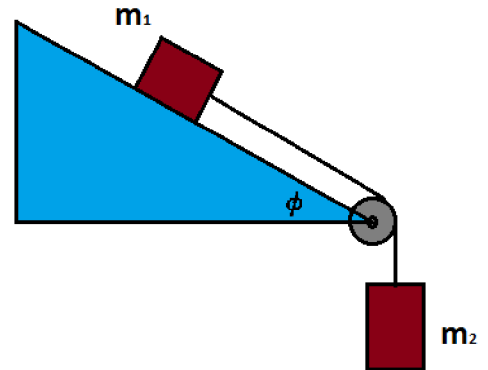


COMPITO N. 1

Problema 1

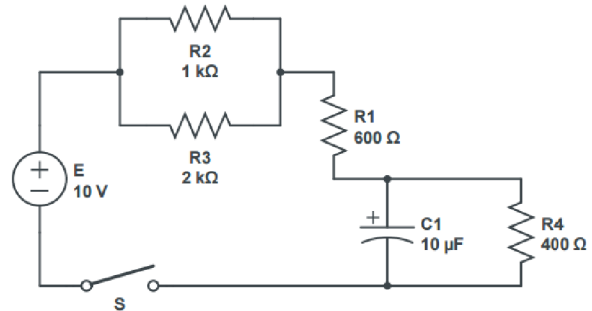
Una massa $m_1 = 1\text{ kg}$ è attaccata a una seconda massa $m_2 = 5\text{ kg}$ da un cavo ideale e sono disposte come in figura: la massa m_1 si trova su un piano inclinato di un angolo $\phi = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale mentre la seconda è sospesa oltre il bordo del piano da una carrucola di raggio e attrito trascurabile. Supponendo che il piano sia senza attrito:



- Disegna il diagramma delle forze agenti su m_1 ed m_2 .
- Trova l'accelerazione che agisce sul sistema delle due masse.
[8.99 m/s²]
- Trova la tensione del cavo.
[4.1 N]
- Supponendo che i due corpi partano da fermi, quale sarà la velocità del sistema quando il blocco m_2 sarà sceso di una altezza $h = 2\text{ m}$ (con m_1 ancora sul piano inclinato) ?
[6 m/s]

Problema 2

Facendo riferimento al circuito in figura, calcolare dopo tanto tempo dalla chiusura dell'interruttore S:



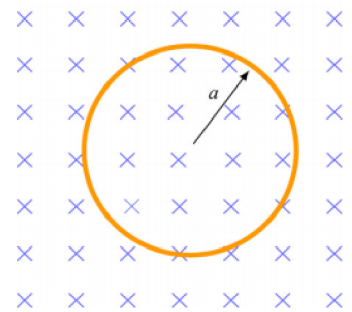
- La resistenza equivalente del circuito
[1.67 Ω]
- La corrente e la caduta di potenziale in ognuno dei resistori
[$I_2 = 3.99\text{ mA}$; $I_3 = 2.00\text{ mA}$; $I_1 = I_4 = 5.99\text{ mA}$
 $\Delta V_2 = \Delta V_3 = 3.99\text{ V}$; $\Delta V_1 = 3.59\text{ V}$; $\Delta V_4 = 2.40\text{ V}$]
- L'energia immagazzinata nel condensatore C1 e la carica in esso immagazzinata. [$U_C = 28.8\text{ μJ}$]

L'interruttore viene poi riaperto:

- Quanto tempo ci mette il condensatore a scaricarsi del 90% della sua carica iniziale? [9.2ms]

Problema 3

Una spira circolare ha una resistenza di 3 Ω e raggio $a = 30\text{ cm}$. Questa spira è posta in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico uniforme come in figura. Sapendo che il campo magnetico evolve secondo la legge $B(t) = B_0 + bt$, con $b = 0.2\text{ T/s}$ e $B_0 = 1.6\text{ T}$, calcola:



- Il flusso magnetico al tempo $t=0$. [0.45 T · m²]
- La fem indotta nella spira. [57 mV]
- Il verso e il valore della corrente indotta nella spira. [18 mA, antioraria]
- La potenza dissipata dalla resistenza della spira. [1 mW]

COMPITO N. 2

Problema 1

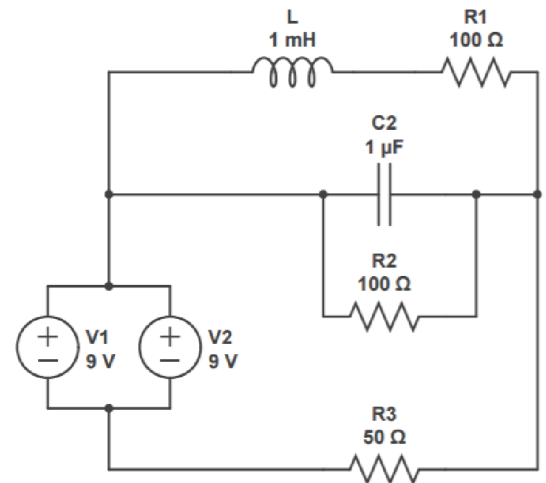
Un cannone “a molla” viene caricato per sparare orizzontalmente un proiettile di ferro di massa $m_P = 50g$. Il cannone è posto su un rialzamento di $h = 2$ m. La molla del cannone è compressa inizialmente di 25 mm e la palla colpisce il suolo a una distanza $x = 3$ m dalla bocca del cannone. In assenza di attriti, calcola:

- Le componenti della velocità iniziale del proiettile appena dopo essere stato sparato.
[$v_{0x} = 4.69 \text{ m/s}$; $v_{0y} = 0 \text{ m/s}$]
- L'energia meccanica della palla durante il moto. [0.54 J]
- La costante elastica k della molla. [1.759 kN/m]

Problema 2

Facendo riferimento al circuito in Figura, alimentato da due batterie da 9 V, in parallelo, ciascuna con capacità 1.5 Ah (Ampère ora), calcolare:

- Le correnti che circolano in R1, R2 e R3.
[$I_1 = I_2 = 0.045 \text{ A}$; $I_3 = 0.09 \text{ A}$]
- L'energia immagazzinata in C. [$U_C = 10.125 \text{ } \mu\text{J}$]
- L'energia immagazzinata in L. [$U_L = 1.013 \text{ } \mu\text{J}$]
- La potenza totale dissipata nel circuito. [0.81 W]
- Quanto a lungo lavoreranno le batterie, prima di scaricarsi completamente. [33.3h]

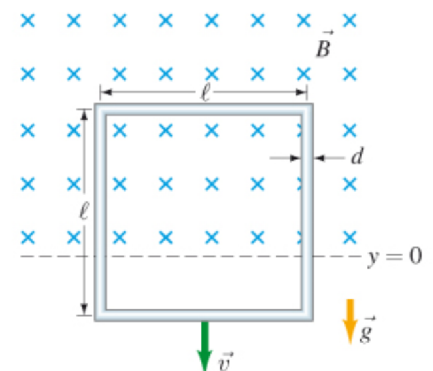


Problema 3

Con riferimento alla figura, al di sopra del livello $y=0$ il campo magnetico è uniforme con intensità B , al di sotto è nullo. Una spira quadrata verticale ha resistività ρ , densità di massa (cioè rapporto massa/volume) pari a ρ_m , diametro d e lato l . Essa è inizialmente in quiete col lato orizzontale inferiore in posizione $y=0$, quindi viene lasciata libero di cadere sotto l'azione della gravità, col suo piano sempre perpendicolare a B . Calcolare:

- La corrente che circola nella spira quando la sua velocità è v
- La forza magnetica su di essa quando la velocità è v
- La potenza dissipata quando la velocità è v
- La velocità limite raggiunta dalla spira

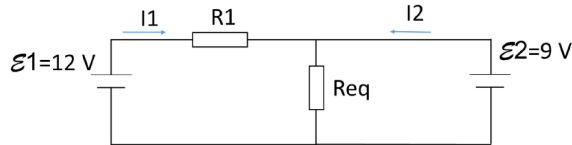
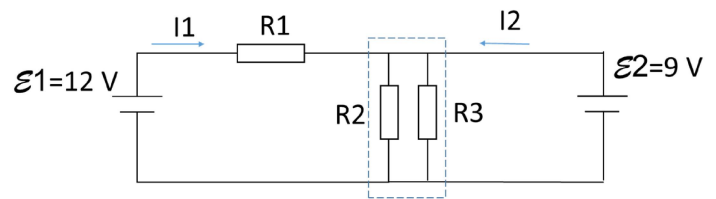
NOTA: nei calcoli si assuma sempre che la spira sia parzialmente immersa nel campo magnetico (ovvero non ne sia ancora uscita). In questo problema i calcoli sono solo simbolici.



ESERCIZIO 1

Nel circuito indicato in figura, $R_1=2200 \text{ Ohm}$, $R_2=990 \text{ Ohm}$, $R_3=1980 \text{ Ohm}$

a) (2 punti): Disegnare il circuito semplificato ove l'area entro il tratteggio è sostituita da una sola resistenza equivalente R_{eq} e scriverne il valore



$R_{eq}=660 \text{ Ohm}$

b) (5 punti) calcolare il valore di I_1 e I_2

$$\begin{aligned} 12 - R_1 I_1 - R_{eq}(I_1 + I_2) &= 0 & 3 - R_1 I_1 &= 0 & \Rightarrow I_1 &= 1.363 \text{ mA} \\ 9 - R_{eq}(I_1 + I_2) &= 0 & I_2 &= (9 - R_{eq} I_1) / R_{eq} & \Rightarrow I_2 &= 12.27 \text{ mA} \end{aligned}$$

c) (1 punto) Con riferimento al circuito semplificato: quanto vale la corrente che scorre in R_{eq} ?

$$I_1 + I_2 = 13.63 \text{ mA}$$

d) (2 punti) Con riferimento al circuito originale: quanto vale la corrente che scorre in R_2 ?

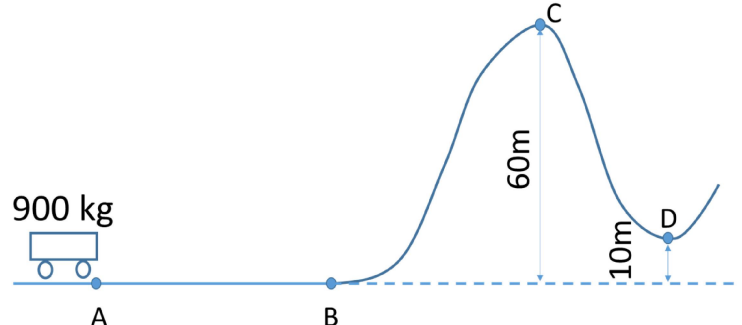
$$(I_1 + I_2) \cdot R_3 / (R_2 + R_3) = 9.087 \text{ mA}$$

ESERCIZIO 2

Un carrello di massa 900 kg su rotaia può essere sottoposto ad accelerazione costante $a=20 \text{ m/s}^2$ tramite propulsione magnetica su un tratto orizzontale AB di lunghezza regolabile.

a) (3 punti) calcolare la velocità minima $V_{B_{min}}$ che il carrello deve avere in B per poter raggiungere il punto C di massima altezza $h=60 \text{ m}$

$$V_{B_{min}} = (2gh)^{1/2} = 34.31 \text{ m/s}$$



b) (3 punti) Qual'è la lunghezza AB che corrisponde a tale velocità $V_{B_{min}}$ (il carrello in A è fermo)?

$$AB = (V_{B_{min}})^2 / 2a = 29.43 \text{ m}$$

c) (4 punti) Supponendo che il carrello arrivi in B con velocità $V_B = 1.1 \cdot V_{B_{min}}$ e che la sua velocità in D (altezza 10 m) sia $V_D = 30 \text{ m/s}$, calcolare il lavoro compiuto dalle forze di attrito fra B e D

$$\text{L'energia meccanica in B è } m(V_B)^2 / 2 = 900 \cdot (1.1 \cdot 34.31)^2 / 2 = 640972 \text{ J}$$

$$\text{L'energia meccanica in D è } mg10 + m(V_D)^2 / 2 = 88290 + 405000 = 493290 \text{ J}$$

$$\text{La differenza fornisce il lavoro delle forze di attrito (sempre negativo): } -147.7 \text{ kJ}$$

