Greedy Algorithm

Today's topics

- What is Greedy Algorithm
- Coin Changing Problem
- Fractional Knapsack Problem
- CPU Scheduling Problem
- Activity Selection Problem
- Huffman Coding
- Programming Questions

What and Why Algorithm?

- Algorithm คือ กระบวนการที่ถูกใช้ในการแก้ปัญหา
- จะเห็นได้ว่าจุดประสงค์ของหลักของ algorithm คือ การแก้ไขปัญหา
- การเรียนรู้เกี่ยวกับ algorithm จะช่วยให้สามารถเลือกใช้ algorithm ในการแก้ปัญหาได้ดี (ปัญหาส่วนใหญ่สามารถใช้ algorithm หลายประเภทในการแก้ไขปัญหา)
- สิ่งสำคัญที่ต้องจำไว้ในการเลือกใช้ algorithm คือ
  - แก้ไขปัญหาได้ถูกต้อง (give correct output)
  - มีประสิทธิภาพ (efficient)

Greedy Algorithm

- Greedy แปลว่า โลภ
- Greedy algorithm เป็นกระบวนการในการแก้ปัญหาแบบหนึ่งที่แก้ไขปัญหาแบบทีละขั้นตอน โดยเลือกตัวเลือกที่ดูเหมือนจะดีที่สุด ณ ตอนนั้น โดยไม่ได้คิดทุกอย่างให้รอบคอม
- ฟังดูเหมือนจะไม่ดี แต่ปัญหาหลายข้อสามารถแก้ไขได้โดยหลักการของ greedy algorithm และสามารถให้ประสิทธิภาพในการทำงานได้ดีด้วย

Greedy Algorithm (ต่อ)

- ลักษณะของปัญหาที่เหมาะสมต่อการใช้ Greedy Algorithm
  - Greedy Choice Property: ปัญหาใหญ่สามารถถูกแก้ได้โดยการแก้ไขปัญหาย่อย ๆ ทีละขั้น (ไม่จำเป็นต้องมองแบบองค์รวม)
  - Optimal Sub Structure: คำตอบที่เป็น optimal ของปัญหาเล็ก ๆ สามารถรวมเป็นคำตอบที่ optimal ของปัญหาใหญ่ได้

ข้อดีของ Greedy Algorithm

- Greedy algorithm นั้นมีคุณสมบัติที่ดีอยู่ด้วยกัน 2 ข้อหลัก
  - Simple: Greedy algorithm เป็น algorithm ที่ง่ายต่อการอธิบายและก็ง่ายแก่การเขียนโปรแกรม
  - Efficient: โดยปกติการใช้ Greedy algorithm จะให้ประสิทธิภาพที่ดีกว่า algorithm ชนิดอื่น

ความท้าทายของ Greedy Algorithm

- Greedy algorithm นั้นมี 2 ข้อหลัก
  - Design: การออกแบบ Greedy algorithm ให้สามารถทำงานแล้วได้คำตอบที่ optimal นั้นเป็นเรื่องไม่ง่ายนัก
  - Proof: การพิสูจน์ว่า Greedy algorithm ที่ออกแบบนั้นสามารถทำได้อย่าง optimal ก็ไม่ง่ายเช่นกัน

การแก้ไขปัญหาด้วย Greedy algorithm

ปัญหาแลกเหรียญ

- สมมติเราต้องการเขียนโปรแกรมที่ใช้ในการแลกเหรียญ (ชนิดของเหรียญ คือ 1 บาท, 2 บาท, 5 บาท, 10 บาท) โดยให้ใช้จำนวนเหรียญที่น้อยที่สุด
- ตัวอย่าง
  - จ่ายเงิน 15 บาทโปรแกรมจะทอนเงินเป็น
    - 10 บาท 1 เหรียญ
    - 5 บาท 1 เหรียญ
  - จ่ายเงิน 8 บาทโปรแกรมจะทอนเงินเป็น
    - 5 บาท 1 เหรียญ
    - 2 บาท 1 เหรียญ
    - 1 บาท 1 เหรียญ

การออกแบบ algorithm

- ถ้าทำตามสัญชาตญาณ เราก็จะทอนเงินโดยเลือกเหรียญที่มีมูลค่ามากที่สุดไปก่อน แล้วค่อยทอนด้วยเหรียญที่มีมูลค่าน้อยลงตามมูลค่าที่เหลือ
- ตัวอย่างเช่น หากมีคนต้องการแลกเหรียญ 16 บาท
  - ทอนด้วยเหรียญ 10 ก่อน เหลือมูลค่าที่ต้องทอนอีก 6 บาท
  - ทอนด้วยเหรียญ 5 ต่อมา เหลือมูลค่าทีต้องทอนอีก 1 บาท
  - ทอนด้วยเหรียญ 1 บาท ครบจำนวนมูลค่าที่ต้องทอน
- นี่เป็นตัวอย่างของ Greedy algorithm เนื่องจากเลือกตัวเลือกที่ดูเหมือนจะดีที่สุดก่อนในการตอบคำถาม

Greedy algorithm ที่ออกแบบนั้น optimal ไหม?

