

**Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie**

Wydział Informatyki, Elektroniki i Telekomunikacji

KATEDRA INFORMATYKI



PRACA MAGISTERSKA

MARTA RYŁKO, ANNA SKIBA

**RÓWNOLEGŁE ALGORYTMY OPTIMALIZACJI TORU
PRZEJAZDU W NARCIARSTWIE ALPEJSKIM**

PROMOTOR:
dr inż. Roman Dębski

Kraków 2013

OŚWIADCZENIE AUTORA PRACY

OŚWIADCZAM, ŚWIADOMY ODPOWIEDZIALNOŚCI KARNEJ ZA POŚWIADCZENIE NIEPRAWDY, ŻE NINIEJSZĄ PRACĘ DYPLOMOWĄ WYKONAŁEM OSOBIŚCIE I SAMODZIELNIE, I NIE KORZYSTAŁEM ZE ŹRÓDEŁ INNYCH NIŻ WYMNIENIONE W PRACY.

.....

PODPIS

AGH
University of Science and Technology in Krakow

Faculty of Computer Science, Electronics and Telecommunication

DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE



MASTER OF SCIENCE THESIS

MARTA RYŁKO, ANNA SKIBA

**PARALLEL ALGORITHMS FOR SKI-LINE OPTIMISATION IN
ALPINE SKI RACING**

SUPERVISOR:
Roman Dębski Ph.D

Krakow 2013

Serdecznie dziękuję ...

Spis treści

1. Wstęp	7
1.1. Cele pracy	8
1.2. Zawartość pracy	8
2. Wprowadzenie teoretyczne	9
2.1. Jazda po zadanym torze w narciarstwie alpejskim	9
2.2. Fizyczny model narciarza	10
2.3. Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych	12
2.4. Optymalizacja	12
2.4.1. Algorytm ewolucyjny	13
2.4.2. Hill climbing	16
2.5. Uczenie maszynowe	16
2.5.1. Uczenie się ze wzmocnieniem	17
2.6. Volunteer Computing	20
2.7. Web Workers	21
3. Istniejące rozwiązania	22
3.1. Platformy do Volunteer Computing	22
3.1.1. Great Internet Mersenne Prime Searchy	22
3.1.2. Distributed.net	23
3.1.3. Berkeley Open Infrastructure for Network Computing	24
3.1.4. Folding@home	24
4. Proponowane rozwiązanie	27
4.1. Model narciarza i środowiska	27
4.2. Opis matematyczny modelu	27
4.3. Numeryczne rozwiązanie problemu	28
4.3.1. Rozwiązanie w 3D	29
4.4. Optymalizacja toru przejazdu	30
4.4.1. Algorytm ewolucyjny	30
4.4.2. Hill climbing	31
4.5. Uczenie maszynowe	32
4.5.1. Uczenie ze wzmocnieniem	32
4.5.2. Q-learning	33
4.5.3. Akcja	33

4.6.	Architektura systemu	33
4.6.1.	Architektura prototypowa	33
4.6.2.	Architektura docelowa	34
4.6.3.	Aplikacja kliencka	34
4.6.4.	Aplikacja serwerowa	36
5.	Wyniki	37
5.1.	Weryfikacja modelu	37
5.1.1.	Masa i nachylenie stoku	37
5.1.2.	Najszybsza linia przejazdu	40
5.1.3.	Jazda po łamanej	41
5.2.	Optymalizacja	42
5.2.1.	Algorytm ewolucyjny	42
5.2.2.	Lokalna optymalizacja	42
5.3.	Uczenie maszynowe	42
5.4.	Podsumowanie	42
5.5.	Optymalizacja toru przejazdu	42
5.6.	Architektura systemu	42
6.	Podsumowanie	43
6.1.	Podrozdział	43

1. Wstęp

Narciarstwo alpejskie to dyscyplina z długą historią. Rozwój sportowej wersji narciarstwa alpejskiego rozpoczął się w połowie XIX wieku, jednak nadal nie ma i prawdopodobnie nigdy nie będzie naukowej formuły opisującej tor po jakim należy się poruszać, aby zadaną trasę przejechać najszybciej. Ogromna ilość czynników, które wpływają na czas przejazdu znacznie utrudnia jej znalezienie. W sportowych dyscyplinach narciarstwa alpejskiego celem jest przejechanie w jak najkrótszym czasie wyznaczonej trasy od startu do mety, przejeżdżając przez wszystkie ustawione na trasie bramki - wymuszające skręty.

Problem, jakiego rozwiązania podejmujemy się w pracy, to problem optymalizacyjny rozwiązywany za pomocą symulacji komputerowej. Problem dotyczy znalezienia optymalnego toru przejazdu narciarza po trasie slalomu, który nakłada ograniczenia na ten tor w postaci bramek. Każda bramka ściśle narzuca, z której strony należy ją przejechać, a ominięcie chociaż jednej z nich powoduje dyskwalifikację zawodnika.

Zdefiniowany przez nas problem jest interdyscyplinarny - z pogranicza fizyki i informatyki. Do dobrego zrozumienia zjawisk zachodzących na stoku narciarskim cenne jest też posiadanie własnych doświadczeń z jazdy po trasach slalomu. Wymagania te powodują, że problem nie jest trywialny do rozwiązania i w celu badania go nieodłączne są osoby o różnych kompetencjach.

Obecnie nie udało nam się znaleźć publicznie dostępnych prac, które podchodziłyby do rozwiązania tego praktycznego problemu. Zdajemy sobie sprawę, że problem jest bardzo złożony i próby jego rozwiązania to tak naprawdę rozwiązanie uproszczone tego problemu. Dodatkowo, uwzględnić trzeba fakt, że wiele zmiennych występujących w równaniach wpływa na siebie nawzajem, powodując zmiany niekoniecznie widoczne natychmiast. Może to na przykład sprawiać, że niewielka zmiana dokonana na początku jazdy może mieć znaczący wpływ na ostateczny wynik, co znacznie utrudnia wszelką predykcję na temat wpływu zmian. Aby rozwiązać problem, stworzyliśmy fizyczny model narciarza - zamodelowany jako punkt materialny o konfigurowalnych parametrach, co umożliwia porównanie wyników np. dla zawodników o różnych masach. Potraktowanie narciarza jako punktu materialnego jest pierwszym z zastosowanych uproszczeń, które zdecydowałyśmy się przyjąć w naszym rozwiązaniu. Stok modelowany jest jako płaszczyzna o zadanym kącie nachylenia, na której za pomocą współrzędnych oznaczamy miejsce występowania bramek. Dużym wyzwaniem było dobranie przybliżenia trasy przejazdu, aby umożliwić wystarczająco łatwe obliczenia i jednocześnie nie tracąc zbyt wiele na dokładności oddania realnej trasy. Łamana, którą wybrałyśmy jako rozwiązanie spełniające obydwa te wymagania, jest wystarczająco dobrym przybliżeniem jeśli narzucimy na nią dodatkowe ograniczenia jak eliminacja ostrych kątów załamania.

Kluczową częścią naszego rozwiązania jest wykorzystanie algorytmu genetycznego do wybrania pewnego lokalnego optimum trasy, a następnie przeprowadzamy lokalną optymalizację celem wygładzenia znalezionej trasy. Aby przyspieszyć obliczenia, zastosowałyśmy architekturę opartą o rozproszonych klientów wykonujących obliczenia i raportujących do głównego serwera. Na podstawie zebranych danych od klientów, serwer jest w stanie dostarczyć rozwiązanie szybciej oraz można mieć większą pewność, iż jest ono jeśli nie optymalne, to bardzo bliskie optymalnego. Obliczenia wykonywane są w środowisku przeglądarek internetowych w języku JavaScript.

Otrzymane rozwiązanie może mieć zastosowanie nie tylko w celu znajdowania optymalnej trasy przejazdu po zadanym slalomie. Przykładem może być wsparcie dla trenerów ustawiających takie slalomy w postaci aplikacji podpowiadającej gdzie ustawić kolejną bramkę, aby nie było problemów z jej przejechaniem. Dodatkowo, dokładając moduł wyliczający naprężenia i siły działające na stawy kolanowe, można by zredukować negatywny wpływ niefortunnie ustawionych bramek, powodujących wyjątkowe przeciążenia w kolanach, wykrywając to i przedstawiając bramki.

1.1. Cele pracy

Celem poniższej pracy jest zapoznanie studentów z systemem \LaTeX w zakresie umożliwiającym im samodzielne, profesjonalne złożenie pracy dyplomowej w systemie \LaTeX .

1.2. Zawartość pracy

W rozdziale ?? przedstawiono podstawowe informacje dotyczące struktury dokumentów w \LaTeX u. *Alvis* [3] jest językiem

2. Wprowadzenie teoretyczne

Zrozumienie istoty przedstawionego w tej pracy rozwiązania u doboru optymalnej trasy narciarza, zarówno pod względem algorytmicznym jak i architektonicznym, wymaga zaznajomienia się z istotnymi pojęciami. W tym rozdziale, przedstawimy i opiszemy te pojęcia.

2.1. Jazda po zadanym torze w narciarstwie alpejskim

Sportowa jazda na nartach zjazdowych podzielona jest na kilak dyscyplin. Są to: slalom (SL), slalom gigant (GS), super gigant (SG) oraz zjazd (DH). Elementem wspólnym każdej z nich jest konieczność pokonania trasy, od startu do mety, w jak najkrótszym czasie i przy prawidłowym ominięciu każdej z bramek znajdującej się na trasie przejazdu. Szczegółowe zasady dotyczące parametrów stoku i sprzętu określa regulamin organizacji FIS (Federation International du Ski), z pośród których najbardziej istotnymi są:

- minimalna i maksymalna różnica wzniesień na trasie
- minimalna i maksymalna odległość pomiędzy kolejnymi bramkami
- ilość bramek jaka powinna się znaleźć na trasie - proporcjonalnie do różnicy wzniesień
- wymagana długość narty
- wymagany promień skrętu narty

Parametry te różnią się w zależności od dyscypliny. Najbardziej techniczną dyscypliną jest slalom, nazywany wcześniej slalomem specjalnym. Techniczność tej dyscypliny polega na dużej ilości bramek znajdujących się w niewielkiej odległości od siebie, co wymusza częste skręty. Zawodnicy jeżdżą slalom na nartach o bardzo małym promieniu skrętu, rzędu 11 metrów. Bramka w slalomie składa się z dwóch tyczek tego samego koloru. W slalomie gigancie, odległości między kolejnymi bramkami są większe, co implikuje szybszą jazdę. Bramka w tej dyscyplinie składa się z czterech tyczek tego samego koloru, po dwie na każdy koniec bramki. Dodatkowo każde dwie tyczki z końca bramki połączone są płachtą tego samego koloru co tyczki - czerwoną lub niebieską. Zawodnicy do tej dyscypliny używają nart o promieniu nawet 30 metrów. Kolejne dyscypliny są jeszcze szybsze a promienie nart coraz większe. Bramki zarówno w Super gigancie jak i Zjeździe, są analogiczne do tych gigantowych, różnią się tylko szerokością płacht. Super gigant, to bardziej „wypuszczony” slalom gigant, czyli slalom na którym odległości między bramkami są już bardzo duże, a prędkość proporcjonalnie rośnie. Zjazd to już typowa dyscyplina szybkościowa. Na trasie, zakręty wynikają prawie tylko z konfiguracji terenu. Dodatkowo zdarzają się na trasie elementy ukształtowania terenu na których zawodnicy wybijają się i skaczą po nawet 20 metrów.

Aby poprawnie przejechać przez bramkę na trasie, w każdej z opisywanych wyżej dyscyplin, należy przejechać pomiędzy tyczkami wyznaczającymi tzw. *światło bramki*. Bramki wymuszają skręty, ale nie jest tak, że ustawione

są zawsze rytmicznie tzn. wymuszając skręty raz w prawą, raz w lewą stronę o tym samym promieniu. Najczęściej spotykanym rodzajem bramki jest tzw. *bramka otwarta*. Bramka otwarta, charakteryzuje się tym, że światło bramki znajduje się prostopadłe do linii spadku stoku. Poza bramkami otwartymi, bramki mogą być ustawione w tzw. figury slalomowe. Pierwszą z nich jest *przelot* i może występować w każdej z dyscyplin. Przelot polega na ustawieniu dwóch kolejnych bramek w taki sposób, że nie wymuszają skrętu pomiędzy nimi. Przelot stosowany jest w celu adaptacji trasy przejazdu do konfiguracji terenu, np. gdy na trasie naturalnie występuje dłuższy skręt w jedną ze stron lub napędzeniu narciarza. Kolejną figurą, stosowaną już tylko w slalomie, jest *łokieć*. Łokieć to dwie bramki ustawione w bliskiej odległości jedna pod drugą w linii spadku stoku. Są to bramki zamknięte, czyli światło bramki jest zgodne z linią spadku stoku. Figura ta wprowadza zmianę rytmu i również pozwala na dostosowanie trasy do konfiguracji terenu. Ostatnią z figur, również stosowaną tylko w slalomie, jest *wertikal*. Wertikal to bramki ustawione tak samo jak w wypadku łokcia, czyli jedna pod drugą, w linii spadku stoku, z tym, że zamiast dwóch, może być trzy, cztery czy nawet pięć kolejno tak ustawianych bramek.

Opisanie wyżej wymienionych elementów, było istotne by zrozumieć problem znajdowania optymalnej trasy. Najtrudniejsze jest bowiem optymalne przejechanie figur slalomowych. Podczas oglądania trasy, przed zawodami czy też podczas treningów, zawodnicy zwracają dużą uwagę na zapamiętanie występujących po sobie figur i przewidywanie, na podstawie doświadczenia, w jaki sposób należy najechać na daną figurę, by zmieścić się, czy też najszybciej pokonać kolejne, następujące po danej figurze bramki. Poprzez najazd na figurę, rozumiemy moment rozpoczęcia i sposób prowadzenia skrętu przed figurą. Im wcześniej narciarz zrobi najazd, tym szybciej, po poprawnym przejechaniu bramki, będzie mógł zmienić kierunek jazdy do kolejnych tyczek.

2.2. Fizyczny model narciarza

Siła oporu powietrza

Siła oporu powietrza jest przykładem siły ***** (TODO fluid friction). Zależność wartości tej siły od prędkości może być bardzo złożona i skomplikowana i tylko w specjalnych przypadkach może być rozwiązana analitycznie. Dla bardzo małych wartości prędkości, dla małych cząstek, siła oporu powietrza jest wprost proporcjonalna do prędkości, a zależność ta może być opisana równaniem:

$$F_d = vb \quad (2.1)$$

v - prędkość narciarza

Dla większych prędkości i większych obiektów, siła oporu powietrza jest w dobrym przybliżeniu proporcjonalna do kwadratu prędkości i zależność tą, można opisać równaniem:

$$F_d = \frac{1}{2} C \rho A v^2 \quad (2.2)$$

C - współczynnik oporu powietrza, typowe wartości oscylują między 0.4 a 1

ρ - gęstość powietrza w jednostce kgm^{-3} . Wartości gęstości powietrza przy przeciętnym ciśnieniu wahają się między 1.26 a 1.42 w zależności od temperatury.

A - frontalna powierzchnia narciarza w projekcji prostopadłej do wektora prędkości narciarza wyrażona w m^2 .

Na grafice widzimy wartość współczynnika A w zależności od pozycji narciarza. Grafika pochodzi z badań prowadzonych w tunelu aerodynamicznym IAT we Francji, prowadzonych przez *****

TODO (Sport Aerodynamics: On the Relevance of Aerodynamic Force Modelling Versus Wind Tunnel Testing Caroline Barelle National Technical University of Athens Greece)



Pozycja narciarza ma znaczący wpływ na wartość współczynnika A . Przyjęcie pozycji zjazdowej redukuje w stosunku do pozycji podniesionej, wartość współczynnika nawet o jedną trzecią. Warto nadmienić również, że narciarze, nawet na amatorskich zawodach ubrani są w specjalne kombinezony tzw. *gumy narciarskie*. Kombinezony te są jednocześnie i ściśle przylegają do ciała. Nie posiadają żadnych odstających elementów, czasami zawierają tylko wewnętrzne ochraniacze w miejscach w których narciarz uderza przy każdym skręcie ciałem w tyczkę. Powodem dla którego strój ten jest tak popularny również w amatorskim sporcie jest fakt że znacząco mniejsza opór powietrza, w stosunku do klasycznego stroju narciarskiego i potrafi na kilkudziesięciu sekundowej trasie, gdzie liczy się każda setna sekundy, zredukować czas przejazdu nawet o dziesiętne części sekundy.

