3. Найдите частное от деления $1\bar{1}0\bar{1}\bar{1}1\bar{1}0_{3S}$ на $111\bar{1}\bar{1}_{3S}$.



Получаем: 110_{3S}

4. Теория делимости в ЗУСС

4.1. Признак делимости на 3^n

В некоторых признаках делимости троичной уравновешенной системы счисления можно увидеть связь с десятичной системой счисления.

Например, 3_{10} в ЗУСС имеет вид 10_{3S}. В привычной нам десятичной системе счисления такой же вид имеет число 10_{10}. Признак делимости на 10 в десятичной системе счисления звучит: "Число делится без остатка на 10 тогда и только тогда, когда последняя цифра в его записи равна 0". Признак делимости на 3 в ЗУСС звучит похоже: "Троичное уравновешенное число делится на 3 тогда и только тогда, когда последняя цифра в его записи равна 0".

Аналогично происходит и с 9, 27, 81..3^n: "Число, записанное в уравновешенной троичной системе счисления, делится на 3^n, если оно заканчивается на n нулей".

Пример 1. Проверить делимость чисел на 3^n: $101\overline{111}00_{3S}$, $\overline{1}10110\overline{1}_{3S}$, $1\overline{11}100000_{3S}$.

Число $101\overline{111}00_{3S}$ заканчивается на 2 нуля, то есть оно делится на $3^2 = 9$. Также данное число делится на 3.

Число $\overline{1}10110\overline{1}_{3S}$ заканчивается на $\overline{1}$, значит, оно не делится ни на одну степень тройки.

Число $1\overline{11}100000_{3S}$ заканчивается на 5 нулей, то есть оно делится на $3^5 = 243$. Также данное число делится на 3, 9, 27, 81.

4.2. Признаки делимости на 2 и на 6

Ситуация с делением на 2 в ЗУСС другая, так как 2_{10} имеет вид $1\overline{1}_{3S}$, а в десятичной системе счисления при записи чисел не используются отрицательные цифры.

Признак делимости на 2 звучит так: "Число, записанное в уравновешенной троичной системе счисления, делится на 2 тогда и только тогда, когда сумма его цифр равна четному числу". Доказательство осуществляется с помощью свойств четности и нечетности чисел десятичной системы счисления.

Доказательство. Запишем уравновешенное троичное число в виде:

$$d_i \ldots d_2 d_1 d_0,$$

где d_i может быть равно 1, 0 или $\overline{1}$, а i равно степени тройки. Запишем данное число в развернутой форме:

$$d_i \ldots d_2 d_1 d_0 = 3^i \cdot d_i + ... + 3^2 \cdot d_2 + 3^1 \cdot d_1 + 3^0 \cdot d_0.$$

Если число заканчивается на четную цифру, то оно делится на 2. Таким образом,

$$3^i \cdot d_i + ... + 3^2 \cdot d_2 + 3^1 \cdot d_1 + 3^0 \cdot d_0$$

разделится на 2, если сумма всех слагаемых является четной.

Четное число получается в двух случаях: при сложении двух нечетных или при сложении четного с четным. В троичной системе счисления среди слагаемых четного числа быть не может, значит, остается только первый вариант.

Отсюда следует, что

$$3^i \cdot d_i + ... + 3^2 \cdot d_2 + 3^1 \cdot d_1 + 3^0 \cdot d_0$$

будет четным, если количество слагаемых тоже равно четному числу. Что и требовалось доказать.

Пример 1. Проверить делимость чисел на 2: $\overline{1}0\overline{1}1101_{3S}$, $11\overline{1}\overline{1}0011_{3S}$, $1\overline{1}\overline{1}\overline{1}10010_{3S}$.

Сумма цифр числа $\overline{1}0\overline{1}1101_{3S}$ равна 1. Так как 1 не делится на 2, то число $\overline{1}0\overline{1}1101_{3S}$ не делится на 2.

