

Modelação de uma rede viária com base num grafo com  
arcos de largura, orientação e inclinação arbitrárias.  
Detecção de colisões e automatização do movimento.

*João Paulo Jorge Pereira*

*Dezembro de 2011*



## Índice

1	Convenções e terminologia .....	1
1.1	Cena .....	1
1.2	Nó $n_i$ .....	1
1.3	Arco $a_{ij}$ .....	1
1.4	Grafo .....	1
1.5	Personagem .....	1
1.6	Animação (apenas para o movimento automático) .....	1
2	Modelação .....	2
2.1	Modelação de um nó .....	2
2.1.1	Círculo .....	2
2.1.2	Elemento de ligação .....	2
2.2	Modelação de um arco .....	3
3	Movimento interactivo (controlado pelo utilizador) .....	3
3.1	Detecção de colisões num nó .....	4
3.2	Detecção de colisões num arco .....	4
3.3	Determinação de pertença – primeira abordagem .....	4
3.3.1	Pertença de um ponto a um nó .....	4
3.3.1.1	Pertença de um ponto a um círculo .....	4
3.3.1.2	Pertença de um ponto a um elemento de ligação .....	4
3.3.2	Pertença de um ponto a um arco .....	5
3.4	Determinação de pertença – segunda abordagem .....	6
3.4.1	Pertença de um ponto a um nó .....	6
3.4.2	Pertença de um ponto a um arco .....	6
4	Movimento automático (controlado pelo computador) .....	7
4.1	Preparação para a animação dos movimentos elementares .....	8
4.1.1	Movimento $D$ .....	9
4.1.2	Movimento $E$ .....	9
4.1.3	Movimento $C$ .....	11
4.1.4	Movimento $F$ .....	12
4.1.5	Movimento $B$ .....	13
4.1.6	Movimento $A$ .....	14
4.2	Animação de um movimento elementar .....	15
4.3	Inicialização da posição e da orientação do personagem .....	15

4.4	Observações.....	16
5	Colocação do personagem na cena .....	17
6	Bibliografia .....	17

### *Índice de figuras*

Figura 1 – Modelo da rede viária .....	2
Figura 2 – Sequência de movimentos elementares.....	7
Figura 3 – Corda .....	9
Figura 4 – Entrada em um nó.....	10
Figura 5 – Saída de um nó.....	12
Figura 6 – Localização e orientação iniciais do personagem .....	16

# 1 Convenções e terminologia

## 1.1 Cena

- **Direcção e sentido do vector “para cima”:** os correspondentes ao semieixo positivo dos ZZ.

## 1.2 Nó $n_i$

- **Localização:** ponto de coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$ ;
- **Largura:**  $w_i$  (a largura de um nó será igual à maior das larguras dos arcos que convergem/divergem nesse/desse nó).

## 1.3 Arco $a_{ij}$

- **Ligação:** do nó  $n_i$  ao nó  $n_j$ ;
- **Desnível:**  $h_{ij} = z_j - z_i$ ;
- **Comprimento:**  $s_{ij}$ ;
- **Largura:**  $w_{ij}$ ;
- **Orientação:**  $\alpha_{ij} = \arctan^1((y_j - y_i) / (x_j - x_i))$  (em radianos);
- **Inclinação:**  $\theta_{ij}$  (em radianos).

## 1.4 Grafo

- **Cota mínima:**  $z_{min} = \min(z_i)$ ;
- **Cota máxima:**  $z_{max} = \max(z_i)$ .

## 1.5 Personagem

- **Altura:**  $ALTURA\_PERSONAGEM$ ;
- **Localização** (centro geométrico): ponto de coordenadas  $(x_p, y_p, z_p)$ ;
- **Orientação:**  $dir$  (em radianos);
- **Velocidade horizontal:**  $vel_h$ ;
- **Velocidade vertical** (apenas para o movimento automático):  $vel_v$ ;
- **Velocidade angular** (apenas para o movimento automático):  $vel_a$ .

## 1.6 Animação (apenas para o movimento automático)

- **Circulação:** pela direita;
- **Número de fotogramas que compõem a animação de um movimento elementar:**  $n$ ;
- **Raios de curvatura dos movimentos elementares B e F:**  $RAIO_B$  e  $RAIO_F$ ;
- **Velocidades máximas pretendidas para os movimentos elementares A a F:**  $VEL_A, VEL_B, VEL_C, VEL_D, VEL_E, VEL_F$ .

---

<sup>1</sup> Deverá usar-se a função  $\text{atan2}()$  em vez de  $\text{atan}()$ .