- คำตอบที่ถูกต้องของ algorithm คือสิ่งสำคัญที่สุด
- คำตอบที่ถูกต้องต้องใช้จำนวนเหรียญที่น้อยที่สุดในการทอน
- จะพิสูจน์ยังไงว่า algorithm ที่เราออกแบบนั้นให้คำตอบที่ถูกต้อง (optimal) ?

พิสูจน์ว่า algorithm นั้น optimal

- ต้องคิดย้อนกลับไปว่าคำตอบที่ถูกต้องมีลักษณะอย่างไร
- มีเหรียญอยู่ 4 ขนิด (1 บาท, 2 บาท, 5 บาท, และ 10 บาท)
- ต้องใช้เหรียญ 1 บาท ไม่เกิน 1 เหรียญ (ไม่งั้นไปใช้เหรียญ 2 บาทดีกว่า)
- ต้องใช้เหรียญ 2 บาท ไม่เกิน 2 เหรียญ (ถ้าใช้ 2 บาท 3 เหรียญ = 6 ไปใช้ 5 บาท กับ 1 บาทดีกว่า ใช้แค่ 2 เหรียญ)
- ต้องใช้เหรียญ 5 บาท ไม่เกิน 1 เหรียญ (ถ้าใช้ 5 บาท 2 เหรียญ = 10 ไปใช้เหรียญ 10 บาทดีกว่า)
- ใช้เหรียญ 10 บาทได้ไม่จำกัด แต่ต้องเลือกใช้เหรียญ 10 ก่อนเหรียญอื่น

เหรียญ 4 บาท

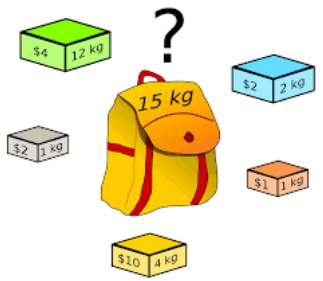
- คำถามคือ ถ้ามีเหรียญ 4 บาทด้วย ปัญหานี้จะสามารถถูกแก้ได้โดย Greedy algorithm แบบเดิมหรือไม่?

พิสูจน์เหรียญ 4 บาท

- ทอนเงิน 8 บาท
- ตามวิธี Greedy ของเรา ต้องเลือกเหรียญ 5 บาทมาทอนก่อน
- คำตอบที่จะได้คือ (5,2,1)
- แต่เนื่องจากเรามีเหรียญ 4 บาท
- คำตอบที่ควรจะได้คือ (4,4)
- ดังนั้น Greedy algorithm ไม่ได้ให้ผลลัพธ์ที่เป็น optimal เสมอไปถ้ามีเหรียญ 4 บาท
- ต้องใช้ dynamic programming

ปัญหา Fractional Knapsack

- สมมติเราต้องการเขียนโปรแกรมที่ใช้ในการเลือกหยิบของใส่กระเป๋าให้ได้คุ้มค่าที่สุด โดยมีเงื่อนไขว่า น้ำหนักที่กระเป๋ารับได้มีจำกัด และของแต่ละชนิดมีมูลค่าและน้ำหนักที่ไม่เท่ากัน



- สมมติให้
  - กระเป๋าสามารถรับน้ำหนักได้ 300 กิโลกรัม
  - ของกองที่ 1 มีน้ำหนัก (w) 110 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 110 บาท
  - ของกองที่ 2 มีน้ำหนัก (w) 280 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 250 บาท
  - ของกองที่ 3 มีน้ำหนัก (w) 200 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 200 บาท
  - ไม่จำเป็นต้องเลือกของจากกองเดียวกันทั้งหมด เลือกบางส่วนก็ได้

ใช้ Greedy algorithm ในการแก้ปัญหา

- ครั้งที่ 1 เลือกกองที่มีมูลค่า (v) มากที่สุดก่อน
- จะเลือกกองที่ 2 มีมูลค่า 250 และกองที่ 3 (20) จะได้มูลค่ารวม 270
- ใช้คำตอบที่ optimal ไหม?

