

ESERCIZIO 1 – CALCIO DI RIGORE

Nel calciare un rigore, un giocatore decide di tentare il “cucchiaio”: imprime alla palla una velocità iniziale $V_0=16.0$ m/s, con un angolo $\alpha=22.5^\circ$ rispetto al suolo (la proiezione della velocità iniziale sul piano del campo è perpendicolare alla linea di porta). Il diametro della palla è $d=22$ cm e la distanza iniziale fra il centro della palla e lo specchio della porta è 11.0 m. Trascurando l'attrito dell'aria, il vento e la rotazione della palla, e usando $g=9.81$ m/s², calcolare

a) (2 punti) a quale distanza dallo specchio della porta il centro della palla raggiunge la massima altezza h_{\max} rispetto al suolo

Il moto nel piano XY è parabolico: poniamo l'origine nella posizione iniziale del centro della palla, a 11 cm sopra il suolo. L'altezza massima viene raggiunta in corrispondenza della semi-gittata, per $X=X_{\max}=V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = 9.23$ m quindi la distanza cercata è $11.0 - 9.23 = 1.77$ m

b) (2 punti) il valore di h_{\max}

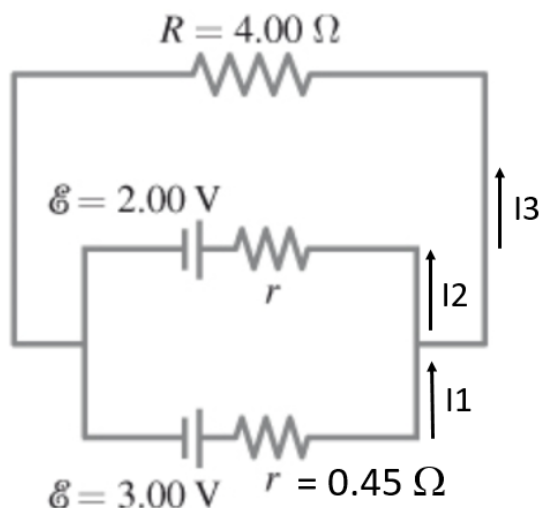
$$h_{\max} = 0.11 + Y_{\max} = 0.11 + (V_0 \sin \alpha)^2 / 2g = 2.02 \text{ m}$$

c) (4 punti) a quale altezza dal suolo h^* il centro della palla attraversa lo specchio della porta

L'equazione parabolica che lega Y a X è $Y = (V_{0y}/V_{0x})X - 0.5g(X/V_{0x})^2$, ove $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$ e $V_{0x} = V_0 \cos \alpha$. Sostituendo $X=11.0$, si trova $Y^*=1.84$ m e quindi $h^*=Y^*+0.11=1.95$ m

d) (2 punti) Se si aumenta V_0 (a parità di angolo α), h^* cresce. Per quale valore di V_0 la parte superiore della palla colpirebbe esattamente la parte inferiore della traversa (alta 2.44 m) ?

Chiaramente deve essere $h^*=2.44-0.11=2.33$ e quindi $Y^*=h^*-0.11=2.22$ m. Nell'equazione della parabola, si imponga quindi $X=11$, $Y=2.22$; notare che $V_{0y}/V_{0x} = \tan \alpha = 0.4142$ e $V_{0x} = V_0 \cos \alpha = 0.9239 V_0$; si ottiene un'equazione per V_0 la cui soluzione è $17,25$ m/s



ESERCIZIO 2 – IL CARICABATTERIA

Due batterie con f.e.m. di 3.00 V e 2.00 V sono collegate come in Figura.

a) (3 punti) scrivere il sistema di tre equazioni di Kirchoff (suggerimento: due per le maglie e una per un nodo), che permetterà di ricavare le tre correnti I_1 , I_2 , I_3

$$3.00 - 0.45 I_1 - 0.45 I_2 - 2.00 = 0$$

$$3.00 - 0.45 I_1 - 4.00 I_3 = 0$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

b) (2 punti) risolvere il sistema al punto a) e riportare i valori ottenuti per le correnti, in Ampère, con 3 cifre decimali

$$I_1 = 1.407 \text{ A} \quad I_2 = 0.815 \text{ A} \quad I_3 = 0.592 \text{ A}$$

c) (2 punti) calcolare l'energia E_R dissipata in un minuto nella resistenza R

$$E_R = R(I_3)^2 \cdot 60 = 84.1 \text{ J}$$

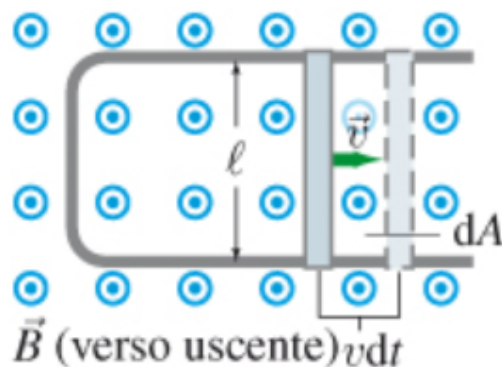
d) (2 punti) calcolare l'energia E_{OUT} erogata dalla batteria da 3.00 V e l'energia E_{IN} accumulata dalla batteria da 2.00 V, in un minuto.

$$E_{OUT} = 3.00 \cdot I_1 \cdot 60 = 253 \text{ J}$$

$$E_{IN} = 2.00 \cdot I_2 \cdot 60 = 97.8 \text{ J}$$

e) (1 punto) Perché E_{OUT} è maggiore di $E_{IN} + E_R$?

Perché parte dell'energia erogata viene dissipata nelle resistenze interne da 0.45Ω



ESERCIZIO 3 – INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

Con riferimento alla Figura, la barretta viaggia verso destra con velocità $v = 1.3 \text{ m/s}$ e possiede una resistenza $r = 2.5 \Omega$. La distanza fra i binari vale $l = 25.0 \text{ cm}$.

L'intensità del campo magnetico è 0.35 T e la resistenza del conduttore a forma di U è, a un dato istante, $R = 25.0 \Omega$. A tale istante, calcolare:

a) (3 punti) la forza elettromotrice indotta

$$\mathcal{E} = v l B = 0.114 \text{ V}$$

b) (3 punti) il verso (orario/antiorario, visto dall'alto) e il valore della corrente che scorre nel conduttore a forma di U

$$I = \mathcal{E} / (r + R) = 4.14 \text{ mA}; \text{ verso orario}$$

c) (4 punti) la forza esterna necessaria per mantenere, all'istante dato, la barretta a velocità costante

$$F = I l B = 0.362 \text{ mN}$$