Chapter 4

Forward / Backward difference Formula:

Forward : $h > 0$
Backward: $h < 0$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \boxed{- \frac{h}{2} f''(\xi).} \rightarrow \text{Error}$$

Three_Point Formula:

→ **End point:**

$$f'(x_0) = \frac{1}{2h}[-3f(x_0) + 4f(x_0+h) - f(x_0+2h)] \boxed{+ \frac{h^2}{3} f^{(3)}(\xi_0),} \rightarrow \text{Error}$$

→ **Midpoint [قبلها نقطة وبعدها نقطة]:**

$$f'(x_0) = \frac{1}{2h}[f(x_0+h) - f(x_0-h)] \boxed{- \frac{h^2}{6} f^{(3)}(\xi_1),} \rightarrow \text{Error}$$

Five_Point Formula:

→ **End point:**

$$f'(x_0) = \frac{1}{12h}[-25f(x_0) + 48f(x_0+h) - 36f(x_0+2h) + 16f(x_0+3h) - 3f(x_0+4h)] \boxed{+ \frac{h^4}{5} f^{(5)}(\xi),} \rightarrow \text{Error}$$

→ **Midpoint [قبلها نقطتين وبعدها نقطتين]:**

$$f'(x_0) = \frac{1}{12h}[f(x_0-2h) - 8f(x_0-h) + 8f(x_0+h) - f(x_0+2h)] \boxed{+ \frac{h^4}{30} f^{(5)}(\xi),}$$

Error

Second Derivative Midpoint Formula:

$$f''(x_0) = \frac{1}{h^2}[f(x_0-h) - 2f(x_0) + f(x_0+h)] \boxed{- \frac{h^2}{12} f^{(4)}(\xi),} \rightarrow \text{Error}$$

$$\boxed{\text{in Midpoint} \rightarrow h \text{ always } > 0}$$

Round-Off Error Instability (غير مستقر)

$$\text{error} \leq \frac{\overset{\text{accuracy}}{\varepsilon}}{h} + \frac{h^2}{6} M \longrightarrow M = f''(\xi)$$

Error

Actual Error

1- Find exact error
أشتق الدالة وأعوض بالنقطة

2- Find approximate error
أوجد قيمة المشتقة باستخدام القانون عند النقطة

3- $AE = |Ex - Ap|$

Bound Error

* أعوض بالقوانين الخاصة لكل طريقة
موضحة بمربعات :)

* $M = f^{(n)}(\xi)$
تعني قيمة المشتقة عند أكبر قيمة

The Trapezoidal Rule:

$$\int_{a \to x_0}^{b \to x_1} f(x)\,dx = \frac{h}{2}[f(\overset{a}{x_0}) + f(\overset{b}{x_1})] \boxed{- \frac{h^3}{12} f''(\xi).} \longrightarrow \text{Error}$$

$h = \frac{b-a}{n}$, $n =$ عدد التقسيمات

The Simpson's Rule:

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)\,dx = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] \boxed{- \frac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi).} \longrightarrow \text{Error}$$

$h = \frac{b-a}{2}$

Measuring Precision: "def 4.1"

The **degree of accuracy**, or **precision**, of a quadrature formula is the largest positive integer n such that the formula is exact for x^k, for each $k = 0, 1, \ldots, n$. ■

أقل من المشتقة بواحد

القيمة الحقيقية = القيمة التقريبية

Closed Newton_Costes Formula:

$\int_{x_0}^{x_n}$ → استعملت بداية الفترة إلى نهايتها

$h = \frac{b-a}{n}$

Open Newton_Costes Formula:

$\int_{x_0-1}^{x_n+1}$

$h = \frac{b-a}{n+2}$

Error

Actual Error

1- find exact error
أوجد قيمة التكامل باستعمال الآلة

2- find approximate error
أوجد قيمة المشتقة باستخدام القانون عند النقطة

3- $AE = |Ex - Ap|$

Bound Error

* أعوض بالقوانين الخاصة لكل طريقة موضحة بمربعات :)

* $M = f^{(n)}(\xi)$

1- $f^n(x)$
2- $f^n(a)$, $f^n(b)$ واختار الـ Max

Composite Simpson's Rule:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{3}\left[\underbrace{f(a)}_{} + 2\sum_{j=1}^{(n/2)-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) + \underbrace{f(b)}_{}\right] \boxed{-\frac{b-a}{180}h^4 f^{(4)}(\mu).} \rightarrow \text{Error}$$

بداية — نهاية

$2[f(x_2)+f(x_4)+\ldots] + 4[f(1)+f(3)+\ldots]$

الزوجيات — الفرديات

* n always even

Composite Trapezoidal Rule:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}\left[\underbrace{f(a)}_{} + 2\underbrace{\sum_{j=1}^{n-1} f(x_j)}_{\text{فردي + زوجي}} + \underbrace{f(b)}_{}\right] \boxed{-\frac{b-a}{12}h^2 f''(\mu).} \rightarrow \text{Error}$$

بداية — نهاية