Сумма цифр числа $11\overline{1}\overline{1}0011_{3S}$ равна 2. Так как 2 делится на 2, то число $11\overline{1}\overline{1}0011_{3S}$ делится на 2.

Сумма цифр числа $1\overline{1}\overline{1}\overline{1}10010_{3S}$ равна 0. Так как 0 делится на 2, то число $1\overline{111}10010_{3S}$ делится на 2.

Признак делимости на 6 включает в себя два признака - признак делимости на 3 и признак делимости на 2. Поэтому формулировка признака делимости на 6 в ЗУСС следующая: "Число, записанное в уравновешенной троичной системе счисления, делится на 6 тогда и только тогда, когда оно заканчивается минимум одним нулем и сумма его цифр равна четному числу".

Важно понимать, что подобным способом формулировки делимости можно пользоваться только тогда, когда делители взаимно простые.

Например, 2 и 9 взаимно простые, так как общих делителей, кроме 1, у них нет. Поэтому допустима формулировка признака: "Число, записанное в уравновешенной троичной системе счисления, делится на 18 тогда и только тогда, когда оно заканчивается минимум двумя нулями и сумма его цифр равна четному числу".

Рассмотрим контрпример. Числа 3 и 9 взаимно простыми не являются. Поэтому формулировка о том, что число делится на 27, когда оно делится и на 3, и на 9 ошибочная. Например, число 36 делится и на 3, и на 9. Однако на 27 оно не делится.

Пример 2. Проверить делимость чисел на 6: $\overline{11}10010_{3S}$, $100\overline{1}00011_{3S}$, $101\overline{11}1100_{3S}$.

Сумма цифр числа $\overline{11}10010_{3S}$ равна 0. Так как 0 делится на 2, то и число делится на 2. Также оно заканчивается нулем, значит, делится на 3. Так как $\overline{11}10010_{3S}$ делится на 2 и на 3, то оно делится на 6.

Сумма цифр числа $100\overline{1}00011_{3S}$ равна 2. Так как 2 делится на 2, то и число делится на 2. Однако число заканчивается не нулем, значит, на 3 и на 6 ононе делится.

Сумма цифр числа $101\overline{11}1100_{3S}$ равна 2. Так как 2 делится на 2, то и число делится на 2. Также оно заканчивается двумя нулями, значит, делится на 3 и на 9. Так как $\overline{1}110010_{3S}$ имеется среди делителей 2, 3, 9, то оно делится на 6 и на 18.

4.3. Признаки делимости на 4 и на 8

Признак делимости на 4 в ЗУСС также связан с десятичной системой счисления. В троичной уравновешенной системе счисления 4_{10} имеет вид 11_{3S}. Также записывается 11_{10}. Признак делимости на 11 в десятичной системе счисления звучит: "Число делится на 11, если разность всех цифр в нечетных местах и цифр в четных местах, делится на 11."

Аналогично звучит признак делимости на 4 в ЗУСС: "Число, записанное в троичной уравновешенной систем счисления, делится на 4 тогда и только тогда, когда разность между суммой цифр, стоящих на четных позициях и суммой цифр, стоящих на нечетных позициях, делится на 4".

Пример 1. Проверить делимость чисел на 4: $1\overline{11}100\overline{1}1_{3S}$, $1\overline{11}1010\overline{1}_{3S}$, $11011\overline{11}0_{3S}$.

В числе $1\overline{11}100\overline{1}1_{3S}$ сумма цифр на нечетных позициях равна $1-1+0-1=-1$, а сумма цифр на четных позициях равна $-1+1+0+1=1$, разность этих чисел $-1-1=-2$, не делится на 4, значит и само число $1\overline{11}100\overline{1}1_{3S}$ не делится на 4.

В числе $1\overline{11}1010\overline{1}_{3S}$ сумма цифр на нечетных позициях равна $1-1+0+0=0$, а сумма цифр на четных позициях равна $-1+1+1-1=0$, разность этих чисел $0-0=0$, конечно, делится на 4, значит и само число $1\overline{11}1010\overline{1}_{3S}$ делится на 4.