ESERCIZIO 3

Un supercondensatore con capacità $C=2.5$ Farad viene caricato da una batteria a ioni di litio con uscita di tensione a 20 V. Successivamente viene scaricato collegandolo a una resistenza $R=47$ Ohm immersa in 100 g di acqua distillata che si trova alla temperatura di 15 °C dentro un contenitore isolante termico. Calcolare:

a) (3 punti) l'energia elettrica U immagazzinata nel condensatore carico

$$U=CV^2/2= 500 \text{ J}$$

b) (3 punti) la potenza P_0 dissipata nella resistenza all'istante iniziale della scarica

$$P_0=R(I_0)^2=R(20/47)^2=8.51 \text{ W}$$

c) (4 punti): la temperatura finale dell'acqua dopo la scarica, assumendo che la temperatura di 1 g di acqua aumenti di 1 °C per ogni 4.185 J di energia fornita (si trascurino le perdite di calore e la massa della resistenza rispetto a quella dell'acqua)

Tutta l'energia del supercondensatore viene dissipata nella resistenza e ceduta all'acqua, la cui temperatura aumenta quindi di:

$$500/(4.185 \cdot 100)=1.19^\circ\text{C} \text{ (il fattore 100 viene dal fatto che la massa d'acqua è 100 g)}$$

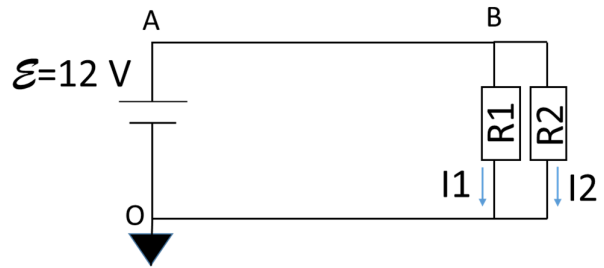
Quindi la temperatura finale è 16.19 °C

ESERCIZIO 1

Nel circuito indicato in figura, $R_1=1100\ \Omega$, $R_2=550\ \Omega$. Il punto O è "messo a terra" ovvero si trova a un potenziale fisso pari a 0 Volt. Calcolare:

a) (2 punti): il valore di I_1 e I_2 .

$$I_1 = \mathcal{E}/R_1 = 10.9\ \text{mA}; I_2 = \mathcal{E}/R_2 = 21.8\ \text{mA}$$



b) (2 punti): la potenza totale P dissipata nel circuito.

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2, \text{ o anche } P = \mathcal{E}^2 / R_{eq}, \text{ con } R_{eq} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = 366.7\ \Omega$$

$$\text{Si ottiene } P = 0.392\ \text{W}$$

Fra A e B si inserisce una resistenza $R=100\ \Omega$. Per questo nuovo circuito calcolare:

c) (2 punti): il valore del potenziale nel punto B.

$$\text{La nuova corrente totale è } I = \mathcal{E} / (R + R_{eq}) = 25.71\ \text{mA}. \text{ Il potenziale in B è } 12 - RI = 9.43\ \text{Volt}$$

d) (2 punti): i valori di I_1 e I_2

La tensione ai capi delle resistenze è pari al valore calcolato prima (9.43 Volt), quindi:

$$I_1 = 9.43 / 1100 = 8.57\ \text{mA}; I_2 = 9.43 / 550 = 17.14\ \text{mA} \text{ (notare che si ha sempre } I_2 = 2I_1 \text{ perché } R_1 = 2R_2).$$

e) (2 punti): infine si inserisce un condensatore con capacità $C=50\ \mu\text{F}$ ($=50 \cdot 10^{-6}$ Farad) in parallelo alle resistenze. Calcolare l'energia elettrostatica U immagazzinata nel condensatore una volta carico.

$$U = CV^2/2 \text{ (con } V = V_{BO} \text{ determinato al punto c) } = 9.43\ \text{Volt}) = 2.22\ \text{mJ}$$

ESERCIZIO 2

Si consideri un satellite geostazionario con massa $m=8.4 \cdot 10^3\ \text{kg}$. Si usino i dati: massa della terra $M_T=5.97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$, raggio terrestre $R_T=6.37 \cdot 10^6\ \text{m}$, $G=6.67 \cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2$. Calcolare:

a) (4 punti) calcolare l'altezza del satellite rispetto al livello del mare.

Un satellite geostazionario ha un periodo di rivoluzione di 24 ore, $T=86400\ \text{s}$; uguagliando forza centripeta e forza gravitazionale si ha, per il raggio R dell'orbita (rispetto al centro della terra):

$$m\omega^2 R = \frac{GmM_T}{R^2} \text{ con } \omega = 2\pi/T \text{ quindi } R = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = 4.22 \cdot 10^7\ \text{m} \text{ (notare che è indipendente dalla massa). L'altezza s.l.m. è } h = R - R_T = 3.58 \cdot 10^7\ \text{m}$$

b) (4 punti) l'energia cinetica K del satellite.

$K = mv^2/2$ con $v = \omega R$; si ottiene $v = 3.069 \cdot 10^3$ m/s e quindi $K = 39.6 \cdot 10^9$ J

c) (2 punti): quale massa dovrebbe possedere il satellite per avere energia cinetica doppia rimanendo geostazionario.

Notare che la velocità è fissa per la condizione di geostazionarietà, quindi per avere energia cinetica doppia il satellite dovrebbe avere semplicemente massa doppia, $m = 16.8 \cdot 10^3$ kg

ESERCIZIO 3

Due lastre parallele conduttrici uniformemente cariche con densità $\sigma = +35.4 \cdot 10^{-12}$ C/m² sono poste alla distanza di 0.1 mm. Calcolare:

a) (2 punti): il campo elettrico nello spazio compreso fra le lastre (supposte infinitamente estese).

Il campo generato da una lastra è $\sigma/2\epsilon_0$, perpendicolare alla lastra con verso uscente se $\sigma > 0$ e entrante se $\sigma < 0$. Nello spazio compreso fra le lastre i campi da esse generate sono uguali e opposti, quindi il campo totale è nullo

b) (2 punti): il campo elettrico E nello spazio esterno.

In questo caso i campi si sommano e si ottiene $E = \sigma/\epsilon_0$, con $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ C²/Nm² si ha:

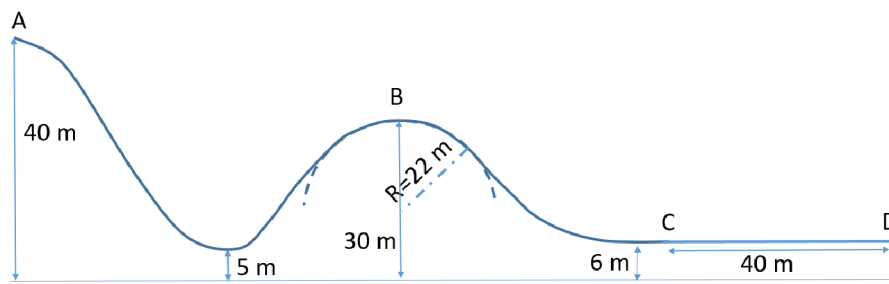
$E = 4.00$ V/m

c) (3 punti): l'accelerazione a di un elettrone (massa $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg; carica $e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C) posto nello spazio esterno a distanza di 2 cm da una delle lastre.

$a = F/m = eE/m_e = 0.703 \cdot 10^{12}$ m/s² (la forza è chiaramente attrattiva essendo l'elettrone carico negativamente e la lastra positivamente)

d) (3 punti): la velocità con cui l'elettrone (supposto inizialmente fermo) arriverà sulla lastra.

Usando la formula per il moto uniformemente accelerato $v = (2sa)^{0.5}$, dove s è lo spazio percorso (2 cm nel nostro caso) si trova $v = 1.67 \cdot 10^5$ m/s



ESERCIZIO 1

In una sorta di “Divertical” semplificato (Figura), un carrello di massa totale $M=1400$ kg parte con velocità iniziale nulla dal punto A e giunge fino a C senza attrito. Intorno al

punto B il tracciato ha la forma di un arco di circonferenza con raggio $R=22$ m. Nel tratto orizzontale compreso fra C e D è presente un attrito fra carrello e binari con coefficiente di attrito dinamico μ . Calcolare:

a) (3 punti) la massima velocità V_{\max} raggiunta dal carrello durante il moto

26.2 m/s

b) (3 punti) il valore del coefficiente di attrito μ tale per cui il carrello si ferma esattamente in D

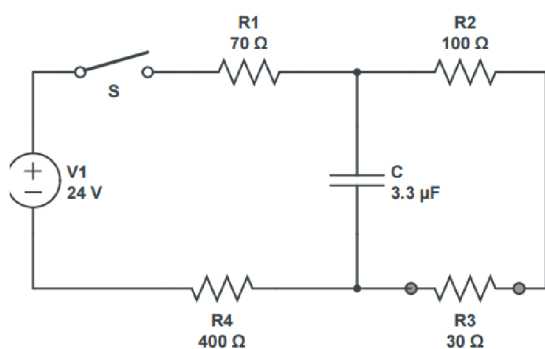
0.85

c) (2 punti) la forza normale F_N esercitata dai binari sul carrello nel punto B

1249 N

d) (2 punti) il valore minimo del raggio R , mantenendo invariata l'altezza di B, affinché il carrello non tenda a sollevarsi dai binari nel punto B

20 m



ESERCIZIO 2

Con riferimento al circuito in Figura, calcolare, in regime stazionario quando S è chiuso:

a) (2 punti) la corrente I in $R1$

40 mA

b) (3 punti) la differenza di potenziale V_C ai capi di C

5.20 V

c) (1 punto) l'energia immagazzinata in C

44.6 μJ

L'interruttore S viene aperto; prendendo tale istante come origine dei tempi ($t=0$),

d) (2 punti) scrivere la legge di variazione di $V_C(t)$ in funzione del tempo t

$$V_C = 5.2 \exp(-t/(4.29 \cdot 10^{-4}))$$

e) (2 punti) calcolare quanto impiega C per scaricarsi fino al 3% del valore iniziale

1.50 ms

ESERCIZIO 3

Una spira circolare di rame di raggio $r=15$ cm, sezione 0.5 mm^2 e resistività $\rho=3 \cdot 10^{-8} \text{ Ohm}\cdot\text{m}$ è posta su un piano orizzontale in una regione in cui il campo magnetico B , uniforme nello spazio e diretto verticalmente verso l'alto, aumenta nel tempo t secondo la legge $B=\alpha t$ dove $\alpha=0.20 \text{ Tesla / s}$.

Calcolare:

a) (4 punti) la corrente I che circola nella spira

0.251 A

b) (1 punto) guardando la spira dall'alto in basso, in che verso si vede circolare la corrente?

orario

c) (2 punti) la potenza dissipata nella spira

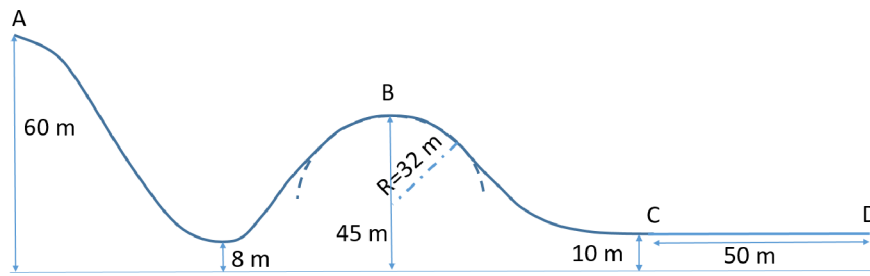
3.56 mW

d) (2 punti) il modulo della forza esercitata da B su una parte di spira di 1 mm di lunghezza (supposta rettilinea per semplicità) al tempo $t=10$ s

0.502 mN

e) (1 punto) la forza di cui al punto d) è diretta radialmente: verso l'interno o l'esterno?

