Для решения задачи триангуляции сферы выбран метод дробления. В решении задачи можно выделить два этапа:

1. Построение начальной сетки

Для этого необходимо разбить сферу на сектора. Можно использовать 3 взаимно перпендикулярные плоскости, проходящие через центр сферы. Тогда получится начальное приближение триангуляции из 8 треугольников. Второй способ – вписанный в шар икосаэдр (правильный 20-гранник, гранями которого являются равносторонние треугольники). Следует отметить, что при дроблении икосаэдра получается геодезический купол, который обладает интересным свойством: при равном объеме площадь поверхности сферы будет меньше, чем у любой другой формы. Так же именно он большинстве случаев встает в основу сооружений сферической формы. Поэтому далее будет рассмотрено дробление икосаэдра.

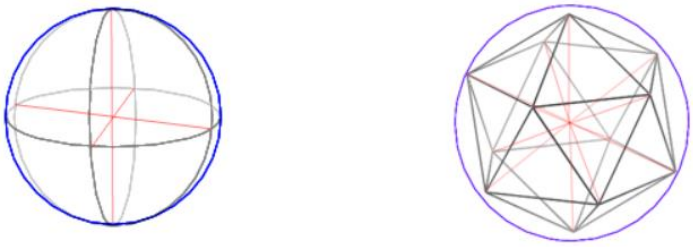

Рисунок 1.

2. Измельчение сетки

Данный этап подразумевает дробление каждого треугольника уже построенной триангуляции. Треугольник делится по следующему принципу: для каждой стороны ищется середина отрезка как полусумма соответствующих координат концов отрезка. Сетка пополняется тремя узлами. Центры сторон соединяются между собой. Теперь вместо одного треугольника нам нужно описать четыре.

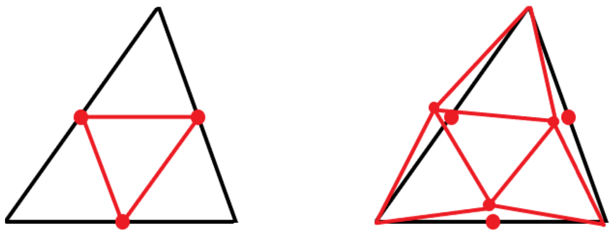

Рисунок 2.

Далее появляется задача перемещения новых точек триангуляции на поверхность, к которой мы приближаемся. Этой сложности можно избежать, если использовать не декартовы, а сферические координаты. В этом случае нужные координаты новых узлов будут получаться автоматически, без использования каких-либо процедур отображения.

Процесс дробления можно продолжать итерационно до тех пор, пока не будет достигнута требуемая «гладкость» сферы.

В практическом решении задачи отслеживаются те же этапы:

1. Чтобы построить икосаэдр, задается одна из 20 его граней. Процесс построения сферы и дробления сетки триангуляции будет происходить в сферических координатах, поэтому и изначальный треугольник задается ими. Далее икосаэдр достраивается путем отражения и перемещения копий уже заданной грани. Сделано это в три этапа. Сначала грань копируется и отражается относительно одной из сторон (рис. 3). На данном этапе важно описать вершины в буфере индексов в обратном порядке. Далее массив вершин копируется и поворачиваются относительно вертикальной оси. В точках изменяется только координата φ. На последнем этапе вся половина икосаэдра копируется, отражается по θ и поворачивается на $\frac{\pi}{5}$ относительно вертикальной оси.

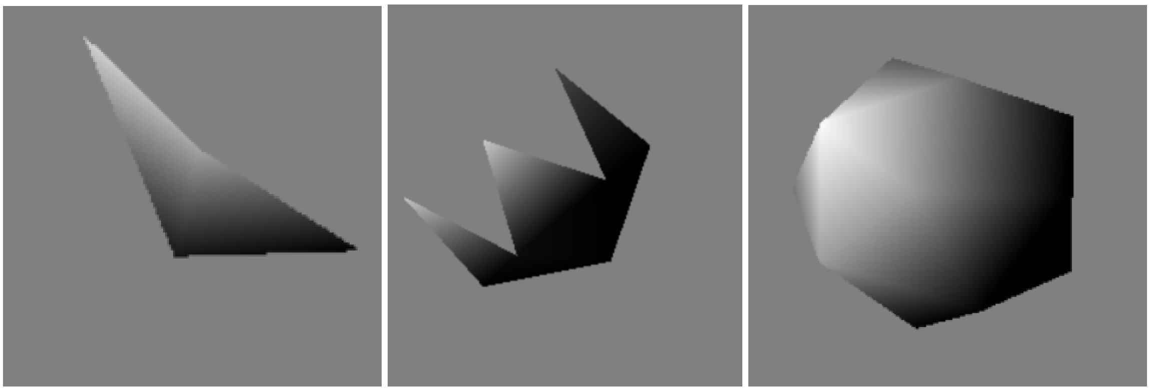

Рисунок 3.