В числе $11011\overline{11}0_{3S}$ сумма цифр на нечетных позициях равна $1+0+1-1=1$, а сумма цифр на четных позициях равна $1+1-1+0=1$, разность этих чисел $1-1=0$, конечно, делится на 4, значит и само число $11011\overline{11}0_{3S}$

делится на 4.

Признак делимости на 8 схож с признаком делимости на 2 в ЗУСС. Различие в том, что перед сложением цифр, из которых состоит число, необходимо разбить это число на двухзначные числа. Если число делится на 8, то и полученная сумма должна делиться на 8.

Пример 2. Проверить делимость чисел на 8: 1100111_{3S}, $111\overline{1}\overline{1}0\overline{1}_{3S}$, $10\overline{1}\overline{1}0100_{3S}$.

Для числа 1100111_{3S} сумма $1 + 10 + 01 + 11 = 100$. Число $100_{3S} = 9_{10}$, значит, 1100111_{3S} не делится на 8.

Для числа $111\overline{1}\overline{1}0\overline{1}_{3S}$ сумма $1+11+\overline{1}\overline{1}+0\overline{1} = 0$. Значит, $111\overline{1}\overline{1}0\overline{1}_{3S}$ не делится на 8.

Для числа $10\overline{1}\overline{1}0100_{3S}$ сумма $10 + \overline{1}\overline{1} + 01 + 00 = 0$. Значит, $10\overline{1}\overline{1}0100_{3S}$. не делится на 8.

5. Контрольные работы

Контрольная работа №1

Вариант 1.

№1. Переведите десятичные числа в ЗУСС:

1) 247;
2) -564;
3) 1142;
4) -2005.

№2. Даны два числа: A=426_{10} и B=527_{10}. Какое из приведенных чисел C, записанных в ЗУСС, соответствует неравенству: B>A>C? Обоснуйте свой ответ письменно.

1) $1\overline{11}1\overline{1}11_{3S}$;
2) $1\overline{11}0\overline{1}01_{3S}$;
3) $1\overline{11}10\overline{1}1_{3S}$;
4) $\overline{1}11011\overline{1}_{3S}$.

№3. Даны два числа: B=$\overline{1}0\overline{11}101_{3S}$ и C=$\overline{1}0\overline{11}0\overline{1}0_{3S}$. Какое из приведенных чисел A, записанных в ЗУСС, соответствует неравенству: C>A>B? Обоснуйте свой ответ письменно.

1)-847_{10};
2) 847_{10};
3)-841_{10};
4) 841_{10}.

№4.Сколько верных неравенств среди перечисленных: $1011101_{3S} > 831_{10}$; $-932_{10} < \overline{11}011\overline{11}_{3S}$; $1027_{10} > 111\overline{1}1\overline{1}1_{3S}$? Свой ответ обоснуйте письменно.

№5 Какое из чисел $\overline{11}0110111_{3S}$; $11\overline{1}0\overline{1}_{3S}$ наибольшее?

Нужно ли для нахождения наибольшего числа выполнять какие-либо вычисления? Обоснуйте свой ответ.

Вариант 2.

№1. Переведите десятичные числа в ЗУСС:

1) 308;
2) -642;
3) 1096;
4) -1884.

№2. Даны два числа: А=607_{10} и В=591_{10}. Какое из приведенных чисел С, записанных в ЗУСС, соответствует неравенству: А>С>В? Обоснуйте свой ответ письменно.

1) $10\overline{11111}$;
2) $1\overline{1}110\overline{11}$;
3) $1\overline{1}1100\overline{1}$;
4) $\overline{1}1\overline{1111}1$.

№3. Даны два числа: А=$\overline{1}010\overline{111}_{3S}$ и В=$\overline{1}010\overline{1}11_{3S}$. Какое из приведенных чисел С, записанных в ЗУСС, соответствует неравенству: В<А<С? Обоснуйте свой ответ письменно.

