
Front matter

title: "Компьютерный практикум по статистическому анализу данных"

subtitle: "Отчёт по лабораторной работе №4: Линейная алгебра"

author: "Ахлиддинзода Аслиддин"

Generic options

lang: ru-RU

toc-title: "Содержание"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib

csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Pdf output format

toc: true # Table of contents

toc-depth: 2

lof: true # List of figures

lot: true # List of tables

fontsize: 12pt

linestretch: 1.5

papersize: a4

documentclass: scrreprt

I18n polyglossia

polyglossia-lang:

name: russian

options:

- spelling=modern

- babelshorthands=true

polyglossia-otherlangs:

name: english

I18n babel

babel-lang: russian

babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: PT Serif

romanfont: PT Serif

sansfont: PT Sans

monofont: PT Mono

mainfontoptions: Ligatures=TeX

romanfontoptions: Ligatures=TeX

sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase
monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true

biblio-style: "gost-numeric"

biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис."

tableTitle: "Таблица"

listingTitle: "Листинг"

lolTitle: "Листинги"

Misc options

indent: true

header-includes:

- \usepackage{indentfirst}
- \usepackage{float} # keep figures where there are in the text
- \floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text
- \usepackage{unicode-math}
- \setmathfont{Latin Modern Math}

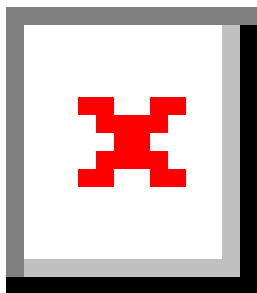
Цель работы

Основной целью работы является изучение возможностей специализированных пакетов Julia для выполнения и оценки эффективности операций над объектами линейной алгебры.

Выполнение лабораторной работы

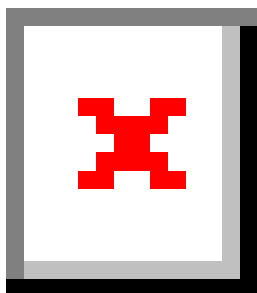
Поэлементные операции над многомерными массивами

Для матрицы 4×3 рассмотрим поэлементные операции сложения и произведения её элементов (рис. [-fig@:001]):



{ #fig:001 width=100% height=100% }

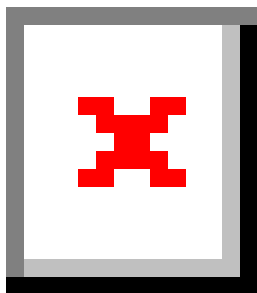
Для работы со средними значениями можно воспользоваться возможностями пакета Statistics (рис. [-fig@:002]):



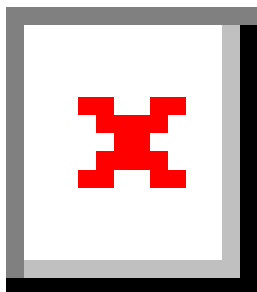
{ #fig:002 width=100% height=100% }

Транспонирование, след, ранг, определитель и инверсия матрицы

Для выполнения таких операций над матрицами, как транспонирование, диагонализация, определение следа, ранга, определителя матрицы и т.п. можно воспользоваться библиотекой (пакетом) LinearAlgebra(рис. [-fig@:003] - рис. [-fig@:004]):



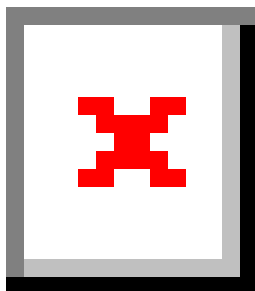
{ #fig:003 width=100% height=100% }



{ #fig:004 width=100% height=100% }

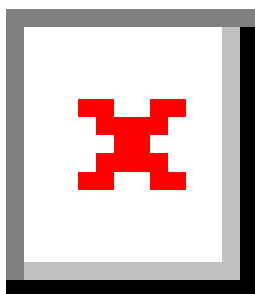
Вычисление нормы векторов и матриц, повороты, вращения

Для вычисления нормы используется `LinearAlgebra.norm(x)` (рис.[-fig@:005]):



{ #fig:005 width=100% height=100% }

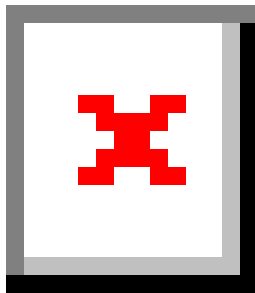
Вычислим нормы для двумерной матрицы (рис.[-fig@:006]):



