Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

Wydział Informatyki, Elektroniki i Telekomunikacji

KATEDRA INFORMATYKI

PRACA MAGISTERSKA

MARTA RYŁKO, ANNA SKIBA

RÓWNOLEGŁE ALGORYTMY OPTYMALIZACJI TORU PRZEJAZDU W NARCIARSTWIE ALPEJSKIM

PROMOTOR:
dr inż. Roman Dębski

Kraków 2013

OŚWIADCZENIE AUTORA PRACY

OŚWIADCZAM, ŚWIADOMY ODPOWIEDZIALNOŚCI KARNEJ ZA POŚWIADCZENIE NIEPRAWDY, ŻE NINIEJSZĄ PRACĘ DYPLOMOWĄ WYKONAŁEM OSOBIŚCIE I SAMODZIELNIE, I NIE KORZYSTAŁEM ZE ŹRÓDEŁ INNYCH NIŻ WYMIENIONE W PRACY.

. . . .

PODPIS

AGH
University of Science and Technology in Krakow

Faculty of Computer Science, Electronics and Telecommunication

DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE

MASTER OF SCIENCE THESIS

MARTA RYŁKO, ANNA SKIBA

PARALLEL ALGORITHMS FOR SKI-LINE OPTIMISATION IN ALPINE SKI RACING

SUPERVISOR:
Roman Dębski Ph.D

Krakow 2013

Serdecznie dziękuję ...

Spis treści

1. Wstęp

Narciarstwo alpejskie to dyscyplina z długą historią. Rozwój sportowej wersji narciarstwa alpejskiego rozpoczął się w połowie XIX wieku, jednak nadal nie ma i prawdopodobnie nigdy nie będzie naukowej formuły opisującej tor po jakim należy się poruszać, aby zadaną trasę przejechać najszybciej. Ogromna ilość czynników, które wpływają na czas przejazdu znacznie utrudnia jej znalezienie. W sportowych dyscyplinach narciarstwa alpejskiego celem jest przejechanie w jak najkrótszym czasie wyznaczonej trasy od startu do mety, przejeżdzając przez wszystkie ustawione na trasie bramki - wymuszające skęty.

Problem, jakiego rozwiązania podejmujemy się w pracy, to problem optymalizacyjny rozwiązywany za pomocą symulacji komputerowej. Problem dotyczy znalezienia optymalnego toru przejazdu narciarza po trasie slalomu, który nakłada ograniczenia na ten tor w postaci bramek. Każda bramka ściśle narzuca, z której strony należy ją przejechać, a ominięcie chociaż jednej z nich powoduje dyskwalifikację zawodnika.

Zdefiniowany przez nas problem jest interdyscyplinarny - z pogranicza fizyki i informatyki. Do dobrego zrozumenia zjawisk zachodzących na stoku narciarskim cenne jest też posiadanie własnych doświadczeń z jazdy po trasach slalomu. Wymagania te powodują, że problem nie jest trywialny do rozwiązania i w celu badania go nieodłączne są osoby o różnych kompentencjach.

Obecnie nie udało nam się znaleźć publicznie dostęnych prac, które podchodziłyby do rozwiązania tego praktycznego problemu. Zdajemy sobie sprawę, że problem jest bardzo złożony i próby jego rozwiązania to tak naprawdę rozwiązanie uproszczone tego problemu. Dodatkowo, uwzględnić trzeba fakt, że wiele zmiennych występujących w równaniach wpływa na siebie nawzajem, powodując zmiany niekoniecznie widoczne natychmiast. Może to na przykład sprawiać, że niewielka zmiana dokonana na początku jazdy może mieć znaczący wpływ na ostateczny wynik, co znacznie utrudnia wszelką predykcję na temat wpływu zmian. Aby rozwiązać problem, stworzyłyśmy fizyczny model narciarza - zamodelowany jako punkt materialny o konfigurowalnych parametrach, co umożliwia porównanie wyników np. dla zawodników o różnych masach. Potraktowanie narciarza jako punktu materialnego jest pierwszym z zastosowanych uproszczeń, które zdecydowałyśmy się przyjąć w naszym rozwiązaniu. Stok modelowany jest jako płaszczyzna o zadanym kącie nachylenia, na której za pomocą współrzędnych oznaczamy miejsce występowania bramek. Dużym wyzwaniem było dobranie przybliżenia trasy przejazdu, aby umożliwić wystarczająco łatwe obliczenia i jednocześnie nie tracąc zbytnio na dokładności oddania realnej trasy. Łamana, którą wybrałyśmy jako rozwiązanie spełniające obydwa te wymagania, jest wystarczająco dobrym przybliżeniem jeśli narzucimy na nią dodatkowe ograniczenia jak eliminacja ostrych kątów załamania.