Interakcje między śniegiem a nartami

To, że narty ślizgają się na śniegu zawdzięczamy skomplikowanej fizyce interakcji między powierzchnią narty a śniegiem czy lodem. Ilość czynników jakie wpływają na jakość tej interakcji jest bardzo duża, a z pośród nich warto wymienić:

- materiał wykonania ślizgu narty
- rodzaj, jakość, sposób nakładania i kolejność nakładania smarów na ślizg narty
- gładkość ślizgu narty
- rodzaj i pochodzenie śniegu (naturalne/ sztuczne)
- temperatura i stopień zanieczyszczenia śniegu
- kąt nachylenia między ślizgiem a podłożem

Jest jeszcze jeden czynnik wpływający na tą interakcję, tzw. *water suction* (w wolnym tłumaczeniu zasysanie wody). W temperaturze powyżej -3 stopni Celsjusza, ciepło powstające na skutek tarcia, topi cienką warstwę śniegu pod nartami. Aby zredukować ten negatywnie wpływający na poślizg efekt, ślizg narty ma perforowaną strukturę, którą należy zachowywać i odkrywać po każdym smarowaniu, aby odprowadzać wodę.

Według badań przeprowadzonych (THE SCIENCE OF SKI WAXES, Chris Talbot, ESA, <http://www.nensa.net/equipment/TheScienceofSkiWaxes.pdf> *** TODO), tarcie o śnieg ma dużo większy wpływ na czas przejazdu niż siły tarcia powietrza.

Tarcie kinetyczne

Tarcie kinetyczne ma dużo większe znaczenie niż tarcie statyczne ponieważ determinuje jak duża siła musi działać, żeby zachować porządaną prędkość podczas zjazdu. Współczynnik tarcia kinetycznego między śniegiem a nasmarowanymi nartami wynosi średnio 0.05. Współczynnik ten jednak może się znacząco zmieniać i w zależności od rodzaju smarów, sposobu smarowania oraz jakości śniegu wynosi między 0.001 a 0.3. Różnica w wartościach współczynników ma przełożenie w cenach smarów, które na wartości tych współczynników wpływają. Już na amatorskich zawodach, można zaobserwować staranne przygotowanie ślizgów przed każdym zjazdem i używanie smarów których cena wynosi nawet kilkaset złotych, a które są zużywane w ciągu jednego sezonu startów.

Interakcje między śniegiem a nartami

Występują cztery zasadnicze czynniki wpływające na prędkość

2.3. Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych

2.4. Optymalizacja

W tym podrozdziale opisane są metody optymalizacji użyte w zaproponowanym rozwiązaniu, czyli algorytm ewolucyjny oraz algorytm optymalizacji lokalnej - Hill climbing.

Zadaniem optymalizacji jest przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań w celu znalezienia takiego, które jest najlepsze. Zatem mając daną funkcję, nazywaną funkcją celu, która każdemu punktowi reprezentującemu rozwiązanie problemu, poszukujemy takiego, dla którego wartość tej funkcji będzie jak najmniejsza (bądź jak największa). Trudność w znalezieniu takiego rozwiązania zależy od charakteru funkcji celu, a czasem także od nieznajomości jej analitycznej postaci.

Optymalizacja lokalna i globalna

W przypadku funkcji z jednym optimum do znalezienia najlepszego rozwiązania wystarczy przeszukiwanie lokalne. Polega ono na iteracyjnym sprawdzaniu rozwiązań w najbliższej przestrzeni i wprowadzaniu lokalnych zmian, aby w końcu znaleźć rozwiązanie najlepsze w okolicy tzw. optimum lokalne. Jeśli wiemy, że istnieje tylko jedno takie optimum, możemy mieć pewność, że znalezione rozwiązanie jest najlepszym w całej przestrzeni rozwiązań. Przykładami optymalizacji lokalnych są:

- hill climbing
- przeszukiwanie tabu

Jeśli natomiast funkcja celu posiada wiele optimumów lokalnych (tzw. funkcja wielomodalna) to optymalizację nazywamy optymalizacją globalną. Jeśli zadanie jest ciągłe, a więc niemożliwe jest przeszukiwanie całej przestrzeni rozwiązań, nigdy nie możemy być pewni, że zastosowany algorytm optymalizacji da nam rozwiązanie najlepsze - być może będzie to tylko minimum lokalne a nie globalne. Nie mając takiej pewności nie wiemy kiedy należy zatrzymać algorytm. Z tego powodu stosuje się parametr sterujący czasem trwania obliczeń, kosztem mniejszej pewności co do poprawności rozwiązania możemy otrzymać krótszy czas optymalizacji i odwrotnie.

2.4.1. Algorytm ewolucyjny

Algorytm ewolucyjny jest przykładem algorytmu optymalizacyjnego, przeszukującego przestrzeń rozwiązań w celu znalezienia najlepszego rozwiązania problemu. Algorytm ten oparty jest na obserwacjach środowiska i przystosowywania się organizmów do jego warunków. Wiele terminów zapożyczonych jest zatem z genetyki.

Podstawą całego algorytmu jest populacja osobników, z których każdy reprezentuje rozwiązanie problemu. Populacja ta zmienia się wraz z działaniem algorytmu. Ewolucja zakłada, że populacja będzie się składać z coraz lepiej przystosowanych osobników. Przystosowanie to jest obliczane za pomocą wcześniej określonej funkcji oceniającej jakość danego osobnika, czyli jak dobre jest rozwiązanie reprezentowane przez niego. Przystosowanie jest wartością liczbową obliczoną za pomocą tej funkcji przystosowania.

Funkcja przystosowania określa wartość przystosowania osobnika na podstawie jego fenotypu, który jest tworzony z genotypu. Genotyp określa zestaw cech danego osobnika i składa się z chromosomów (najczęściej z jednego). Natomiast każdy z chromosomów składa się z elementarnych jednostek - genów.

Schemat działa algorytmu ewolucyjnego

Algorytm ewolucyjny rozpoczyna się poprzez wygenerowanie populacji bazowej oraz obliczenie przystosowania jej osobników. Przeważnie osobniki te generowane są całkowicie losowo, ale można także wprowadzić konkretne osobniki np. o znanym dobrym przystosowaniu do środowiska.

Główna część algorytmu opiera się na powtarzaniu pętli, w której wykonywane są kolejno:

- reprodukcja
- operacje genetyczne
- ocena
- sukcesja

Często reprodukcję i sukcesję łączy się pod nazwą selekcja.

Reprodukcja powoduje powielenie losowo wybranych osobników z populacji. Prawdopodobieństwo wybrania osobnika do powielenia najczęściej jest proporcjonalne do jego przystosowania. Może się zdarzyć, że dany osobnik zostanie wybrany więcej niż raz, a także, że nie zostanie wybrany ani razu.

Następnie na tych kopiach przeprowadzane są operacje genetyczne powodujące zmiany w genotypie osobników. Wyróżniamy dwie podstawowe operacje:

- mutacja
- krzyżowanie

Zadaniem mutacji jest losowe zmodyfikowanie genów w genotypie.

Krzyżowanie, zwane także rekombinacją (ang. *crossover*), działa na co najmniej dwóch osobnikach i na podstawie ich genotypu tworzy jeden lub więcej osobników potomnych. Chromosomy rodzicielskie są mieszane w celu otrzymania nowych genotypów dla osobników potomnych.

W wyniku operacji genetycznych powstają nowe osobniki, które wchodziły w skład populacji potomnej. Każdy z tych osobników jest oceniany za pomocą funkcji przystosowania. Porównując jakość osobników z populacji bazowej oraz potomnej dokonuje się sukcesji, czyli wyboru osobników z tych populacji (czasem wyłącznie z populacji potomnej) i tworzy nową populację bazową.

Zakończenie działania algorytmu przeważnie opiera się na badaniu funkcji przystosowania całej populacji. Jeśli wartość przystosowania populacji nie jest zróżnicowana mówimy o stagnacji algorytmu i może być to wskazaniem

do zakończenia działania algorytmu. Czasem jednak oczekuje się aż przystosowanie to będzie wystarczająco duże, żeby stwierdzić, że znalezione rozwiązanie jest bardzo dobre. Przeważnie jednak nie znamy nawet przybliżonej wartości jakości rozwiązania, więc nie możemy stwierdzić kiedy przystosowanie jest odpowiednie i czy nie może się jeszcze znacznie poprawić.

Kodowanie osobników

W przypadku algorytmów genetycznych, będących szczególnym przypadkiem algorytmów ewolucyjnych, do kodowania osobników stosuje się kodowanie binarne chromosomów. Pojedynczy bit reprezentuje zatem gen należący do chromosomu.

W takim przypadku mutacja wykonywana jest na każdym genie osobno z pewnym prawdopodobieństwem, jeśli do niej dochodzi, zmienia się wartość bitu na przeciwną. W krzyżowaniu wybiera się dwa osobniki rodzicielskie, których chromosomy rozcinane są na dwie części i łączone "na krzyż". Miejsce przecięcia jest losowane z rozkładem równomiernym.

W algorytmach ewolucyjnych porzuca się kodowanie binarne - chromosom składa się z jednej lub więcej liczb stanowiących cechy osobnika.

Mutacja takiego osobnika najczęściej odbywa się poprzez losową zmianę każdej z wartości genów chromosomu. Do krzyżowania wybiera się dwa osobniki, z których dla każdej pary odpowiadających genów wyciągana jest średnia i tak otrzymane wartości genów tworzą genotyp nowego osobnika.

Typy algorytmów ewolucyjnych

Algorytmy ewolucyjne wywodzą się z kilku osobnych nurtów zajmujących się tą tematyką, więc istnieje wiele podobnych schematów. Najlepiej traktować algorytmy ewolucyjne jako metaheurystykę - określony jest pewien szkic algorytmu, który można dostosowywać do konkretnego rozwiązania. W tym podrozdziale opisane są podstawowe i najbardziej popularne schematy postępowania oparte o algorytmy ewolucyjne.

Prosty algorytm genetyczny Prosty algorytm genetyczny został zaproponowany w roku 1975 przez John'a Holland'a.

Mając populację bazową P^t dokonujemy reprodukcji tej populacji, tworząc populację tymczasową T^t składającą się z takiej samej liczby osobników. Wybierani są oni z prawdopodobieństwem proporcjonalnym do ich przystosowania z populacji bazowej. Na populacji tymczasowej dokonujemy operacji genetycznych (mutacji i krzyżowania). Do krzyżowania wybierane są rozłączne pary osobników i z pewnym prawdopodobieństwem p_c zachodzi ich skrzyżowanie. Jeśli doszło do powstania osobników potomnych zastępują one osobniki rodzicielskie. Następnie na tak otrzymanej populacji tymczasowej dochodzi do mutacji osobników i otrzymania populacji potomnej O^t . Ta populacja staje się w następnej iteracji algorytmu nową populacją bazową.

Zatrzymanie algorytmu może być dokonane jeśli np.:

- wykonano określoną z góry liczbę iteracji
- znaleziono osobnika o wystarczająco wysokiej wartości przystosowania

W tej wersji algorytmu często pętlę algorytmu nazywa się generacją, a każdą populację P^t w chwili t pokoleniem.

Strategia (1+1). Strategia (1+1) jest podstawową strategii ewolucyjnych. W algorytmie tym mamy do czynienia z populacją składającą się z tylko jednego osobnika posiadającego jeden chromosom. W każdej pętli algorytmu dokonuje się mutacji tego chromosomu, co powoduje powstanie nowego osobnika. Osobnik ten jest poddawany

ocenie, a następnie dokonuje się wyboru lepszego z dwóch istniejących osobników i tego pozostawia w populacji. W mutacji dodaje się do każdego genu chromosomu losową modyfikację rozkładem normalnym:

$$Y_i^t = X_i^t + \sigma \xi_{N(0,1),i} \quad (2.3)$$

Wartość σ będzie powodowała większe lub mniejsze zmiany w chromosomie. Jeśli chcemy przeszukać przestrzeń, powinniśmy zwiększać jej wartość, co jest pożądane zwłaszcza w początkowej fazie działania algorytmu. Natomiast, aby znaleźć jak najlepsze rozwiązanie, wiedząc że obecne rozwiązanie jest już bardzo bliskie najlepszemu, możemy zmniejszać wartość σ przeszukując tylko najbliższą przestrzeń.

Do wyznaczania σ powstał następujący algorytm zwany regułą 1/5 sukcesów:

1. Jeśli przez kolejnych k pętli algorytmu mutacja powoduje powstanie lepszego osobnika w więcej niż 1/5 wszystkich mutacji, to zwiększamy σ : $\sigma' = c_i \sigma$. Wartość c_i wyznaczona empirycznie wynosi $\frac{1}{0.82}$
2. Gdy dokładnie 1/5 kończy się sukcesem, wartość σ pozostaje bez zmian.
3. Jeśli nie zachodzi żadne z powyższych wartość σ jest zmniejszana: $\sigma' = c_d \sigma$. Gdzie c_d powinna wynosić 0.82

Strategia $(\mu + \lambda)$. Strategia $(\mu + \lambda)$ jest rozwinięciem strategii (1+1). μ oznacza ilość osobników w populacji początkowej, a λ ile osobników jest reprodukowanych i poddawanych operacjom genetycznym. Dodatkowo, zamiast reguły 1/5 sukcesów wprowadzono mechanizm samoczynnej adaptacji zasięgu mutacji, a także wprowadzono operator krzyżowania.

Oznaczenie $\mu + \lambda$ oznacza, że po wygenerowaniu populacji potomnej wybierane jest μ najlepszych osobników do nowej populacji bazowej - zarówno spośród populacji potomnej, jak i starej populacji bazowej zawierającej łącznie $\mu + \lambda$ osobników.

W strategii tej ważne jest też kodowanie, do którego dodatkowo dołożono również chromosom przechowujący wektor σ zawierający wartości odchyłeń standardowych, które wykorzystuje się w trakcie mutacji.

Po wylosowaniu wartości zmiennej losowej o rozkładzie normalnym ($\xi_{N(0,1)}$) dla każdego elementu wektora σ losujemy jeszcze jedną zmienną losową o rozkładzie normalnym ($\xi_{N(0,1),i}$) i oblicza nowe wartości odchyłeń z wektora σ :

$$\sigma'_i = \sigma_i e^{(\tau' \xi_{N(0,1)} + \tau \xi_{N(0,1),i})} \quad (2.4)$$

Gdzie τ oraz τ' są parametrami algorytmu, a ich wartości powinny wynosić:

$$\tau = \frac{K}{\sqrt{2n}} \quad (2.5)$$

$$\tau' = \frac{K}{\sqrt{2\sqrt{n}}} \quad (2.6)$$

Mając dane nowe wartości odchyłeń standardowych możemy obliczyć nowe wartości genów korzystając ze wzoru:

$$X'_i = X_i + \sigma'_i \xi_{N(0,1),i} \quad (2.7)$$

gdzie $\xi_{N(0,1),i}$ jest nową losową wartością.

Algorytm ewolucyjny wybiera osobniki lepiej przystosowane, a więc te, które posiadają także lepsze wartości odchyłeń standardowych. Powoduje to naturalną selekcję, doprowadzającą do samoczynnej adaptacji odchyłeń standardowych stosowanych w trakcie mutacji.

Krzyżowanie występuje w tym algorytmie pod nazwą rekombinacja. Najczęściej sprowadza się do uśrednienia lub wymianie wartości wektorów, także wektora σ .