Interno



ESERCIZIO 1

In una sorta di "Divertical" semplificato (Figura), un carrello di massa totale $M=1200$ kg parte con velocità iniziale nulla dal punto A e giunge fino a C senza attrito. Intorno al

punto B il tracciato ha la forma di un arco di circonferenza con raggio $R=32$ m. Nel tratto orizzontale compreso fra C e D è presente un attrito fra carrello e binari con coefficiente di attrito dinamico μ . Calcolare:

a) (3 punti) la massima velocità V_{\max} raggiunta dal carrello durante il moto

31.9 m/s

b) (3 punti) il valore del coefficiente di attrito μ tale per cui il carrello si ferma esattamente in D

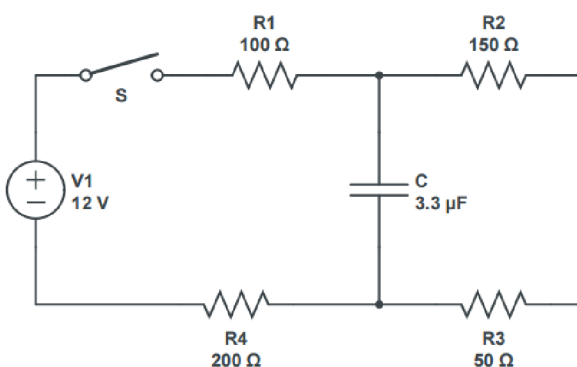
1.0

c) (2 punti) la forza normale F_N esercitata dai binari sul carrello nel punto B

734 N

d) (2 punti) il valore minimo del raggio R , mantenendo invariata l'altezza di B, affinché il carrello non tenda a sollevarsi dai binari nel punto B

30 m



ESERCIZIO 2

Con riferimento al circuito in Figura, calcolare, in regime stazionario quando S è chiuso:

a) (2 punti) la corrente I in $R1$

24 mA

b) (3 punti) la differenza di potenziale V_C ai capi di C

4.80 V

c) (1 punto) l'energia immagazzinata in C

38.0 μJ

L'interruttore S viene aperto; prendendo tale istante come origine dei tempi ($t=0$),

d) (2 punti) scrivere la legge di variazione di V_C in funzione del tempo t

$V_C = 4.80 \exp(-t/(6.6 \cdot 10^{-4}))$

e) (2 punti) calcolare quanto impiega C per scaricarsi fino al 3% del valore iniziale

2.31 ms

ESERCIZIO 3

Una spira circolare di rame di raggio $r=12$ cm, sezione 0.4 mm^2 e resistività $\rho=4 \cdot 10^{-8} \text{ Ohm}\cdot\text{m}$ è posta su un piano orizzontale in una regione in cui il campo magnetico B , uniforme nello spazio e diretto verticalmente verso l'alto, aumenta nel tempo t secondo la legge $B=\alpha t$ dove $\alpha=0.30 \text{ Tesla / s}$.

Calcolare:

a) (4 punti) la corrente I che circola nella spira

0.180 A

b) (1 punto) guardando la spira dall'alto in basso, in che verso si vede circolare la corrente?

orario

c) (2 punti) la potenza dissipata nella spira

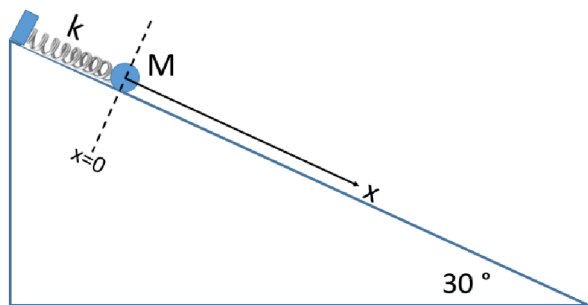
2.44 mW

d) (2 punti) il modulo della forza agente ad opera di B su una parte di spira di 1 mm di lunghezza (supposta rettilinea per semplicità) al tempo $t=10$ s

0.540 mN

e) (1 punto) la forza di cui al punto d) è diretta radialmente: verso l'interno o l'esterno?

interno



ESERCIZIO 1

La massa $M=145\text{ g}$ è agganciata alla molla di costante elastica $k=88.0\text{ N/m}$ su un piano inclinato di 30° . La massa parte con velocità iniziale nulla dalla posizione di riposo della molla, corrispondente a $x=0$. Trascurando tutti gli attriti, calcolare:

a) (2 punti) l'accelerazione a_0 all'istante iniziale del moto

$$a_0 = g \sin(30^\circ) = g/2 = 4.905\text{ m/s}^2$$

b) (2 punti) il valore di x per cui l'accelerazione è nulla

L'accelerazione è nulla quando la forza di richiamo della molla $-kx$ è uguale e contraria alla forza di gravità $Mg/2$, quindi $-kx + Mg/2 = 0 \rightarrow x = Mg/2k = 0.008082\text{ m} = 8.08\text{ mm}$

c) (2 punti) l'energia cinetica $K(x)$ in funzione della posizione x

Conservazione dell'energia meccanica: prendiamo l'energia potenziale gravitazionale = 0 nel punto di riposo della molla; al variare di x , l'energia potenziale gravitazionale vale quindi $-Mgx/2$ e quella elastica $kx^2/2$. La massa parte da ferma, quindi l'energia meccanica iniziale è 0, da cui:

$$0 = -Mgx/2 + kx^2/2 + K \rightarrow K(x) = (x/2)(Mg - kx) \text{ (parabola verso il basso con vertice in } x = Mg/2k)$$

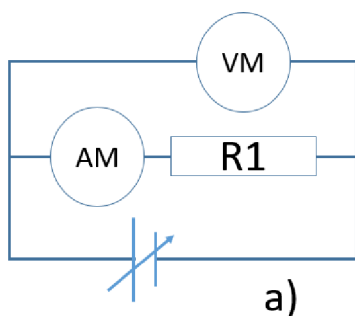
$$\text{O anche } K(x) = -44x^2 + 0.711x$$

d) (2 punti) Il valore di x in cui la massa ha velocità massima, verso il basso e verso l'alto

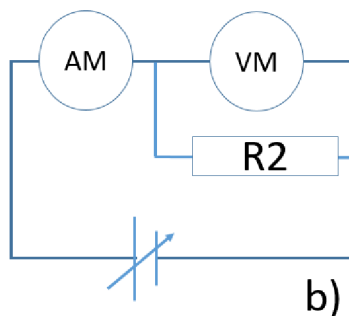
Si può ricavare dal punto precedente, osservando che la massima energia cinetica corrisponde a $x = Mg/2k = 8.08\text{ mm}$ (è lo stesso punto trovato in b) e vale sia per il moto verso l'alto che verso il basso); oppure, è chiaro che la massima velocità si ha, in un moto armonico, quando l'accelerazione è zero (ovvero quando cambia di segno e la velocità comincia a diminuire in modulo), quindi di nuovo $x = Mg/2k$

e) (2 punti) i valori di x entro cui oscilla la massa

Sono i valori di x per cui la velocità e la energia cinetica sono nulle, quindi $x = 0\text{ cm}$ e $x = Mg/k = 16.2\text{ mm}$



a)



b)

ESERCIZIO 2

Uno studente ha un voltmetro VM e un amperometro AM di cui vuole determinare le resistenze interne. Ha a disposizione due resistenze di precisione, $R_1 = 0.500\text{ }\Omega$ e $R_2 = 330\text{ k}\Omega$, e un generatore di tensione regolabile. Per prima cosa realizza il circuito nella figura e regola il

generatore finché AM misura una corrente $I_{AM} = 220\text{ mA}$ e VM misura $V_{VM} = 0.125\text{ Volt}$.

a) (3 punti) determinare la resistenza interna R_{AM} dell'amperometro AM; riportare il risultato in milliOhm ($m\Omega$), con tre cifre significative (ovvero tre cifre a partire dalla prima diversa da zero)

$$(R_1 + R_{AM}) I_{AM} = V_{VM} \rightarrow R_1 + R_{AM} = 0.5682\text{ }\Omega \rightarrow R_{AM} = 0.0682\text{ }\Omega = 68.2\text{ m}\Omega$$

Successivamente realizza il circuito di figura b) e regola il generatore finché AM misura $I_{AM}=5.20 \mu A$ (microAmpère) e VM misura $V_{VM}=1.61 V$.

b) (3 punti) determinare la resistenza interna R_{VM} del voltmetro VM; riportare il risultato in MegaOhm ($M\Omega$), con tre cifre significative

Se I_{VM} è la corrente in VM e I_2 la corrente in R_2 , abbiamo $I_2 R_2 = 1.61 V \rightarrow I_2 = 4.878 \mu A$; quindi $I_{VM} = I - I_2$ (conservazione della carica) $= 0.322 \mu A$; infine, anche $I_{VM} R_{VM} = 1.61 V$, quindi $R_{VM} = 5.00 M\Omega$

c) (4 punti) calcolare, con tre cifre significative, la potenza erogata dal generatore nei due casi precedenti, a) e b)

caso a): la corrente erogata è $\approx 220 mA$ (la corrente che circola in VM è oltre 6 ordini di grandezza inferiore a quella in R_1), quindi $P = 0.125 \cdot 0.22 = 27.5 mW$

caso b) La d.d.p. del generatore è data da $I_{AM} R_{VM} = 1.61 V$; la corrente totale erogata è quella misurata da AM, quindi $P \approx 1.61 \cdot 5.20 \cdot 10^{-6} = 8.37 \mu W$

ESERCIZIO 3

Un solenoide di lunghezza $\ell_{sol} = 10 cm$ è costituito da $N=620$ spire; l'area delimitata da ogni spira (sezione del solenoide) vale $S = 80 cm^2$; il filo di rame (resistività $\rho = 3 \cdot 10^{-8} \Omega m$) con cui è realizzato ha una lunghezza totale $\ell_{filo} = 200 m$ e un diametro $d = 0.15 mm$. Calcolare:

a) (1 punto) l'induttanza L del solenoide

$$L = \mu_0 N^2 S / \ell_{sol} = 38.64 mH$$

b) (1 punto) la resistenza R del solenoide

$$R = \rho \ell_{filo} / (\pi d^2 / 4) = 339.5 \Omega$$

Al tempo $t = 0$ un generatore comincia ad immettere nel solenoide una corrente I , aumentandola nel tempo secondo la legge $I = \alpha t$, con $\alpha = 4.80 A/s$. Calcolare:

c) (4 punti) la differenza di potenziale \mathcal{E} che il generatore applica al tempo $t = 1.00 ms$ (suggerimento: considerare il solenoide come una combinazione in serie di R e L).

$$\mathcal{E} = RI + L di/dt = RI + \alpha L; \text{ al tempo } t = 1 ms, I = 0.0048 A \text{ quindi } \mathcal{E} = 1.6296 + 0.1855 = 1.815 V$$

d) (3 punti) il rapporto fra energia immagazzinata e potenza dissipata nel solenoide (notare che questo rapporto è costante nel tempo; scrivere la sua unità di misura!)

