

ESERCIZIO 1

La massa $M=145\text{ g}$ è agganciata alla molla di costante elastica $k=88.0\text{ N/m}$ su un piano inclinato di 30° . La massa parte con velocità iniziale nulla dalla posizione di riposo della molla, corrispondente a $x=0$. Trascurando tutti gli attriti, calcolare:

a) (2 punti) l'accelerazione a_0 all'istante iniziale del moto

$$a_0 = g \sin(30^\circ) = g/2 = 4.905\text{ m/s}^2$$

b) (2 punti) il valore di x per cui l'accelerazione è nulla

L'accelerazione è nulla quando la forza di richiamo della molla $-kx$ è uguale e contraria alla forza di gravità $Mg/2$, quindi $-kx + Mg/2 = 0 \rightarrow x = Mg/2k = 0.008082\text{ m} = 8.08\text{ mm}$

c) (2 punti) l'energia cinetica $K(x)$ in funzione della posizione x

Conservazione dell'energia meccanica: prendiamo l'energia potenziale gravitazionale $= 0$ nel punto di riposo della molla; al variare di x , l'energia potenziale gravitazionale vale quindi $-Mgx/2$ e quella elastica $kx^2/2$. La massa parte da ferma, quindi l'energia meccanica iniziale è 0, da cui:

$$0 = -Mgx/2 + kx^2/2 + K \rightarrow K(x) = (x/2)(Mg - kx) \text{ (parabola verso il basso con vertice in } x = Mg/2k)$$

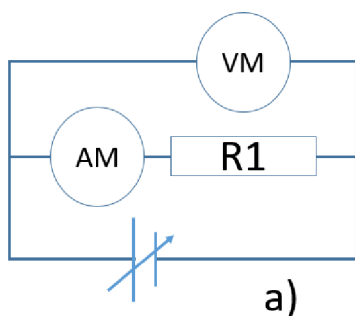
$$\text{O anche } K(x) = -44x^2 + 0.711x$$

d) (2 punti) Il valore di x in cui la massa ha velocità massima, verso il basso e verso l'alto

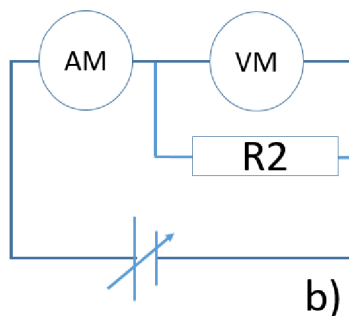
Si può ricavare dal punto precedente, osservando che la massima energia cinetica corrisponde a $x = Mg/2k = 8.08\text{ mm}$ (è lo stesso punto trovato in b) e vale sia per il moto verso l'alto che verso il basso); oppure, è chiaro che la massima velocità si ha, in un moto armonico, quando l'accelerazione è zero (ovvero quando cambia di segno e la velocità comincia a diminuire in modulo), quindi di nuovo $x = Mg/2k$

e) (2 punti) i valori di x entro cui oscilla la massa

Sono i valori di x per cui la velocità e la energia cinetica sono nulle, quindi $x = 0\text{ cm}$ e $x = Mg/k = 16.2\text{ mm}$



a)



b)

ESERCIZIO 2

Uno studente ha un voltmetro VM e un amperometro AM di cui vuole determinare le resistenze interne. Ha a disposizione due resistenze di precisione, $R_1 = 0.500\text{ }\Omega$ e $R_2 = 330\text{ k}\Omega$, e un generatore di tensione regolabile. Per prima cosa realizza il circuito nella figura e regola il

generatore finché AM misura una corrente $I_{AM} = 220\text{ mA}$ e VM misura $V_{VM} = 0.125\text{ Volt}$.

a) (3 punti) determinare la resistenza interna R_{AM} dell'amperometro AM; riportare il risultato in milliOhm ($m\Omega$), con tre cifre significative (ovvero tre cifre a partire dalla prima diversa da zero)

$$(R_1 + R_{AM}) I_{AM} = V_{VM} \rightarrow R_1 + R_{AM} = 0.5682\text{ }\Omega \rightarrow R_{AM} = 0.0682\text{ }\Omega = 68.2\text{ m}\Omega$$

Successivamente realizza il circuito di figura b) e regola il generatore finché AM misura $I_{AM}=5.20 \mu A$ (microAmpère) e VM misura $V_{VM}=1.61 V$.

b) (3 punti) determinare la resistenza interna R_{VM} del voltmetro VM; riportare il risultato in MegaOhm ($M\Omega$), con tre cifre significative

Se I_{VM} è la corrente in VM e I_2 la corrente in R_2 , abbiamo $I_2 R_2 = 1.61 V \rightarrow I_2 = 4.878 \mu A$; quindi $I_{VM} = I - I_2$ (conservazione della carica) $= 0.322 \mu A$; infine, anche $I_{VM} R_{VM} = 1.61 V$, quindi $R_{VM} = 5.00 M\Omega$

c) (4 punti) calcolare, con tre cifre significative, la potenza erogata dal generatore nei due casi precedenti, a) e b)

caso a): la corrente erogata è $\approx 220 mA$ (la corrente che circola in VM è oltre 6 ordini di grandezza inferiore a quella in R_1), quindi $P = 0.125 \cdot 0.22 = 27.5 mW$

caso b) La d.d.p. del generatore è data da $I_{AM} R_{VM} = 1.61 V$; la corrente totale erogata è quella misurata da AM, quindi $P \approx 1.61 \cdot 5.20 \cdot 10^{-6} = 8.37 \mu W$

ESERCIZIO 3

Un solenoide di lunghezza $\ell_{sol} = 10 cm$ è costituito da $N=620$ spire; l'area delimitata da ogni spira (sezione del solenoide) vale $S = 80 cm^2$; il filo di rame (resistività $\rho = 3 \cdot 10^{-8} \Omega m$) con cui è realizzato ha una lunghezza totale $\ell_{filo} = 200 m$ e un diametro $d = 0.15 mm$. Calcolare:

a) (1 punto) l'induttanza L del solenoide

$$L = \mu_0 N^2 S / \ell_{sol} = 38.64 mH$$

b) (1 punto) la resistenza R del solenoide

$$R = \rho \ell_{filo} / (\pi d^2 / 4) = 339.5 \Omega$$

Al tempo $t = 0$ un generatore comincia ad immettere nel solenoide una corrente I , aumentandola nel tempo secondo la legge $I = \alpha t$, con $\alpha = 4.80 A/s$. Calcolare:

c) (4 punti) la differenza di potenziale \mathcal{E} che il generatore applica al tempo $t = 1.00 ms$ (suggerimento: considerare il solenoide come una combinazione in serie di R e L).

$$\mathcal{E} = RI + L di/dt = RI + \alpha L; \text{ al tempo } t = 1 ms, I = 0.0048 A \text{ quindi } \mathcal{E} = 1.6296 + 0.1855 = 1.815 V$$

d) (3 punti) il rapporto fra energia immagazzinata e potenza dissipata nel solenoide (notare che questo rapporto è costante nel tempo; scrivere la sua unità di misura!)

$$(1/2) LI^2 / RI^2 = L/2R = 56.9 \mu s \text{ (essendo un'energia divisa per una potenza, la dimensione fisica è quella del tempo, per cui l'U.d.M. sono i secondi)}$$

e) (1 punto) il campo magnetico B all'interno del solenoide quando $I = 1.0 A$

$$B = \mu_0 N I / \ell_{sol} = 7.79 mT$$