Strategia (μ, λ) . Strategia $(\mu + \lambda)$ posiada pewne wady, które postanowiono spróbować wyeliminować za pomocą nowej strategii (μ, λ) . Poprzedni algorytm sprawia problemy jeśli w populacji pojawia się osobnik o wysokiej wartości przystosowania, ale posiadający zbyt duże (albo zbyt małe) wartości odchyłeń standardowych. Usunięcie takiego osobnika z populacji często nie jest procesem krótkotrwałym, gdyż wpływa on na powstające potomstwo, przekazując mu podobne do jego, nieodpowiednie wartości odchyłeń.

W nowej strategii wprowadzono zmianę, która powoduje, że osobniki rodzicielskie nie są nigdy brane do kolejnej populacji bazowej. Podczas selekcji korzysta się zatem tylko z powstałej populacji potomnej, z niej wybierając osobniki do populacji bazowej w kolejnej iteracji.

2.4.2. Hill climbing

Algorytm hill climbing jest jedną z metod przeszukiwania lokalnego. W każdej iteracji zmieniając wartość jednej ze zmiennych rozwiązania sprawdzana jest wartość funkcji celu dla nowego rozwiązania i jeśli wartość ta jest lepsza od dotychczas najlepszej znalezionej, zapamiętujemy zmienione rozwiązanie. Dopóki zmiany powodują poprawę rozwiązania, algorytm nie jest zatrzymywany. Na końcu wiemy, że znalezione rozwiązanie jest rozwiązaniem lokalnie optymalnym.

Przeszukiwanie przestrzeni dyskretnej sprowadza się do sprawdzenia rozwiązań najbliższych obecnemu i wybieranie tego rozwiązania, którego wartość obliczona za pomocą funkcji celu jest najlepsza. Jeśli wśród sąsiadów nie ma już lepszego rozwiązania, możemy zakończyć przeszukiwanie.

W przestrzeni ciągłej konieczne jest dobranie kroku, który wyznacza punkty przeszukiwane w okolicy w trakcie każdej iteracji. Dodatkowo wykorzystywane jest tzw. przyspieszenie (ang. *acceleration*), które wyznacza pięciu możliwych kandydatów na lepsze rozwiązania. Najczęściej przyspieszenie to wynosi 1.2, a wartość kroku jest osobna dla każdej zmiennej rozwiązania i często wynosi na początku 1. Zatem za każdym razem obliczane są następujące współczynniki: $-acceleration$, $-1/acceleration$, 0, $1/acceleration$, $acceleration$. Następnie współczynniki mnożone są przez krok (step) i dodawane do obecnie analizowanej zmiennej i wybierane jest najlepsze z pięciu rozwiązań. Wartość kroku jest indywidualna dla każdej zmiennej. Po wybraniu najlepszego rozwiązania uaktualniana jest wartość tego kroku - krok mnożony jest przez odpowiedni współczynnik, ten który był dobrany wcześniej do znalezienia tego najlepszego rozwiązania. Algorytm zatrzymywany jest jeśli zmiana żadnej ze zmiennych nie przynosi już poprawy rozwiązania, czasem również jeśli ta zmiana jest już bardzo mała - wprowadzany jest parametr ϵ wyznaczający tę różnicę.

2.5. Uczenie maszynowe

Uczeniem się systemu jest każda autonomiczna zmiana w systemie zachodząca na podstawie doświadczeń, która prowadzi do poprawy jakości jego działania. (Cichosz)

Program się uczy z doświadczenia E dla zadań T i miary jakości P jeśli jego efektywność w zadaniach z T mierzona P wzrasta z doświadczeniem E. (Mitchell)

Istnieje wiele rodzajów uczenia maszynowego. Podstawowy podział wynika z rodzaju informacji trenującej na:

- uczenie z nadzorem
- uczenie bez nadzoru

W uczeniu się z nadzorem źródłem informacji trenującej jest nauczyciel. Od niego otrzymuje uczeń informację jakie zachowanie jest pożądane. Natomiast w przypadku uczenia bez nadzoru uczeń dowiaduje się o skuteczności swojego działania obserwując wyniki - nazywa się to czasem wbudowanym nauczycielem.

Istnieją jeszcze dwie grupy, które trudno zakwalifikować do powyższych:

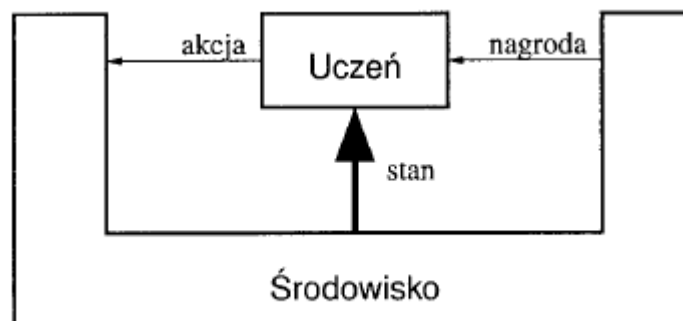
- uczenie się na podstawie zapytań
- uczenie się przez eksperymentowanie
- uczenie się ze wzmocnieniem

Do pierwszej z nich należą algorytmy polegające na zadawaniu pytań przez ucznia nauczycielowi. Natomiast do drugiej te, w których uczeń gromadzi swoje doświadczenia obserwując konsekwencje swojego działania w środowisku. Uczenie się ze wzmocnieniem jest podobne do tej metody, ale dodatkowo istnieje krytyk, który służy jako dodatkowe źródło informacji trenującej. Jego zadaniem jest karanie bądź nagradzanie ucznia za jego zachowanie. Uczeń nie dowiadyuje się co ma robić, ale jak wartościowe jest dane działanie.

Czasem granice pomiędzy tymi grupami są nieostre i przynależność algorytmu do jakiejś grupy może zależeć wyłącznie od punktu widzenia.

2.5.1. Uczenie się ze wzmocnieniem

W przypadku uczenia się ze wzmocnieniem zadaniem ucznia jest obserwacja stanów środowiska, wykonywanie akcji oraz obserwowanie efektów tych akcji poprzez wartość otrzymywanego wzmocnienia jako rzeczywistoliczbowej nagrody. Tak jak zostało to napisane wcześniej, w tym przypadku nie mówimy o nauczycielu, ale o krytyku, który wartościuje zachowanie poprzez dostarczanie wzmocnienia. Zadaniem ucznia jest odnalezienie takiego zachowania, które przyniesie mu jak największą nagrodę. Najczęściej uczeń nie ma pojęcia o tym jakie jest środowisko, często niedeterministyczne, dlatego musi wchodzić w interakcję z nim, aby je poznać.



W każdym kroku uczeń jest w określonym stanie środowiska. Decydując się na określoną akcję otrzymuje informację o nowym stanie, w którym znajduje się po wykonaniu tej akcji oraz o nagrodzie (wzmocnieniu) jaką otrzymuje za swoje działanie. Uczeń obserwując nagrody otrzymywane za swoje zachowanie może uczyć się jak postępować, aby były one jak najwyższe.

Schemat algorytmu przedstawia się następująco:

Dla kolejnych kroków czasowych t :

1. obserwujemy stan x_t
2. wybieramy akcję a_t możliwą do wykonania w stanie x_t
3. wykonujemy akcję a_t
4. obserwujemy wzmocnienie r_t i następny stan x_{t+1}
5. uczymy się na podstawie doświadczenia (x_t, a_t, r_t, x_{t+1})

Wybór akcji w kroku 2. dokonywany jest autonomicznie przez ucznia. Natomiast stan, do którego przechodzi po wykonaniu akcji jest określony przez środowisko na podstawie stanu poprzedniego oraz wykonanej akcji. Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że środowisko może być stochastyczne - wykonanie dwa razy tej samej akcji może dawać różne rezultaty. Poza tym, przeważnie środowisko jest nieznane uczniowi, stąd konieczność podejmowania prób i błędów poprzez wykonywanie różnych akcji. Jednocześnie, uczeń nie może wpływać na środowisko w żaden sposób.

Strategia maksymalizacji nagród

Nauka ucznia oparta jest na nagrodach, które otrzymuje za swoje działania. Musi znaleźć on najlepszą strategię wyboru akcji, aby uzyskiwać jak najlepsze nagrody. Najczęściej uczeń próbuje maksymalizować swoje nagrody długoterminowo. Strategia ta polega na tym, że nagrody za poprawne działanie mogą przyjść wiele kroków później niż wtedy gdy ono zostało wykonane. Strategia ta nazywana jest uczeniem się z opóźnionym wzmocnieniem. W uczeniu z natychmiastowym wzmocnieniem interesuje nas tylko maksymalizacja nagród tuż po danym zachowaniu. Nie jesteśmy wtedy w stanie brać pod uwagę tego, jakie w przyszłości mogą być jego skutki.

W przypadku opóźnionego wzmocnienia wprowadza się współczynnik dyskontowania $\gamma \in [0, 1]$. Zadaniem ucznia jest zmaksymalizowanie zdyskontowanej sumy nagród:

$$E\left[\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_t\right] \quad (2.8)$$

Im współczynnik γ jest bliższy 0, tym bardziej maksymalizuje się tylko natychmiastowe nagrody. Jeśli $\gamma = 1$ to maksymalizowana jest suma wszystkich otrzymanych nagród.

Zadania epizodyczne

W niektórych przypadkach działania ucznia można łatwo wydzielić na niezależne epizody, z których każdy trwa najczęściej skończoną liczbę kroków. Rozdział ten jest kierowany tym, że każda z tych prób jest oceniana osobno. Zatem maksymalizujemy kryterium jakości w każdej próbie oddzielnie. Zatem w równaniu 2.8 musimy zastąpić sumę nieskończoną otrzymując:

$$E\left[\sum_{t=0}^{n-1} \gamma^t r_t\right] \quad (2.9)$$

Wartość n to liczba kroków epizodu. Powyższe równanie można traktować tak naprawdę jako szczególny przypadek równania 2.8. Zakładając, że w ostatnim kroku wchodzimy do stanu, w którym jedyna możliwa akcja prowadzi z powrotem do niego, a nagroda w tym stanie wynosi 0, otrzymujemy dokładnie powyższe równanie. W równaniu tym zmienna r_t powinna być dla uściślenia zastąpiona przez $r_{i,t}$, ponieważ wartości wzmocnienia mogą być różne w każdej próbie i .

Istnieją także dwa szczególnego rodzaju typy zadań epizodycznych, które nazywane są zadaniami do-sukcesu lub do-porażki. Zakończenie każdej próby kończy się odpowiednio w każdym typie sukcesem lub porażką. W przypadku zadań do-sukcesu chcemy, aby w każdym epizodzie w jak najmniejszej liczbie kroków osiągnąć pewien pożądany stan, co powoduje osiągnięcie sukcesu i zakończenie tej próby. Odpowiednio dla zadań do-porażki jak najbardziej chcemy odwlec moment przejście do niepożądanego stanu, który oznacza porażkę.

Algorytm uczenia się strategii

Q-learning. Algorytm Q-learning jest najczęściej stosowanym algorytmem do uczenia się optymalnej strategii. Uczenie się polega na oszacowaniu optymalnej funkcji wartości akcji. W każdym kroku czasowym obliczana jest wartość następującego wyrażenia, które nazywane jest błędem:

$$\Delta = r_t + \gamma \max_a Q_t(x_{t+1}, a) - Q_t(x_t, a_t); \quad (2.10)$$

r_t to wartość wzmocnienia w tym kroku czasowym, następny człon określa maksymalną wartość funkcji Q dla stanu, w którym znajdzie się uczeń po wykonaniu wybranej wcześniej przez siebie akcji. Tę wartość mnożymy przez współczynnik dyskontowania γ i od tak obliczonej liczby odejmujemy obecną wartość funkcji dla obecnego stanu i wybranej akcji.

Aktualizacja wartości funkcji odbywa się w następujący sposób:

$$Q_{t+1}(x_t, a_t) = Q_t(x_t, a_t) + \alpha \Delta \quad (2.11)$$

Dwa warunki dotyczące wartości α powinny być spełnione:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_i(x, a)} = \infty \quad (2.12)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_i^2(x, a)} < \infty \quad (2.13)$$

Jednak najczęściej w praktyce rzadko stosuje się do tych warunków.

Warto zwrócić uwagę na fakt, że nie określono tu w jaki sposób uczeń rzeczywiście wybiera akcję. Nie musi to być wcale strategia, w której zawsze wybierana jest najlepsza z akcji.

Algorytm Sarsa. Algorytm Sarsa niewiele różni się od algorytmu Q-learning. Jediną różnicą jest modyfikacja wyrażenia na błąd:

$$\Delta = r_t + \gamma Q_t(x_{t+1}, a_{t+1}) - Q_t(x_t, a_t); \quad (2.14)$$

Zamiast wykorzystywać maksymalną wartość funkcji w przyszłym stanie, korzystamy z wartości, która faktycznie zostanie wybrana. Ponieważ wybór ten dokonywany jest dopiero w następnym kroku, ogólny schemat musi być lekko zmodyfikowany. Różnica ta powoduje, że algorytm Sarsa nie posiada własności algorytmu Q-learning dotyczącego wyboru akcji. Maksymalizacja dokonywana jest z użyciem tej samej strategii, z której korzysta algorytm.

Wybór akcji

Tak jak w przypadku algorytmów ewolucyjnych konieczna jest eksploracja środowiska, w którym znajduje się uczeń. Z drugiej jednak strony chcemy jak najszybciej znaleźć optymalne zachowanie, czyli dokonać eksploatacji wiedzy, którą już posiadamy. Pojawia się pytanie w jaki sposób wybierać akcję, aby dobrze poznać środowisko, a jednocześnie nie zmarnować zbyt dużo czasu na bezcelowe przeszukiwanie opcji, które nie dają korzystnego rozwiązania.

W przypadku algorytmów takich jak Q-learning, w których można użyć innej strategii wyboru akcji niż ta, która jest używana w trakcie maksymalizacji funkcji Q , zapewnienie eksploracji można zapewnić stosując jednostajnie losowy wybór akcji.

Najprostszym sposobem wyboru akcji jest wybranie najlepszej z możliwych akcji, nazywane strategią zachłanną, jednak metoda ta uniemożliwia eksplorację. Aby to umożliwić, wprowadza się modyfikację, która polega na tym, że co jakiś czas z prawdopodobieństwem ϵ stosuje się wspomniany wcześniej jednostajnie losowy wybór akcji. Strategia ta nazywana jest strategią ϵ -zachłanną. Metoda ta jest znana jako dobrze równoważąca zadania eksploracji i eksploatacji.

Minusem strategii ϵ -zachłannej jest to, że w trakcie eksploracji każda z akcji jest losowana z takim samym prawdopodobieństwem. Aby wyeliminować ten element, stosuje się metody selekcji nazywane *softmax*. Wszystkie akcje mogą zostać wylosowane, ale z prawdopodobieństwem odpowiadającym im dotychczasowej wartości. Najczęściej korzysta się z rozkładu Gibbs'a lub Boltzmann'a. Prawdopodobieństwo wybrania akcji a w próbie t wynosi:

$$\frac{e^{Q_t(a)/\tau}}{\sum_{b=1}^n e^{Q_t(b)/\tau}} \quad (2.15)$$

Parameter τ nazywany jest temperaturą. Im jest ona wyższa, tym wybór dowolnej akcji jest bardziej losowy. W przypadku temperatur bliskich 0 wybór praktycznie jednoznacznie padnie na akcję o najwyższej wartości funkcji Q .

2.6. Volunteer Computing

Volunteer computing to nieformalny kontrakt w którym zwykli ludzie czy też organizacje, nazywani dalej ochotnikami, dobrowolnie udostępniają swoje zasoby obliczeniowe by uruchamiać na nich obliczenia związane z różnorakimi projektami. Projekty to, przeważnie projekty naukowe, których celem jest rozwiązanie problemów i zadań matematycznych czy też problemów dotyczących ludzkości, lub dążących do lepszego poznania świata i wszechświata. Dzięki platformą umożliwiającym Volunteer computing, każdy człowiek może w niewielkim stopniu kontrybuować w rozwiązywaniu tych problemów.

