

- 1 二分查找的基本用法
 - 1.1 一般用法
 - 1.2 其他的变形
- 2 二分查找的经典题目
 - 2.1 287 寻找重复数

1 二分查找的基本用法

- 二分查找也称为折半查找，每次都能将查找区间减半，这种折半特性的算法时间复杂度为 $O(\log N)$
- 计算mid有两种方法：

```
mid = (lo+high)/2;  
mid = lo+(hi-lo)/2;
```

- 一般由于第一种用法很可能会超出整型可表示的最大范围，所以会存在问题，所以一般推荐第二种写法
- 一般的循环条件都是 `while(lo<high)` 或者 `while(lo<=high)` ,这两种条件对应不同的mid取值
 - `while(lo<=high):lo=mid+1;high=mid-1;`
 - `while(lo<high):lo=mid;high=mid-1;`
 - `while(lo<high):lo=mid-1;high=mid;`
 - 否则循环无法退出

1.1 一般用法

搜索某个数组nums(不包含重复元素)中是否包含target,如果包含返回索引，否则返回-1

输入:[1,2,3,5,7] 7

输出:4

- 经典解法：

```

var binarySearch = function(nums, target) {
  let lo = 0, h = nums.length - 1;
  while (lo <= h) {
    let mid = lo + (h - lo) / 2;
    if (nums[mid] == target) {
      return mid;
    } else if (nums[mid] > target) {
      h = mid - 1;
    } else {
      lo = mid + 1;
    }
  }
  return -1;
}

```

- 变种1: 包含重复元素, 找到最小的target所在的索引

搜索某个数组nums(不包含重复元素)中是否包含target, 如果包含返回target的第一个索引, 否则返回-1

输入:[1,2,3,3,5,7,7,7,7] 7

输出:5

- 解法: 查找key的最左边位置, 返回lo
 - 只有当 $\text{nums}[\text{mid}] < \text{target}$ 时, 才改变左边的位置, 这样lo始终就指向第一个不小于target的值的索引

```

var binarySearch = function(nums, target) {
  let lo = 0, h = nums.length - 1;
  while (lo <= h) {
    console.log(lo, h);
    let mid = parseInt(lo + (h - lo) / 2);
    // 重点是如果nums[mid]==target, 则不改变左边的位置, 只改变右边
    // 只有当nums[mid]<target时, 才改变左边的位置, 这样lo始终就指向第一个不小于target的值的索引
    if (nums[mid] < target) {
      lo = mid + 1;
    } else {
      h = mid - 1;
    }
  }
  return lo;
}

```

- 变种2: 包含重复元素, 找到最后一个target所在的索引

输入:[1,2,3,3,5,7,7,7,7] 7

输出:8

- 解法：查找key的最右边位置，返回lo-1
 - 当 `nums[mid] <= target` 时，改变lo，这样lo-1始终就指向最后一个target的值的索引
 - 如果是返回第一个大于指定值的元素的元素，则直接返回lo即可

```
var binarySearch = function(nums, target) {  
  let lo = 0, h = nums.length - 1;  
  while (lo <= h) {  
    let mid = parseInt(lo + (h - lo) / 2);  
    if (nums[mid] <= target) {  
      lo = mid + 1;  
    } else {  
      h = mid - 1;  
    }  
  }  
  return lo-1;  
}
```

1.2 其他的变形

- 简单的
 - 167,35,367,69,744
- 中等
 - 旋转数组：33,153，这两者需要在取得mid之后判断左右是否为有序数组
 - 需要递归的：50,486，难一些，感觉没有看懂
 - 29,34,540
- 困难
 - 04:解法比较不常见

2 二分查找的经典题目

2.1 287 寻找重复数

给定一个包含 $n + 1$ 个整数的数组 `nums`，其数字都在 1 到 n 之间（包括 1 和 n ），可知至少存在一个重复的整数。假设只有一个重复的

示例 1:

输入: [1,3,4,2,2]

输出: 2

示例 2:

输入: [3,1,3,4,2]

输出: 3

说明:

不能更改原数组（假设数组是只读的）。

只能使用额外的 $O(1)$ 的空间。

时间复杂度小于 $O(n^2)$ 。

数组中只有一个重复的数字，但它可能不止重复出现一次。

来源: 力扣 (LeetCode)

链接: <https://leetcode-cn.com/problems/find-the-duplicate-number>

解法1：双重循环暴力解法

时间复杂度 $O(n^2)$,不满足条件 空间复杂度 $O(1)$

外层循环依次取出每一个元素，内存循环负责将该元素与其后的所有元素进行比较，一旦发现具有相同的值，则说明该元素是重复的，返回该元素即可

```
function findDuplicate(nums){
    for(let i=0; i<nums.length-1; i++){
        for(let j = i+1; j<nums.length; j++){
            if(nums[i] === nums[j]){
                return nums[i];
            }
        }
    }
    // 未发现重复值则返回false
    return false;
}
```

解法2：哈希表

时间复杂度 $O(n)$ 空间复杂度 $O(n)$,不满足条件

依次遍历每个元素，创建一个哈希表保存每个元素出现的次数，然后遍历哈希表，一旦次数大于1，则返回该值

解法3：二分查找

时间复杂度 $O(n\log n)$ 空间复杂度 $O(1)$

分析：

- 由题目可知数组的长度为 $n+1$,并且数组内元素的范围为 $[1,n]$,则如果 $1,\dots,n$ 分别出现一次,还空了一个位置,说明一定有一个元素是重复的
- 令 $lo=1,hi=n$,求得中位数 mid ,遍历数组得到小于等于 mid 的元素的数量 $count$,如果 mid 之前的元素不重复,则小于等于 mid 的元素最多只有 mid 个,即
 - 如果 $count>mid$,则说明重复元素在左边,则令 $hi=mid$;
 - 例如 $[1,3,2,3]$ $lo=1,hi=3,mid=2,count=2$
 - 得到 $lo=2,hi=3,mid=2,count=2$
 - 得到 $lo=3,hi=3$ $lo=hi$ 不满足条件则退出, 返回3
 - 反之,则重复元素在右边, $lo=mid+1$;

```
function findDuplicate(nums){
  let lo = 1;
  let hi = nums.length-1;
  while(lo < hi){
    let mid = parseInt((lo+hi)/2);
    let count = 0;
    nums.forEach((num) => {
      num <= mid ? ++count : count;
    })
    if(count>mid){
      hi = mid;
    }else{
      lo = mid+1;
    }
  }
  return lo;
}
```