Kluczową częścią naszego rozwiązania jest wykorzystanie algorytmu genetycznego do wybrania pewnego lokalnego optimum trasy, a nastęnie przeprowadzamy lokalną optymalizację celem wygładzenia znalezionego rozwiązania. Aby przyspieszyć obliczenia, zastosowałyśmy architekturę opartą o rozproszonych klientów wykonujących obliczenia i raportujących do głównego serwera. Na podstawie zebranych danych od klientów, serwer jest w stanie dostarczyć rozwiązanie szybciej oraz można mieć większą pewność, iż jest ono jeśli nie optymalne, to bardzo bliskie optymalnego. Obliczenia wykonywane są w środowisku przeglądarek internetowych w języku JavaScript.

Otrzymane rozwiązanie może mieć zastosowanie nie tylko w celu znajdowania optymalnej trasy przejazdu po zadanym slalomie. Przykładem może być wsparcie dla trenerów ustawiających takie slalomy w postaci aplikacji podpowiadającej gdzie ustawić kolejną bramkę, aby nie było problemów z jej przejechaniem. Dodatkowo, dokładając moduł wyliczający naprężenia i siły działające na stawy kolanowe, można by zredukować negatywny wpływ niefortunnie ustawionych bramek, powodujących wyjątkowe przeciążenia w kolanach, wykrywając to i przestawiając bramki.

1.1. Cele pracy

Celem poniższej pracy jest zapoznanie studentów z systemem LaTeX w zakresie umożliwiającym im samodzielne, profesjonalne złożenie pracy dyplomowej w systemie LaTeX.

1.2. Zawartość pracy

W rodziale **??** przedstawiono podstawowe informacje dotyczące struktury dokumentów w LaTeXu. Alvis [3] jest językiem

2. Wprowadzenie teoretyczne

W rozdziale tym przedstawiono informacje .

2.1. Fizyczny model narciarza

2.2. Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych

2.3. Optymalizacja

W tym podrozdziale opisane są metody optymalizacji użyte w zaproponowanym rozwiązaniu, czyli algorytm ewolucyjny oraz algorytm optymalizacji lokalnej - Hill up climbing.

Zadaniem optymalizacji jest przeszukanie przestrzeni rozwiązań w celu znalezenia takiego, które jest najlepsze. Zatem mając daną funkcję nazywaną funkcją celu, która każdemu punktowi reprezentującemu rozwiązanie problemu, poszukujemy takiego, dla którego wartość tej funkcji będzie jak najmniejsza (bądź jak największa). Trudność w znalezieniu takiego rozwiązania zależy od charakteru funkcji celu, a czasem także od nieznajomości jej analitycznej postaci.

W przypadku funkcji z jednym optimum

Jeśli natomiast funkcja celu posiada wiele optimów lokalnych (tzw. funkcja wielomodalna) to optymalizację nazywamy optymalizacją globalną. Jeśli zadanie jest ciągłe, a więc niemożliwe jest przeszukanie całej przestrzeni rozwiązań, nigdy nie możemy być pewni, że zastosowany algorytm optymalizacji da nam rozwiązanie najlepsze - być może będzie to tylko minimum lokalne a nie globalne. Nie mając takiej pewności nie wiemy kiedy należy zatrzymać algorytm. Z tego powodu stosuje się parametr sterujący czasem trwania obliczeń, kosztem mniejszej pewności co do poprawności rozwiązania możemy otrzymać krótszy czas optymalizacji i odwrotnie.

2.3.1. Algorytm ewolucyjny

2.3.2. Hill up climbing

2.4. Uczenie maszynowe

3. Istniejące rozwiązania

W rozdziale tym przedstawiono informacje .

3.1. Rozwiązanie 1

4. Proponowane rozwiązanie

W rozdziale tym przedstawiono informacje .