2. Для дробления сетки триангуляции создана вспомогательная функция, возвращающая середины отрезков. Возникает сложность с тем, чтобы искать середину тех отрезков, которые содержат точки с $\theta = 0$ и $\theta = \pi$. Для них неоднозначно определение координаты φ. При начальном построении икосаэдра она задается равной координате φ середины противолежащей стороны треугольника. Но после применения функции, которая честно ищет середины отрезков, получается неожиданный результат (рис. 4).

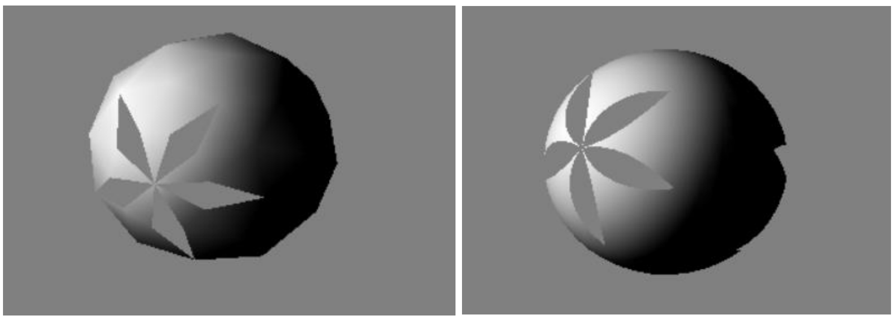

Рисунок 4.

Дело в том, что для каждого отрезка, содержащего такую точку, эта точка должна иметь φ такое же как у другого конца отрезка. Только в таком случае все крайние точки сектора будут иметь одну координату φ и в модели сферы при ее дальнейшем дроблении не окажется пробелов.

Вводится понятие частоты разбиения. Ее значение равно количеству дроблений каждой грани икосаэдра. Далее показаны результаты работы программы с частотами разбиения равными 1, 2, 3 и 4 соответственно.

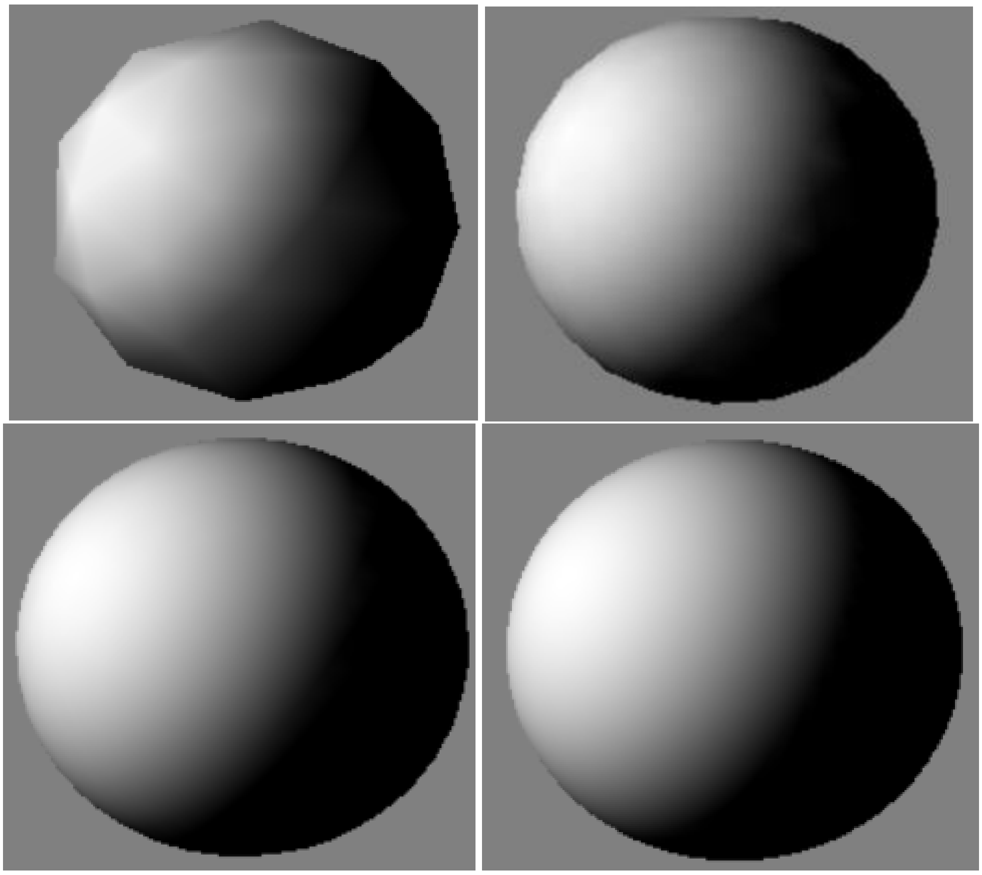

Рисунок 5.