$$(1/2) LI^2 / RI^2 = L/2R = 56.9 \mu s \text{ (essendo un'energia divisa per una potenza, la dimensione fisica è quella del tempo, per cui l'U.d.M. sono i secondi)}$$

e) (1 punto) il campo magnetico B all'interno del solenoide quando $I = 1.0 A$

$$B = \mu_0 N I / \ell_{sol} = 7.79 mT$$

ESERCIZIO 1 – CALCIO DI RIGORE

Nel calciare un rigore, un giocatore decide di tentare il “cucchiaio”: imprime alla palla una velocità iniziale $V_0=16.0$ m/s, con un angolo $\alpha=22.5^\circ$ rispetto al suolo (la proiezione della velocità iniziale sul piano del campo è perpendicolare alla linea di porta). Il diametro della palla è $d=22$ cm e la distanza iniziale fra il centro della palla e lo specchio della porta è 11.0 m. Trascurando l'attrito dell'aria, il vento e la rotazione della palla, e usando $g=9.81$ m/s², calcolare

a) (2 punti) a quale distanza dallo specchio della porta il centro della palla raggiunge la massima altezza h_{\max} rispetto al suolo

Il moto nel piano XY è parabolico: poniamo l'origine nella posizione iniziale del centro della palla, a 11 cm sopra il suolo. L'altezza massima viene raggiunta in corrispondenza della semi-gittata, per $X=X_{\max}=V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = 9.23$ m quindi la distanza cercata è $11.0-9.23=1.77$ m

b) (2 punti) il valore di h_{\max}

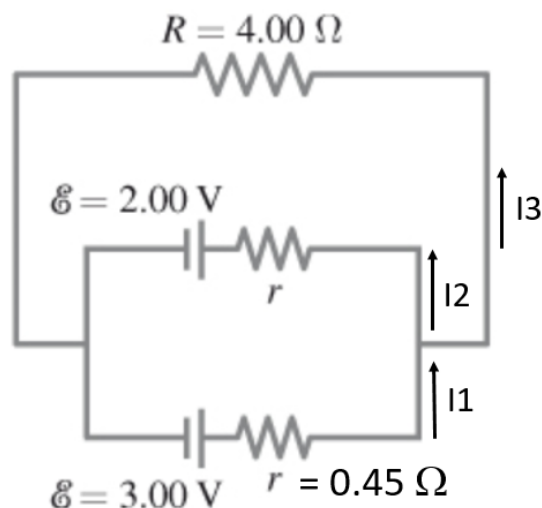
$$h_{\max}=0.11+Y_{\max}=0.11+(V_0 \sin \alpha)^2 / 2g=2.02 \text{ m}$$

c) (4 punti) a quale altezza dal suolo h^* il centro della palla attraversa lo specchio della porta

L'equazione parabolica che lega Y a X è $Y=(V_{0y}/V_{0x})X-0.5g(X/V_{0x})^2$, ove $V_{0y}=V_0 \sin \alpha$ e $V_{0x}=V_0 \cos \alpha$. Sostituendo $X=11.0$, si trova $Y^*=1.84$ m e quindi $h^*=Y^*+0.11=1.95$ m

d) (2 punti) Se si aumenta V_0 (a parità di angolo α), h^* cresce. Per quale valore di V_0 la parte superiore della palla colpirebbe esattamente la parte inferiore della traversa (alta 2.44 m) ?

Chiaramente deve essere $h^*=2.44-0.11=2.33$ e quindi $Y^*=h^*-0.11=2.22$ m. Nell'equazione della parabola, si imponga quindi $X=11$, $Y=2.22$; notare che $V_{0y}/V_{0x}=\tan \alpha=0.4142$ e $V_{0x}=V_0 \cos \alpha=0.9239 V_0$; si ottiene un'equazione per V_0 la cui soluzione è $17,25$ m/s



ESERCIZIO 2 – IL CARICABATTERIA

Due batterie con f.e.m. di 3.00 V e 2.00 V sono collegate come in Figura.

a) (3 punti) scrivere il sistema di tre equazioni di Kirchoff (suggerimento: due per le maglie e una per un nodo), che permetterà di ricavare le tre correnti I_1 , I_2 , I_3

$$3.00-0.45 I_1-0.45 I_2-2.00=0$$

$$3.00-0.45 I_1-4.00 I_3=0$$

$$I_1=I_2+I_3$$

b) (2 punti) risolvere il sistema al punto a) e riportare i valori ottenuti per le correnti, in Ampère, con 3 cifre decimali

$$I_1 = 1.407 \text{ A} \quad I_2 = 0.815 \text{ A} \quad I_3 = 0.592 \text{ A}$$

c) (2 punti) calcolare l'energia E_R dissipata in un minuto nella resistenza R

$$E_R = R(I_3)^2 \cdot 60 = 84.1 \text{ J}$$

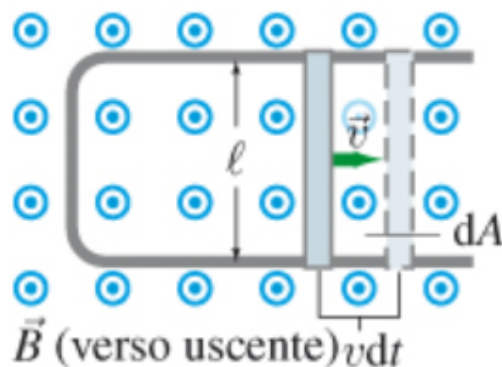
d) (2 punti) calcolare l'energia E_{OUT} erogata dalla batteria da 3.00 V e l'energia E_{IN} accumulata dalla batteria da 2.00 V, in un minuto.

$$E_{OUT} = 3.00 \cdot I_1 \cdot 60 = 253 \text{ J}$$

$$E_{IN} = 2.00 \cdot I_2 \cdot 60 = 97.8 \text{ J}$$

e) (1 punto) Perché E_{OUT} è maggiore di $E_{IN} + E_R$?

Perché parte dell'energia erogata viene dissipata nelle resistenze interne da 0.45Ω



ESERCIZIO 3 – INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

Con riferimento alla Figura, la barretta viaggia verso destra con velocità $v = 1.3 \text{ m/s}$ e possiede una resistenza $r = 2.5 \Omega$. La distanza fra i binari vale $l = 25.0 \text{ cm}$.

L'intensità del campo magnetico è 0.35 T e la resistenza del conduttore a forma di U è, a un dato istante, $R = 25.0 \Omega$. A tale istante, calcolare:

a) (3 punti) la forza elettromotrice indotta

$$\mathcal{E} = v l B = 0.114 \text{ V}$$

b) (3 punti) il verso (orario/antiorario, visto dall'alto) e il valore della corrente che scorre nel conduttore a forma di U

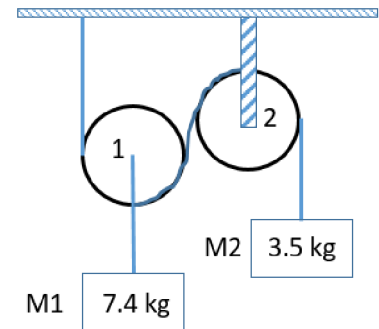
$$I = \mathcal{E} / (r + R) = 4.14 \text{ mA}; \text{ verso orario}$$

c) (4 punti) la forza esterna necessaria per mantenere, all'istante dato, la barretta a velocità costante

$$F = I l B = 0.362 \text{ mN}$$

ESERCIZIO 1 – DINAMICA

Un corpo di massa $M_2=3.5$ kg è appeso a una fune come mostrato in figura. La carrucola 2 è fissata al soffitto, mentre la carrucola 1 è libera di muoversi, e ad essa è attaccata una seconda massa $M_1=7.4$ kg. Inizialmente la massa M_2 viene tenuta ferma, poi lasciata libera di muoversi in presenza della gravità terrestre ($g=9.81$ m/s²). Calcolare:



a) (3 punti) l'accelerazione a_2 della massa M_2

0.367 m/s² (per il procedimento si veda l'esercizio 2.1 di dinamica svolto col tutor)

b) (2 punti) l'accelerazione a_1 della massa M_1

è la metà e di segno opposto: -0.184 m/s²

c) (1 punto) M_2 si muove verso l'alto o verso il basso?

Verso l'alto

d) (2 punti) la tensione T della fune

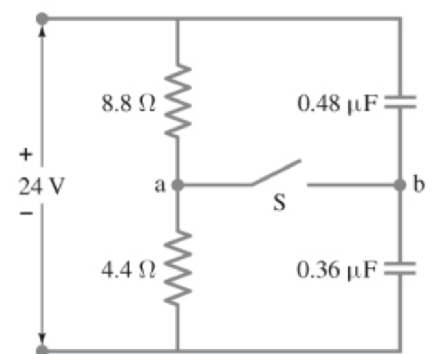
$T=35.6$ N

e) (2 punti) tenendo fissa M_2 e variando M_1 si può trovare una condizione in cui $a_2=a_1=0$. Quanto varrebbe la tensione T della fune in questa situazione?

In questo caso T deve essere uguale e opposta alla forza peso su M_2 (e quindi pari alla metà della forza peso su M_1). Si ottiene quindi $T=M_2g=34.3$ N

ESERCIZIO 2 – CIRCUITI RC

Due resistori e due condensatori inizialmente scarichi vengono collegati secondo lo schema in Figura. Successivamente, alla rete viene applicata una differenza di potenziale di 24 V, come mostrato in Figura. Si assuma che il potenziale valga $V=0$ sul terminale negativo della batteria.



a) (3 punti) quanto vale il potenziale nel punto a con l'interruttore S aperto?

$24 \cdot 4.4 / (4.4 + 8.8) = 8.0$ Volt

b) (3 punti) quanto vale il potenziale nel punto b con l'interruttore S aperto?

I due condensatori sono in serie quindi hanno la stessa carica. Sia V_1 la ddp sul condensatore da 0.36 μ F (chiamiamolo C_1) e V_2 l'altra. Avremo $V_1+V_2=24$ Volt; inoltre, da $Q_1=Q_2$, avremo $C_1V_1=C_2V_2$, quindi $0.36V_1=0.48V_2$; sostituendo si ottiene quindi $V_1+3/4V_1=24$ Volt, da cui $V_1=(4/7)24=13.7$ Volt. Il potenziale in b è uguale a V_1 (avendo posto $= 0$ il potenziale nel morsetto negativo) quindi la risposta è 13.7 Volt.

c) (2 punti) con l'interruttore chiuso quanto vale il potenziale finale nel punto b?

Con l'interruttore chiuso a e b sono in corto circuito e per a continua a valere il risultato ottenuto alla domanda a) (8.0 Volt, dal partitore di tensione) quindi la risposta è 8.0 Volt

d) (2 punti) Quanta carica fluisce attraverso S dopo la sua chiusura?

La ddp su C1 cala e la ddp su C2 aumenta dopo la chiusura, quindi C1 si scarica di $C1(13.7 - 8) = 2.05 \mu\text{C}$ e C2 si carica di $C2(16 - 10.3) = 2.74 \mu\text{C}$. La lastra inferiore di C2 è già carica negativamente, quindi su di essa si aggiunge una carica negativa pari a $-2.74 \mu\text{C}$; la lastra superiore di C1 è carica positivamente, e quindi anche su di essa si aggiunge una carica negativa pari a $-2.05 \mu\text{C}$; complessivamente quindi, attraverso S deve passare una carica negativa da sinistra verso destra pari a $-4.8 \mu\text{C}$

ESERCIZIO 3 – INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

Una spira circolare che giace nel piano della pagina è esposta a un campo magnetico di 0.75 T diretto verso l'interno del foglio. Se il diametro della spira varia in 0.50 s da 20.0 cm a 6.0 cm e la resistenza della spira vale $R = 2.5 \text{ Ohm}$,

a) (3 punti) qual è il verso della corrente indotta nella spira?