4.1. Model narciarza i środowiska

W zaproponowanym rozwiązaniu trzeba była podjąć pewne decyzje odnośnie reprezentacji środowiska oraz narciarza. Zostało przyjęte, że stok traktowany jest jako płaszczyzna, która jest nachylona pod określonym przez stałą α kątem do powierzchni ziemi. Założenie co do płaskiej powierzchni jest tylko ograniczeniem przyjętym do testów. Umożliwia to łatwiejszą analizę wyników niezaburzonych zmianami nachylenia terenu. Jednak stworzony program może zostać zmodyfikowany tak, aby zamodelować bardziej skomplikowaną powierzchnię. Narciarz traktowany jest jako punkt materialny o masie m.

4.2. Opis matematyczny modelu

m - masa
g - współczynnik grawitacji
α - kąt nachylenia powierzchni stoku do powierzchni ziemi

Siła grawitacji działająca na obiekt o masie m:

$$Q = mg$$

Siła ta może zostać rozłożona na dwie siły składowe względem powierzchni stoku. Narciarz poruszający się w dół stoku przypomina klasyczny przykład punktu materialnego staczającego się po równi pochyłej.
Składowa siły grawitacji równoległa do powierzchni stoku:

$$mg \sin \alpha$$

jest to siła ściągająca narciarza w dół stoku

Składowa siły grawitacji prostopadła do powierzchni stoku:

$$F_n = mg \cos \alpha$$

Wartość tej siły wpływa na wartość siły tarcia działającej na narciarza:

$$F_f = \mu F_n = \mu mg \cos \alpha$$

Oprócz siły tarcia uwzględniamy również inną siłę oporu jaką jest siła oporu powietrza. Zależy ona od prędkości poruszania się obiektu. Prędkość będziemy wyrażać jako pierwszą pochodną położenia - $\dot{x}$:

$$F_d = k_1\dot{x} + k_2\dot{x}^2$$

Założenia, które narzucane są na stałe k_1 oraz k_2:

$$\begin{cases} k_2 = 0 & v \leq B \\ k_1 = 0 & v \geq B \end{cases}$$

gdzie B:

$$B = 4\frac{m}{s}$$

Ograniczenie to zostało zaczerpnięte z pracy ???? (Aerodynamic-Drag) i opisane w rozdziale ????

Współczynnik k_1 ....

$$k_1 = ...$$

Współczynnik k_2 został opisany w ????

$$k_2 = \frac{1}{2}C\rho A$$

gdzie:
C - współczynnik oporu
ρ - gęstość powietrza
A - powierzchnia przednia narciarza prostopadła do kieruku przepływu, a zatem prostopadła do wektora prędkości narciarza

4.3. Numeryczne rozwiązanie problemu

Rozpatrując wszystkie siły działające na narciarza równoległe do powierzchni stoku, a więc powodujące jego ruch w dół, otrzymujemy następujące równanie:

$$ma = mgsin\alpha - \mu mgcos\alpha - k_1\dot{x} - k_2\dot{x}^2$$

Wyraźmy teraz przyspieszenie jako drugą pochodną położenia:

$$a = \ddot{x}$$

Podstawiając do równania:

$$m\ddot{x} = mgsin\alpha - \mu mgcos\alpha - k_1\dot{x} - k_2\dot{x}^2$$

Zatem po podzieleniu przez m:

$$\ddot{x} = gsin\alpha - \mu gcos\alpha - \frac{k_1}{m}\dot{x} - \frac{k_2}{m}\dot{x}^2$$

Aby rozwiązać to równanie numerycznie, wprowadzamy nową zmienną v (odpowiadającą prędkości):

$$v = \dot{x}$$

Otrzymujemy następujące równania:

$$\begin{cases} \dot{v} = & gsin\alpha - \mu gcos\alpha - \frac{k_1}{m}v - \frac{k_2}{m}v^2 \\ v = & \dot{x} \end{cases}$$

Pamiętamy przy tym, że:

$$\begin{cases} k_2 = 0 & v \leq B \\ k_1 = 0 & v \geq B \end{cases}$$

Powyższy układ równań wystarczy wykorzystać w dostępnych w wielu językach funkcjach bibliotecznych do rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych. W naszym przypadku wykorzystałyśmy funkcję dopri (Numerical integration of ODE using Dormand-Prince RK method) z biblioteki Numeric Javascript.