กระเป๋าสามารถรับน้ำหนักได้ 300 กิโลกรัม
ของกองที่ 1 มีน้ำหนัก (w) 110 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 110 บาท
ของกองที่ 2 มีน้ำหนัก (w) 280 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 250 บาท
ของกองที่ 3 มีน้ำหนัก (w) 200 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 200 บาท

ใช้ Greedy algorithm ในการแก้ปัญหา

- ครั้งที่ 2 เลือกกองที่มีมูลค่าต่อน้ำหนักสูงสุด (v/w)
- กองที่ 1 (v/w) = 110/110 = 1
- กองที่ 2 (v/w) = 250/280= 0.89
- กองที่ 3 (v/w) = 200/200 = 1
- ดังนั้นเลือกกองที่ 1 (100) และกองที่ 3 (200) ได้มูลค่ารวม 300

พิสูจน์ว่าคำตอบที่ได้ optimal

- เนื่องจาก v/w = อัตราส่วน มูลค่า/น้ำหนัก
- ข้อจำกัดของถุง คือ น้ำหนักที่ถุงสามารถรับได้ w
- สิ่งที่ต้องการคือ มูลค่าของสิ่งของ v
- ให้มอง w เป็นเหมือน เงินที่จ่ายไป
- ให้มอง v เป็นเหมือน มูลค่าสิ่งของที่ได้รับมา
- เราใช้วิธีเลือกสิ่งของที่มีมูลค่ามากที่สุด ในขณะที่จ่ายเงินน้อยที่สุด ดังนั้น คำตอบเป็น optimal

ปัญหา 0-1 Knapsack

- ปัญหาเดิม
  - กระเป๋าสามารถรับน้ำหนักได้ 300 กิโลกรัม
  - ของกองที่ 1 มีน้ำหนัก (w) 110 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 110 บาท
  - ของกองที่ 2 มีน้ำหนัก (w) 280 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 250 บาท
  - ของกองที่ 3 มีน้ำหนัก (w) 200 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 200 บาท
- แต่ครั้งนี้ห้ามแบ่งส่วน นั่นคือ ถ้าจะเลือกหยิบ ต้องหยิบทั้งกอง

แก้ปัญหาด้วย Greedy algorithm

- โจทย์
  - กระเป๋าสามารถรับน้ำหนักได้ 300 กิโลกรัม
  - ของกองที่ 1 มีน้ำหนัก (w) 110 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 110 บาท
  - ของกองที่ 2 มีน้ำหนัก (w) 280 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 250 บาท
  - ของกองที่ 3 มีน้ำหนัก (w) 200 กิโลกรัม มีมูลค่า (v) 200 บาท
- เลือก v/w ที่มากที่สุดก่อน
  - 1 และ 3 เท่ากัน สมมติเลือก 3 ก็จะได้มูลค่า 200 บาท (เหลือพื้นที่ 100 กิโลกรัม ใส่อะไรไม่ได้อีกแล้ว)
  - ดังนั้น Greedy algorithm ใช้ไม่ได้กับปัญหานี้

CPU scheduling problem

- ระบบปฏิบัติการเป็น software ที่ทำหน้าที่ในการติดต่อกับ CPU เพื่อเลือก processes ที่กำลังทำงานอยู่ให้ CPU ประมวลผล
- จะเลือก process ไหนมาทำงานเป็นหน้าที่ของ CPU scheduler
- CPU scheduler ที่ดีจะต้องทำให้ process มีค่าเฉลี่ยของ waiting time ที่น้อยที่สุด
- Waiting time คือเวลาที่ process ต้องรอก่อนที่จะได้รับการประมวลผล
- ตัวอย่างเช่น หาก process 1 พร้อมทำงาน ณ เวลา 0t แต่ CPU scheduler สั่งให้ CPU ทำงาน process 1 ณ เวลา 5t waiting time ของ process 1 ก็จะเป็น 5t

CPU scheduling problem

- สมมติให้ปัจจุบันมีทั้งหมด 3 processes ที่รอทำงานอยู่ในระบบ
- ทั้ง 3 processes มี burst time (เวลาที่ใช้ในการทำงาน) ดังนี้
  - P1: burst time = 5s
  - P2: burst time = 3s
  - P3: burst time = 2s
- จะจัดลำดับการทำงานของ process อย่างไรให้ได้ average waiting time น้อยที่สุด

Longest-Job-First (LJF)

- เลือก Process ที่มี burst time สูงสุดมาทำก่อน
- จะเลือก P1 -> P2 -> P3
  - P1: burst time = 5s
  - P2: burst time = 3s
  - P3: burst time = 2s
- Waiting time P1 = 0, P2 = 5, P3 = 8: ดังนั้น 0+5+8 = 13
- Average waiting time = 13/3 = 4.33s

Shortest-Job-First (SJF)

- เลือก Process ที่มี burst time ต่ำสุดมาทำก่อน
- จะเลือก P3 -> P2 -> P1
  - P1: burst time = 5s
  - P2: burst time = 3s
  - P3: burst time = 2s
- Waiting time P3 = 0, P2 = 2, P1 = 5: ดังนั้น 0+5+2 = 7
- Average waiting time = 7/3 = 2.33s