{ #fig:006 width=100% height=100% }

Матричное умножение, единичная матрица, скалярное произведение

Выполним примеры матричного умножения, единичной матрицы и скалярного произведения (рис. [-@fig:007]):

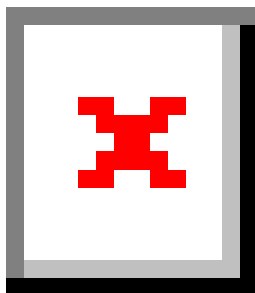


{ #fig:007 width=100% height=100% }

Факторизация. Специальные матричные структуры

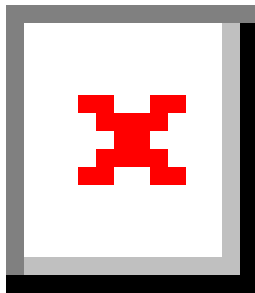
Рассмотрим несколько примеров. Для работы со специальными матричными структурами потребуется пакет LinearAlgebra.

Решение систем линейных алгебраических уравнений $Ax = b$ (рис. [-@fig:008]):



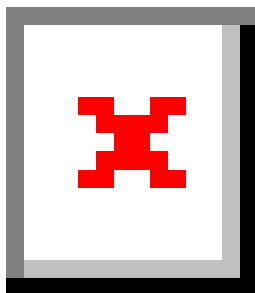
{ #fig:008 width=100% height=100% }

Julia позволяет вычислять LU-факторизацию и определяет составной тип факторизации для его хранения (рис. [-@fig:009]):



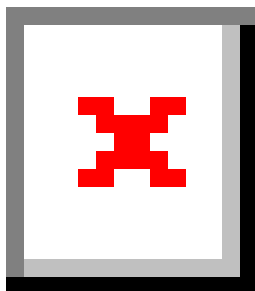
{ #fig:009 width=100% height=100% }

Исходная система уравнений $Ax = b$ может быть решена или с использованием исходной матрицы, или с использованием объекта факторизации (рис. [-@fig:010]):



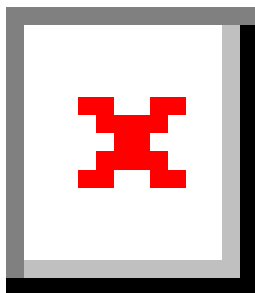
{ #fig:010 width=100% height=100% }

Julia позволяет вычислять QR-факторизацию и определяет составной тип факторизации для его хранения (рис. [-@fig:011]):



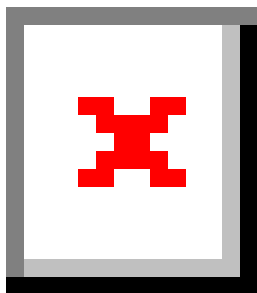
{ #fig:011 width=100% height=100% }

Примеры собственной декомпозиции матрицы A (рис. [-@fig:012]):



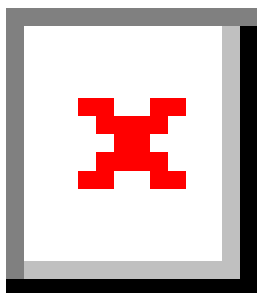
{ #fig:012 width=100% height=100% }

Далее рассмотрим примеры работы с матрицами большой размерности и специальной структуры (рис. [-@fig:013]):



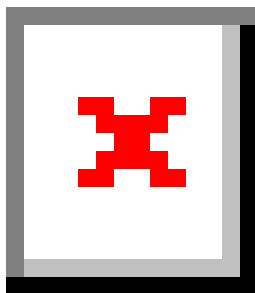
{ #fig:013 width=100% height=100% }

Пример добавления шума в симметричную матрицу (матрица уже не будет симметричной) (рис. [-@fig:014]):



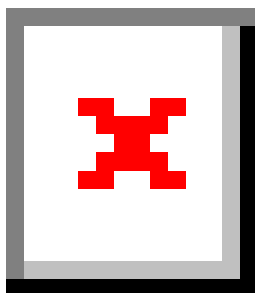
{ #fig:014 width=100% height=100% }

В Julia можно объявить структуру матрица явно, например, используя Diagonal, Triangular, Symmetric, Hermitian, Tridiagonal и SymTridiagonal (рис. [-@fig:015]):



{ #fig:015 width=100% height=100% }

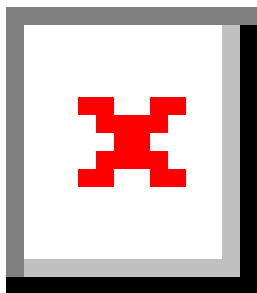
Далее для оценки эффективности выполнения операций над матрицами большой размерности и специальной структуры воспользуемся пакетом BenchmarkTools (рис. [-@fig:016]):



{ #fig:016 width=100% height=100% }

Далее рассмотрим примеры работы с разреженными матрицами большой размерности.