Ochotnicy to osoby prywatne albo instytucje takie jak szkoły czy uniwersytety. Ochotnicy przeważnie pozostają anonimowi, choć w niektórych projektach wymagane jest dostarczenie podstawowych danych kontaktowych jak np. adresu email. W wypadku celowego dostarczania błędnych wyników przez ochotnika, utrudnione jest jego dyscyplinowanie czy też wyłączenie z projektu. Ochotnicy nie są wynagradzani finansowo za uczestnictwo w projekcie.

Organizacja czy osoba chcąc wykorzystać model Volunteer computing do swoich projektów, musi być jednostką zaufaną dla ochotników realizujących obliczenia. Wynika to z prostego faktu, że ochotnicy decydują się, według standardowego modelu computing, na zainstalowanie aplikacji dostarczanej przez dawcę zadań obliczeniowych. Osoba instalująca aplikację musi ufać, że nie uszkodzi ona jej komputera ani też nie będzie wykorzystywać jej zasobów w sposób niezgodny z zapewnieniami zleceniodawcy obliczeń. Zleceniobiorca obliczeń ma też prawo oczekiwać, że aplikacja, została napisana przestrzegając dobrych praktyk bezpieczeństwa, gdyż jako, że aplikacja ta łączy się z internetem i potencjalnie jest zainstalowana na dużej ilości maszyn więc jest atrakcyjnym celem ataków zmierzających do przejęcia tych maszyn do niezgodnych z prawem celów przez hakerów.

Przeważnie model komunikacyjny systemu Volunteer Computing uwzględnia tylko komunikację poszczególnych klientów z centralnym serwerem i nie zakłada bezpośredniej komunikacji między klientami.

Volunteer Computing pierwotnie zakładał, że obliczenia są wykonywane na zwykłych PC-tach. Ilość komputerów tego typu jest nieporównywalnie większa do ilości wyspecjalizowanych komputerów o dużej mocy obliczeniowej i jest szacowana na ponad miliard. Dodatkowa, z przyczyn ekonomicznych, na rozwój tych maszyn producenci sprzętu przeznaczają największe fundusze więc ich moc i zdolności obliczeniowe stale rosną.

Ważnym aspektem, który istotnie wpływa na stosowanie modelu w praktyce jest koszt prowadzenia obliczeń. Model zakłada, że dołączanie się do obliczeń jest ochotnicze i nie dostaje się za uczestnictwo w projekcie wynagrodzenia. Dzięki temu, projekty, które mają poparcie i akceptację społeczną mogą liczyć na darmowe moce obliczeniowe udostępnione przez zwykłych ludzi.

Na ten model można patrzeć także w kategoriach edukacyjnych. Podczas gdy ochotnik przystępuje do projektu i udostępnia swoje moce obliczeniowe, można wykorzystać jego potencjalne zainteresowanie rozwiązywanym

problemem i za pomocą przystępnych wizualizacji przedstawić mu sedno rozwiązywanego zadania, nakreślić mu problem z różnych perspektyw i pokazać mu do czego potencjalnie zmierzają obliczenia. Połączenie atrakcyjnej formy tłumaczenia rozwiązywanych problemów z potencjałem portali społecznościowych i wiralności ciekawego materiału można uzyskać daleko idący efekt propagacji i podłączaniu się do obliczeń coraz większej ilości osób.

2.7. Web Workers

Przeprowadzanie intensywnych obliczeń w przeglądarkach internetowych nie było możliwe do czasu wprowadzenia przez grupę WHATWG (Web Hypertext Application Technology Working Group) specyfikacji Web Worker. Ograniczenie wynikało z faktu, że język w którym wykonywane są skrypty poprzez silniki przeglądarki to Java Script. Java Script to środowisko jednowątkowe, więc nic nie może być wykonywane równolegle. Zlecając więc skryptom intensywne obliczenia, na ich czas cały UI strony byłby nieresponsywny, co jest nie do przyjęcia dla człowieka obsługującego stronę internetową. Przeglądarki bronią użytkownika przed takim zachowaniem skryptów na stronie i czasami zdarza się jeszcze zobaczyć okno z ostrzeżeniem, że skrypt przestał odpowiadać i możliwością manualnego zatrzymania skryptu.

Web Workers definiuje API do tworzenia osobnych procesów w tle. Workery wykorzystują do komunikacji z wątkiem głównym klasyczny model przekazywania wiadomości. Nowoczesne przeglądarki umożliwiają przekazywanie zarówno tekstu jak i obiektów zserializowanych jako JSONy. Należy zwrócić uwagę, że obiekty te nie są współdzielone ale w pełni kopiowane.

Web Workery nie mają dostępu do struktury DOM, obiektu *window* ani *document*. Zewnętrzne skrypty wykonywane przez workera muszą być serwowane z tej samej domeny co kod workera.

Według specyfikacji, stworzonej przez WHATWG, Web Workery powinny być używane do zadań trwających dłuższy czas, mających duży narzut startowy i spory narzut pamięciowy. Nie są więc odpowiednie tworzenie bardzo wielu workerów zajmujących się obliczeniami trwającymi marginalny czas, gdyż sam narzut na stworzenie przez przeglądarkę osobnego procesu może być zbyt duży by uzasadnić jego użycie.

3. Istniejące rozwiązania

W rozdziale tym przedstawimy istniejące rozwiązania zarówno architektoniczne, które umożliwiają rozproszone obliczenia w modelu Volunteer Computing, jak i rozwiązania dotyczące problemu związanego z poszukiwaniem optymalnej trasy narciarza na slalomie.

3.1. Platformy do Volunteer Computing

W klasycznym modelu, architektura umożliwiająca prowadzenie obliczeń w modelu Volunteer Computing składała się z aplikacji klienckich, które muszą być pobrane oraz zainstalowane na komputerze typu PC, oraz serwera, który zarządza wysyłaniem zadań i odbieraniem rozwiązań.

Konieczność pobierania i instalowania aplikacji na urządzeniu implikuje wymóg tworzenia i utrzymywania wersji aplikacji pod każdy znaczący system operacyjny. Proces wyboru odpowiedniej kompilacji programu klienckiego oraz jego instalacji jest pierwszą barierą jaką napotyka przeciętna osoba chcąca kontrybuować do naukowego projektu.

Zlecniodawcy obliczeń, zauważyli, że na świecie popularność zdobywają inne od komputerów osobistych urządzenia, które również dysponują nie wykorzystywaną mocą obliczeniową. Konsola Play Station 3 była pierwszym urządzeniem tego typu, włączonych do projektów wykorzystujących Volunteer Computing.

W ostatnich latach, można zaobserwować trend przenoszenia softwaru, który dotychczas zainstalowany był na komputerach jako natywna aplikacja, w model SAAS (Software As A Service). Programy pocztowe, funkcjonalne systemy CRM, czy odtwarzacze muzyczne coraz częściej dostępne są za pośrednictwem przeglądarek internetowych. Taka zmiana możliwa była dzięki rozwojowi silników JavaScript w we współczesnych przeglądarkach, oraz implementacja w przeglądarkach zaawansowanych elementów ze specyfikacji HTML5 oraz Web Workers.

W tym rozdziale, zaprezentujemy przekrój obecnie najbardziej znaczących platform umożliwiających wykonywanie obliczeń w modelu Volunteer Computing.

3.1.1. Great Internet Mersenne Prime Search

Pierwszym projektem wykorzystującym Volunteer Computing jest rozpoczęty na początku 1996 roku a trwający do dziś GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search), którego celem jest znalezienie jak największej ilości specyficznych liczb pierwszych - tzn. Liczb Pierwszych Marsenne'a. Do tej pory kolaboracyjne wysiłki doprowadziły do odnalezienia 14 takich liczb. Moc systemu dała by teoretycznie, wg. danych na listopad 2012 roku - 330-ste miejsce w rankingu TOP500 - rankingu najmocniejszych komputerów na świecie.

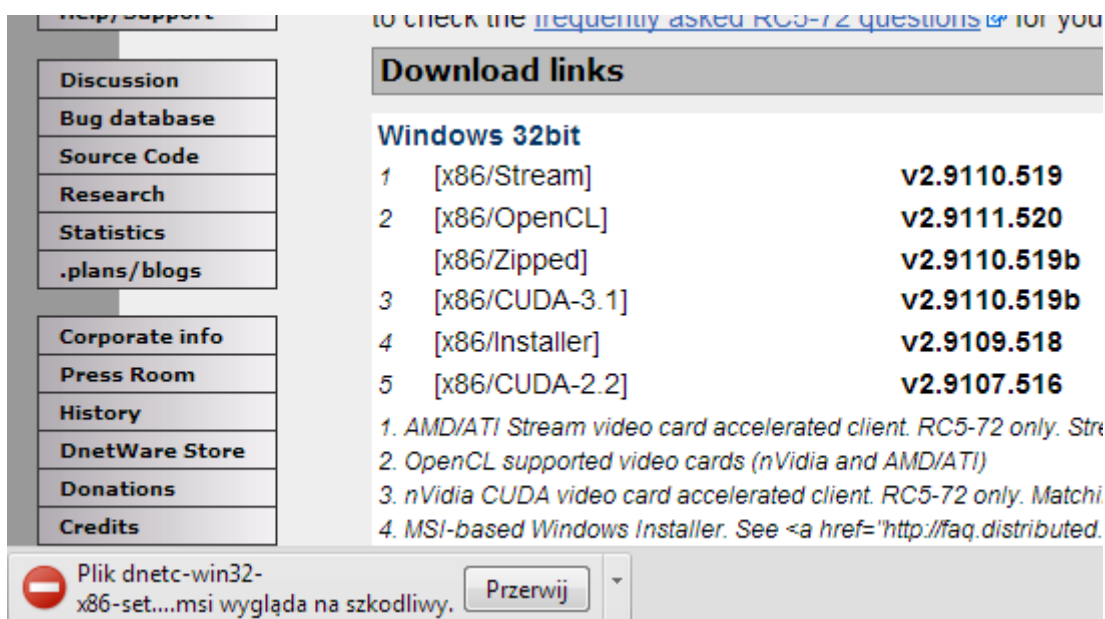
System składa się z aplikacji klienckich stworzonych dla 9 platform i konfiguracji systemów. Twórcy zapewniają, że kod programu jest wysoce zoptymalizowanym kodem assemblerowym Intel'a. Po uruchomieniu, program nawiązuje kontakt z serwerem nazwanym PrimeNet aby otrzymać część pracy.

GIMPS jest ciekawym projektem, który ma swoje sukcesy i skale, co potwierdzają publikowane regularnie informacje o nowych znaleziskach oraz wielkości sieci komputerów biorących udział w obliczeniach. Interfejs i User Experience które oferuje platforma jest jednak bardzo słaby i archaiczny i zupełnie nie przystosowany do użytkowników współczesnego internetu, przez co

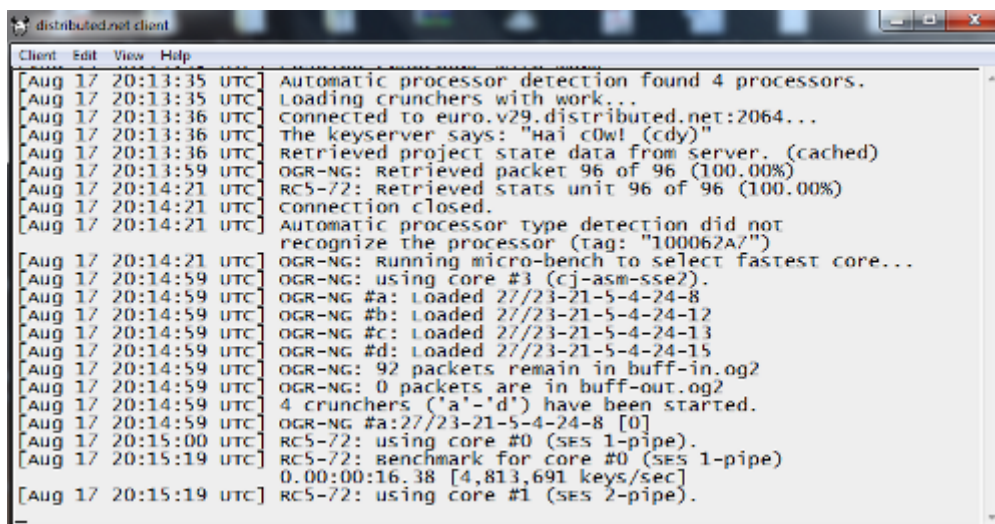
3.1.2. Distributed.net

Kolejną znaczącą platformą do Volunteer Computing był stworzony w 1997 roku *distributed.net*. Platforma to powstała oryginalnie w celu brania udziału w konkursach organizowanych przez RSA Laboratory, tzw. RSA Secret-Key Challenge. Konkursy te polegały na uhonorowaniu pierwszej osoby, która znalazła klucz użyty do szyfrowania tekstu oraz odszyfrowała za jego pomocą tekst zaszyfrowany jednym ze znanych algorytmów szyfrujących. Konkursy miały na celu zademonstrowanie stopnia bezpieczeństwa algorytmu szyfrującego używającego kluczy o różnej długości. Nagrodą było 10000 dolarów. Sieć ochotników podpiętych do systemu *distributed.net* złamała 56 bitowy klucz użyty przez szyfr blokowy RC5 do zaszyfrowania zdania: "The unknown message is: It's time to move to a longer key length". Metodą przyjętą do złamania tego szyfru był najprostszy brute-force, która to dzięki metodologii Volunteer Computing przyniosła pozytywne skutki po 250 dniach poszukiwań całej przestrzeni rozwiązań.

Program *distributed.net* trwa dalej mimo, że RSA Laboratory wycofało się już z fundowania nagród za łamanie kolejnych coraz to dłuższych kluczy. Osoba chcąc dołączyć do ochotników nie ma jednak bardzo łatwego zadania i nie dołączanie do programu nie należy do przyjemnych. Należy wejść na stronę *distributed.net* i wybrać odpowiedni dla swojego systemu operacyjnego program kliencki. Wybór jest spory i może przysporzyć problemy mniej obeznanym w komputerach osobą gdyż wyróżnione są nie tylko nazwy systemów ale i architektury (np. Windows x86/CUDA-2.2, x86/CUDA-3.1). Po zdecydowaniu się już na któryś z programów i po zakończeniu pobierania, może dostać groźnie wyglądający komunikat w którym jego system operacyjny ostrzeże go że program jest potencjalnie szkodliwy dla komputera - tak jak to widać na załączonym zdjęciu.