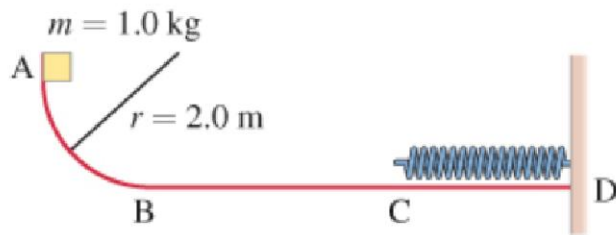
orario

b) (4 punti) qual è il valore medio della forza elettromotrice \mathcal{E} indotta nella spira?

$$\mathcal{E} = \Delta\Phi(B)/\Delta t = \pi((0.1)^2 - (0.03)^2) \cdot 0.75 / 0.5 = 42.9 \text{ mV}$$

c) (3 punti) qual è l'intensità media I della corrente indotta nella spira?

$$I = \mathcal{E}/R = 17.1 \text{ mA}$$



ESERCIZIO 1 – ENERGIA

Il tratto AB della guida in Figura è un quarto di circonferenza di raggio $r=2.0$ m priva di attrito. Il tratto BC, orizzontale, è lungo $L=3.0$ m e ha un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d=0.25$.

Il tratto CD, al di sotto della molla, è privo di attrito. Un blocchetto di massa $m= 1.0$ kg è lasciato, da fermo, in A. Dopo essere scivolato

lungo la guida, comprime la molla di $X=0.20$ m. Calcolare:

a) (3 punti) la velocità del blocchetto nel punto B

$$v = (2rg)^{1/2} = 6.26 \text{ m/s}$$

b) (3 punti) l'energia meccanica convertita in energia termica quando il blocco scorre da B a C

$$\text{Energia termica} = -\text{lavoro forze di attrito} = \mu_d mgL = 7.36 \text{ J}$$

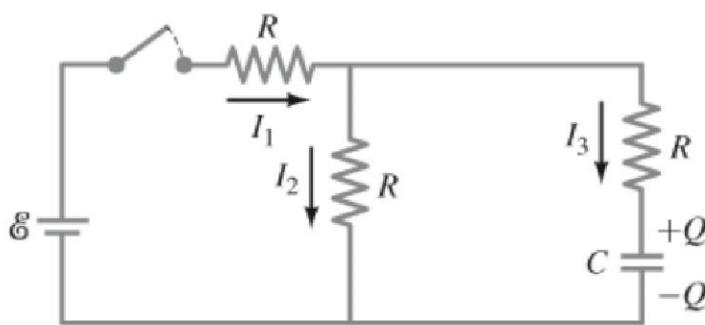
c) (2 punti) la velocità del blocchetto nel punto C

$$\text{Energia cinetica in } K(C) = v(C)^2/2 = mgr - \mu_d mgL = 12.26 \text{ J}$$

$$v(C) = (2K(C)/m)^{1/2} = 4.95 \text{ m/s}$$

d) 2 (punti) la costante elastica k della molla

$$K(C) = \frac{1}{2} kX^2 \Rightarrow k = 2K(C)/X^2 = 613 \text{ N/m}$$



ESERCIZIO 2 – CIRCUITI RC

I resistori in figura hanno tutti la stessa resistenza $R=120$ Ohm. La d.d.p. ai capi della batteria vale 20 V. Il condensatore ha capacità $C=25$ microFarad. All'istante $t=0$, con il condensatore C scarico, si chiude l'interruttore.

a) (3 punti) All'istante $t=0$, si possono calcolare le tre correnti in Figura

utilizzando un circuito equivalente più semplice. Disegnare tale circuito e calcolare I_1 , I_2 , I_3 per $t=0$.

A $t=0$ il condensatore è come un corto circuito, basta "eliminarlo" dal circuito. Si ottiene:

$$I_1 = 0.111 \text{ A}; I_2 = I_3 = 0.555 \text{ A}$$

b) (3 punti) All'istante $t = \infty$ (infinito), si possono calcolare le tre correnti utilizzando un circuito equivalente più semplice. Disegnare tale circuito e calcolare I_1 , I_2 , I_3 per $t = \infty$.

A $t = \infty$ il condensatore è come un circuito aperto, quindi il ramo che lo contiene può essere trascurato al fine del calcolo delle correnti. Ovviamente quindi $I_3=0$.

$$I_1=I_2=\mathcal{E}/2R=0.0833 \text{ A}$$

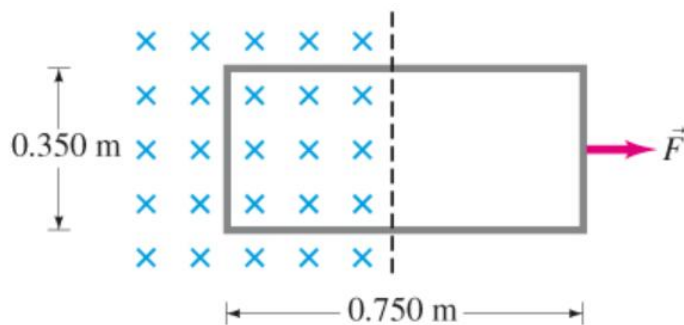
c) (3 punti) Quanto vale la d.d.p. ai capi del condensatore a $t = \infty$?

La d.d.p. ai capi del condensatore è uguale a quella ai capi della resistenza in cui scorre I_2 , quindi è $\mathcal{E}/2=10 \text{ V}$; questo perché $I_3=0$ quindi sulla resistenza in serie al condensatore la d.d.p. è nulla. Per il partitore di tensione

d) (1 punto) Quanto vale la carica $+Q$ sull'armatura positiva del condensatore a $t = \infty$?

$$Q=CV=250 \text{ } \mu\text{C}$$

ESERCIZIO 3 – INDUZIONE ELETTROMAGNETICA



La porzione della spira rettangolare mostrata in Figura è esposta all'azione di un campo magnetico di intensità $B=0.650 \text{ T}$. La resistenza totale della spira vale $R=0.280 \text{ Ohm}$. La forza \vec{F} pone la spira in movimento verso destra con velocità costante $v=3.40 \text{ m/s}$. Calcolare:

a) (1 punto) il verso della corrente indotta nella spira (orario / antiorario) visto dall'alto

Orario

b) (3 punti) l'intensità della corrente indotta nella spira

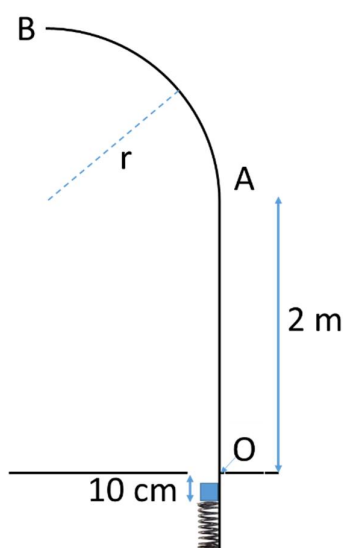
$$I = \mathcal{E}/R = BLv/R = 2.76 \text{ A (dove } L=0.350 \text{ m)}$$

c) (3 punti) il modulo della forza \vec{F}

$$F = IBL = 0.628 \text{ N}$$

d) (3 punti) la potenza dissipata nella spira per effetto Joule

$$P = RI^2 = \mathcal{E}^2/R = \mathcal{E} I = Fv = 2.14 \text{ W}$$



ESERCIZIO 1 – ENERGIA

Un blocchetto di massa $m = 200$ g viene spinto verso l'alto da una molla. La molla è compressa di $x = 10$ cm rispetto al punto O che identifica la sua posizione di riposo (vedi figura); la costante della molla vale $K = 2000$ N/m. Il tutto avviene su un pianeta ove l'accelerazione di gravità vale $g = 9.0$ m/s². Il blocchetto scivola senza attrito su una guida che procede in verticale fino al punto A distante m da O per poi formare un arco di circonferenza di raggio r (figura). Calcolare:

a) (2 punti) la velocità del blocchetto nel punto O

$$v_0 = (kx^2/m - 2gx)^{1/2} = 9.91 \text{ m/s}$$

b) (2 punti) la velocità del blocchetto nel punto A

$$(v_A)^2 = (v_0)^2 - 2gOA = 64 \Rightarrow v_A = 7.89 \text{ m/s}$$

c) (2 punti) il tempo impiegato dal blocchetto per percorrere il tratto da O ad A

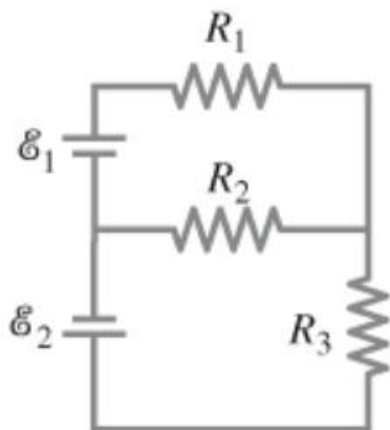
$$t_{OA} = (v_0 - v_A) / (-g) = 0.225 \text{ s}$$

d) (3 punti) il massimo valore del raggio tale per cui il blocchetto non si stacca dalla guida prima di aver raggiunto il punto B

la forza centripeta in B deve essere maggiore della forza di gravità in modo che la forza normale della guida sul blocchetto debba essere maggiore di zero. Tale condizione si traduce in $(v_B)^2/r > g$, ovvero $((v_A)^2 - 2gr)/r > g \Rightarrow (v_A)^2/r > 3g \Rightarrow r < (v_A)^2/3g \Rightarrow r < 2.30 \text{ m}$

e) (1 punto): la velocità del blocchetto nell'istante in cui cadendo tocca nuovamente il suolo alla quota di O

Per la conservazione dell'energia tale velocità è uguale a $v_0 = 9.91$ m/s



ESERCIZIO 2 – LEGGI DI KIRCHOFF

Nel circuito in figura $R_1 = 25$ Ohm, $R_2 = 48$ Ohm, $R_3 = 35$ Ohm, $\mathcal{E}_1 = 9.0$ V, $\mathcal{E}_2 = 12.0$ V.

a) (4 punti) Scrivere un sistema di 3 equazioni in 3 incognite la cui soluzione permetta di determinare le correnti I_1 , I_2 e I_3 che scorrono in R_1 , R_2 e R_3 .

$$I_2 = I_1 + I_3$$

$$\mathcal{E}_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

$$\mathcal{E}_2 = R_3 I_3 + R_2 I_2$$

b) (2 punti) Risolvere il sistema per ottenere I_1 , I_2 , I_3 (usare 3 cifre significative)

$I_1=0.0455 \text{ A}$; $I_2= 0.164 \text{ A}$; $I_3=0.118 \text{ A}$

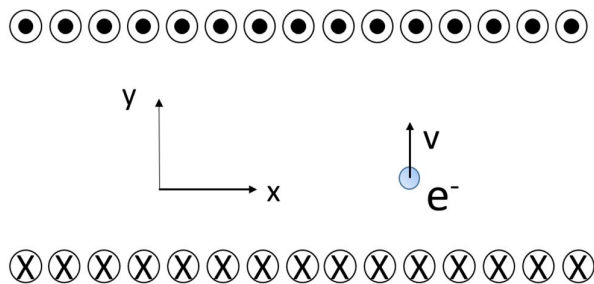
c) (2 punti) Calcolare la potenza erogata dalla batteria \mathcal{E}_1

$P= \mathcal{E}_1 I_1=0.409 \text{ W}$

d) (2 punti) Quanto vale la d.d.p. ai capi della resistenza R_2 ?

d.d.p. = $R_2 I_2=7,87 \text{ V}$

ESERCIZIO 3 – CAMPO MAGNETICO E FORZA DI LORENTZ



Un elettrone è all'interno di un solenoide che ha 30 spire per cm; la corrente che circola nelle spire vale $I= 7$ Ampère (il verso è indicato in figura). Al tempo $t=0$, la velocità dell'elettrone vale $v= 3.0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ ed è diretta perpendicolarmente all'asse del solenoide, come mostrato in figura. Calcolare:

a) (2 punti) Direzione e modulo del campo magnetico B all'interno del solenoide

$B=\mu_0 n I$ (ove $n=30/0.01=3000$ è il numero di spire per metro) $=2.64 \cdot 10^{-2} \text{ T}$; verso destra

b) (3 punti) Direzione, verso e intensità della Forza di Lorentz agente sull'elettrone al tempo $t=0$