1)-657_{10};
2) 657_{10};
3)-663_{10};
4) 663_{10}.

№4.Сколько верных неравенств среди перечисленных: $1100000_{3S} > 981_{10}$; $-894_{10} > \overline{11}10\overline{1}0\overline{1}_3S$;$1115_{10} < 1\overline{1111}1000_{3S}$? Свой ответ обоснуйте письменно.

№5 Сумма цифр какой троичной системы (обычной или уравновешенной) может быть больше? Объясните вашу точку зрения.

Контрольная работа №2

Вариант 1.

№1 Числа X=$1100\overline{1}01_{3S}$ и Y=$1\overline{1}0\overline{1}00\overline{1}_{3S}$ сложили. Чему равна их сумма?

№2 Частное от деления X на Y равно $1\overline{111}0\overline{1}_{3S}$. Известно, что делитель Y=11_{10}. Найдите X. Ответ запишите в ЗУСС.

№3 Найдите значение выражения: $1\overline{1111}1\overline{1}0_{3S}+110\overline{1}000_{3S} : 110\overline{1}_{3S}$.

№4 Найдите корень уравнения: $124_{10}\cdot x = 11\overline{111}0\overline{1}1\overline{1}_{3S}$.

№5 Запись числа N в троичной уравновешенной и троичной обычной системах счисления является одинаковой и состоит из 4 цифр. Известно, что последняя цифра в десятичной записи N равна 1. Найдите минимальное N>1.

Вариант 2.

№1 Из числа X=$1\overline{1}001\overline{1}01_{3S}$ и Y=$100\overline{11}1\overline{1}_{3S}$ сложили. Чему равна их разность?

№2 Произведение X и Y равно $10\overline{1}10010_{3S}$. Известно, что X=169_{10}. Найдите Y. Ответ запишите в ЗУСС.

№3 Найдите значение выражения: $1101\overline{1}10_{3S} + 11\overline{1}_{3S} \cdot 1\overline{1}11_{3S}$.

№4 Найдите корень уравнения: $10022_3\cdot x = 1100\overline{111}1\overline{1}_{3S}$.

№5 Запись числа N в троичной уравновешенной системе счисления содержит 5 цифр. Запись этого же числа в обычной троичной системе счисления состоит из 4 чисел. Найдите минимальное N, если известно, что в десятичной системе счисления оно заканчивается на 7.

Контрольная работа №3

Вариант 1.

№1. Используя известные вам признаки делимости в ЗУСС, найдите все делители чисел: $10\overline{1}000_{3S}$; $\overline{1}10\overline{1}100_{3S}$; $1\overline{1}\overline{1}10010_{3S}$. Делители запишите в десятичной системе.

№2. Докажите признак делимости на 3 в ЗУСС.

№3. Пятизначное троичное уравновешенное число N делится на 27. Известно, что сумма цифр равна 0. Какое минимальное число это может быть?

№4. Число, записанное в ЗУСС, делится на 18 и состоит из 5 цифр. Известно, что сумма цифр данного числа равна 1. Найдите максимальное число, подходящее под данное описание. Ответ запишите в ЗУСС.

№5.Верно ли утверждение о троичном уравновешенном числе: "Если количество 1 и $\overline{1}$ равно четному числу, а разность между суммой цифр, стоящих на четных позициях и суммой цифр, стоящих на нечетных позициях, равна нулю, то данное число делится на 8"? Обоснуйте свой ответ.

Вариант 2.

№1. Используя известные вам признаки делимости в ЗУСС, найдите все делители чисел: $11\overline{1}0100_{3S}$; $1\overline{1}\overline{1}10010_{3S}$; $\overline{1}101\overline{1}0000_{3S}$. Делители запишите в десятичной системе.

№2. Докажите признак делимости на 2 в ЗУСС.