Ufając dostawcy, po zdecydowaniu się na zainstalowanie programu, otwiera się bardzo mało przyjazny interfejs konsolowy.



```

distributed.net client
Client Edit View Help
[Aug 17 20:13:35 UTC] Automatic processor detection found 4 processors.
[Aug 17 20:13:35 UTC] Loading crunchers with work...
[Aug 17 20:13:36 UTC] Connected to euro.v29.distributed.net:2064...
[Aug 17 20:13:36 UTC] The keyserver says: "Hai c0w! (cdy)"
[Aug 17 20:13:36 UTC] Retrieved project state data from server. (cached)
[Aug 17 20:13:59 UTC] OGR-NG: Retrieved packet 96 of 96 (100.00%)
[Aug 17 20:14:21 UTC] RC5-72: Retrieved stats unit 96 of 96 (100.00%)
[Aug 17 20:14:21 UTC] connection closed.
[Aug 17 20:14:21 UTC] Automatic processor type detection did not
recognize the processor (tag: "100062A/")
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG: Running micro-bench to select fastest core...
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG: using core #3 (cj-asm-sse2).
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG #a: Loaded 27/23-21-5-4-24-8
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG #b: Loaded 27/23-21-5-4-24-12
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG #c: Loaded 27/23-21-5-4-24-13
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG #d: Loaded 27/23-21-5-4-24-15
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG: 92 packets remain in buff-in.og2
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG: 0 packets are in buff-out.og2
[Aug 17 20:14:59 UTC] 4 crunchers ('a'-'d') have been started.
[Aug 17 20:14:59 UTC] OGR-NG #a:27/23-21-5-4-24-8 [0]
[Aug 17 20:15:00 UTC] RC5-72: using core #0 (SES 1-pipe).
[Aug 17 20:15:19 UTC] RC5-72: Benchmark for core #0 (SES 1-pipe)
0.00:00:16.38 [4,813,691 keys/sec]
[Aug 17 20:15:19 UTC] RC5-72: using core #1 (SES 2-pipe).

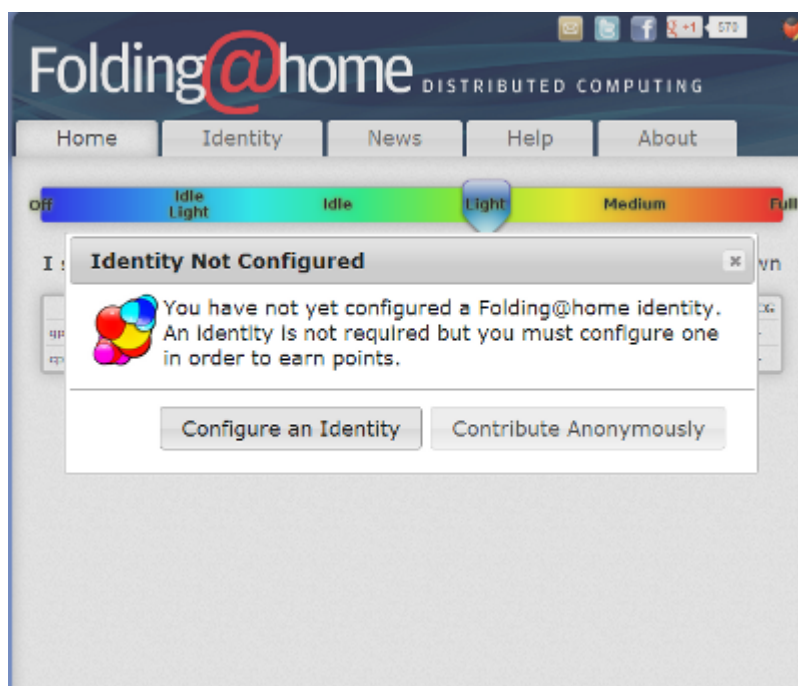
```

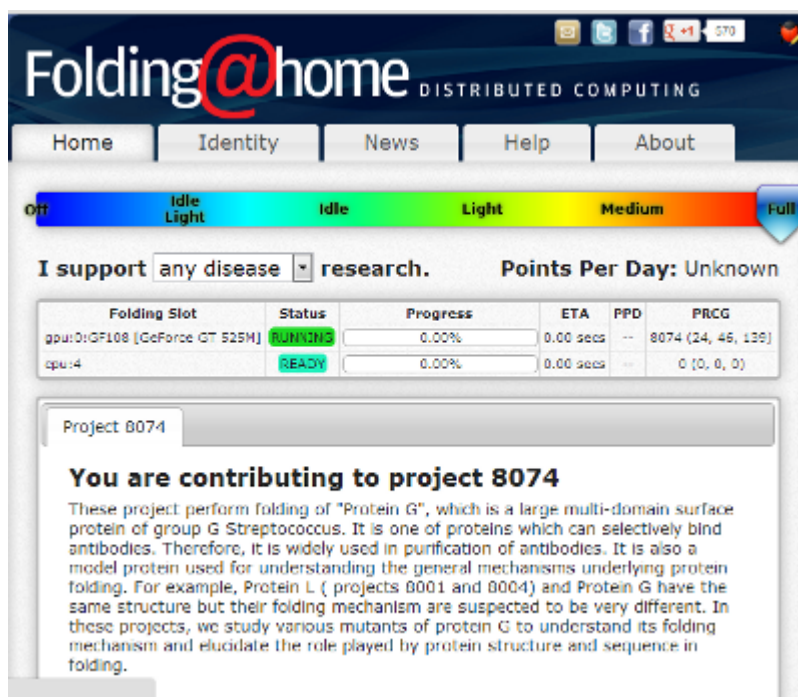
Nasz wniosek jest taki, że przestarzałe i nieatrakcyjne systemy do Volunteer Computing nie mają racji bytu w dzisiejszym świecie i prędzej czy później wyginą na rzecz bardziej przyjaznych rozwiązań.

3.1.3. Berkeley Open Infrastructure for Network Computing

3.1.4. Folding@home

Projekt wywodzący się z Amerykańskiego Uniwersytetu Stanford, był pierwszym, który zauważył że potencjał Volunteer Computing nie zamyka się tylko na komputery osobiste i wykorzystanie jednostek CPU ale także coraz bardziej rozwijanych jednostek GPU, procesorów na PlayStation 3. Jako pierwszy duży projekt wykorzystał też model Message Passing Interface. Pojedynczy klienci dostają z serwera część symulacji, i po jej wykonaniu odsyłają ją z powrotem do serwera, w którym części są łączone i stwarzają całościową symulację. Co ciekawe, ochotnicy biorący udział w symulacjach, mogą śledzić swój wkład w projekt Folding@home poprzez stronę internetową. Techniki grywalizacyjne zaczęły być wprowadzane do projektów Volunteer Computing w celu utrzymania zainteresowania ochotników w braniu udziału w projekcie





Folding@home jest jednym z największych systemów komputerowych na świecie. Jego szybkość szacuje się na około 14 petaFLOPSów na sekundę, więcej niż wszystkich projektów, które są przetwarzane na wywodzącej się z Berkeley platformie BOINC. W 2007 został wpisany do książki rekordów Guinnessa jako system rozproszonych obliczeń o największej mocy obliczeniowej. Stan na Czerwiec 2013 wskazuje prawie pół miliona aktywnych CPU oraz prawie 25 tysięcy aktywnych GPU.


Folding@home wprowadza elementy grywalizacyjne poprzez wprowadzenie systemu punktowego. Osoby udostępniające swoje zasoby dostają punkty za każde wykonane zadanie, dodatkowe punkty można zdobywać za szybkie i pewne wykonanie pewnych zadań które są szczególnie wymagające obliczeniowo albo mają większy priorytet ze względu na wartość naukową. Gromadzić więcej punktów można dzięki włączeniu do programu, pod jednym loginem, wielu swoich maszyn. Ogólnym założeniem systemu punktowego jest motywowanie ochotników do coraz większego zaangażowania i włączania znajomych do dających korzyści nauce rywalizacji. Statystyki, zarówno poszczególnych drużyn jak i indywidualnych osób są widoczne na stronie głównej projektu.

Oprogramowanie Folding@Home jest przyjazne. Ściągnięcie i instalacja nie powoduje żadnych niepokojących ostrzeżeń ze strony systemu operacyjnego. Interfejs kliencki jest interfejsem webowym, łączącym się z nadającą na lokalnej maszynie aplikacją kliencką wykonującą obliczenia. twórcy platformy starają się ułatwić rozprzestrzenianie się informacji o możliwości kontrybuowania do naukowego projektu dając możliwość udostępniania informacji o programie poprzez portale społecznościowe takie jak Facebook czy Twitter

Share This Link

Share: On your own timeline

Write something...



Folding@home
<http://folding.stanford.edu/>
What if you could share your unused computer power to help find a cure? In just 5 minutes you can join the world's largest distributed super computer and get us closer sooner. Watch the video.

1 of 1

Choose a Thumbnail

☐ No Thumbnail

Friends

Share Link

Cancel

4. Proponowane rozwiązanie

W rozdziale tym przedstawiono informacje .

4.1. Model narciarza i środowiska

W zaproponowanym rozwiązaniu trzeba była podjąć pewne decyzje odnośnie reprezentacji środowiska oraz narciarza. Zostało przyjęte, że stok traktowany jest jako płaszczyzna, która jest nachylona pod określonym przez stałą α kątem do powierzchni ziemi. Założenie co do płaskiej powierzchni jest tylko ograniczeniem przyjętym do testów. Umożliwia to łatwiejszą analizę wyników niezaburzonych zmianami nachylenia terenu. Jednak stworzony program może zostać zmodyfikowany tak, aby zamodelować bardziej skomplikowaną powierzchnię. Narciarz traktowany jest jako punkt materialny o masie m .

4.2. Opis matematyczny modelu

m - masa

g - współczynnik grawitacji

α - kąt nachylenia powierzchni stoku do powierzchni ziemi

Siła grawitacji działająca na obiekt o masie m :

$$Q = mg \quad (4.1)$$

Siła ta może zostać rozłożona na dwie siły składowe względem powierzchni stoku. Narciarz poruszający się w dół stoku przypomina klasyczny przykład punktu materialnego staczającego się po równi pochyłej. Składowa siły grawitacji równoległa do powierzchni stoku:

$$Q_a = mg \sin \alpha \quad (4.2)$$

jest to siła ściągająca narciarza w dół stoku.

Składowa siły grawitacji prostopadła do powierzchni stoku:

$$F_n = mg \cos \alpha \quad (4.3)$$

Wartość tej siły wpływa na wartość siły tarcia działającej na narciarza:

$$F_f = \mu F_n = \mu mg \cos \alpha \quad (4.4)$$

Oprócz siły tarcia uwzględniamy również inną siłę oporu jaką jest siła oporu powietrza. Zależy ona od prędkości poruszania się obiektu. Prędkość będziemy wyrażać jako pierwszą pochodną położenia - \dot{x} :

$$F_d = k_1 \dot{x} + k_2 \dot{x}^2 \quad (4.5)$$

Założenia, które narzucane są na stałe k_1 oraz k_2 :

$$\begin{cases} k_2 = 0 & v \leq B \\ k_1 = 0 & v \geq B \end{cases} \quad (4.6)$$

gdzie B :

$$B = 4 \frac{m}{s} \quad (4.7)$$

Ograniczenie to zostało zaczerpnięte z pracy [1] (Aerodynamic-Drag) i opisane w rozdziale [1].

Współczynnik k_1

$$k_1 = ... \quad (4.8)$$

Współczynnik k_2 został opisany w [1].

$$k_2 = \frac{1}{2} C \rho A \quad (4.9)$$

gdzie:

C - współczynnik oporu

ρ - gęstość powietrza

A - powierzchnia przednia narciarza prostopadła do kierunku przepływu, a zatem prostopadła do wektora prędkości narciarza

4.3. Numeryczne rozwiązanie problemu

Rozpatrując wszystkie siły działające na narciarza równoległe do powierzchni stoku, a więc powodujące jego ruch w dół, otrzymujemy następujące równanie:

$$ma = mgsin\alpha - \mu mgcos\alpha - k_1 \dot{x} - k_2 \dot{x}^2 \quad (4.10)$$

Wyrażmy teraz przyspieszenie jako drugą pochodną położenia:

$$a = \ddot{x} \quad (4.11)$$

Podstawiając do równania:

$$m\ddot{x} = mgsin\alpha - \mu mgcos\alpha - k_1 \dot{x} - k_2 \dot{x}^2 \quad (4.12)$$

Zatem po podzieleniu przez m :

$$\ddot{x} = gsin\alpha - \mu gcos\alpha - \frac{k_1}{m} \dot{x} - \frac{k_2}{m} \dot{x}^2 \quad (4.13)$$

Aby rozwiązać to równanie numerycznie, wprowadzamy nową zmienną v (odpowiadającą prędkości):

$$v = \dot{x} \quad (4.14)$$

Otrzymujemy następujące równania:

$$\begin{cases} \dot{v} = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha - \frac{k_1}{m} v - \frac{k_2}{m} v^2 \\ v = \dot{x} \end{cases} \quad (4.15)$$

Pamiętamy przy tym, że:

$$\begin{cases} k_2 = 0 & v \leq B \\ k_1 = 0 & v \geq B \end{cases} \quad (4.16)$$

Powyższy układ równań wystarczy wykorzystać w dostępnych w wielu językach funkcjach bibliotecznych do rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych. W naszym przypadku wykorzystaliśmy funkcję `dopri` (Numerical integration of ODE using Dormand-Prince RK method) z biblioteki `Numeric Javascript`.

4.3.1. Rozwiązanie w 3D

Powyższy układ równań opisuje poruszanie się punktu materialnego po równi pochyłej. Jednak w przypadku narciarza przemieszczającego się po stoku musimy uwzględnić również możliwość poruszania się w poprzek stoku, a nie tylko w dół.

Założmy, że narciarz porusza się tylko po liniach prostych.

Rozpatrzmy teraz jak będzie wyglądał układ sił działających na narciarza:

Na naszego narciarza działają siły: grawitacji - w kierunku pionowym oraz siły oporu - w kierunku linii jazdy narciarza. Jeśli rozpatrzmy teraz układ współrzędnych zorientowany względem kierunku jazdy, musimy najpierw zrzutować siłę grawitacji otrzymując siłę ściąającą narciarza:

$$g \sin \alpha * \sinus \quad (4.17)$$

gdzie \sinus to:

Zatem nasze równanie ruchu będzie wyglądało następująco:

$$\ddot{x} = g \sin \alpha * \sinus - \left(\mu F_n + \frac{k_1}{m} \dot{x} + \frac{k_2}{m} \dot{x}^2 \right) \quad (4.18)$$

gdzie F_n to siła nacisku narciarza, która pozostaje taka sama jak w przypadku 2D:

$$F_n = g \cos \alpha \quad (4.19)$$

Transformując powyższe równanie na układ współrzędnych zorientowany wzdłuż i w poprzek stoku otrzymamy następujące równania:

$$\begin{cases} \ddot{x}_x = (g * \sin \alpha * \sinus - (\mu * F_n + \frac{k_1}{m} \dot{x} + \frac{k_2}{m} \dot{x}^2)) * \sinus \\ \ddot{x}_y = (g * \sin \alpha * \sinus - (\mu * F_n + \frac{k_1}{m} \dot{x} + \frac{k_2}{m} \dot{x}^2)) * \cosinus \end{cases} \quad (4.20)$$

Po wprowadzeniu jak poprzednio dodatkowych zmiennych, w tym wypadku prędkości v_x i v_y oraz pamiętaniu o zależności między nimi a pochodną przemieszczenia:

$$\begin{cases} v_x = \dot{x}_x \\ v_y = \dot{x}_y \\ \dot{x} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \end{cases} \quad (4.21)$$

otrzymujemy:

$$\begin{cases} v_x = \dot{x}_x \\ v_y = \dot{x}_y \\ \dot{v}_x = (g * \sin \alpha * \sinus - (\mu * N + \frac{k_1}{m} \dot{x} + \frac{k_2}{m} \dot{x}^2)) * \sinus \\ \dot{v}_y = (g * \sin \alpha * \sinus - (\mu * N + \frac{k_1}{m} \dot{x} + \frac{k_2}{m} \dot{x}^2)) * \cosinus \end{cases} \quad (4.22)$$

$$\begin{cases} v_x = \dot{x}_x \\ v_y = \dot{x}_y \\ \dot{v}_x = g \sin \alpha - (\dot{x}_x^2 + \dot{x}_y^2)^{\frac{1}{2}} \kappa \dot{x}_y \operatorname{sgn}(\dot{\varphi}) - g \sin \alpha \frac{\dot{x}_y^2}{\dot{x}_x^2 + \dot{x}_y^2} - \frac{(F_f + F_d)}{m} \frac{\dot{x}_x}{(\dot{x}_x^2 + \dot{x}_y^2)^{\frac{1}{2}}} \\ \dot{v}_y = (\dot{x}_x^2 + \dot{x}_y^2)^{\frac{1}{2}} \kappa \dot{x}_x \operatorname{sgn}(\dot{\varphi}) + g \sin \alpha \frac{\dot{x}_x}{\dot{x}_x^2 + \dot{x}_y^2} - \frac{(F_f + F_d)}{m} \frac{\dot{x}_y}{(\dot{x}_x^2 + \dot{x}_y^2)^{\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

4.4. Optymalizacja toru przejazdu

Aby znaleźć rozwiązanie problemu, należy przyjąć jakiś sposób reprezentacji każdego z rozwiązań. Tor przejazdu narciarza w rzeczywistości to ślad, który pozostawiają narty na śniegu w trakcie przemieszczania się po stoku. Jak opisano w rozdziale 4.2 ????, w celu uproszczenia sposobu przemieszczania się narciarza, zostało zdecydowane, że jako przybliżenie można przyjąć poruszanie się po łamanej. Zatem do reprezentacji rozwiązania można przyjąć zbiór punktów, przez które kolejno przejeżdża narciarz, poruszając się między tymi punktami wyłącznie po linii prostej.