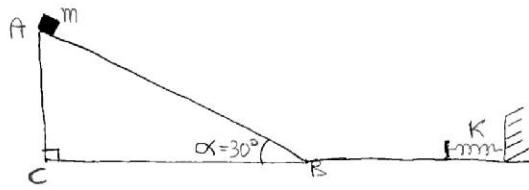
$F=-ev B= 12.7 \cdot 10^{-18} \text{ N}$; perpendicolare al foglio, uscente

c) (3 punti) il raggio dell'orbita dell'elettrone

Si pensi al problema del ciclotrone: $mv^2/r=evB \Rightarrow r=mv/eB=0.647 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

d) (2 punti) il periodo T dell'orbita

$T=2\pi r/v=1.35 \text{ ns}$



ESERCIZIO 1 – DINAMICA, ENERGIA

Un corpo di massa $m=2.5$ kg scende lungo un piano inclinato AB (angolo $\alpha=30^\circ$) la cui superficie ha un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = \sqrt{3}/6$. Il tratto AC (verticale) è alto 1.2 m. Il tratto (orizzontale) alla destra di B non presenta attrito. La molla ha una costante $k=800$ N/m. Calcolare:

- a) (3 pt) la velocità v_B del corpo nel punto B al termine della discesa.

$$v_B = \sqrt{2gAB(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha)} = \sqrt{gAB/2} = 3.43 \text{ m/s}$$

- b) (2 pt) la massima compressione x_{max} della molla rispetto alla posizione di riposo

$$x_{max} = v_B \sqrt{m/k} = 0.192 \text{ m}$$

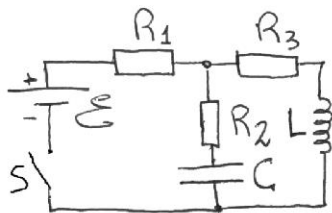
- c) (2 pt) la massima accelerazione (in valore assoluto) del corpo durante il moto

$$\frac{x_{max}k}{m} = 61.4 \text{ m/s}^2$$

- d) (3 pt) l'altezza massima h_{max} (rispetto al suolo) raggiunta dal corpo durante la prima risalita lungo il piano inclinato.

$$h_{max} = \frac{v_B^2}{3g} = \frac{AB}{6} = 0.400 \text{ m}$$

ESERCIZIO 2 – CIRCUITI



Nel circuito mostrato in Figura, $\mathcal{E} = 12$ V, $R_1 = 120$ Ohm; $R_2 = 240$ Ohm; $R_3 = 360$ Ohm; $C = 33 \mu\text{F}$ (microFarad); $L = 1.5$ mH. Calcolare:

- a) (2 pt) le correnti I_1 , I_2 e I_3 rispettivamente nelle resistenze R_1 , R_2 e R_3 subito dopo (al tempo $t = 0^+$) la chiusura dell'interruttore S.

$$I_1 = I_2 = 33.3 \text{ mA}; I_3 = 0$$

- b) (2 pt) le correnti I_1 , I_2 e I_3 in regime stazionario ($t = +\infty$ dopo la chiusura dell'interruttore S).

$$I_1 = I_3 = 25.0 \text{ mA}; I_2 = 0$$

c) (2 pt) la potenza erogata dalla batteria in regime stazionario

$$P = \mathcal{E}I = 12 \cdot 0.025 = 0.3 \text{ W}$$

d) (2 pt) l'energia immagazzinata nell'induttore in regime stazionario

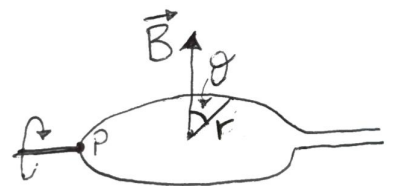
$$\frac{1}{2} L(I_3)^2 = 469 \text{ nJ}$$

e) (2 pt) l'energia immagazzinata nel condensatore in regime stazionario

$$\frac{1}{2} C V_C^2 = 1.34 \text{ mJ} ; V_C = R I_3 = 9 \text{ V}$$

ESERCIZIO 3 – GENERATORE DI CORRENTE ALTERNATA

Una spira circolare di raggio $r=25 \text{ cm}$ viene fatta ruotare con velocità angolare costante $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ rispetto a un asse orizzontale (vedi Figura) in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme B verticale pari a 440 mT . Si indica con θ l'angolo formato dalla direzione del campo magnetico col piano della spira. Calcolare:



a) (2 pt) La frequenza (in Hz) della f.e.m. indotta ai capi della spira

$$\frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

b) (3 pt) Il valore di picco \mathcal{E}_{max} della f.e.m. indotta (espresso in Volt)

$$\mathcal{E}_{max} = \pi r^2 B \omega = 27.1 \text{ V}$$

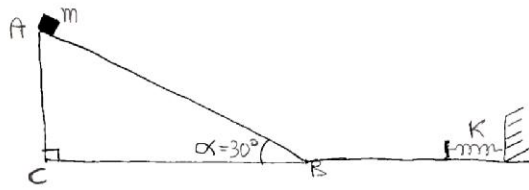
I capi della spira sono collegati a una resistenza $R=110 \text{ Ohm}$. Calcolare:

c) (3 pt) la potenza media P dissipata nella resistenza

$$\bar{P} = \frac{(\mathcal{E}_{max})^2}{2R} = 3.34 \text{ W}$$

d) (2 pt) il modulo della forza F che il campo magnetico esercita su un tratto della spira lungo 1 cm (supposto per semplicità rettilineo) in prossimità del punto P (vedi Figura) quando $\theta = 45^\circ$ (suggerimento: occorre calcolare la corrente circolante quando $\theta = 45^\circ$)

$$F = I(45^\circ) l B \sin(45^\circ) = 5.40 \cdot 10^{-4} \text{ N} ; I(45^\circ) = \frac{\mathcal{E}_{max} \cos(45^\circ)}{R} = 0.174 \text{ A}$$



ESERCIZIO 1 – DINAMICA, ENERGIA

Un corpo di massa $m=3.1$ kg scende lungo un piano inclinato AB (angolo $\alpha=30^\circ$) la cui superficie ha un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = \sqrt{3}/6$. Il tratto AC (verticale) è alto 1.5 m. Il tratto (orizzontale) alla destra di B non presenta attrito. La molla ha una costante $k=900$ N/m. Calcolare:

- a) (3 pt) la velocità v_B del corpo nel punto B al termine della discesa.

$$v_B = \sqrt{2gAB(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha)} = \sqrt{gAB/2} = 3.84 \text{ m/s}$$

- b) (2 pt) la massima compressione x_{max} della molla rispetto alla posizione di riposo

$$x_{max} = v_B \sqrt{m/k} = 0.225 \text{ m}$$

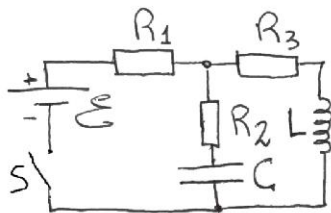
- c) (2 pt) la massima accelerazione (in valore assoluto) del corpo durante il moto

$$\frac{x_{max}k}{m} = 65.3 \text{ m/s}^2$$

- d) (3 pt) l'altezza massima h_{max} (rispetto al suolo) raggiunta dal corpo durante la prima risalita lungo il piano inclinato.

$$h_{max} = \frac{v_B^2}{3g} = \frac{AB}{6} = 0.500 \text{ m}$$

ESERCIZIO 2 – CIRCUITI



Nel circuito mostrato in Figura, $\mathcal{E} = 20$ Volt, $R_1=90$ Ohm; $R_2=270$ Ohm; $R_3=360$ Ohm; $C=47 \mu\text{F}$ (microFarad); $L=3.3$ mH. Calcolare:

- a) (2 pt) le correnti I_1 , I_2 e I_3 rispettivamente nelle resistenze R_1 , R_2 e R_3 subito dopo la chiusura dell'interruttore S.

$$I_1=I_2=55.6 \text{ mA}; I_3=0$$

- b) (2 pt) le correnti I_1 , I_2 e I_3 in regime stazionario ($t = +\infty$ dopo la chiusura dell'interruttore S).

$$I_1=I_3=44.4 \text{ mA}; I_2=0$$

c) (2 pt) la potenza erogata dalla batteria in regime stazionario

$$P = \mathcal{E}I = 12 \cdot 0.025 = 0.888 \text{ W}$$

d) (2 pt) l'energia immagazzinata nell'induttore in regime stazionario

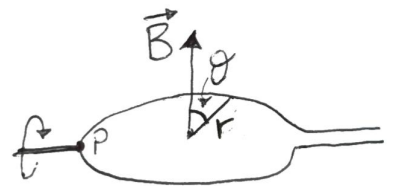
$$\frac{1}{2} L(I_3)^2 = 3.25 \mu\text{J}$$

e) (2 pt) l'energia immagazzinata nel condensatore in regime stazionario

$$\frac{1}{2} C V_C^2 = 6.02 \text{ mJ} ; V_C = R I_3 = 16 \text{ V}$$

ESERCIZIO 3 – GENERATORE DI CORRENTE ALTERNATA

Una spira circolare di raggio $r=30$ cm viene fatta ruotare con velocità angolare costante $\omega = 100\pi$ rad/s rispetto a un asse orizzontale (vedi Figura) in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme B verticale pari a 380 mT. Si indica con θ l'angolo formato dalla direzione del campo magnetico col piano della spira. Calcolare:



a) (2 pt) La frequenza (in Hz) della f.e.m. indotta ai capi della spira

$$\frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

b) (3 pt) Il valore di picco \mathcal{E}_{max} della f.e.m. indotta (espresso in Volt)

$$\mathcal{E}_{max} = \pi r^2 B \omega = 33.7 \text{ V}$$

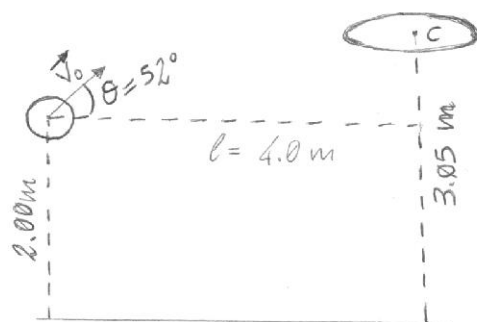
I capi della spira sono collegati a una resistenza $R=150$ Ohm. Calcolare:

c) (3 pt) la potenza media P dissipata nella resistenza

$$\bar{P} = \frac{(\mathcal{E}_{max})^2}{2R} = 3.79 \text{ W}$$

d) (2 pt) il modulo della forza F che il campo magnetico esercita su un tratto della spira lungo 1 cm (supposto per semplicità rettilineo) in prossimità del punto P (vedi Figura) quando $\theta = 45^\circ$ (suggerimento: occorre calcolare la corrente circolante quando $\theta = 45^\circ$)

$$F = I(45^\circ) l B \sin(45^\circ) = 4.26 \cdot 10^{-4} \text{ N} ; I(45^\circ) = \frac{\mathcal{E}_{max} \cos(45^\circ)}{R} = 0.159 \text{ A}$$



ESERCIZIO 1 – TIRO LIBERO

In un tiro libero, il centro della palla, di massa $m=610$ g, viene lanciato da un'altezza di 2.00 m con velocità \vec{v}_0 ad un angolo $\theta=52^\circ$ rispetto all'orizzontale. Il centro C del canestro si trova a 3.05 m di altezza; la distanza orizzontale dal centro della palla al momento del lancio è $l=4.00$ m. Calcolare:

a) (4 pt) Il modulo v_0 della velocità iniziale tale per cui il centro della palla passa esattamente per il punto C

$$y = x \cdot \tan \theta - \frac{x^2 g}{v_0^2 \cos^2 \theta}; \text{ponendo } x = 4 \text{ e } y = 1.05 \text{ si trova } v_0 = 7.13 \text{ m/s}$$

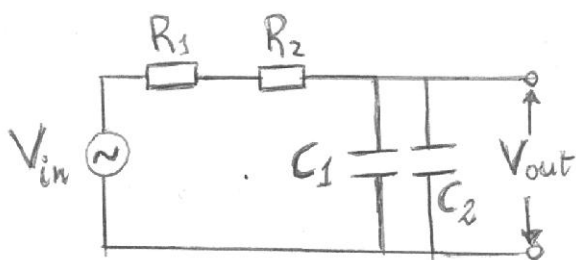
b) (3 pt) l'altezza massima h_{max} raggiunta dal centro della palla

$$h_{max} = \frac{2 + (v_0 \sin \theta)^2}{2g} = 3.61 \text{ m}$$

c) (3 pt) Nel contatto con la retina, la palla perde 9.50 Joule di energia meccanica. Il raggio della palla è $r=24$ cm. Calcolare la velocità v_f della palla al momento del primo impatto con il parquet.

$$2mg + \frac{mv_0^2}{2} - 9.5 = \frac{mv_f^2}{2} + 0.24mg$$

Si ottiene $v_f = 7.37 \text{ m/s}$



ESERCIZIO 2 – CIRCUITO IN C.A.