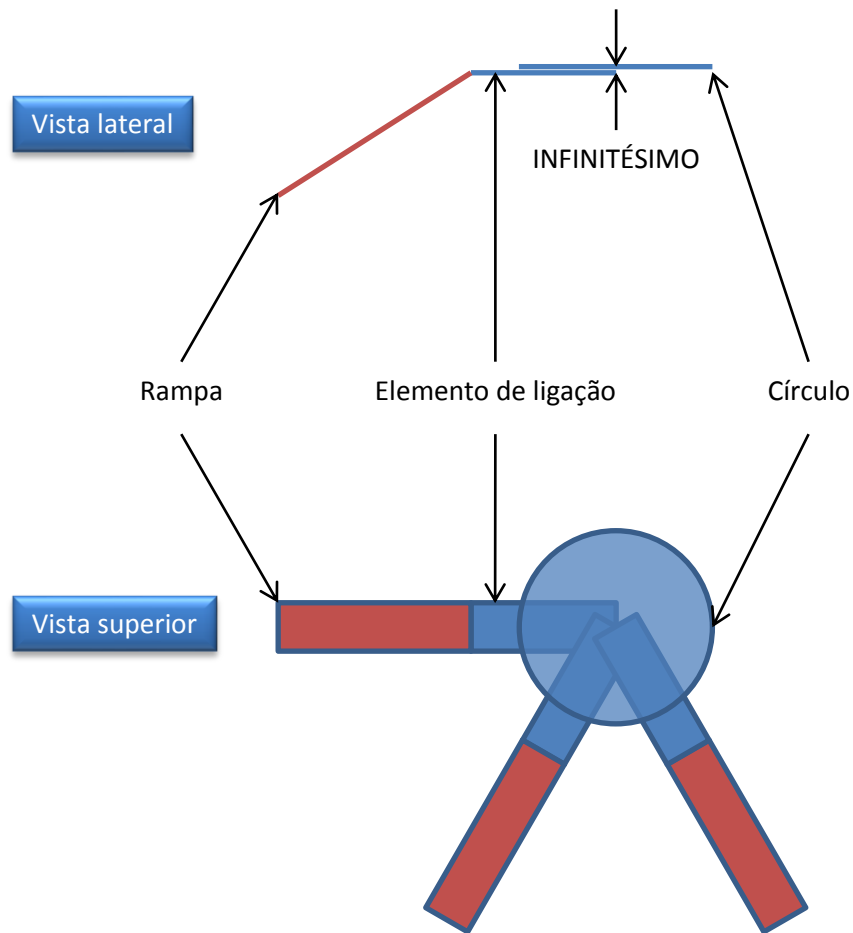


Figura 1 – Modelo da rede viária

## 2 Modelação

A rede viária poderá ser modelada da maneira que a seguir se descreve (Figura 1).

### 2.1 Modelação de um nó

A geometria associada a um nó  $n_i$  poderá ser a de uma rotunda constituída pelos seguintes elementos:

- um círculo;
- tantos elementos de ligação quantos os arcos que convergem/divergem nesse/desse nó.

#### 2.1.1 Círculo

O círculo deverá ter as propriedades que a seguir se discriminam:

- **centro:**  $(x_i, y_i, z_i + \text{INFINITÉSIMO})$ ;
- **raio:**  $r_i = K\_CIRCULO * w_i / 2.0$ ;  
em que  $K\_CIRCULO$  designa uma constante superior a 1.0 (por exemplo,  $K\_CIRCULO = 2.1$ ).

#### 2.1.2 Elemento de ligação

Dado um nó  $n_i$  ligado a um arco  $a_{ij}$ , a geometria do elemento de ligação poderá ser a de um rectângulo horizontal com as propriedades que a seguir se discriminam:

- **comprimento:**  $s_i = K\_LIGACAO * r_i$ ;  
em que  $K\_LIGACAO$  designa uma constante superior a 1.0 (por exemplo,  $K\_LIGACAO = 1.1$ );
- **largura:**  $w_{ij}$ ;
- **orientação:**  $\alpha_{ij}$ .

Poderá ser desenhado da seguinte maneira:

- transladado segundo o vector  $(x_i, y_i, z_i)$ ;
- rodado de GRAUS( $\alpha_{ij}$ ) em torno do eixo dos ZZ;
- transladado segundo o vector  $(s_i / 2.0, 0.0, 0.0)$ ;
- desenhado no plano OXY com centro na origem, comprimento (i.e. dimensão segundo o eixo dos XX) igual a  $s_i$  e largura (i.e. dimensão segundo o eixo dos YY) igual a  $w_{ij}$ .

## 2.2 Modelação de um arco

A geometria associada a um arco  $a_{ij}$  poderá ser a de uma rampa (i.e. um rectângulo inclinado) com as propriedades que a seguir se discriminam:

- **comprimento da projecção no plano OXY:**  $p_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} - s_i - s_j$ ;
- **desnível:**  $h_{ij} = z_j - z_i$ ;
- **comprimento:**  $s_{ij} = \sqrt{p_{ij}^2 + h_{ij}^2}$ ;
- **largura:**  $w_{ij}$ ;
- **orientação:**  $\alpha_{ij}$ ;
- **inclinação:**  $\theta_{ij} = \arctan(h_{ij} / p_{ij})$ .