Jednak wciąż takie podejście jest niewystarczające, ponieważ w algorytmach optymalizacyjnych potrzebujemy ściślejszego opisu, aby wiedzieć jak skutecznie przeszukiwać przestrzeń rozwiązań. Zatem w zaproponowanym rozwiązaniu narzucamy z góry co ile metrów w pionie stoku ma pojawić się punkt. Można traktować to jako poziome linie, z której każda wyznacza możliwe położenie pojedynczego punktu. Oprócz tego narzucone zostało, że narciarz musi przejechać jak najbliżej każdej wewnętrznej bramki, co indukuje dołożenie punktów w miejscu każdej wewnętrznej bramki. Warunek ten jest spowodowany tym, że w przeciwnym przypadku algorytm miałby do przeszukania dużo więcej rozwiązań. Opierając się na doświadczeniu z rzeczywistych slalomów, wiadomo, że przejeżdżanie tuż przy bramkach jest najkorzystniejsze.

Zatem pozostaje określić w jaki sposób możemy stwierdzić, że dane rozwiązanie jest najlepsze. W przypadku algorytmów optymalizacyjnych zawsze należy określić funkcję celu. W naszym przypadku interesuje nas, aby narciarz w jak najkrótszym czasie dotarł do mety. Mając dane rozwiązanie w postaci punktów wyznaczających łamaną, obliczamy ile czasu zajmie narciarzowi przejechanie po tej trasie. Im mniejsza wartość tym rozwiązanie jest lepsze, gdyż tym mniej czasu potrzebuje narciarz na prawidłowe pokonanie slalomu.

4.4.1. Algorytm ewolucyjny

Opisana powyżej reprezentacja rozwiązania to w zastosowanym algorytmie ewolucyjnym pojedynczy osobnik, a punkty składające się na to rozwiązanie, a ściślej, ich położenie w pozycji poziomej określają genotyp każdego osobnika. Nie wprowadzamy tu typowego dla algorytmów genetycznych kodowania binarnego, pozycja każdego punktu jest zapamiętana jako wartość rzeczywista.

Dodatkowo do genotypu wchodzi także parametr σ , który w strategiach ewolucyjnych używany jest podczas mu-

tacji tak jak opisano w rozdziale 2 w części o strategiach. Każdemu punktowi przypisana jest osobna wartość σ - odchylenie standardowe.

Zastosowany algorytm opiera się na strategii $(\mu + \lambda)$ opisanej w rozdziale 2. Jako początkową populację wybieramy losowe osobniki - poziome wartości punktów są ograniczone jedynie przez wartości poziome położenia dwóch najbliższych bramek. Jest to kierowane koniecznością zadbania o szybsze znalezienie rozwiązania - zbyt duże odległości można z góry odrzucić opierając się na doświadczeniach z rzeczywistej jazdy narciarza po slalomie. Wielkość populacji bazowej μ jest jednym z parametrów programu, ale najczęściej wartość ta wynosi 30. Wartość parametru λ także jest parametrem, jednak w testach przeważnie użyto wielkości 100.

Szkielet algorytmu zgodny jest z zastosowaną strategią, po wylosowaniu z istniejącej populacji populacji tymczasowej o wielkości λ , dokonuje się na jej osobnikach operacji genetycznych, najpierw krzyżowania, a następnie mutacji na osobnikach otrzymanych z krzyżowania. Kolejnym krokiem jest ocenienie nowych osobników i wybranie spośród nich oraz populacji początkowej osobników o najlepszym przystosowaniu i to one stanowią nową populację bazową.

Krzyżowanie

Aby dokonać krzyżowania potrzebne są pary rodziców dla każdego nowego osobnika. Aby utrzymać wielkość populacji tymczasowej, losujemy (ze zwracaniem) λ par spośród populacji tymczasowej. Krzyżowanie rodziców sprowadza się do obliczenia średniej wartości położenia odpowiadających sobie punktów oraz parametrów σ .

Mutacja

Po krzyżowaniu mamy znowu w populacji tymczasowej λ osobników. Mutacja osobników przeprowadzana jest zgodnie ze strategią - wykorzystywane są wartości odchyłeń standardowych odpowiadających kolejnym punktom. Jedynie punkty, które są przy bramkach nie podlegają mutacji. Wynika to z wcześniejszego założenia, że wtedy otrzymamy rozwiązanie najlepsze.

Warunek zakończenia

Warunek zakończenia algorytmu zawsze sprawia wiele problemów. Nie jest łatwo zdecydować na jakiej podstawie zatrzymywać jego działanie. Często korzysta się z informacji o rozrzucie przystosowania w populacji - obliczamy go na podstawie różnicy pomiędzy najlepszym i najgorszym osobnikiem. Jeśli rozrzut ten jest niewielki może oznaczać stagnację algorytmu. Niekoniecznie świadczy to o znalezieniu rozwiązania, ale w połączeniu z dodatkowymi mechanizmami może być skuteczną metodą na decyzję o zakończeniu optymalizacji.

W naszym rozwiązaniu bierzemy zatem również pod uwagę taki wskaźnik jak poprawa najlepszego obecnego rozwiązania. Jeśli przez określoną liczbę iteracji, najczęściej kilka lub kilkanaście najlepsze rozwiązanie nie poprawia się w ogóle, a populacja jest bardzo mało zróżnicowana to jest to znak, że znalezione rozwiązanie powinno być wystarczająco bliskie najlepszemu. Oczywiście sterując liczbą iteracji przez które sprawdzamy zmiany oraz wielkością rozrzutu populacji możemy znajdować lepsze lub gorsze rozwiązania kosztem wydłużenia lub skrócenia czasu działania algorytmu.

4.4.2. Hill climbing

Zastosowanie algorytmu genetycznego sprawdziło się w przypadku problemu narciarza, jednak problemem był długi czas wykonywania się programu. Zwłaszcza słaba poprawa wyników występowała w końcowej fazie działania. Widoczne były niepotrzebne próby przeszukiwania zbyt odległych rozwiązań, a jednak wciąż znalezione rozwiązanie nie było tak dobre jak można by tego oczekiwać. Wiedząc, że rozwiązanie jest już dosyć bliskie najlepszemu można z dużym prawdopodobieństwem założyć, że wystarczy znaleźć rozwiązanie lokalnie optymalne, aby było ono satysfakcjonujące. Oczywiście nie mamy pewności, że będzie globalnie optymalne, ale takiej pew-

ności nie możemy mieć nigdy.

Zatem zastosowanie algorytmu lokalnej optymalizacji powinno pomóc w końcowej fazie poszukiwań. Z tego powodu użyty został algorytm Hill climbing opisany w rozdziale 2. W każdym kroku algorytmu sprawdzane jest czy zmiana pojedynczej zmiennej - w tym wypadku poziomej pozycji punktu przejazdu, daje poprawę wyniku. Jeśli zmiany te nie przynoszą rezultatów, są mniejsze niż narzucony parametr ϵ algorytm zatrzymuje swoje działanie. Wartość ϵ wynosi przeważnie 0.00001. W przypadku parametrów typowych dla tego algorytmu postanowiono wybrać wartości dla przyspieszenia standardowa - 1.2, natomiast dla kroku, mniejszą niż zwykle, bo wynoszącą 0.5. Zmiana ta wynika z założenia, że rozwiązanie nie powinno potrzebować większych zmian, aby znaleźć rozwiązanie jak najlepsze.

4.5. Uczenie maszynowe

Oprócz użycia algorytmu genetycznego oraz algorytmu Hill climbing warto byłoby sprawdzić czy inne podejście do problemu może dawać lepsze rozwiązanie. Zamiast analizować trasę jako całość, można spróbować tak jak w rzeczywistości pozwolić narciarzowi decydować o tym jak pojechać. Dobry narciarz korzysta z wiedzy o położeniu dwóch lub trzech kolejnych bramek i na tej podstawie podejmuje decyzję o torze jazdy. W takim podejściu można spróbować zastosować uczenie maszynowe.

Jeśli chodzi o reprezentację problemu to zachowane zostało dotychczasowe założenie o poziomych liniach wyznaczających kolejne położenia w poziomie toru jazdy. Jednak w tym przypadku konieczne jest dołożenie również linii pionowych, a więc utworzenie siatki na stoku, której węzły wyznaczają możliwe punkty tworzące tor przejazdu. Wciąż obowiązuje zasada, że kolejne punkty muszą znajdować się na kolejnych poziomych liniach, tak samo jak konieczność przejazdu przez punkty, które reprezentują bramki. Oczywiście można powiedzieć, że takie rozwiązanie jest mniej dokładne, ale wszystko zależy od gęstości siatki.

4.5.1. Uczenie ze wzmocnieniem

Żałóźmy na razie, że nasz narciarz zna położenie tylko jednej bramki wprzód, a dokładniej, w każdym kroku wie w jakiej odległości w poziomie i pionie znajduje się kolejna bramka. Jego zadaniem jest nauczenie się jak na podstawie tej wiedzy zachować się, aby jak najszybciej dotrzeć do celu.

Niech slalom składa się tylko z jednej bramki. Opierając się na informacjach z rozdziału ??, bardzo łatwo przedstawić nasz problem w postaci uczenia się ze wzmocnieniem. Narciarz jest uczniem, który poprzez serię prób i błędów, stwierdza jakie zachowanie daje najlepsze efekty. Stanem w naszym środowisku będzie odległość narciarza (w poziomie i pionie) od najbliższej bramki. Akcja to wybór zmiany położenia poziomego na stoku, poruszanie się w dół stoku jest określone poprzez parametr wejściowy. Po wykonaniu akcji, zmienia się położenie narciarza a zatem i jego stan. Ponieważ poziome linie wyznaczają ile punktów znajdzie się pomiędzy każdymi dwiema bramkami, więc zawsze, bez względu na ilość bramek, dla konkretnego ich ułożenia nasze rozwiązanie będzie składało się z określonej liczby punktów. Widzimy zatem, że nasz algorytm będzie polegał na wielokrotnym powtarzaniu przejazdu slalomu, a ilość kroków w każdym powtórzeniu będzie stała. Oznacza to, że naturalnym jest nazwanie tego problemu zadaniem epizodycznym opisanym w rozdziale ??, jednak nie jest to zadanie do-sukcesu lub do-porażki, gdyż narzucone jest, że liczba kroków jest zawsze stała w epizodzie. Zatem w każdym epizodzie narciarz musi otrzymywać wzmocnienie, które będzie wskazywało jak dobry jest tor, którym właśnie się poruszał. Najważniejszy w tej kwestii jest oczywiście czas, w jakim narciarz jest w stanie pokonać dany slalom. Zatem nagroda powinna zawsze być funkcją tego czasu. Przykładowo, może być to funkcja liniowa: $a - t$, gdzie a to pewna stała, a t to czas przejazdu jaki uzyskał uczeń. Im krótszy czas, tym wyższa nagroda i odwrotnie. Prawidłowe dobranie funkcji nagrody, a także jej parametrów, tak jak a , może niestety wpływać na skuteczność rozwiązania. Pozostałe

przykłady funkcji oraz ich wpływ na jakość rozwiązania opisane są w rozdziale z eksperymentami (5). Gdyby slalom składał się z większej ilości bramek, nagrodę narciarz otrzymałby przy każdej bramce, a czas brany do obliczania byłby czasem potrzebnym na przejazd od poprzedniej bramki - w przypadku znajomości odległości do większej ilości bramek, brano by pod uwagę czas przejazdu takiej liczby bramek.

4.5.2. Q-learning

W zastosowanym rozwiązaniu użyty został algorytm Q-learning opisany w rozdziale 2.5.1. W algorytmie tym stosowane są dwa parametry: α , γ , których wartość trzeba dostosować, aby otrzymać jak najlepsze rozwiązanie. Testy przeprowadzone do znalezienia tych wartości są opisane w rozdziale 5.

4.5.3. Akcja

Przyjrzyjmy się dokładniej akcjom, które podejmować będzie narciarz. Za każdym razem otrzymywana jest lista akcji, które można wykonać będąc w danym stanie. Aby ograniczyć liczbę możliwości, a jednocześnie nie odrzucać najlepszego rozwiązania, trzeba było zdecydować jakie i ile akcji powinno być dostępnych. Opierając się na doświadczeniach rzeczywistych, wiadomo że narciarz najczęściej kieruje się w stronę najbliższej bramki i nie wykonuje bardzo gwałtownych skrętów. Dlatego zakładając, że bramka jest po prawej stronie, narciarz ma dokładnie cztery możliwości: przesunąć się o krok w lewo, nie przemieszczać się w poziomie w ogóle, o krok w prawo, lub dwa kroki w prawo. Symetryczna sytuacja jest dla bramki umieszczonej z lewej strony. Oczywiście krok oznacza tu szerokość narzuconej siatki. W przypadku gęstej siatki, ilość możliwości powinna być zwiększona, jednak zwiększa to także złożoność algorytmu. Z powodu nałożenia decyzji o przejeździe przez punkty reprezentujące bramki, będąc tuż przed bramką, jedyną możliwością narciarza jest pojechanie prosto do tej bramki - zamiast czterech opcji dostępna jest tylko jedna, która wymusza przejazd do punktu-bramki.

Kolejną ważną decyzją jest wybór sposobu w jaki narciarz decyduje o wybraniu akcji spośród możliwych do wykonania w danym stanie. W wykonanych testach wypróbowane zostały dwie możliwości:

- strategia zachłanna - wybór pada zawsze na najlepszą z możliwości
- ...

4.6. Architektura systemu

Wybór docelowej architektury dla naszego systemu został poprzedzony eksperymentowaniem z dwoma różnymi, zgoła odmiennymi podejściami. Dzięki temu, zostały przeanalizowane mocne i słabe punkty każdej z nich a ostatecznie wybrane rozwiązanie spełnia wszystkie potrzeby.

4.6.1. Architektura prototypowa

Pierwszym wybranym przez nas środowiskiem tworzenia systemu był język Python i dostępne dla niego moduły: VPython umożliwiający wizualizację w 2D i 3D oraz biblioteki numeryczne NumPy i SciPy wykorzystywane do rozwiązywania równań różniczkowych.

Dobrze znany nam język pozwolił nam na szybkie prototypowanie i testowanie pierwszego fizycznego modelu narciarza. Wizualizacja była prosta w implementacji, a biblioteki numeryczne wystarczająco dobrze udokumentowane i powszechnie używane, co zapewniało ich stabilność i jakość. Szybko ujawniły się jednak wady

wybranego środowiska - uruchomienie naszego programu wymagało od użytkownika instalacji złożonego środowiska do obsługi języka Python oraz graficznych i numerycznych bibliotek co było istotną barierą. Bariera ta była istotnym problemem, biorąc pod uwagę potencjalną możliwość rozpraszania obliczeń. Zdałyśmy sobie sprawę, że rozwiązywany przez nas problem i otrzymywane przez nas wyniki są atrakcyjne wizualnie i ludzie związani z narciarstwem z chęcią mogą wziąć udział w obliczeniach i udostępnić nam zasoby obliczeniowe swoich komputerów. Warunkiem koniecznym by było to możliwe jest łatwość w dołączaniu do obliczeń, wizualizacji wyników i bezproblemowa konfiguracja. Biorąc to pod uwagę, zdecydowałyśmy że potrzebujemy innego środowiska.