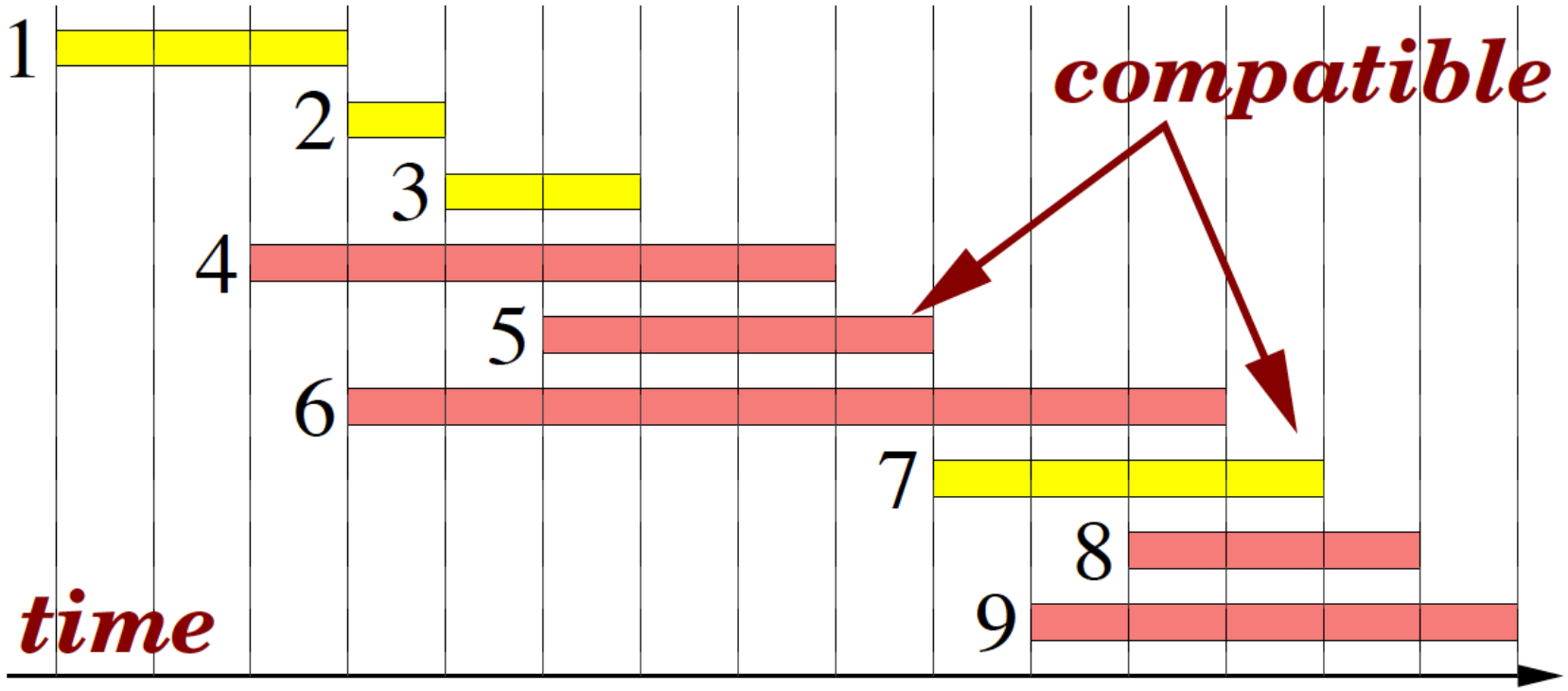
พิสูจน์ว่า SJF เป็น optimal

- Waiting time ของ P_i จะเท่ากับผลรวมของ burst time ของ process ก่อนหน้า $P_i = sum(P_1 – P_{i-1})$
- Minimum sum = minimum sum of burst rates
- ดังนั้น SJF ให้ค่าคำตอบเป็น optimal

Activity Selection problem

- สมมติมีห้องว่างสำหรับทำกิจกรรม 1 ห้อง
- มีกิจกรรมให้เลือกทำโดยที่ s(start) คือเวลาเริ่มต้น และ f(finish) คือเวลาสิ้นสุด โดยจะเขียนด้วยสัญลักษณ์ [s,f)
- ตัวอย่างเช่น [3,5) หมายถึง กิจกรรมเริ่มที่เวลา 3 และสิ้นสุด ณ เวลา 5
- กิจกรรมที่มีเวลาทับซ้อนกัน เช่น [3,5) และ [4,7) ไม่สามาร
- โจทย์นี้ให้เลือกจัดกิจกรรมโดยใช้ห้องเดียวกัน ทำอย่างไรให้สามารถจัดกิจกรรมได้เยอะที่สุด