Poderá ser desenhado da seguinte maneira:

- transladado segundo o vector  $(x_i, y_i, z_i)$ ;
- rodado de GRAUS( $\alpha_{ij}$ ) em torno do eixo dos ZZ;
- transladado segundo o vector  $(s_i, 0.0, 0.0)$ ;
- rodado de GRAUS( $-\theta_{ij}$ ) em torno do eixo dos YY;
- transladado segundo o vector  $(s_{ij} / 2.0, 0.0, 0.0)$ ;
- desenhado no plano OXY com centro na origem, comprimento (i.e. dimensão segundo o eixo dos XX) igual a  $s_{ij}$  e largura (i.e. dimensão segundo o eixo dos YY) igual a  $w_{ij}$ .

## 3 Movimento interactivo (controlado pelo utilizador)

Deverá manter-se um registo actualizado da localização do personagem no grafo, ou seja, se este se encontra num dado nó (o nó  $n_i$ ) ou num dado arco (o arco  $a_{ij}$ ).

Caso não houvesse colisão, a localização do personagem no próximo fotograma seria dada pelas seguintes equações (apenas a abcissa e a ordenada; a cota será calculada mais adiante):

- $x'_p = x_p + vel_h * \cos(dir)$ ;
- $y'_p = y_p + vel_h * \sin(dir)$ .

### 3.1 Detecção de colisões num nó

Caso o personagem se encontre no nó  $n_i$  do grafo, não haverá colisão se o ponto correspondente à nova localização pertencer:

- ao círculo desse nó;
- a um dos elementos de ligação desse nó;
- a um dos arcos que convergem/divergem nesse/desse nó.

### 3.2 Detecção de colisões num arco

Caso o personagem se encontre no arco  $a_{ij}$  do grafo, não haverá colisão se o ponto correspondente à nova localização pertencer:

- a esse arco;
- ao elemento de ligação desse arco ao nó  $n_i$ ;
- ao círculo do nó  $n_i$ ;
- ao elemento de ligação desse arco ao nó  $n_j$ ;
- ao círculo do nó  $n_j$ .

### 3.3 Determinação de pertença – primeira abordagem

A primeira abordagem é puramente matemática e restringe significativamente a complexidade da geometria dos nós e dos arcos constituintes do grafo, sob pena de os cálculos se tornarem demasiado complicados.

#### 3.3.1 Pertença de um ponto a um nó

O ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá ao nó  $n_i$  se e só se pertencer ao círculo ou a um dos elementos de ligação que o representam.

##### 3.3.1.1 Pertença de um ponto a um círculo

O ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá ao círculo do nó  $n_i$  se e só se a distância daquele ao centro do círculo não for superior ao raio:

- $(x'_p - x_i)^2 + (y'_p - y_i)^2 \leq r_i^2$ .

Verificando-se esta condição, considera-se que o personagem passa a estar (caso não estivesse já) localizado no nó  $n_i$  do grafo. As coordenadas da nova localização serão dadas pelas equações:

- $x_p = x'_p$ ;
- $y_p = y'_p$ ;
- $z_p = z_i + ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0$ .

##### 3.3.1.2 Pertença de um ponto a um elemento de ligação

Para determinar se o ponto correspondente à nova localização do personagem pertence ao elemento de ligação do nó  $n_i$  ao arco  $a_{ij}$ , poderá proceder-se da maneira que a seguir se descreve:

Efectua-se uma mudança de sistema de coordenadas que verifique as seguintes condições:

- faça coincidir a nova origem com o ponto  $(x_i, y_i)$ ;
- alinhe o novo eixo dos XX com o eixo longitudinal do elemento de ligação.



Neste novo sistema, as coordenadas correspondentes à nova localização do personagem serão dadas pelas seguintes equações:

- $x''_p = (x'_p - x_i) * \cos(\alpha_{ij}) + (y'_p - y_i) * \sin(\alpha_{ij});$
- $y''_p = (y'_p - y_i) * \cos(\alpha_{ij}) - (x'_p - x_i) * \sin(\alpha_{ij}).$

O ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá ao elemento de ligação se e só se não ultrapassar os limites do rectângulo que o representa:

- $0.0 \leq x''_p \leq s_i;$
- $-w_{ij} / 2.0 \leq y''_p \leq w_{ij} / 2.0.$

Verificando-se estas condições, considera-se que o personagem passa a estar (caso não estivesse já) localizado no nó  $n_i$  do grafo. As coordenadas da nova localização serão dadas por equações idênticas às da pertença a um círculo:

- $x_p = x'_p;$
- $y_p = y'_p;$
- $z_p = z_i + ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0.$

### 3.3.2 Pertença de um ponto a um arco

Para determinar se o ponto correspondente à nova localização do personagem pertence ao arco  $a_{ij}$ , poderá proceder-se da maneira que a seguir se descreve:

Efectua-se uma mudança de sistema de coordenadas idêntica à efectuada para a determinação da pertença a um elemento de ligação, ou seja, que verifique as seguintes condições:

- faça coincidir a nova origem com o ponto  $(x_i, y_i);$
- alinhe o novo eixo dos XX com o eixo longitudinal da projecção do arco no plano OXY.