4.3.1. Rozwiązanie w 3D

Powyższy układ równań opisuje poruszanie się punktu materialnego po równi pochyłej. Jednak w przypadku narciarza przemieszczającego się po stoku musimy uwzględnić również możliwość poruszania się w poprzek stoku, a nie tylko w dół.
Załóżmy, że narciarz porusza się tylko po liniach prostych.
Rozpatrzmy teraz jak będzie wyglądał układ sił działających na narciarza:

Na naszego narciarza działają siły: grawitacji - w kierunku pionowym oraz siły oporu - w kierunku linii jazdy narciarza. Jeśli rozpatrzymy teraz układ współrzędnych zorientowany względem kierunku jazdy, musimy najpierw zrzutować siłę grawitacji otrzymując siłę ściągająca narciarza:

$$g \sin \alpha * sinus$$

gdzie sinus to:
Zatem nasze równanie ruchu będzie wyglądało następująco:

$$\ddot{x} = g \sin \alpha * sinus - (\mu N + \frac{k_1}{m}\dot{x} + \frac{k_2}{m}\dot{x}^2)$$

gdzie N to siła nacisku narciarza, która pozostaje taka sama jak w przypadku 2D:

$$N = gcos\alpha$$

Transformując powyższe równanie na układ współrzędnych zorientowany wzdłuż i wszerz stoku otrzymamy następjące równania:

$$\begin{cases} \ddot{x_x} = & (g * \sin \alpha * sinus - (\mu * N + \frac{k_1}{m}\dot{x} + \frac{k_2}{m}\dot{x}^2)) * sinus \\ \ddot{x_y} = & (g * \sin \alpha * sinus - (\mu * N + \frac{k_1}{m}\dot{x} + \frac{k_2}{m}\dot{x}^2)) * cosinus \end{cases}$$

Po wprowadzeniu jak poprzednio dodatkowych zmiennych, w tym wypadku prędkości v_x i v_y oraz pamiętaniu o zależności między nimi a pochodną przemieszczenia:

$$\begin{cases} v_x = & \dot{x_x} \\ v_y = & \dot{x_y} \\ \dot{x} = & \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \end{cases}$$

otrzymujemy:

$$\begin{cases} v_x = & \dot{x_x} \\ v_y = & \dot{x_y} \\ \dot{v_x} = & (g * \sin\alpha * sinus - (\mu * N + \frac{k_1}{m}\dot{x} + \frac{k_2}{m}\dot{x}^2)) * sinus \\ \dot{v_y} = & (g * \sin\alpha * sinus - (\mu * N + \frac{k_1}{m}\dot{x} + \frac{k_2}{m}\dot{x}^2)) * cosinus \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = \dot{x_x} \\ v_y = \dot{x_y} \\ \dot{v_x} = gsin\alpha - (\dot{x_x}^2 + \dot{x_y}^2)^{\frac{1}{2}} \kappa \dot{x_y} sgn(\dot{\varphi}) - gsin\alpha \frac{\dot{x_y}^2}{\dot{x_x}^2 + \dot{x_y}^2} - \frac{(F_f + F_d)}{m} \frac{\dot{x_x}}{(\dot{x_x}^2 + \dot{x_y}^2)^{\frac{1}{2}}} \\ \dot{v_y} = (\dot{x_x}^2 + \dot{x_y}^2)^{\frac{1}{2}} \kappa \dot{x_x} sgn(\dot{\varphi}) + gsin\alpha \frac{\dot{x_x}}{\dot{x_x}^2 + \dot{x_y}^2} - \frac{(F_f + F_d)}{m} \frac{\dot{x_y}}{(\dot{x_x}^2 + \dot{x_y}^2)^{\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

4.4. Optymalizacja toru przejazdu

4.5. Architektura systemu

5. Wyniki

W rozdziale tym przedstawiono informacje .

5.1. Optymalizacja

5.1.1. Algorytm ewolucyjny

5.1.2. Lokalna optymalizacja

5.2. Uczenie maszynowe

5.3. Podsumowanie

5.4. Optymalizacja toru przejazdu

5.5. Architektura systemu

6. Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiono informacje .

6.1. Podrozdział

Bibliografia

[1] A. DILLER, *LaTeX wiersz po wierszu*, Wydawnictwo Helion, Gliwice, 2000.

[2] L. LAMPORT, *LaTeX system przygotowywania dokumentów*, Wydawnictwo Ariel, Krakow, 1992.

[3] M. SZPYRKA, *On Line Alvis Manual*, AGH University of Science and Technology, 2011, `http://fm.ia.agh.edu.pl/alvis:manual`.