4.6.2. Architektura docelowa

Potrzeba łatwości dołączania do obliczeń skłoniła nas do stworzenia systemu w którym klientami obliczeniowymi są przeglądarki internetowe. Klienci chcący podłączyć się do obliczeń wchodzą na dobrze znany adres internetowy skąd serwowana jest strona główna i skrypty które dokonują obliczeń. Na żądanie klienta, dostaje on ze zdalnego serwisu instancję problemu, która jest następnie lokalnie przetwarzana i wizualizowana klientowi na bieżąco. Po skończonym obliczeniu, rozwiązanie jest umieszczane na serwerze a klient może przejść do obliczania kolejnego problemu, lub jeszcze raz tego samego problemu.

Architektura naszego systemu składa się z dwóch głównych, niezależnych komponentów. Pierwszym jest aplikacja kliencka przeprowadzająca obliczenia i wizualizację oraz komunikująca się z serwerem zarządzającym obliczeniami. Drugim jest aplikacja lekkiego serwera http, jako warstwa wystawiająca RESTowe API. Warstwą persistencyjną jest dokumentowa, nierelacyjna baza danych CouchDB.

4.6.3. Aplikacja kliencka

Aplikacja kliencka, to aplikacja webowa stworzona przy użyciu frameworku Chaplin, wprowadzającego dobre praktyki w strukturyzowaniu aplikacji Java Skryptowych opartych na bibliotece Backbone.js. Aplikacja w całości jest pisana w języku Coffee Script. Coffee Script to przyjazdy w składni język programowania, kompilujący się do JavaScriptu. Powstały po kompilacji kod JavaScript jest czytelny i przyjazny do debugowania. Programując w Coffee Script można używać wszystkich bibliotek i modułów napisanych w JavaScript, bo koniec końców wszystko zamieni się w JavaScript. Zdecydowałyśmy się używać tego języka przede wszystkim z uwagi na składnie przypominającą dobrze znany nam język Python, większą przejrzystość i czytelność kodu.

Aplikacja ma zasadniczo trzy warstwy:

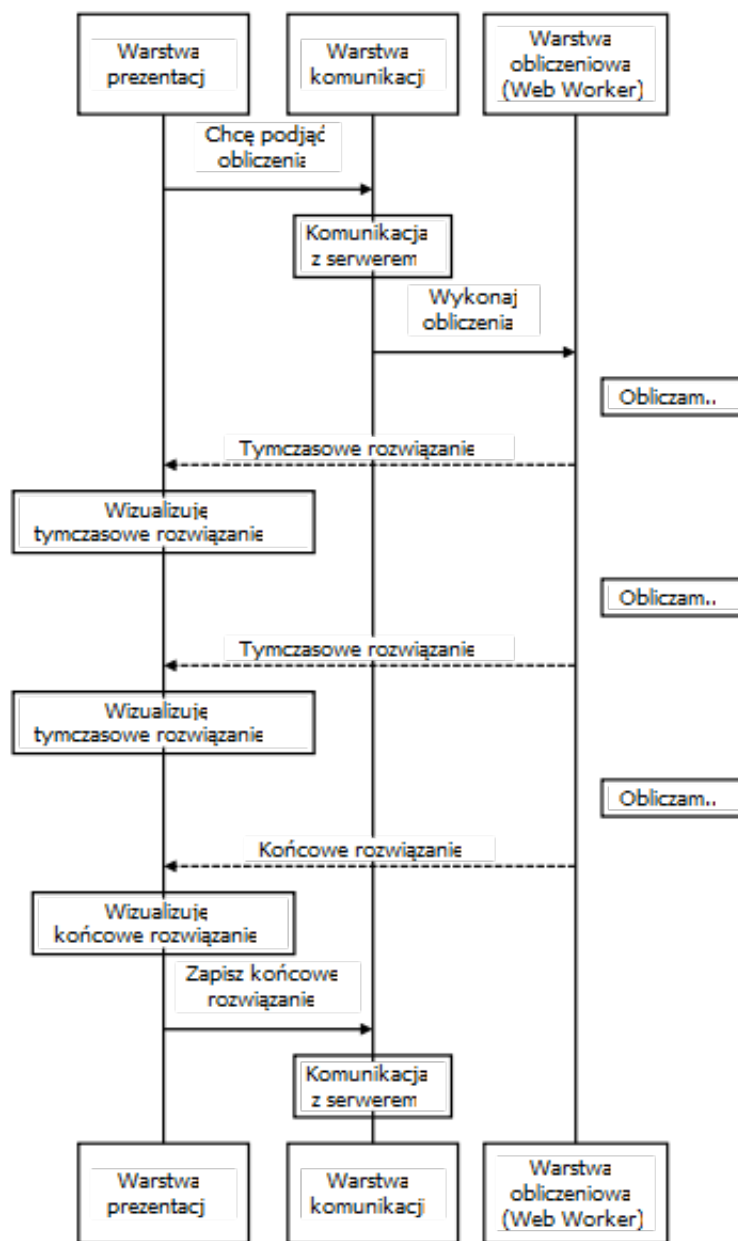
- warstwę prezentacyjną i wizualizacyjną dla rozwiązywanego problemu
- warstwę komunikacji z serwerem
- warstwę obliczeniową

Diagram 4.6.3 przedstawia sekwencję komunikacji pomiędzy poszczególnymi warstwami aplikacji klienckiej.

Warstwa prezentacji

Wizualizacja zaimplementowana jest na elemencie Canvas ze specyfikacji HTML5. Wykresy wizualizujące przebieg obliczeń stworzone są przy użyciu biblioteki Highcharts. Warstwa spełnia następujące funkcje:

- zaznajamiania użytkownika wchodzącego na stronę internetową z tym czemu strona służy
- umożliwienie rozpoczęcia wzięcia udziału w obliczeniu
- prezentowanie trasy narciarskiej, popranej z serwera do obliczeń



- wizualizacja na bieżąco wyników obliczeń w postaci bieżąco rozważanego toru przejazdu
- wizualizacja parametrów algorytmu obliczającego w postaci wykresów

Warstwa komunikacyjna

Komunikacja z serwerem odbywa się poprzez REST-owe API, wykorzystujące JSONowy format do wymiany danych. Warstwa spełnia następujące funkcje:

- pobieranie instancji problemu do obliczenia
- wysyłanie na serwer rozwiązania zadanego problemu
- pobierania z serwera informacji o obecnie najlepszym rozwiązaniu tego problemu

Warstwa obliczeniowa

Zastosowanie w naszej architekturze Web Workerów do wykonywania obliczeń jest dobrze uzasadnione, biorąc pod uwagę ich specyfikację, opisaną szerzej w rozdziale 2.7. Obliczenia trasy przejazdu nawet dla toru z kilkoma bramkami zajmuje co najmniej kilka sekund. Worker na bieżąco, w trakcie trwania obliczeń, przekazuje do głównego procesu obsługującego UI strony, kolejne rozważane trasy. Proces UI rysuje na elemencie Canvas na bieżąco otrzymywaną trasę.

4.6.4. Aplikacja serwerowa

Aplikacja jest lekkim serwerem Http napisanym w środowisku Node.js. użytym językiem programowania podobnie jak w aplikacji klienckiej, jest Coffee Script. Serwer wystawia REST-owe API, używając do wymiany danych JSON-owego formatu serializacji. Serwer komunikuje się z dokumentową, nierelacyjną bazą danych CouchDB. Podstawowymi funkcjami serwera są:

- umożliwienie dodania instancji problemu obliczeniowego do bazy danych
- zwracanie na żądanie problemu obliczeniowego do rozwiązania
- zwracania informacji o obecnych dostępnych rozwiązaniach każdego z problemów obliczeniowych

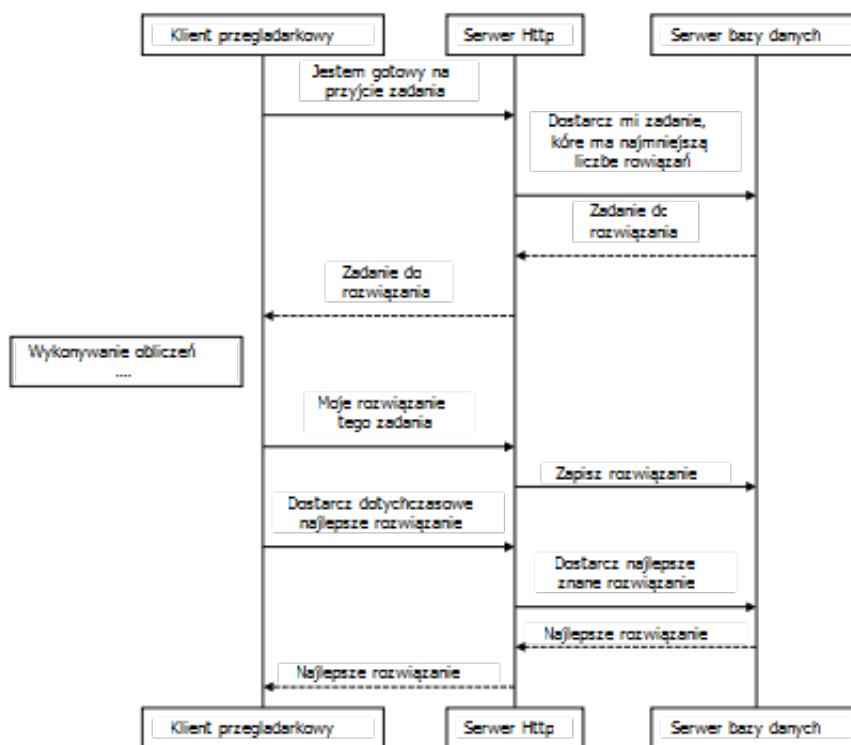


Diagram 4.6.4 pokazuje sekwencję komunikacji pomiędzy komponentami systemu oraz warstwą persystencji.

5. Wyniki

W rozdziale tym przedstawiono informacje .

Jeżeli nie jest wskazane inaczej w eksperymencie, przyjmowane są następujące wartości stałe:

- $\mu = 0.05$ - współczynnik tarcia, typowa wartość dla nasmarowanych nart
- $\rho = 1.17 \text{ kg} \cdot (\text{m}^{-3})$ - przybliżona wartość gęstości powietrza dla temperatury 0°C i wilgotności 20% na wysokości 800 m n.p.m
- $C = 0.6$ - współczynnik oporu powietrza, typowe wartości to 0.4 - 1
- $A = 0.2 \text{ m}^2$ - frontalna powierzchnia narciarza w projekcji prostopadłej do wektora prędkości narciarza
- $k_2 = 0.5 \cdot C \cdot \rho \cdot A$ - współczynnik oporu powietrza
- $k_1 = 0.05$ - współczynnik oporu powietrza

W eksperymentach wszystkie współrzędne punktów są w układzie kartezjańskim, dwuwymiarowym, zorientowanym na płaszczyźnie stoku. Oś x skierowana jest wzdłuż stoku, natomiast oś y w poprzek.

5.1. Weryfikacja modelu

Chciałyśmy sprawdzić, że model jest prawidłowy ...

5.1.1. Masa i nachylenie stoku

Na początek zostały przeprowadzane proste eksperymenty, które dowodzą, że przyjęty model jest poprawny. Dlatego dla celów pierwszego testu najłatwiej było sprawdzić jak zmienia się czas przejazdu narciarza poruszającego się po prostej w dół stoku przy różnych masach oraz nachyleniu stoku, dodatkowo sprawdzając jaki wpływ na wyniki ma również tarcie oraz opór powietrza.

Analizując równanie 4.13, które opisuje model poruszania się narciarza zauważamy, że jego masa wpływa jedynie na wartość siły oporu powietrza. Natomiast kąt nachylenia α wpływa zarówno na siłę ściąającą, jak i na siłę tarcia. W opisanym eksperymencie zostanie pokazane, że:

- im większy kąt nachylenia stoku tym szybciej porusza się narciarz, bez względu na rodzaj uwzględnionych sił oporu
- jeśli uwzględnimy tylko siłę ściąającą, bez sił oporu czas przejazdu narciarzy o różnych masach na tej samej trasie jest identyczny
- taki sam wynik otrzymamy jeśli uwzględnimy dodatkowo siłę tarcia

- przy uwzględnieniu siły oporu powietrza otrzymujemy następującą zależność: im większa jest masa narciarza, tym mniejsza jest siła oporu powietrza co skutkuje szybszym przejazdem narciarza

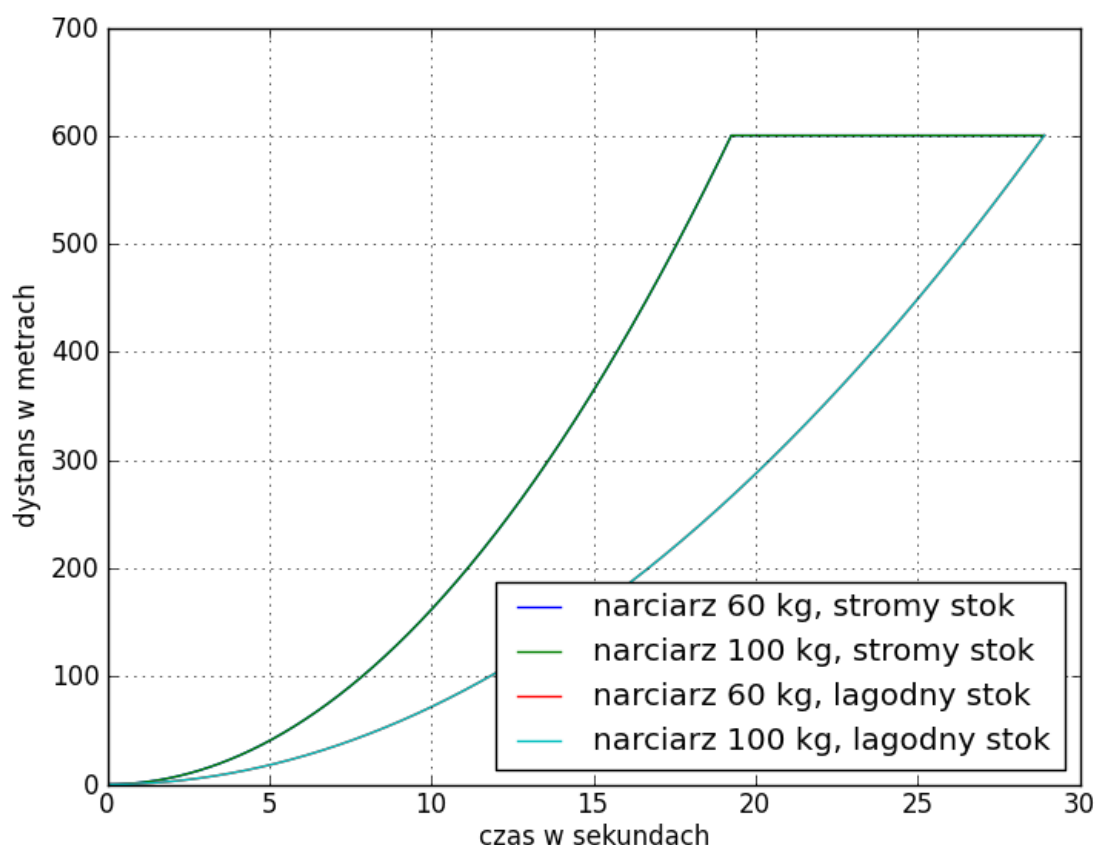
Opis eksperymentu

Eksperyment został przeprowadzony na dwóch modelach stoków narciarskich. Oba mają 600 m długości co odpowiada rzeczywistej długości stoku Harenda w Zakopanem. Stoki modelujemy jako równie pochyłe o stałym nachyleniu. Aby zweryfikować prawidłowość modelu, w eksperymencie zostały wprowadzone rzeczywiste wartości nachyleń stoków Harenda w Zakopanem oraz Kotelnica w Białce Tatrzańskiej.