Neste novo sistema, as coordenadas correspondentes à nova localização do personagem serão, tal como anteriormente, dadas pelas seguintes equações:

- $x''_p = (x'_p - x_i) * \cos(\alpha_{ij}) + (y'_p - y_i) * \sin(\alpha_{ij});$
- $y''_p = (y'_p - y_i) * \cos(\alpha_{ij}) - (x'_p - x_i) * \sin(\alpha_{ij}).$

O ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá ao arco se e só se não ultrapassar os limites da projecção do rectângulo que o representa:

- $s_i < x''_p < s_i + p_{ij};$
- $-w_{ij} / 2.0 \leq y''_p \leq w_{ij} / 2.0.$

Verificando-se estas condições, considera-se que o personagem passa a estar (caso não estivesse já) localizado no arco  $a_{ij}$  do grafo. As coordenadas da nova localização serão dadas por equações que se assemelham às da pertença a um círculo e a um elemento de ligação. A única diferença reside na inclusão de uma regra de três simples no cálculo da cota:

- $x_p = x'_p;$
- $y_p = y'_p;$

- $z_p = z_i + (x''_p - s_i) / p_{ij} * h_{ij} + ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0.$

### 3.4 Determinação de pertença – segunda abordagem

A segunda abordagem é mais flexível do que a anterior, na medida em que não impõe grandes restrições à geometria dos nós e dos arcos constituintes do grafo. Também é mais simples, pois dispensa a realização de qualquer mudança de sistema de coordenadas. Baseia-se na utilização do modo *picking* conjugado com uma vista superior em projecção ortográfica centrada no ponto do plano OXY correspondente à nova localização do personagem, ou seja, o ponto  $(x'_p, y'_p, 0.0)$ . Mais concretamente:

- o centro da região de *picking* deverá coincidir com o centro da janela;
- a matriz de projecção poderá ser a definida por:  
 $glOrtho(x'_p - vel_h, x'_p + vel_h, y'_p - vel_h, y'_p + vel_h, near, far);$   
em que  $near < -z_{max}$  e  $far > -z_{min}^2$ ;
- a matriz de modelação e visualização poderá ser a matriz identidade;
- desenham-se apenas os elementos do grafo que se pretende testar, tendo o cuidado de lhes atribuir nomes (no *stack* de nomes) que permitam identificá-los inequivocamente mais tarde;
- o ponto correspondente à nova localização do personagem pertencerá a um destes elementos se e só se a execução do desenho no modo *picking* assim definido tiver como resultado um conjunto não vazio;
- verificando-se esta condição, inspeciona-se o *buffer* de resultados de maneira a identificar-se o elemento do conjunto com a cota mais elevada, ou seja, aquele a que corresponde o menor dos valores mínimos de profundidade;
- sabendo as coordenadas do centro da janela e o menor dos valores mínimos de profundidade, recorre-se à função `gluUnProject()` para determinar o ponto da cena correspondente  $(x''_p, y''_p, z''_p)$ . Na realidade apenas se pretende calcular a cota  $z''_p$ , pois os valores de  $x''_p$  e de  $y''_p$  já são conhecidos:  $x''_p$  será forçosamente igual a  $x'_p$ ; e  $y''_p$  igual a  $y'_p$ .

#### 3.4.1 Pertença de um ponto a um nó

Se o elemento identificado pela execução do desenho no modo *picking* corresponder ao nó  $n_i$ , considera-se que o personagem passa a estar (caso não estivesse já) localizado neste nó do grafo. Não é necessário distinguir a pertença ao círculo da pertença aos elementos de ligação que representam o nó. As coordenadas da nova localização serão dadas pelas equações:

- $x_p = x''_p;$
- $y_p = y''_p;$
- $z_p = z''_p + ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0.$

#### 3.4.2 Pertença de um ponto a um arco

Se o elemento identificado pela execução do desenho no modo *picking* corresponder ao arco  $a_{ij}$ , considera-se que o personagem passa a estar (caso não estivesse já) localizado neste arco do grafo. As coordenadas da nova localização serão dadas por equações idênticas às da pertença a um nó:

<sup>2</sup> Se estiver a ser usada uma transformação de escala no desenho do rede viária (por exemplo, `glScalef(s_x, s_y, s_z)`), o factor segundo o eixo dos ZZ ( $s_z$ ) deverá ser tido em consideração no cálculo dos planos *near* e *far*. Mais concretamente:  $near < -z_{max} * s_z$  e  $far > -z_{min} * s_z$ .

- $x_p = x''_p$ ;
- $y_p = y''_p$ ;
- $z_p = z''_p + ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0$ .