Activity Selection problem



แนวทางการเลือก

- เลือกกิจกรรมที่เริ่มเร็วสุด
- เลือกกิจกรรมที่ใช้เวลาน้อยที่สุด
- เลือกกิจกรรมที่จบเร็วสุด

วิธีที่ 1: เลือกกิจกรรมที่เริ่มก่อน

- สมมติมีทั้งหมด 3 กิจกรรม [2,3) [4,5) [0,5) ห้องใช้ได้ 5 ชั่วโมง 0-5
- ทดสอบเลือกกิจกรรมที่เริ่มเร็วสุดมาทำก่อน
- โปรแกรมจะเลือก [0,5) ก่อน ซึ่งทำให้จัดกิจกรรมได้เพียงกิจกรรมเดียว
- ดังนั้นวิธีนี้ไม่ให้คำตอบที่ถูกต้อง

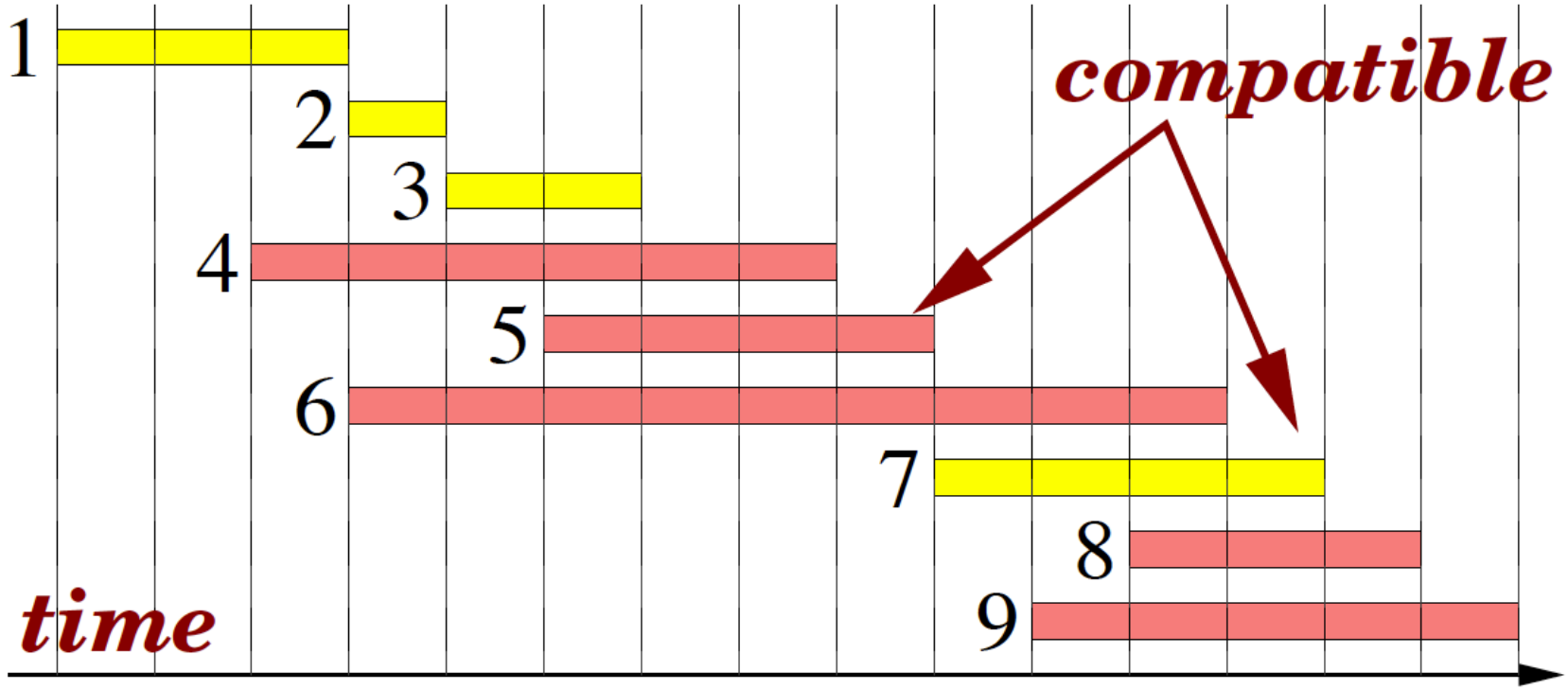
วิธีที่ 2: เลือกกิจกรรมที่ใช้เวลาน้อยที่สุด

- สมมติมีทั้งหมด 3 กิจกรรม [0, 5), [4, 6), [6, 10) มีเวลาให้ 10 ชั่วโมง
- เลือกกิจกรรมที่ใช้เวลาน้อยที่สุดก่อน
- เลือก [4,6) มาทำก่อน
- จะเห็นได้ว่าเลือกกิจกรรมที่สั้นที่สุด ทำได้เพียงแค่กิจกรรมเดียว
- ไม่ให้คำตอบที่ถูกต้องที่สุด