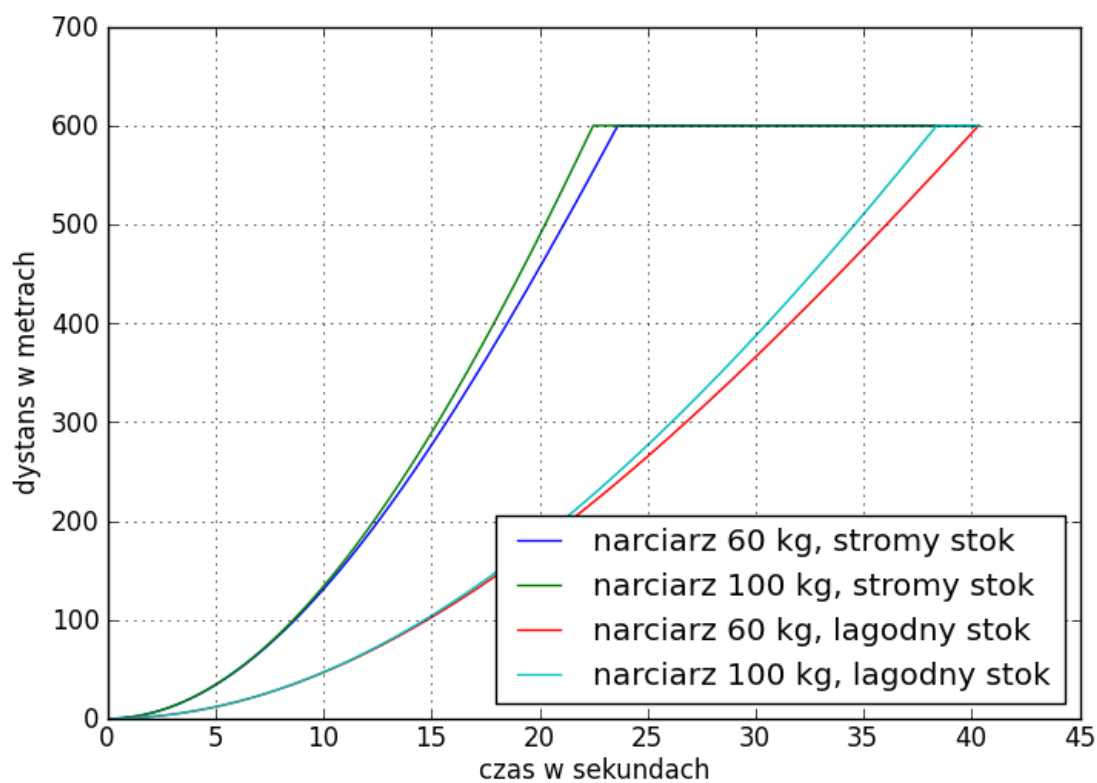
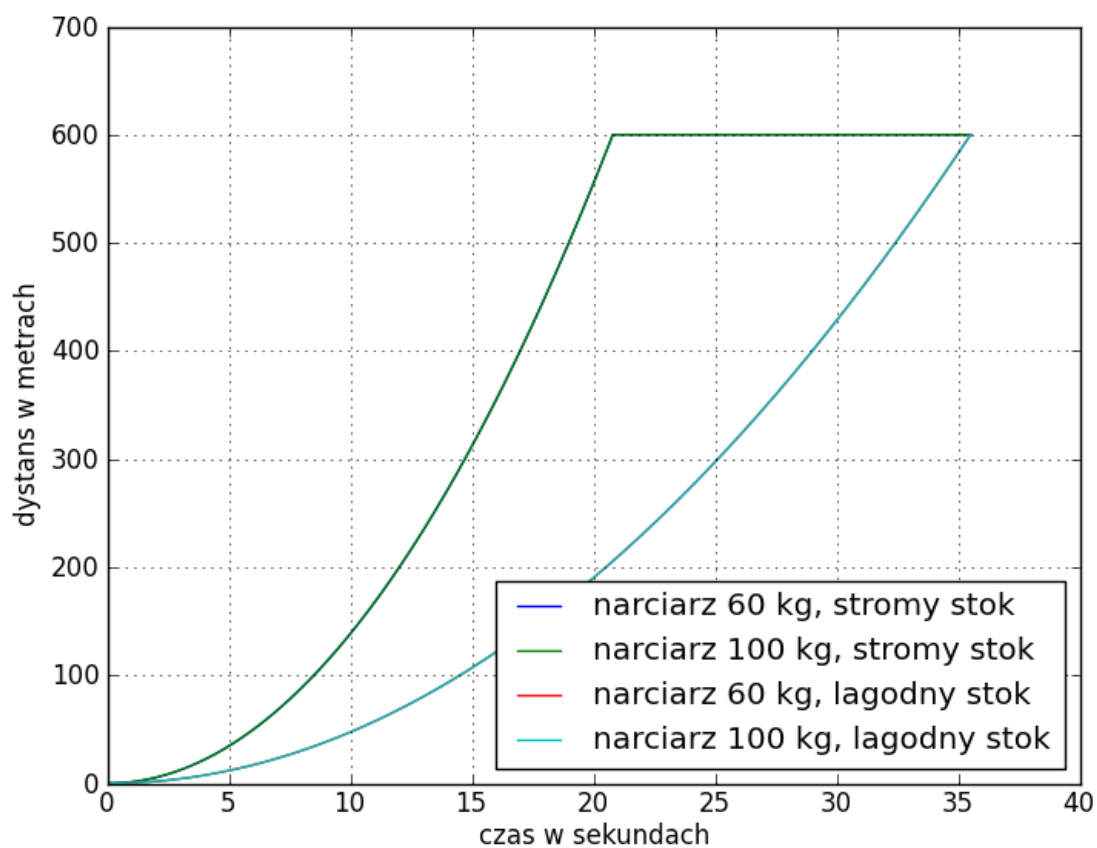
- Harenda - ok. 20° (0.33667 radianów)
- Kotelnica - ok. 8° (0.1470 radianów)

Aby zweryfikować wszystkie założenia eksperymentu przeprowadzone zostały trzy próby, których wyniki można zobaczyć odpowiednio na kolejnych wykresach 5.1.1, 5.1.1, 5.1.1. W pierwszej części eksperymentu uwzględniamy tylko i wyłącznie siłę grawitacji, w drugiej dokładamy wyłącznie siłę tarcia, natomiast w trzeciej uwzględniamy wszystkie siły oporu, a więc także siłę oporu powietrza.

Rezultaty eksperymentu



Obserwujemy, że w każdym z trzech przypadków na stromym stoku narciarze przejeżdżają ten sam dystans w krótszym czasie. W pierwszej i drugiej części eksperymentu nie ma znaczenia masa narciarza - czas przejazdu jest taki sam. Jednak na wykresie 5.1.1 czas przejazdu wynosi odpowiednio ok. 19 i 28 s., natomiast jeśli uwzględnimy siłę tarcia, czasy te wydłużają się do ok. 21 i 35 s.



Analizując wykres 5.1.1 zauważamy, że na bardziej stromym stoku różnica w czasie przejazdu pomiędzy cięższym a lżejszym narciarzem wynosi 1.14 s na korzyść cięższego, a na łagodniejszym 1.94 s również na korzyść cięższego. Zmierzone czasy przejazdu slalomu w rzeczywistości na stoku Harenda wynoszą ok. 40 s, a więc wydaje się rozsądne, że przejazd na wprost może zajmować ok. 22 s, które zostały otrzymane w eksperymencie. W porównaniu z poprzednimi częściami eksperymentu łatwo spostrzec, że czas przejazdu jest jeszcze dłuższy - 22-23 oraz 38-40 s.

5.1.2. Najszybsza linia przejazdu

Optimalizacja trasy narciarza polega na znalezieniu takiej linii przejazdu, która spowoduje najszybszy przejazd. Warto tu zauważyć, że wbrew pozorom, nie oznacza to zawsze najkrótszej linii. W poniższym eksperymencie zostanie pokazane jak zmienia się czas przejazdu w zależności od linii poruszania się.

Rozważmy przykład bez bramek, gdzie najkrótsza linia przejazdu nie powoduje jazdy w skos stoku. W takim przypadku, jest to jednocześnie najszybsza trasa przejazdu. W eksperymencie zostanie pokazane także, że:

Opis eksperymentu

Chcemy sprawdzić ile czasu zajmie narciarzowi przejechanie z punktu (0,0) do punktu (10,10). Aby uprościć przykład, sprawdzimy najpierw wyniki pomijając wkład wszystkich oporów. Gdyby narciarz poruszał się po linii prostej, bezpośrednio do punktu końcowego, czas przejazdu można wyliczyć przekształcając wzór:

$$s = \frac{at^2}{2} \quad (5.1)$$

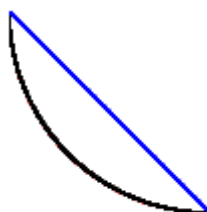
i otrzymując:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \quad (5.2)$$

gdzie $s = 10\sqrt{2}$ - odległość między punktem początkowym i końcowym, a przyspieszenie $a = g \sin(\frac{\pi}{12}) \sin(\frac{\pi}{4})$. Przyspieszenie narciarza jest składową przyspieszenia ziemskiego uwzględniającą zarówno nachylenie stoku ($\frac{\pi}{12}$), jak i jazdę w skos stoku ($\frac{\pi}{4}$, czyli 45°). Zatem czas przejazdu po linii prostej powinien wynosić około:

$$t = \frac{2 * 10\sqrt{2}}{9.81 * \sin(\frac{\pi}{12}) \sin(\frac{\pi}{4})} \simeq 3.969 \quad (5.3)$$

Sprawdźmy teraz jakie czasy otrzymamy wykorzystując program, sprawdzając poruszanie się po linii prostej oraz po ćwiartce okręgu (a dokładniej po łamanej, której kolejne punkty załamania znajdują się na okręgu). Poniżej widzimy na obrazku jak wygląda trasa przejazdu w dwóch przypadkach.



Rezultaty eksperymentu

W tym przypadku otrzymaliśmy wyniki odpowiednio dla narciarza jadącego po prostej 3.965, a dla poruszającego się po czarnej linii 3.671.

Po pierwsze warto zwrócić uwagę, że czas jazdy po prostej minimalnie różni się od czasu teoretycznego - różnica ta wynosi ok. 0.1%, co jest dopuszczalne i możliwe do zaniedbania, gdyż nie ma znaczącego wpływu na wyniki eksperymentów. Różnica ta może wynikać z niedokładności obliczeń numerycznych, a także z trudności trafienia przez narciarza idealnie do punktu końcowego, w którym powinien się znaleźć.

Wyraźnie widać również, że czas przejazdu po linii czarnej jest krótszy niż czas przejazdu po linii niebieskiej. Trasę po prostej narciarz przebywa w ok. 7% dłuższym czasie niż trasę dłuższą. Na tak krótkim odcinku narciarz był w stanie zdobyć przewagę ok. 0.3 s. Ważne jest to, że w prawdziwych przejazdach slalomowych nawet najmniejsza różnica czasu może decydować o wygranej. Dlatego ogromne znaczenie ma tor po jakim porusza się narciarz i nawet najmniejsza zmiana może powodować kluczową poprawę czasu na całej trasie. Czasami warto pojechać dłuższą trasą, ale taką, na której nabierzemy prędkości i później zyskamy na kolejnym odcinku.

Pozostaje jeszcze pytanie jaka jest najlepsza linia poruszania się pomiędzy dwoma punktami. Problem ten został już rozwiązany - linia najszybsza jest fragmentem cykloidy. Dokładniejsze informacje można znaleźć m.in. w <http://www.hep.caltech.edu/fcp/math/variationalCalculus/variationalCalculus.pdf> oraz <http://www.math.utk.edu/freire/teaching/m231f08/m231f08brachistochrone.pdf>. W <http://www.math.utk.edu/freire/teaching/m231f08/m231f08brachistochrone.pdf> znajduje się wzór na czas przejazdu pomiędzy dwoma punktami. Podstawiając odpowiednio wyliczone parametry otrzymujemy, że najkrótszy możliwy czas przejazdu z punktu (0,0) do punktu (10,10) to ok. 3.623.

5.1.3. Jazda po łamanej

Kolejnym krokiem było sprawdzenie, że rzeczywiście możemy przybliżać jazdę narciarza jako poruszanie się po odcinkach łamanej. Ważne jest stwierdzenie jakie różnice w czasie będą występować pomiędzy jazdą po łuku, a jazdą po łamanej. Różnice te oczywiście będą zależeć od tego jak dokładne przybliżenie zrobimy.

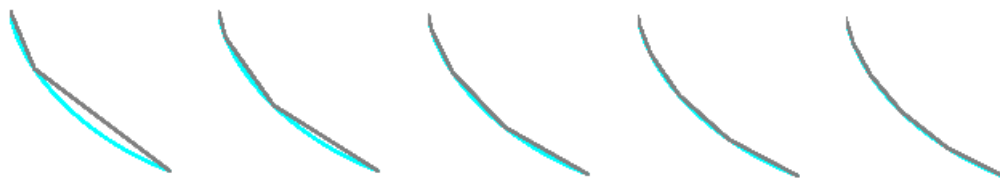
Opis eksperymentu

W eksperymencie sprawdzać będziemy jak zmienia się czas przejazdu w zależności od dokładności przybliżenia łamanej. Jako tor przejazdu przyjęta została najszybsza linia przejazdu do punktu (10,10), po której przejechanie zajmuje 3.623 s (jak wspomniano w poprzednim eksperymencie).

Wybierając określoną liczbę punktów znajdujących się na linii łuku sprawdzimy ile czasu zajmuje przejechanie po łamanej utworzonej z tych punktów w porównaniu z jazdą po łuku. Należy również określić jak często muszą znajdować się punkty, aby różnica w czasie była zaniedbywalnie mała.

Rezultaty eksperymentu

Poniżej znajdują się obrazki przedstawiające poszczególne próby przejazdu po łamanej składającej się odpowiednio z 2-6 punktów pośrednich (linia szara) oraz pierwotną linię najszybszego przejazdu (linia niebieska).



Oto uzyskane wyniki w zależności od ilości punktów pośrednich oraz różnica czasu w porównaniu do najkrótszego czasu przejazdu - 3.623.

ilość punktów pośrednich	czas przejazdu [s]	różnica w stosunku do czasu najszybszego [s]
2	3.687	0.064
3	3.647	0.023
4	3.635	0.012
5	3.629	0.006
6	3.626	0.003

Różnice w czasie wahają się od 0.003 do 0.064 s, jest to odpowiednio od 0.08% do ok. 1.8% różnicy. Wydaje się być wystarczającym, aby na tym odcinku określić trzy punkty pośrednie, gdyż różnica wynosi ok. 0.023 s co stanowi ok. 100.6% czasu najszybszego, a więc różnica nie przekracza 1%. Zresztą to samo można stwierdzić z rysunków - już dla trzech punktów praktycznie nie widać różnicy pomiędzy liniami. Zatem na takiej trasie, której odległość w pionie wynosi 10 m można określić 3-4 punktów pośrednich, które z przybliżeniem nie wnoszącym zbyt dużych różnic do wyniku będą wyznaczały trasę końcową. Oznacza to, że punkty te powinny znajdować się w odległościach 2-4 m.

5.2. Optimalizacja

5.2.1. Algorytm ewolucyjny

5.2.2. Lokalna optymalizacja

5.3. Uczenie maszynowe

5.4. Podsumowanie

5.5. Optimalizacja toru przejazdu

5.6. Architektura systemu

6. Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiono informacje .

6.1. Podrozdział

Bibliografia

- [1] A. DILLER, *LaTeX wiersz po wierszu*, Wydawnictwo Helion, Gliwice, 2000.
- [2] L. LAMPORT, *LaTeX system przygotowywania dokumentów*, Wydawnictwo Ariel, Krakow, 1992.
- [3] M. SZPYRKA, *On Line Alvis Manual*, AGH University of Science and Technology, 2011,
<http://fm.ia.agh.edu.pl/alvis:manual>.