#### 4 Movimento automático (controlado pelo computador)

Pretende-se deslocar o personagem de um nó de origem para um nó de destino, de acordo com um percurso previamente estabelecido, o qual é constituído por uma sequência de movimentos entre nós adjacentes. Cada um destes movimentos poderá, por sua vez, ser decomposto numa sequência de seis movimentos elementares: rectilíneos, para percorrer as rampas e parte dos elementos de ligação das rotundas; e circulares, para entrar, percorrer e sair dos círculos das rotundas.

Nas rampas e elementos de ligação assume-se que o personagem se desloca pela via de trânsito correspondente ao lado direito da faixa de rodagem. À distância do personagem à berma do lado direito poderá atribuir-se o seguinte valor:

- $b_{ij} = K\_BERMA * w_{ij}$ ;  
em que  $K\_BERMA$  designa uma constante tal que  $0.0 < K\_BERMA < 0.5$  (por exemplo,  $K\_BERMA = 0.25$ ).

Nos círculos assume-se que o personagem se desloca no sentido directo<sup>3</sup>. À distância do personagem à periferia do círculo poderá atribuir-se o seguinte valor:

- $b_i = K\_BERMA * w_i$ .

Assumindo que o personagem se encontra correctamente localizado e orientado, os movimentos elementares acima referidos poderão ser os que a seguir se discriminam (Figura 2):

- **movimento A:** circular directo (o personagem percorre parte do círculo);
- **movimento B:** circular retrógrado<sup>4</sup> (o personagem sai do círculo);
- **movimento C:** rectilíneo (o personagem percorre parte do elemento de ligação);
- **movimento D:** rectilíneo (o personagem percorre a totalidade da rampa);
- **movimento E:** rectilíneo (o personagem percorre parte do elemento de ligação);
- **movimento F:** circular retrógrado (o personagem entra no círculo).

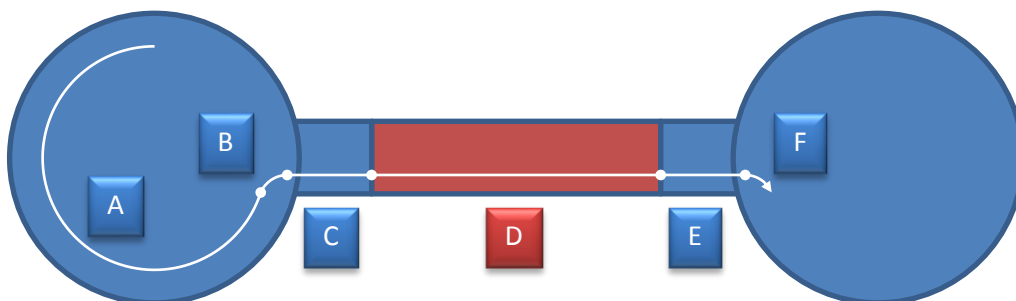


Figura 2 – Sequência de movimentos elementares

<sup>3</sup> Isto é, no sentido contrário ao do movimento dos ponteiros de um relógio.

<sup>4</sup> Isto é, no sentido do movimento dos ponteiros de um relógio.

O processo de automatização do movimento será constituído pelas seguintes etapas:

1. inicialização da posição e da orientação do personagem;
2. enquanto não for atingido o nó de destino:
  - a. preparação para a animação do movimento elementar *A*;
  - b. animação do movimento elementar *A*;
  - c. preparação para a animação do movimento elementar *B*;
  - d. animação do movimento elementar *B*;
  - e. preparação para a animação do movimento elementar *C*;
  - f. animação do movimento elementar *C*;
  - g. preparação para a animação do movimento elementar *D*;
  - h. animação do movimento elementar *D*;
  - i. preparação para a animação do movimento elementar *E*;
  - j. animação do movimento elementar *E*;
  - k. preparação para a animação do movimento elementar *F*;
  - l. animação do movimento elementar *F*.

A etapa 1 poderá ser efectuada apenas uma vez, no início do processo. As etapas *a* a *l* deverão ser realizadas repetidamente tantas vezes quantas forem necessárias para atingir o nó de destino.

Para facilitar a compreensão, este documento começará por descrever as etapas de preparação para a animação dos movimentos elementares *D*, *E*, *C*, *F*, *B* e *A*, por esta ordem (etapas *g*, *i*, *e*, *k*, *c* e *a*, respectivamente). Segue-se a descrição da animação dos movimentos elementares (comum às etapas *h*, *j*, *f*, *l*, *d* e *b*). Por último, descreve-se a inicialização da posição e da orientação do personagem (etapa 1).

#### 4.1 Preparação para a animação dos movimentos elementares

Na preparação para a animação de cada um dos movimentos elementares será necessário definir quatro parâmetros:

- número de fotogramas que compõem a animação do movimento elementar:  $n$ ;
- velocidade angular do personagem:  $vel_a$ ;
- velocidade horizontal do personagem:  $vel_h$ ;
- velocidade vertical do personagem:  $vel_v$ .