№3. Шестизначное троичное уравновешенное число N делится на 18. Какое максимальное число это может быть?

№4. Число, записанное в ЗУСС, делится на 54. Известно, что количество цифр данного числа равно 5. Найдите минимальное положительное число, подходящее под данное описание. Ответ запишите в ЗУСС.

№5. Верно ли утверждение о троичном уравновешенном числе: "Если число заканчивается на два нуля, а разность между суммой цифр, стоящих на четных позициях и суммой цифр, стоящих на нечетных позициях, равна нулю, то данное число делится на 36"? Обоснуйте свой ответ.

Ответы

Ответы к задачам

№1 1) 2 2) 4 3) 6 4) 8 5) 11 6) 12 7) 15 8) 14

№2 1) $1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ 2) $2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$ 3) $1 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0$ 4) $7 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0$ 5) $1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ 6) $2 \cdot 3^4 + 0 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0$ 7) $2 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0$ 8) $3 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 6 \cdot 16^0$

№3 1) 41 2) 145 3)180 4) 2588 5) 101 6) 599 7) 397 8) 6658

№4 1) $11001011_2; 313_8; CB_{16}$ 2) $1000001011_2; 1013_8; 20B_{16}$ 3) $1011111011_2; 1373_8; 2FB_{16}$ 4) $1110101111_2; 1657_8; 3AF_{16}$

№5 35_{10}

№6 1) $1\overline{1}0010_{3S}$ 2) $1\overline{1}11\overline{1}0\overline{1}_{3S}$ 3) $1\overline{1111}0_{3S}$ 4) $110\overline{1}110_{3S}$ 5) $1\overline{11111}11_{3S}$ 6) $1001\overline{1}100_{3S}$ 7) $1\overline{11}10\overline{1}111_{3S}$ 8) $10000\overline{1}10\overline{1}_{3S}$

№7 1) $\overline{1}0111_{3S}$ 2) $\overline{1}11101_{3S}$ 3) $\overline{1}111\overline{1}1\overline{1}_{3S}$ 4) $\overline{1}01\overline{11}00_{3S}$ 5) $\overline{11}1100\overline{1}_{3S}$ 6) $\overline{11}0\overline{1}10\overline{1}_{3S}$ 7) $\overline{111}1001_{3S}$ 8) $\overline{1}11000\overline{11}0$

№8 2)

№9 1)

№10 3)

№11 5)

№12 5)

№13 461

№14 581

№16 1) 69 2) 235 3) 287 4) 251 5) -322 6) -328 7) -785 8)-718

№17 2)

№18 3)

№19 2)

№20 3)

№21

d_{10}	d_3	d_{3S}
86	10012	$101\overline{11}$
248	100012	$1001\overline{11}$
547	202021	$1\overline{1}1\overline{1}1\overline{1}1$

№22

d_{10}	d_3	d_{3S}
298	102001	$11\overline{1}001$
475	122121	$1\overline{1}00\overline{11}1$
560	202202	$1\overline{1}10\overline{1}1\overline{1}$

№23 2)

№24 2)

№26 1) $1\overline{1}0\overline{1}1_{3S}$ 2) $\overline{1}101\overline{1}_{3S}$ 3) $10\overline{11}01_{3S}$ 4) $1\overline{1}0\overline{1}00_{3S}$

№28 1) $1010\overline{11}1_{3S}$ 2) $\overline{1}0\overline{1}1\overline{1}_{3S}$ 3) $1110\overline{1}0\overline{1}_{3S}$ 4) $\overline{1}1\overline{11}0_{3S}$

№29 $1\overline{11}00\overline{1}1_{3S}$

№30 $110\overline{111}_{3S}$

№31 2)

№32 3)

№33 19_{10}

№34 41_{10}

№35 1) $1\overline{11}1\overline{1}_{3S}$ 2) $100\overline{1}_{3S}$ 3) $1\overline{111111}_{3S}$ 4) $111\overline{1}_{3S}$

