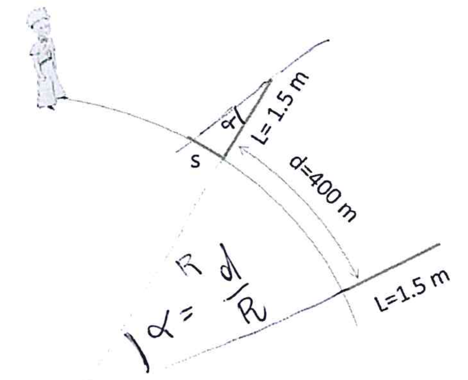
Soluzioni

COGNOME e NOME: MATR:



ESERCIZIO 1 – GRAVITAZIONE

Il Piccolo Principe vuole determinare il raggio R e la massa M del suo asteroide (supposto per semplicità sferico e non rotante, disegno non in scala). Conficca un palo alto $L = 1.5$ m perpendicolare al terreno in un punto ove i raggi di una stella lontana non producono ombra. In un altro punto distante dal primo $d = 400$ m, un palo identico proietta sul suolo un'ombra di lunghezza s. Misurandola, il PP deduce che il raggio dell'asteroide è $R = 12000$ m.

a) (3 pt) quanto vale s? (si possono fare aggiunte al disegno per spiegare)

$$s = L\tan(\alpha) \approx L\alpha = \frac{1.5\times 4\cancel{00}}{120\cancel{00}} = \frac{6}{120} = 5\text{ cm}$$

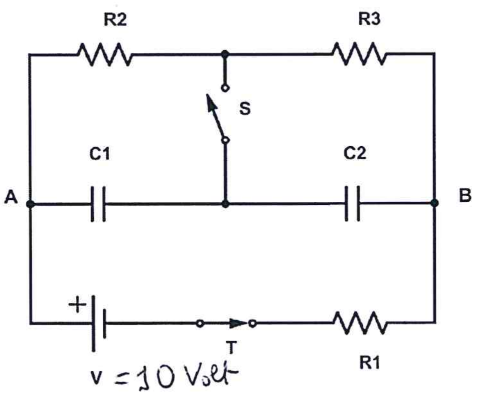
b) (4 pt) Il PP costruisce poi un pendolo con un sasso appeso a un filo lungo 80 cm, e misura che il tempo per compiere 10 oscillazioni complete è di 500 s. Quanto vale la massa M dell'asteroide?

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} \Rightarrow g = 4\pi^2 l/T^2 \;;\; T = 50\text{ s},\; l = 0.80\text{ m} \Rightarrow \boxed{g = 1.262\times10^{-2}\text{ m s}^{-2}}$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G} = 2.72\times 10^{16}\text{ Kg}$$

c) (3 pt) Qual è la velocità minima v_{min} con la quale un sasso lanciato verso l'alto lascia per sempre l'asteroide?

$$v_{min} = \text{velocità fuga} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = 17.4\text{ m/s}$$



ESERCIZIO 2 - CIRCUITI

Si consideri il circuito in figura, dove $R_1 = R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 40\Omega$, $C_1 = 10\mu F$ e $C_2 = 20\mu F$. L'interruttore S è inizialmente aperto.

a) (2 pt) Calcolare la d.d.p. $V(A) - V(B)$

$$I = \frac{V}{R_1+R_2+R_3} = \frac{10}{100} = 0.1\text{ A}$$

$$V(A) - V(B) = (R_2+R_3)\,I = 7.0\text{ V}$$

b) (3 pt) Calcolare le quantità di carica Q_1 e Q_2 accumulate sui due condensatori.

$$C_{eq}\ (\text{serie}) = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{10\times 20}{30} = 6.\bar{6}\ \mu F$$

$$Q_1 = Q_2 = Q = [V(A) - V(B)]\cdot C_{eq} = 7.0\times 6.\bar{6}\times 10^{-6} = 46.7\ \mu C$$

c) (3 pt) Mentre S è ancora aperto, viene aperto anche l'interruttore T a un istante che indicheremo t=0. Quanto tempo impiegano i due condensatori a scaricarsi di metà della carica iniziale?

$\tau = R_{eq} C_{eq} = 70 \times 6.6 \times 10^{-6} = 4.67 \times 10^{-4}\,s$

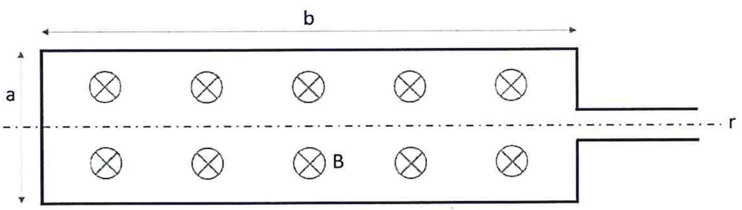
$e^{-t/R_{eq}C_{eq}} = 1/2 \Rightarrow t = (R_{eq}C_{eq}) \ln(2) = \tau \ln(2) = 3.24 \times 10^{-4}\,s$

d) (2 pt) L'interruttore T e l'interruttore S vengono entrambi chiusi. Quali sono i valori di Q_1 e Q_2 dopo tanto tempo dalla chiusura degli interruttori?

$V_{C1} = R_2 I = 3.0V \Rightarrow Q_1 = 30 \mu C$

$V_{C2} = R_3 I = 4.0V \Rightarrow Q_2 = 80 \mu C$

ESERCIZIO 3 - INDUZIONE ELETTROMAGNETICA



Una bobina formata da N=100 spire rettangolari di lati a=1cm e b=5cm ruota attorno all'asse r con frequenza $f = 50$ Hz in una regione con campo magnetico B=0.4 T entrante nel foglio come in figura. Determinare:

a) (2 pt) Il flusso del campo magnetico quando il piano della bobina è perpendicolare al campo magnetico (come in figura)

$\Phi = 5 \times 10^{-4}\,m^2 \times 0.4T \times 100$

$= 2 \times 10^{-2}\,T m^2$ (entrante nel foglio)($\times N$ spire)

Se θ è l'angolo fra B e il piano della bobina,

$\Phi = NSB \, sen(\theta) = NSB \, sen(2\pi f t)$ (la fase non è importante)

b) (2 + 2 pt) La f.e.m. massima (in valore assoluto) indotta agli estremi della bobina. A quali orientazioni della bobina rispetto al campo magnetico corrisponde?

$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -NSB(2\pi f)\cos(2\pi f t) = -NSB(2\pi f)\cos(\theta)$

$\mathcal{E}_{max} = \underbrace{2 \times 10^{-2}}_{\Phi_{max}} \times 6.28 \times 50 = 6.28\,V$

corrisponde alle due orientazioni in cui il piano è // al campo B

c) (2 + 2 pt) La resistenza totale della bobina è $R = 3.3\ \Omega$. Qual è il massimo della forza di Lorentz (in modulo) agente sul lato lungo di una singola spira? A quali orientazioni della bobina rispetto al campo magnetico corrisponde?

$I_{max} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{R} = \frac{6.28}{3.3} = 1.90\,A$

Il lato lungo è sempre $\perp$ B, quindi

$F_{max} = I_{max}\, l\, B = 1.90 \times 5 \times 10^{-2} \times 0.4 = 0.038\,N$

anche in questo caso, quando la bobina è // a B