Além disso, a natureza descontínua dos movimentos circulares terá as seguintes implicações:

- em cada fotograma, o personagem percorrerá, não um arco de circunferência, mas a corda<sup>5</sup> correspondente (Figura 3);
- antes de iniciar a animação de um movimento circular, deverá ajustar-se a orientação do personagem, subtraindo-lhe metade do valor da velocidade angular:  $-vel_a / 2.0$ ;
- uma vez concluída a animação de um movimento circular, deverá reajustar-se a orientação do personagem, adicionando-lhe metade do valor da velocidade angular:  $vel_a / 2.0$ .

---

<sup>5</sup> Ver [http://en.wikipedia.org/wiki/Chord\\_%28geometry%29](http://en.wikipedia.org/wiki/Chord_%28geometry%29).

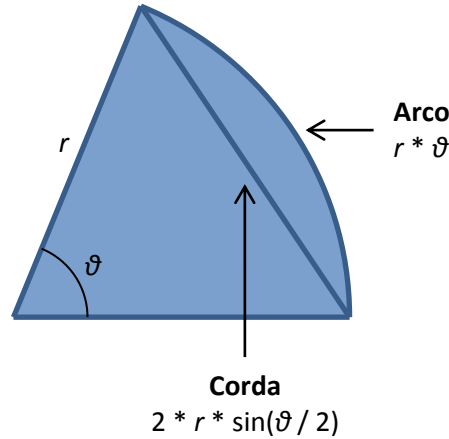


Figura 3 – Corda

#### 4.1.1 Movimento D

Seja  $n_i$  o nó de proveniência do personagem,  $n_j$  o nó adjacente para onde o personagem se dirige e  $VEL_D$  a velocidade máxima pretendida para este movimento.

O personagem terá de percorrer a totalidade do comprimento da rampa.

O número de fotogramas que compõem a animação será dado pelo tecto<sup>6</sup> da razão entre o comprimento da rampa e a referida velocidade:

- $n = \lceil s_{ij} / VEL_D \rceil$ .

Dada a natureza rectilínea do movimento, a velocidade angular será nula:

- $vel_a = 0.0$ .

A velocidade horizontal será dada pela razão entre o comprimento da projecção da rampa no plano OXY e o número de fotogramas:

- $vel_h = p_{ij} / n$ .

A velocidade vertical será dada pela razão entre o desnível da rampa e o número de fotogramas:

- $vel_v = h_{ij} / n$ .

#### 4.1.2 Movimento E

Seja  $n_i$  o nó de proveniência do personagem,  $n_j$  o nó adjacente em que o personagem vai entrar,  $RAIO_F$  o raio de curvatura pretendido para o movimento circular retrógrado  $F$  e  $VEL_E$  a velocidade máxima pretendida para o movimento  $E$  (Figura 4).

<sup>6</sup> Poderá usar-se a função ceil(). Ver [http://en.wikipedia.org/wiki/Ceiling\\_function](http://en.wikipedia.org/wiki/Ceiling_function).



- $l_{ij} = s_j - cat_{long}$ .

O número de fotogramas que compõem a animação será dado pelo tecto da razão entre o comprimento do percurso e a velocidade:

- $n = \lceil l_{ij} / VEL_E \rceil$ .

Dada a natureza rectilínea do movimento, a velocidade angular será nula:

- $vel_a = 0.0$ .

A velocidade horizontal será dada pela razão entre o comprimento do percurso e o número de fotogramas:

- $vel_h = l_{ij} / n$ .

Uma vez que o elemento de ligação é horizontal, a velocidade vertical será nula:

- $vel_v = 0.0$ .

#### 4.1.3 Movimento C

Seja  $n_j$  o nó de onde o personagem vai sair,  $n_k$  o nó adjacente para onde o personagem se dirige,  $RAIO_B$  o raio de curvatura pretendido para o movimento circular retrógrado B e  $VEL_C$  a velocidade máxima pretendida para o movimento C (Figura 5).

Aplicando um raciocínio idêntico ao usado na preparação do movimento E, verifica-se que o personagem terá de percorrer apenas uma parte do comprimento do elemento de ligação, a qual poderá ser determinada com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

- $hip = r_j - b_j + RAIO_B$ .

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

- $cat_{trans} = w_{jk} / 2.0 - b_{jk} + RAIO_B$ .

Aplicando o teorema de Pitágoras, obtém-se para o comprimento do cateto longitudinal:

- $cat_{long} = \sqrt{hip^2 - cat_{trans}^2}$ .

O comprimento do percurso será dado pelo comprimento do elemento de ligação subtraído do comprimento do cateto longitudinal:

- $l_{jk} = s_j - cat_{long}$ .

O número de fotogramas que compõem a animação será dado pelo tecto da razão entre o comprimento do percurso e a velocidade:

- $n = \lceil l_{jk} / VEL_C \rceil$ .