Nel circuito mostrato in Figura, la corrente (in Ampère) è data da $I = 40 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2\pi ft)$ con $f = 50$ Hz; $R_1 = 25 \Omega$; $R_2 = 50 \Omega$; $C_1 = 33 \mu\text{F}$ (microFarad); $C_2 = 47 \mu\text{F}$. La d.d.p. alternata fornita dal generatore (in Volt) è $V_{in} = V_{in}^0 \cos(2\pi ft - \phi)$. Calcolare:

a) (3 pt) l'impedenza totale Z del circuito e di conseguenza il valore di picco V_{in}^0 della d.d.p. (in Volt)

$$Z = 84.9 \Omega; V_{in}^0 = Z I^0 = 84.9 \times 40 \cdot 10^{-3} = 3.40 \text{ V}$$

b) (2 pt) l'angolo di sfasamento ϕ (in gradi)

$$\phi = \text{atan} \left(\frac{X_C}{R} \right) = \text{atan} \left(\frac{1}{\omega C R} \right) = 27.9^\circ$$

c) (2 pt) la potenza media \bar{P} dissipata nel circuito

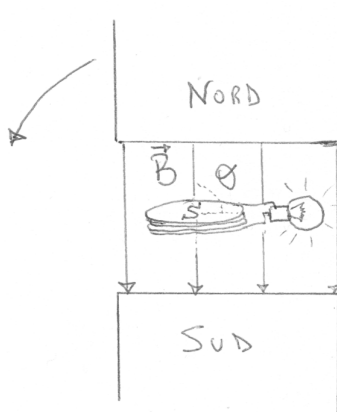
$$\bar{P} = \frac{1}{2} V_{in}^0 I^0 \cos \phi = \frac{1}{2} R (I^0)^2 = 60 \text{ mW}$$

d) (3 pt) Se si preleva la d.d.p. V_{out} ai capi dei condensatori, il circuito agisce da filtro passa-basso.

Calcolare la frequenza $f_{1/2}$ (in Hz) tale per cui $(V_{out}^0/V_{in}^0)^2 = 1/2$, dove V_{out}^0 è il valore di picco di V_{out}

$$(V_{out}^0/V_{in}^0)^2 = \frac{1}{(\omega RC)^2 + 1} \Rightarrow f_{1/2} = \frac{1}{2\pi RC} = 26.5 \text{ Hz}$$

ESERCIZIO 3 – GENERATORE DI CORRENTE ALTERNATA



Un avvolgimento costituito da **N=10** spire di superficie **S=159 cm²** si trova fra le espansioni polari di un elettromagnete ove è presente un campo magnetico uniforme di modulo **B=1.5 T**. Le estremità dell'avvolgimento sono connesse ad una lampadina la cui resistenza vale **R=30 Ω**. Al tempo $t=0$ l'angolo θ fra la direzione di **B** e il piano delle spire è 90° e l'elettromagnete inizia a ruotare con velocità angolare **$\omega = 20\pi \text{ rad/s}$** (vedi figura).

a) (3 pt) Scrivere l'espressione per il flusso totale Φ del campo magnetico, attraverso l'avvolgimento e verso il basso, in funzione di **B**, **S**, **N**, ω e del tempo **t**.

$$\Phi = NSB \cos(\omega t)$$

b) (3 pt) dal punto precedente ricavare l'espressione per la f.e.m. indotta \mathcal{E} e determinare il suo valore di picco \mathcal{E}_{max} .

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega NSB \sin(\omega t)$$

$$\mathcal{E}_{max} = \omega NSB = 15.0 \text{ V}$$

c) (2 pt) Calcolare la potenza massima P_{max} dissipata nella lampadina per effetto Joule.

$$P_{max} = \frac{(\mathcal{E}_{max})^2}{R} = 7.49 \text{ W}$$

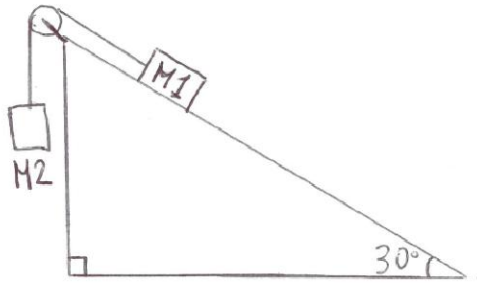
d) (2 pt) La lampadina può sopportare una potenza limite $P_{lim} = 75 \text{ Watt}$. Si vuole inserire un trasformatore fra avvolgimenti e lampadina per aumentare la luminosità. Quale dei seguenti rapporti fra spire in uscita (verso la lampadina) e spire in ingresso del trasformatore è il migliore?

a. 3

b. 4

c. 10

d. 20



ESERCIZIO 1 – PIANO INCLINATO

La massa $M_1=6.0$ kg si sta muovendo verso il basso su un piano inclinato con un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. La massa M_2 vale 1.2 kg. Calcolare:

a) (4 pt) l'accelerazione a del sistema, specificando se è verso il basso o verso l'alto.

$$M_1 a = \frac{M_1 g}{2} - T - M_1 g \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$M_2 a = T - M_2 g$$

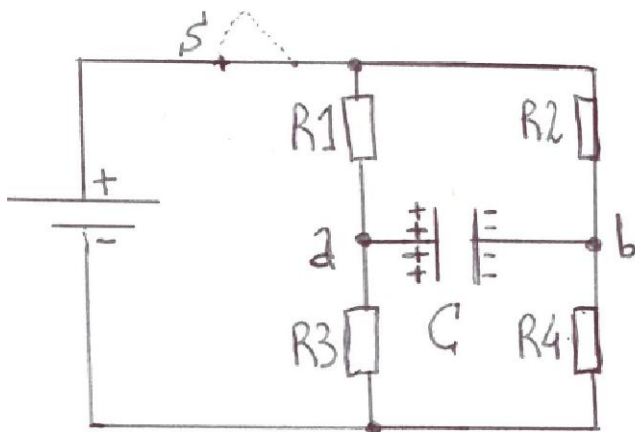
Da cui risolvendo il sistema: $a = 0.409 \text{ m/s}^2$ (verso il basso)

b) (3 pt) la tensione T della fune che collega M_1 a M_2 .

Sempre dalla soluzione del sistema si ha: $T = 12.26 \text{ N}$

c) (3 pt) L'energia meccanica convertita in calore mentre M_2 sale verso l'alto di 0.40 m (ovviamente senza arrivare a toccare la carrucola).

Se M_2 sale di 0.4 m, M_1 percorre un tratto lungo 0.4 m sul piano; il lavoro delle forze di attrito è $-\frac{0.4\mu_d M_1 g \sqrt{3}}{2} = -5.88 \text{ J}$, quindi l'energia meccanica convertita in calore è 5.88 J



ESERCIZIO 2 – CIRCUITI RC

Nel circuito mostrato in Figura, la d.d.p. fornita dall'alimentatore vale $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$; $R_1 = 330 \Omega$; $R_2 = 440 \Omega$; $R_3 = 220 \Omega$; $C = 36 \text{ nF}$ (nanoFarad).

Inizialmente l'interruttore S è chiuso. Calcolare:

a) (4 pt) il valore di R_4 tale per cui la carica sul condensatore C ha la polarità mostrata in figura e vale $Q=54 \text{ nC}$.

Deve essere $V_a - V_b = Q/C = 1.5 \text{ V}$; V_a è sempre 4.8 V, mentre $V_b = \frac{\mathcal{E} R_4}{R_2 + R_4}$; imponendo $V_b = 3.3 \text{ V}$ si trova $R_4 = 166.9 \Omega$.

b) (3 pt) le correnti I_1 e I_2 che circolano rispettivamente in R_1 e R_2 per tale valore di R_4 .

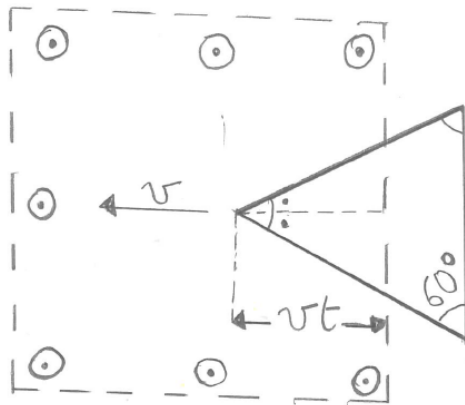
$$I_1 = 21.8 \text{ mA}, I_2 = 19.8 \text{ mA}$$

c) (3 pt) L'interruttore S viene aperto. Calcolare dopo quanto tempo la carica sul condensatore raggiunge il valore $Q' = 27 \text{ nC}$.

La resistenza equivalente su cui si scarica il condensatore è $R = (R_1 + R_2) // (R_3 + R_4) = 770 // 386.9 = 257.5 \Omega$. Il tempo di scarica è $\tau = RC = 9.27 \mu\text{s}$ e usando la legge esponenziale di scarica insieme al fatto che $Q' = Q/2$ si ottiene:

$$e^{-t/\tau} = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \tau \ln(2) = 6.43 \mu\text{s}$$

ESERCIZIO 3 – INDUZIONE DI FARADAY



Una spira a forma di triangolo equilatero con altezza $h = 10 \text{ cm}$ e lato $l = 2h/\sqrt{3}$ entra al tempo $t = 0$ in una regione ove è presente un campo magnetico uniforme $B = 0.40 \text{ Tesla}$ perpendicolare al piano della spira e uscente dal foglio. La velocità della spira (parallela a un'altezza del triangolo come mostrato in Figura) viene mantenuta costante, $v = 30 \text{ cm/s}$, mediante l'applicazione di una forza F . La resistenza della spira è $R = 100 \Omega$.

a) (4 pt) Scrivere l'espressione che fornisce la f.e.m. \mathcal{E} indotta nella spira in funzione di t, B, v (piccolo aiuto: dovete ottenere una funzione lineare del tempo t).

Il flusso vale $\Phi = \frac{1}{\sqrt{3}} v^2 t^2 B \Rightarrow \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{2v^2 B t}{\sqrt{3}}$; il segno “-” non è essenziale, importante è capire in che verso circola la corrente (vedi punto successivo)

b) (3 pt) Calcolare la corrente I che fluisce nella spira al tempo $t = 0.2 \text{ s}$ specificando (con riferimento alla Figura) se il verso è orario o antiorario.

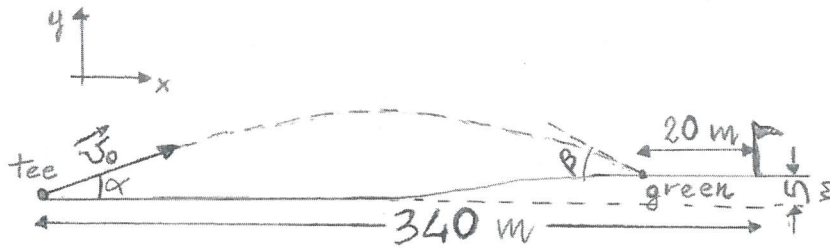
$$I = \frac{\mathcal{E}(t=0.2)}{R} = 83.1 \mu\text{A}; \text{ verso orario}$$

d) (2 pt) Calcolare il valore di F al tempo $t = 0.2 \text{ s}$ specificandone (con riferimento alla Figura) direzione e verso.