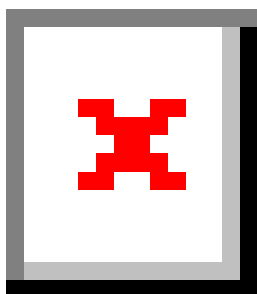
Использование типов Tridiagonal и SymTridiagonal для хранения трёхдиагональных матриц позволяет работать с потенциально очень большими трёхдиагональными матрицами (рис. [-@fig:017]):



{ #fig:017 width=100% height=100% }

Общая линейная алгебра

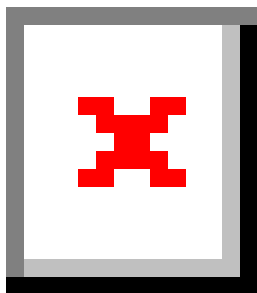
В примере показано, как можно решить систему линейных уравнений с рациональными элементами без преобразования в типы элементов с плавающей запятой (для избежания проблемы с переполнением используем BigInt) (рис. [-@fig:018]):



{ #fig:018 width=100% height=100% }

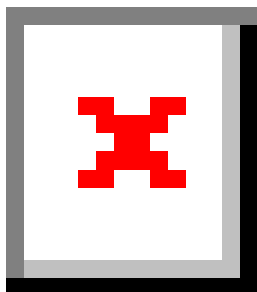
Самостоятельная работа

Выполнения задания "Произведение векторов" (рис.[-fig@:019]):

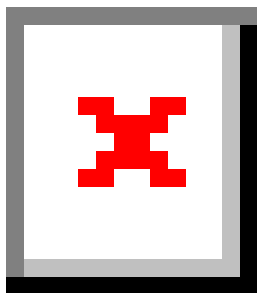


{ #fig:019 width=100% height=100% }

Выполнения задания "Система линейных уравнений" (рис.[-fig@:020] - рис.[-fig@:021]):

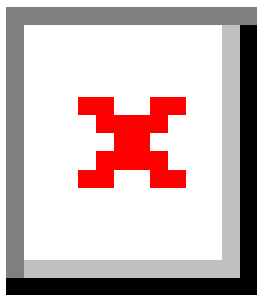


{ #fig:020 width=100% height=100% }

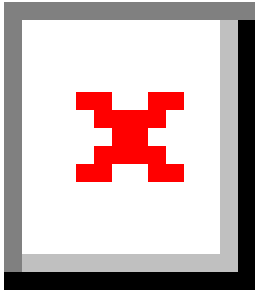


{ #fig:021 width=100% height=100% }

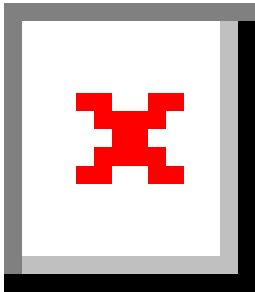
Выполнения задания "Операции с матрицами" (рис.[-fig@:022] - рис.[-fig@:026]):



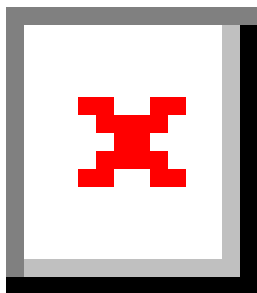
{ #fig:022 width=100% height=100% }



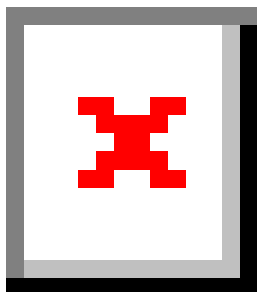
{ #fig:023 width=100% height=100% }



{ #fig:024 width=100% height=100% }

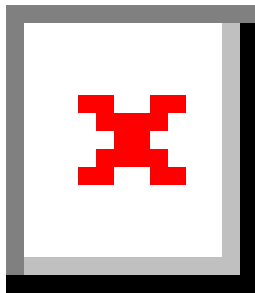


{ #fig:025 width=100% height=100% }



{ #fig:026 width=100% height=100% }

Выполнения задания "Линейные модели экономики" (рис.[-fig@:027]):



{ #fig:027 width=100% height=100% }

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены возможности специализированных пакетов Julia для выполнения и оценки эффективности операций над объектами линейной алгебры.

Список литературы. Библиография

[1] Mininet: <https://mininet.org/>