



1. $\lambda n. \lambda m. m (mult\ n) 1$

2. $Pred\ n = \lambda t. \lambda x. n (\lambda g. \lambda h. h (g\ t)) (\lambda u. x) (\lambda u. u)$

$$= \underbrace{(\lambda g. \lambda h. h (g\ t)) \dots (\lambda g. \lambda h. h (g\ t))}_{n\text{ times}} (\lambda u. x) (\lambda u. u)$$

$$= (\lambda h. h ((\lambda g. \lambda h. h (g\ t))\ t)) (\lambda g. \lambda h. h (g\ t)) \dots (\lambda g. \lambda h. h (g\ t)) (\lambda u. x) (\lambda u. u)$$

$$= (\lambda h. h ((\lambda h. h (t\ t))) (\lambda g. \lambda h. h (g\ t)) \dots (\lambda g. \lambda h. h (g\ t)) (\lambda u. x) (\lambda u. u)$$

$$= \lambda h. h (t\ t\ t) (\lambda u. x) (\lambda u. u) = t\ t\ t - t(n-1) = n-1$$

$$Sub\ n\ m = m\ Pred\ n = Pred\ Pred \dots Pred\ n = n-m$$

问题 $m > n$ 或出现 $Pred\ 0$ 是未定义情况

3. $Leq\ n\ m = \lambda n. \lambda m. if\ (iszero\ sub\ n\ m)\ then\ true\ else\ False.$

4. $F(n) = if\ (iszero\ n)\ then\ 0\ else\ (if\ (isone\ n)\ then\ 1\ else\ (F(n-1) + F(n-2)))$

$$F = \lambda t. \lambda n. if\ (iszero\ n)\ then\ 0\ else\ (if\ (iszero\ Pred\ n)\ then\ 1\ else\ (t(n-1) + t(n-2)))$$

$$F = 0\ \lambda t. \lambda n. if\ (iszero\ n)\ then\ 0\ else\ (if\ (iszero\ Pred\ n)\ then\ 1\ else\ (t(n-1) + t(n-2)))$$