วิธีที่ 3: เลือกกิจกรรมที่เสร็จเร็วที่สุด

- สมมติให้มี 5 กิจกรรม [0, 6), [2, 3), [2, 4), [3, 5), [4, 5)
- เลือกกิจกรรมที่เสร็จเร็วที่สุด f น้อยสุด
- เลือก [2,3) ก่อน หลังจากนั้นเลือก [4,5)
- ทำได้สองกิจกรรม
- เป็นคำตอบที่ optimal

พิสูจน์ว่า วิธีที่ 3 ให้คำตอบ optimal



Character Encoding

- โดยปกติแล้ว เวลาที่คอมพิวเตอร์เก็บข้อมูลตัวอักษร เช่น A B C จะเก็บอยู่ในรูปของ ASCII นั่นคือ จะใช้ 8 bit ในการแทนค่าแต่ละตัวอักษร
- ดังนั้น
  - A มีค่าเท่ากับ 01000001 (65)
  - Z มีค่าเท่ากับ 01011010 (90)
- สมมติ text file มีข้อมูลอักษรเป็น AAAZAAAA ก็จะใช้พื้นที่เก็บ 8*8 = 64 bits
- การเก็บข้อมูลตัวอักษรแบบนี้เรียกว่าเป็นการเก็บแบบ fixed-length

Huffman Coding

- เนื่องจากความถี่ที่พบตัวอักษรแต่ละตัวใน text file นั้นไม่เท่ากัน
- จะเห็นได้ว่า A ซึ่งเป็นสระมักจะพบได้บ่อยกว่า Z ซึ่งเป็นอักษรที่ไม่ค่อยปรากฏในคำทั่วไป
- ดังนั้นหากเราสามารถใช้จำนวน bit ที่น้อยกว่าในการเก็บตัวอักษร A ก็จะสามารถประหยัดพื้นที่ในการเก็บข้อมูลได้
- ตัวอย่างเช่น หากให้ A = 0 และ Z = 11111111 การเก็บข้อมูลของ string AAAAZAAA ก็จะใช้พื้นที่เพียง 7 + 8 = 15 bits

Huffman Coding (ต่อ)

- ข้อดีของการเก็บอักขระแบบ fixed-length นั้นคือช่วยให้โปรแกรมสามารถแยกแยะได้ว่า bit ไหนคือ bit เริ่มต้นของแต่ละอักษร
- ในทางกลับกันหากเราใช้ variable-length ที่ไม่ถูกต้องอาจจะเกิดปัญหาการแปลงข้อมูลกลับ
- ตัวอย่างเช่น หากให้ A = 1, B = 11 เมื่อ AB อยู่ติดกันจะได้สายอักขระเป็น 111 ซึ่งหากต้องการจะแปลงกลับก็ไม่แน่ใจว่าจะได้ AB หรือ BA

Huffman Coding (ต่อ)

- ดังนั้นวิธีการแก้ปัญหาคือ จำนวน bit ที่แทนค่าอักขระของแต่ละตัวอักษรห้ามเป็น prefix ของตัวอักษรอีกตัว
- ตัวอย่างเช่น หาก A = 010 ตัวอักษรใด ๆ ก็ตามห้ามมีค่าเป็น 0 หรือ 01
- ทดสอบทฤษฎี, สมมติ A = 010, B = 0, C = 01
- ABC = 010001 หากต้องการแปลงกลับ ไม่แน่ใจว่าตัวอักษรแรกจะเป็นตัวไหน

Huffman Coding (ต่อ)