O personagem deverá percorrer no sentido retrógrado um arco de circunferência de raio  $RAIO_F$  que subentenda um ângulo de  $\vartheta_{ij}$  radianos. Os valores do ângulo subentendido e do comprimento do arco poderão ser determinados com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

- $hip = r_j - b_j + RAIO_F.$

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

- $cat_{trans} = w_{ij} / 2.0 - b_{ij} + RAIO_F.$

O ângulo subentendido e o comprimento do arco a percorrer serão dados pelas equações:

- $\vartheta_{ij} = \arccos^7(cat_{trans} / hip);$
- $c_{ij} = RAIO_F * \vartheta_{ij}.$

O número de fotogramas que compõem a animação e os valores das velocidades angular, horizontal e vertical serão dados pelas seguintes equações:

- $n = \lceil c_{ij} / VEL_F \rceil;$
- $vel_a = -\vartheta_{ij} / n^8;$
- $vel_h = 2.0 * RAIO_F * \sin(\vartheta_{ij} / n / 2.0)^9;$
- $vel_v = 0.0.$

#### 4.1.5 Movimento B

Seja  $n_j$  o nó de onde o personagem vai sair,  $n_k$  o nó adjacente para onde o personagem se dirige,  $RAIO_B$  o raio de curvatura do movimento e  $VEL_B$  a velocidade máxima pretendida (Figura 5).

Aplicando um raciocínio idêntico ao usado na preparação do movimento  $F$ , verifica-se que o personagem deverá percorrer no sentido retrógrado um arco de circunferência de raio  $RAIO_B$  que subentenda um ângulo de  $\vartheta_{jk}$  radianos. Os valores do ângulo subentendido e do comprimento do arco poderão ser determinados com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

- $hip = r_j - b_j + RAIO_B.$

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

- $cat_{trans} = w_{jk} / 2.0 - b_{jk} + RAIO_B.$

O ângulo subentendido e o comprimento do arco a percorrer serão dados pelas equações:

- $\vartheta_{jk} = \arccos(cat_{trans} / hip);$
- $c_{jk} = RAIO_B * \vartheta_{jk}.$

---

<sup>7</sup> Poderá usar-se a função  $\arccos()$ .

<sup>8</sup> O sinal negativo reflecte o sentido retrógrado pretendido.

<sup>9</sup> Recorde-se que, em cada fotograma, o personagem percorrerá, não um arco de circunferência, mas a corda correspondente.

O número de fotogramas que compõem a animação e os valores das velocidades angular, horizontal e vertical serão dados pelas seguintes equações:

- $n = [c_{jk} / VEL_B];$
- $vel_a = -\vartheta_{jk} / n;$
- $vel_h = 2.0 * RAI O_B * \sin(\vartheta_{jk} / n / 2.0);$
- $vel_v = 0.0.$

#### 4.1.6 Movimento A

Seja  $n_i$  o nó de proveniência do personagem,  $n_j$  o nó adjacente em que o personagem se encontra,  $n_k$  o nó adjacente para onde o personagem se dirige e  $VEL_A$  a velocidade máxima pretendida para este movimento (Figura 4 e Figura 5).

O personagem deverá percorrer no sentido directo um arco de circunferência de raio  $(r_j - b_j)$  que subentenda um ângulo de  $\varphi_{ijk}$  radianos. O ângulo subentendido será obtido calculando a diferença entre as orientações dos arcos  $\alpha_{jk}$  e  $\alpha_{ji}$  e subtraindo os ângulos complementares<sup>10</sup> dos ângulos  $\vartheta_{ij}$  e  $\vartheta_{jk}$ :

- $\varphi_{ijk} = \alpha_{jk} - \alpha_{ji} - (\pi / 2.0 - \vartheta_{ij}) - (\pi / 2.0 - \vartheta_{jk}).$

Sabendo que  $\alpha_{ji} = \alpha_{ij} - \pi$ , ter-se-á:

- $\varphi_{ijk} = \alpha_{jk} - (\alpha_{ij} - \pi) - (\pi / 2.0 - \vartheta_{ij}) - (\pi / 2.0 - \vartheta_{jk});$   
 $\varphi_{ijk} = \alpha_{jk} - \alpha_{ij} + \pi - \pi / 2.0 + \vartheta_{ij} - \pi / 2.0 + \vartheta_{jk};$   
 $\varphi_{ijk} = \alpha_{jk} - \alpha_{ij} + \vartheta_{ij} + \vartheta_{jk}.$

Dado o sentido directo pretendido para o movimento, deverá garantir-se que  $\varphi_{ijk} > 0.0$ , adicionando  $2.0 * \pi$  se necessário.

Por outro lado, de modo a evitar que o personagem descreva voltas supérfluas ao círculo, deverá garantir-se que  $\varphi_{ijk} \leq 2.0 * \pi$ , subtraindo  $2.0 * \pi$  se necessário.

