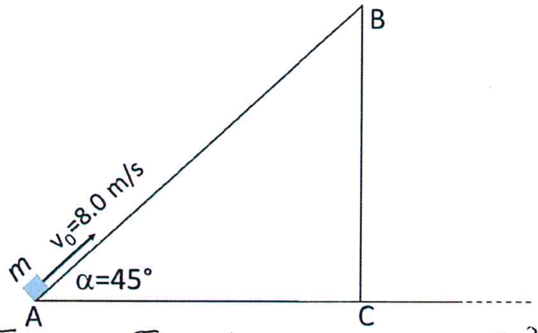
SOLUZIONI

08/07/2019 - COGNOME e NOME: MATR.

1 – DINAMICA – CINEMATICA

Un oggetto di massa m viene lanciato con velocità iniziale v_0=8.0 m/s dal punto A alla base di un piano inclinato (vedi figura) lungo il quale il coefficiente di attrito dinamico vale $\mu_d = 0.2$. La lunghezza del lato AC è 1.5 m. Si assuma che l'accelerazione di gravità locale sia $g = 9.80$ ms^{-2}. Calcolare:



a) (4 pt) la velocità v_B nel punto B

$$E_B = E_A + L_{ATT} \Rightarrow \frac{m v_B^2}{2} + mg\overline{BC} = \frac{m v_0^2}{2} - \mu_d F_N \overline{AB}$$

$$\frac{\cancel{m} v_B^2}{2} + \cancel{m} g \overline{AC} = \frac{\cancel{m} v_0^2}{2} - 0.2\, \cancel{m} g \frac{\sqrt{2}}{2}\, \overline{AC}\sqrt{2}$$

$$v_B^2 = v_0^2 - 3g - 0.6g \Rightarrow v_B = 5.36\ m/s$$

b) (3 pt) la massima altezza h_{max} raggiunta dal corpo rispetto al suolo (definito dalla linea AC)

Dopo il distacco $v_y = v_B \sin(45°) - gt$; l'altezza max si ha dopo un tempo $t^* = (v_B \cdot \sqrt{2}/2)/g$ (quando $v_y = 0$)

$t^* = 0.387\,s$; $h_{max} = BC + v_{By} t^* - \frac{g}{2}(t^*)^2 = BC + (v_{By})^2/2g =$

$= 1.5 + 3.79 \cdot 0.387 - 4.9\,(0.387)^2 = 2.23\ m$

c) (3 pt) a quale distanza dal punto C atterrerà il corpo.

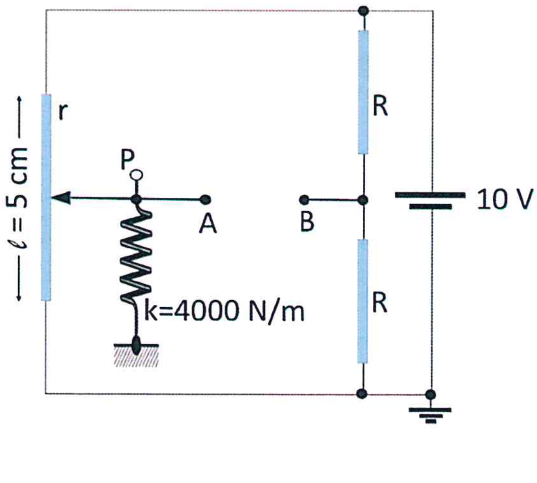
$y = BC + v_{By} t - g/2\, t^2$; $x = v_{Bx} t \Rightarrow t = x/v_{Bx}$ e quindi

$y = BC + x - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_{Bx}}\right)^2$ (poiché $v_{By} = v_{Bx}$); ponendo $y = 0$ si trova

$x = 4.03\ m$. Si può anche risolvere trovando $t^+ = \sqrt{2h_{max}/g}$

e poi $x = v_{Bx}(t^* + t^+)$

2 – SENSORE DI FORZA



La figura rappresenta un semplice schema per trasdurre una forza F applicata al punto P in una d.d.p. fra i punti A e B, $V \equiv V_A - V_B$. Il cursore, solidale con un estremo della molla, crea un contatto fra il punto A e un punto variabile della resistenza r, avente sezione e resistività costanti per tutta la sua lunghezza ℓ=5cm. Sia x (in metri) la variazione di lunghezza della molla, assunta positiva in trazione e negativa in compressione. Per $x = 0$, il cursore si trova nel punto medio di r.

a) (3 pt) Ricavare la funzione $V_A(x)$.

$$V_A(x) = 5 + \frac{x}{(\ell/2)} \cdot 5 = 5 + 200x$$

infatti quando $x = 0$ $V_A = 5V$ e inoltre per $x = 0.025$ $V_A = 10V$ e per $x = -0.025$ $V_A = 0\ V$

b) (2 pt) usando il risultato del punto a), ricavare la funzione $V(x) = V_A(x) - V_B$.