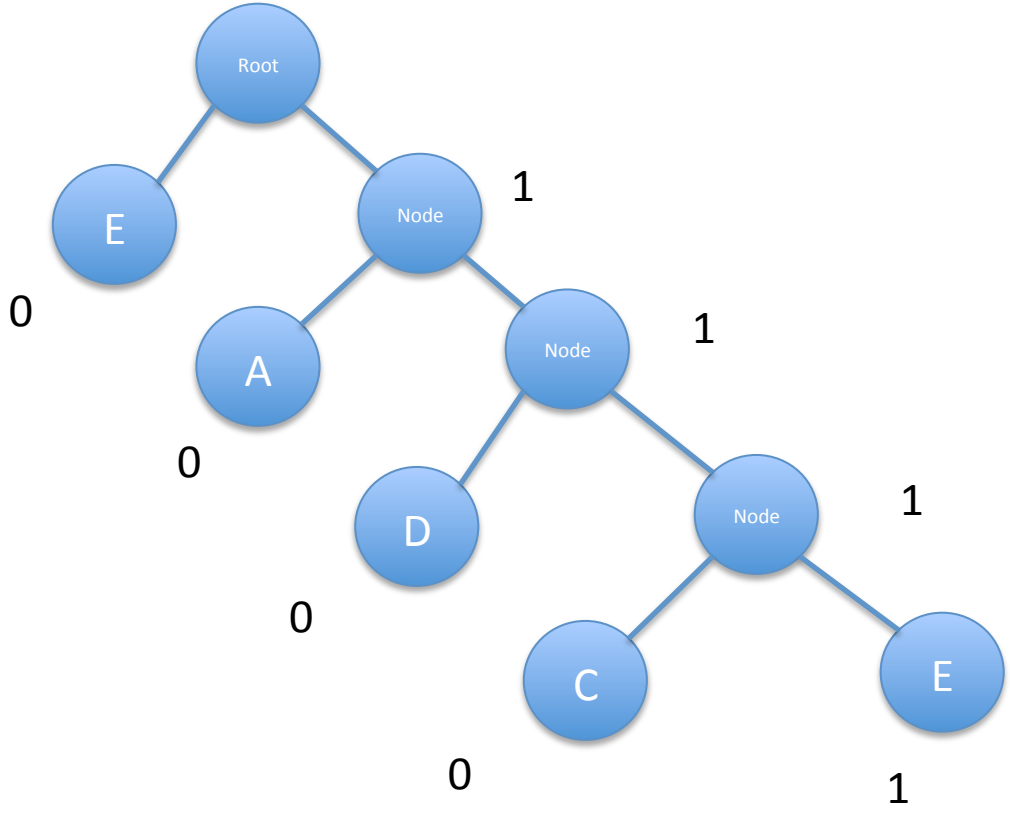
- จุดมุ่งหมายของการสร้าง Huffman coding คือการหาวิธีที่จะใช้จำนวน bit ที่น้อยที่สุดในการแทนค่าตัวอักษรที่พบบ่อยที่สุด
- สมมติมีอักษรทั้งหมด 5 ตัวเท่านั้นในสายอักขระคือ A,B,C,D,E
- จำนวนความถี่ที่พบคือ A=30,B=20,C=25,D=28,E=40
- คำถาม จะแทนตัวอักษรแต่ละตัวด้วยกี่ bit และให้ตัวไหนแทนด้วย bit แบบไหนถึงจะใช้พื้นที่น้อยที่สุดในการเก็บข้อมูล

วิธีการแทนค่าอักษร Huffman Coding

- จะแทนที่อย่างไรดี?
- กฎ
  - แทนที่อักษรที่พบบ่อยที่สุดด้วยจำนวน bit ที่น้อยที่สุด
  - ห้ามอักษรหนึ่งตัวเป็น prefix ของอักษรตัวอื่น

วิธีการใช้ tree เพื่อหา Huffman Coding

- เรียงลำดับ frequency จะได้ว่า E,A,D,C,B
  - E = 0
  - A = 10
  - D = 110
  - C = 1110
  - E = 1111



Time to Code

1. โปรแกรมแลกเหรียญ

- ให้นักเรียนเขียนโปรแกรมที่รับแลกเหรียญ โดยโปรแกรมจะมีเหรียญทั้งหมด 5 ชนิดคือ 1,2,5,10 และ 20 บาท
- โปรแกรมของนักเรียนจะรับ input เป็นจำนวนเงินที่ต้องการแลก และจะ output เป็นจำนวนเหรียญแต่ละชนิดออกมา
- ดูตัวอย่าง input output ได้ที่ folder Q1 Coin

2. แก้ปัญหา Fractional Knapsack

- ให้นักเรียนเขียนโปรแกรมในการประมวลผลปัญหา Fractional Knapsack โดยให้รับ input และ output ดังนี้
- Input
  - รับจำนวนกองของรางวัล เช่น 5 กอง, 10 กอง
  - รับข้อมูลของกองของรางวัลและมูลค่าของของ เช่น 200 400 แปลว่า กองของรางวัลมีน้ำหนัก 200 และมีมูลค่า 400
  - รับความจุของกระเป๋า เป็นจำนวนเต็ม เช่น 200
- Output
  - คำนวนและแสดงผลว่า จะเลือกของจากกองไหน เป็นจำนวนเท่าไร
  - ดูตัวอย่าง input output ได้จาก Q2 Knapsack

3. โปรแกรมตรวจสอบ string

- นักวิจัยท่านหนึ่งได้เขียนโปรแกรมในการเข้ารหัสสายอักขระโดยทำการแทรก random string ไประหว่างตัวอักษร ให้นักเรียนเขียนโปรแกรมตรวจสอบ string ว่าเป็น string ที่ได้รับการเข้ารหัสหรือไม่
- ดูตัวอย่าง input output ได้ที่ Q3 Encryption
- ตัวอย่างเช่น
  - sequence subsequence -> Yes
  - person compression -> No
  - VERDI vivaVittorioEmanueleReDiItalia -> Yes
  - caseDoesMatter CaseDoesMatter -> No