Il modo più semplice di ottenere il risultato è uguagliare la potenza generata dalla forza a quella dissipata per effetto Joule (conservazione dell'energia), ovvero $Fv = I\mathcal{E}$ da cui $F = 2.30 \cdot 10^{-6} \text{ N}$. In alternativa si può calcolare la forza $F = Il'B$ su ciascuna porzione l' di lato immerso nel campo e sommare vettorialmente; il risultato è il medesimo; la forza è chiaramente orizzontale verso sinistra.

c) (1 pt) Quanto vale la corrente al tempo $t = 0.4 \text{ s}$ (spira completamente immersa nel campo B)?

0 (non c'è più variazione di flusso e quindi $\mathcal{E} = 0$)



ESERCIZIO 1 – CINEMATICA

Una pallina da golf viene lanciata con componente orizzontale della velocità iniziale, $v_{0x} = 244 \text{ km/h}$. Se le coordinate del punto di lancio sono (0,0) e la direzione degli assi x e y è orizzontale e

verticale rispettivamente, l'impatto col green (in metri) avviene a (320, 5) come mostrato in figura. Trascurando la resistenza dell'aria, calcolare:

a) (3pt) la componente verticale della velocità iniziale, v_{0y}

tempo di impatto $t^* = 320/v_{0x} = 4.721 \text{ s}$; imponendo $y = 5 \text{ m}$ a t^*
 si ha $5 = v_{0y} t^* - \frac{1}{2} g (t^*)^2$ da cui $v_{0y} = 24.2 \text{ m/s} = 87.2 \text{ km/h}$

b) (2 pt) l'angolo di lancio α

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) = 19.7^\circ$$

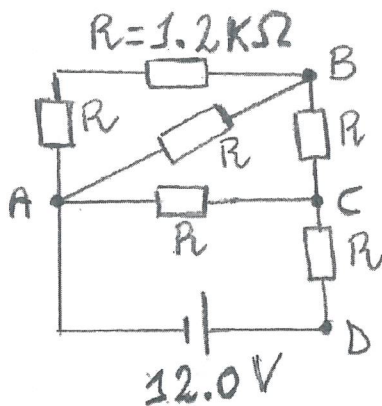
c) (2 pt) le coordinate (x_{\max}, y_{\max}) del punto di massima altezza

$$y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = 29.8 \text{ m}; \quad x_{\max} = \frac{v_{0x} v_{0y}}{g} = 167 \text{ m}$$

d) (3 pt) l'angolo β di impatto col green

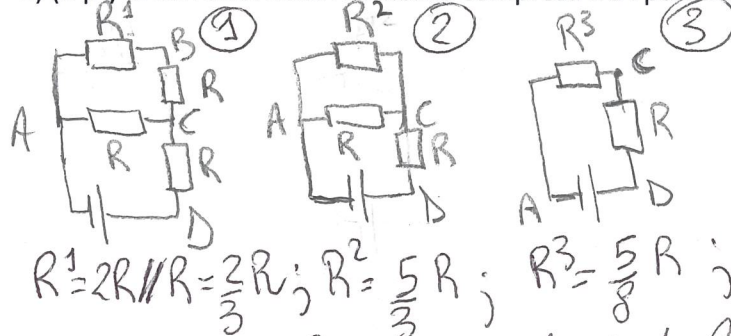
Occorre calcolare v_y per $t = t^*$: $v_y = v_{0y} - g t^* = -22.1 \text{ m/s}$ (verso il basso)
 $\beta = \arctan\left(\frac{-v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{-v_y}{v_{0x}}\right) = 18.1^\circ$ (va bene anche scrivere -18.1°)

ESERCIZIO 2 – CIRCUITI IN CC



Nel circuito in figura, tutte le resistenze sono uguali e valgono $R = 1.2 \text{ k}\Omega$; la batteria produce una d.d.p. di 12 V. Calcolare (suggerimento: semplificare opportunamente il circuito usando le regole per resistenze in serie e parallelo):

a) (3 pt) la corrente nella resistenza compresa fra i punti C e D.



la corrente I_{CD} è uguale alla corrente totale, quindi $I_{CD} = \frac{12}{\frac{5}{8}R + R} = \frac{8 \cdot 12}{13R} = 6.15 \text{ mA}$

b) (3 pt) la corrente nella resistenza compresa fra i punti A e C

La corrente I_{CD} si divide (vedi 2) secondo la regola:

$$I_{AC} = \frac{R^2 I_{CD}}{R^2 + R} = \frac{(5/3)R}{(8/3)R} I_{CD} = \frac{5}{8} I_{CD} = 3.85 \text{ mA}$$

c) (2 pt) la differenza di potenziale fra i punti A e B

$V_C = 12 - R I_{CD} = 4.62$; $V_A = 0$; $V_B = V_A = (V_C - V_A) \cdot \frac{2R}{5R}$
 (si vede disegno ①) allora $V_B - V_A = 1.85 \text{ V}$

d) (2 pt) La potenza totale erogata dalla batteria

$P = 12 \cdot I_{CD} = 12 \times 6.15 \times 10^{-3} = 73.8 \text{ mW}$

ESERCIZIO 3 – INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

Due binari di resistenza trascurabile vengono posti alla distanza di 32 cm su una rampa inclinata di 6.0° rispetto all'orizzontale. I due binari sono collegati in basso da una resistenza $R=0.60 \Omega$, in cima invece da una barretta di rame di resistenza trascurabile e massa $m=0.040 \text{ kg}$. L'intero apparato è immerso in un campo magnetico verticale $B=0.55 \text{ T}$. Assumendo che la barretta scivoli sui binari senza attrito, calcolare:

a) (3 pt) Il valore della forza magnetica F_{mag} agente sulla barretta una volta raggiunta la velocità limite (condizione stazionaria) durante la discesa

$F_{mag} \cos 6^\circ = mg \sin 6^\circ \Rightarrow F_{mag} = 41.0 \text{ mN}$
 che cui $F_{mag} = 41.0 \text{ mN}$

b) (4 pt) il valore della velocità limite v_{lim}

$\mathcal{E} = B l v_{lim} \cos 6^\circ$; $I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow F_{mag} = I B l = \frac{B^2 l^2 v_{lim} \cos(6^\circ)}{R}$
 $v_{lim} = \frac{F_{mag} \cdot R}{B^2 l^2 \cos(6^\circ)} = 0.789 \text{ m/s}$

c) (3 pt) La potenza P dissipata nella resistenza in tale condizione

$P = R I^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = 37.6 \text{ mW}$
 $= R \frac{B^2 l^2 v_{lim}^2 \cos^2(6^\circ)}{R^2} = \frac{B^2 l^2 F_{mag} R v_{lim} \cos(6^\circ)}{B^2 l^2 R}$
 $= F_{mag} v_{lim} \cos(6^\circ) \rightarrow$ notare che questo
 è: $-\vec{F}_{mag} \cdot \vec{v}_{lim}$

ESERCIZIO 1 – ENERGIA MECCANICA

Il cavo di un ascensore di massa $M=2000$ kg si spezza quando la cabina si trova ferma al primo piano, col fondo a una distanza $d=3.7$ m al di sopra di una molla ammortizzatrice avente costante elastica $k=0.15$ MN/m. Un dispositivo di sicurezza esercita una forza d'attrito $F_a=4400$ N che si oppone al moto dell'ascensore.

a) (3pt) Calcolate la velocità v dell'ascensore prima che urti la molla

b) (4 pt) Trovate di quale lunghezza x verrà compressa la molla

c) (3 pt) Trovate di quale lunghezza l rimbalzerà l'ascensore lungo le guide

ESERCIZIO 2 – TRANSITORI DI CORRENTE

Un condensatore di capacità $C=1.0$ μF con energia immagazzinata $U_0=0.50$ J viene scaricato attraverso un resistore $R=100$ k Ω .

a) (2 pt) Qual è la carica iniziale Q_0 nel condensatore?

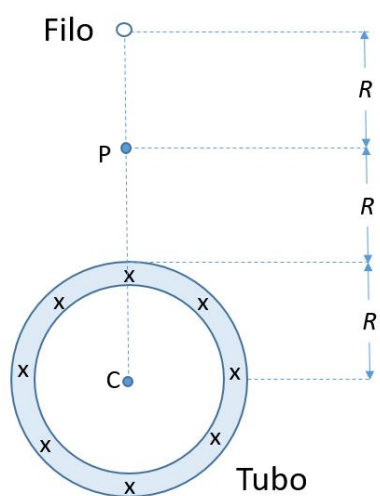
b) (2 pt) Qual è la corrente I_0 nel resistore quando la scarica ha inizio?

c) (2 pt) Calcolare dopo quanto tempo la tensione V_c sul condensatore vale 100 V

d) (2 pt) Scrivere la formula che esprime la potenza P dissipata nel resistore in funzione del tempo

e) (2 pt) Usando la formula in d), dimostrare che l'energia totale dissipata nel resistore durante la scarica è uguale a U_0

ESERCIZIO 3 – CAMPI MAGNETICI



Un lungo tubo circolare, con raggio esterno $R=2.6$ cm, è percorso da una corrente (uniformemente distribuita) $I=8.0$ mA in verso entrante nel piano della pagina. Un filo corre parallelo al tubo a una distanza di $3.0R$ misurata fra i loro assi (vedi figura). Inizialmente nel filo non scorre corrente. In questa condizione, calcolare:

a) (3 pt) L'intensità del campo magnetico B nel punto P , specificando anche direzione e verso con riferimento alla figura

b) (2 pt) L'intensità del campo magnetico B nel centro C del tubo

c) (4 pt) Si fa passare nel filo una corrente I' entrante nel piano della pagina. Calcolare per quale valore di I' il campo magnetico totale (somma dei campi generati dal tubo e dal filo) in P è uguale e opposto a quello in C .

Soluzioni

PROBLEMA 1)

a) $Mgd - F_a d = (1/2)Mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2 * (g - F_a/M) * d} = 7.5 \text{ m/s}$

b) $kx^2/2 - Mgx - Mv^2/2 = -F_a x$

troviamo la soluzione positiva di questa equazione di secondo grado:

$x = 0.97 \text{ m}$

c) $Mg\ell - kx^2/2 = -F_a \ell \rightarrow \ell = 2.9 \text{ m}$

PROBLEMA 2)

a) $Q_0 = \sqrt{2U_0 C} = 10^{-3} \text{ C}$

b) $I_0 = V_{C0}/R = Q_0/RC = 10 \text{ mA}$ (notare che la tensione iniziale vale $V_{C0} = 1000 \text{ V}$)

c) Il tempo caratteristico è $\tau = RC = 100 \text{ ms}$; quindi $e^{-t/\tau} = 1/10$ (la tensione si riduce di un fattore 10) e $t = \tau \ln(10) = 0.23 \text{ s}$

d) $P = (V_C)^2/R = \frac{Q_0^2}{C^2 R} e^{-2t/RC}$

e) Si integri P fra $t=0$ e $+\infty$ e si risolva l'integrale esponenziale per ottenere $\frac{Q_0^2}{2C}$, che è pari a U_0 .

PROBLEMA 3)

a) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi(2R)} = 3.1 \cdot 10^{-8} \text{ Tesla}$

b) $B = 0 \text{ T}$

c) $\frac{\mu_0 I}{2\pi(2R)} - \frac{\mu_0 I'}{2\pi(R)} = \frac{\mu_0 I'}{2\pi(3R)} \Rightarrow I' = \frac{3}{8} I = 3.0 \text{ mA}$