O comprimento do arco será dado pela equação:

- $d_{ijk} = (r_j - b_j) * \varphi_{ijk}.$

O número de fotogramas que compõem a animação e os valores das velocidades angular, horizontal e vertical serão dados pelas seguintes equações:

- $n = [d_{ijk} / VEL_A];$
- $vel_a = \varphi_{ijk} / n;$
- $vel_h = 2.0 * (r_j - b_j) * \sin(\varphi_{ijk} / n / 2.0);$
- $vel_v = 0.0.$

<sup>10</sup> Diz-se que dois ângulos são complementares quando a sua soma perfaz 90° ou  $\pi / 2$  radianos. Ver [http://en.wikipedia.org/wiki/Complementary\\_angles](http://en.wikipedia.org/wiki/Complementary_angles).

## 4.2 Animação de um movimento elementar

A orientação e a localização do personagem no próximo fotograma serão dadas pelas seguintes equações:

- $dir' = dir + vel_a;$
- $x'_p = x_p + vel_h * \cos(dir);$
- $y'_p = y_p + vel_h * \sin(dir);$
- $z'_p = z_p + vel_v.$

Dada a natureza automática do movimento, não será necessário efectuar a detecção de colisões, pelo que a orientação e a localização do personagem poderão ser actualizadas incondicionalmente:

- $dir = dir';$
- $x_p = x'_p;$
- $y_p = y'_p;$
- $z_p = z'_p.$

O número de fotogramas para a conclusão da animação deverá então ser reduzido de uma unidade. Se este número se anular, a animação corrente estará concluída e deverá preparar-se a animação do movimento elementar seguinte.

## 4.3 Inicialização da posição e da orientação do personagem

Para determinar a localização e a orientação do personagem (representadas a vermelho na Figura 6) no nó de origem  $n_j$ , poderá imaginar-se que aquele havia concluído o movimento circular retrógrado de entrada no círculo da rotunda, proveniente de um qualquer nó  $n_i$  adjacente.

O valor do ângulo subentendido pelo arco de circunferência poderá ser determinado com o auxílio do triângulo rectângulo representado na figura.

O comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo será dado pela equação:

- $hip = r_j - b_j + RAIOf.$

O comprimento do cateto transversal será dado pela equação:

- $cat_{trans} = w_{ij} / 2.0 - b_{ij} + RAIOf.$

O ângulo subentendido será dado pela equação:

- $\vartheta_{ij} = \arccos(cat_{trans} / hip).$

A orientação será obtida adicionando à orientação do arco  $\alpha_{ji}$  o ângulo complementar do ângulo  $\vartheta_{ij}$  e ainda  $\pi / 2.0$  radianos:

- $dir = \alpha_{ji} + (\pi / 2 - \vartheta_{ij}) + \pi / 2.0;$   
 $dir = \alpha_{ji} - \vartheta_{ij} + \pi.$



suplementar. Este comportamento poderá ser evitado reduzindo os valores de  $RAIO_F$  e  $RAIO_B$  e/ou aumentando o valor de  $K\_CIRCULO$ . Caso se opte pela primeira solução, os valores de  $VEL_F$  e  $VEL_B$  deverão também ser reduzidos, sob pena de se perder fluidez na animação dos movimentos  $F$  e  $B$ .

## 5 Colocação do personagem na cena

Dependendo da natureza do personagem, poderá ou não ser necessário incliná-lo nas rampas constituintes dos arcos do grafo.

Se o personagem for bípede e se deslocar a pé, num monociclo ou num *Segway PT*<sup>11</sup>, por exemplo, poderá assumir-se que a sua postura não se afastará significativamente da vertical, pelo que não será necessário incliná-lo. Já os personagens quadrúpedes ou os que se desloquem numa bicicleta, triciclo ou automóvel, entre outros exemplos, terão de ser inclinados. Se for  $a_{ij}$  o arco a percorrer, o ângulo de inclinação será igual ao da rampa correspondente:  $\theta_{ij}$ .

O personagem poderá ser desenhado da seguinte maneira:

- transladado segundo o vector  $(x_p, y_p, z_p - ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0)$ ;
- se o personagem se encontrar num arco do grafo e se se pretender incliná-lo:
  - rodado de  $GRAUS(\alpha_{ij})$  em torno do eixo dos ZZ;
  - rodado de  $GRAUS(-\theta_{ij})$  em torno do eixo dos YY;
  - rodado de  $GRAUS(-\alpha_{ij})$  em torno do eixo dos ZZ;
- transladado segundo o vector  $(0.0, 0.0, ALTURA\_PERSONAGEM / 2.0)$ ;
- rodado de  $GRAUS(dir)$  segundo o eixo dos ZZ;
- escalado à medida das necessidades;
- desenhado com centro na origem, orientação correspondente à do semieixo positivo dos XX e inclinação nula, ou seja, direcção e sentido “*para cima*” idênticos aos da cena.

## 6 Bibliografia

“Wikipedia”. Internet: <http://www.wikipedia.org/>, [2011-12-21].

---

<sup>11</sup> Ver [http://en.wikipedia.org/wiki/Segway\\_PT](http://en.wikipedia.org/wiki/Segway_PT).