$V = V_A(x) - 5 = 200x$

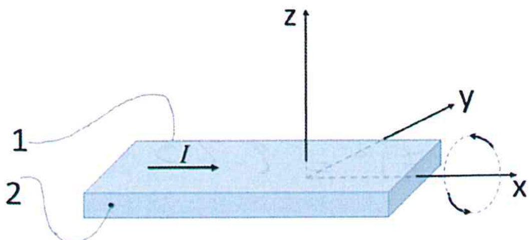
c) (3 pt) Scrivere finalmente l'equazione caratteristica del sensore $V(F)$ (che fornisce l'output V in funzione dell'input F), e dedurne la sensibilità dV/dF.

$F = Kx \Rightarrow V = 200\frac{F}{K} = 5\times10^{-2}\,F$

$dV/dF = 5\times10^{-2}\ V/N$

d) (2 pt) Qual è la risoluzione ΔF nella misura di forza se V viene amplificata per 2 e digitalizzata da un dispositivo a 12 bit che accetta in ingresso d.d.p. fra -10 e $+10$ Volt (portata=20 Volt)?

$$\Delta F = \frac{\text{code width}}{(dV/dF)} = \frac{20}{2\cdot2^{12}}\cdot\frac{1}{5\times10^{-2}} = 0.049\ N$$



3 – EFFETTO HALL

Una striscia di materiale semiconduttore di spessore $t = 0.1$ mm e densità di elettroni liberi pari a $n = 1.0 \cdot 10^{22}$ m^{-3} è percorsa da una corrente $I = 200$ mA. La striscia è posta nel piano xy mentre il campo magnetico $\vec{B}$ è nel piano yz. Tra i terminali 2 e 1, connessi ai lati della striscia come in figura, si misura una d.d.p. $\mathcal{E}_H = V_2 - V_1 = 15$ mV.

a) (3 pt) Calcolare la componente B_z di $\vec{B}$

Sensibilità $K = 1/nqt = 6.25$

$\frac{\mathcal{E}_H}{B_z I} = K \Rightarrow B_z = \frac{\mathcal{E}_H}{KI} = 12\,mT$ positivo (si pensi al segno della Forza di Lorentz)

b) (2 pt) successivamente si ruota la striscia in senso antiorario attorno all'asse x (vedi figura) per portarla nel piano xz. Si misura in questo caso una d.d.p. $\mathcal{E}_H = V_2 - V_1 = 5.0$ mV. Calcolare la componente B_y di $\vec{B}$

Analogamente

$B_y = \frac{\mathcal{E}_H}{KI} = 4.0\,mT$

c) (2 pt) Quale angolo deve formare il piano della striscia col piano xy affinché si abbia $\mathcal{E}_H = 0$?

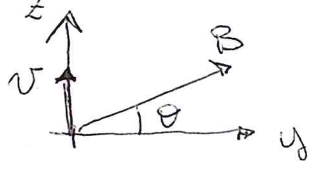
La striscia deve giacere in un piano contenente la direzione del campo

$\theta = \tan^{-1}(B_z/B_y) = \tan^{-1}(3) = 71.6°$

d) (3 pt) Un elettrone libero viene immesso nella regione di $\vec{B}$ con velocità iniziale $v = (3.0 \cdot 10^4)\hat{z}$ m/s. Calcolare il raggio R della sua traiettoria proiettata su un piano perpendicolare a $\vec{B}$.

$R = \frac{m v_\perp}{qB}$ dove $v_\perp$ è la comp. della velocità iniz perpendicolare a B

$B = \sqrt{B_z^2 + B_y^2} = 12.65\,mT$ $\quad v_\perp = v\cos\theta = 0.947\,m/s \times 10^4$



$R = 4.26\times10^{-6}\,m = 4.26\,\mu m$