№36 1) $11111\overline{1}0_{3S}$ 2) $1\overline{111}_{3S}$ 3) $1\overline{11}1000_{3S}$ 4) $1\overline{11}0_{3S}$

№37 $1\overline{11}0\overline{1}_{3S}$

№38 $1\overline{11}001\overline{1}_{3S}$

№39 $1\overline{11}10\overline{1}_{3S}$

№40 $1\overline{1}0_{3S}$

№41 2)

№42 2)

№43 1)

№46 1) делится 2) не делится 3) делится 4) делится

№47 1) не делится 2) делится 3) не делится 4) делится

№48 1) 3; 9 2) 3 3)3; 9 4) 3; 9; 27

№49 1) 3; 9 2) 3; 9; 27 3) 3; 9 4) 3; 9; 27; 81

№50 3

№51 1100_{3S}

№52 $1\overline{11}000_{3S}$

№55 1) делится 2) не делится 3) делится 4) не делится

№57 1) 2; 3; 6 2) 2; 3; 6; 9; 18 3)2; 3; 6 4) -

№58 1) - 2) 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54 3) - 4) -

№59 $\overline{11}110_{3S}$

№60 $\overline{1}100_{3S}$

№61 $1\overline{1}000_{3S}$

№62 1) не делится 2) делится 3) делится 4) не делится

№63 1) делится 2) делится 3) не делится 4) не делится

№64 1) 2; 3; 4; 6; 12 2) 2; 3; 6; 9; 18

№65 1) 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54 2) 2; 3; 4; 6; 9; 18; 27; 54; 81; 162

№66 $\overline{111}111_{3S}$

№67 -486_{10}

Ответы к тестам

Тест 1: 1 - 2); 2 - 4); 3 - 1); 4 - 2); 5 - 2)3); 6 - 3); 7 - 1); 8 - 1); 9 - 3); 10 - 3) .

Тест 2: 1 - 2); 2 - 4); 3 - 3); 4 - 2); 5 - 1); 6 - 4); 7 - 2); 8 - 4); 9 - 3); 10 - 1).

Тест 3: 1 - 1)4); 2 - 1)2); 3 - 1)3); 4 - 1)3); 5 - 3); 6 - 2); 7 - 2).

Ответы к контрольным работам

Контрольная работа №1.

Вариант 1:

№1 1) 100011_{3S} 2) $\overline{1}1\overline{1}0010_{3S}$ 3)$1\overline{111}010\overline{1}_{3S}$ 4) $\overline{1}01\overline{1}1\overline{1}1\overline{1}_{3S}$

№2 2)

№3 3)

№4 1

Вариант 2:

№1 - 1) $11\overline{1}11\overline{1}_{3S}$ 2) $\overline{1}0101\overline{1}0_{3S}$ 3) $1\overline{111111}1_{3S}$ 4) $\overline{1}011\overline{1}1\overline{1}0_{3S}$

№2 3)

№3 3)

№4 2

Контрольная работа №2

Вариант 1:

№1 $1\overline{1}0\overline{1}00\overline{1}1_{3S}$

№2 $1\overline{1}00\overline{11}00_{3S}$

№3 $1\overline{111}01\overline{1}0_{3S}$

№4 $1\overline{1}10\overline{1}_{3S}$

№5 31

Вариант 2:

№1 110_{3S}

№2 $100000\overline{1}_{3S}$

№3 $1\overline{11}01\overline{1}00_{3S}$

№4 $11\overline{11}1_{3S}$

№5 47

Контрольная работа №3

Вариант 1:

№1 1) 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 27, 36, 54 2) 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24 3) 3

№3 $\overline{1}1000_{3S}$

№4 $11\overline{1}00_{3S}$

№5 неверно

Вариант 2:

№1 1) 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 2) 3 3) 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18

№3 111100_{3S}

№4 $1\overline{1}000_{3S}$

№5 верно