4. เลือกกิจกรรม

- มีห้องว่างให้ใช้งานอยู่ 1 ห้อง ให้นักเรียนเขียนโปรแกรมที่รับจำนวนและรายละเอียดของกิจกรรม เวลาเริ่ม s และระยะเวลาของกิจกรรม t โดยที่โปรแกรมจะคำนวนและแสดงผลลำดับและจำนวนกิจกรรมที่ได้รับเลือกให้จัด
- ดูตัวอย่าง input output ได้ที่ Q4 Activity Selection
- ตัวอย่าง input
  - จำนวนกิจกรรมที่จัด
  - เวลาเริ่ม และเวลาสิ้นสุดของแต่ละกิจกรรม เช่น 0 5 (เริ่ม 0, ใช้เวลา 5)

5. ปัญหาถังขยะ

- ให้นักเรียนเขียนโปรแกรมหาจำนวนถังขยะที่น้อยที่สุดที่ต้องใช้ในการใส่ขยะ โดยขยะแต่ละชิ้นจะมีน้ำหนักที่แตกต่างกันออกไป
- ดูตัวอย่าง input output ได้ที่ Q5 Minimum bins
- ตัวอย่าง input output
  - จำนวนขยะ 5
  - น้ำหนักของขยะ 7,2,3,8,1,9
  - ขนาดของถังขยะ เช่น 10
- ตัวอย่าง output
  - {9,1},{8,2},{7,3}

6. Egyptian Fraction

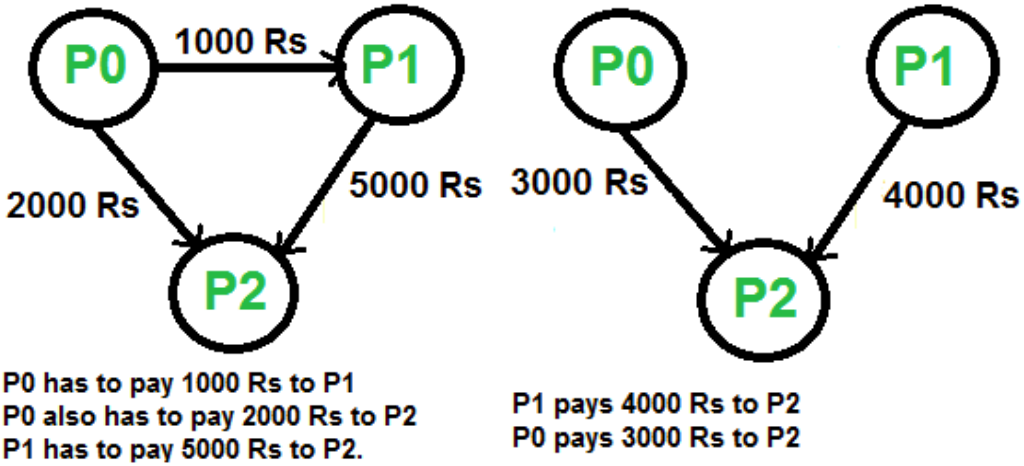
- Egyptian Fraction เป็นการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปที่มีส่วนเท่ากับ 1
- ตัวอย่างเช่น
  - 2/3 = 1/2 + 1/6
  - 6/14 = 1/3 + 1/11 + 1/231
  - 12/13 is 1/2 + 1/3 + 1/12 + 1/156
- จงเขียนโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวนหา Egyptian Fraction ของเศษส่วนที่ได้รับเข้าไปในแบบ
- ดูตัวอย่าง input/output ได้ที่ Q7 Egyptian

What is Egyptian Fraction

- Egyptian Fraction คือการเขียนรูปของเศษส่วนให้อยู่ในรูปของส่วนทั้งหมด = 1 และมีเศษที่ไม่เท่ากัน
- ตัวอย่างเช่น
  - 2/3 = 1/2 + 1/6
  - แต่เราจะไม่เขียน 2/3 = 1/3 + 1/3 เพราะทุกนิพจน์ส่วนต้องไม่เท่ากัน
- วิธีการหา Egyptian Fraction
  - ใช้ recursion + greedy algorithm

7. ยืมเงิน

- จงเขียน algorithm ที่ใช้ในการคำนวนการคืนเงินที่ทำให้ transaction นั้น optimal ที่สุด
- ตัวอย่างเช่น
  - P0 เป็นหนี้ P1 1000 บาท, และเป็นหนี้ P2 2000 บาท
  - P1 เป็นหนี้ P2 5000บาท
  - การคืนเงินที่ optimal คือ
    - P0 คืน P2 3000 บาท
    - P1 คืน P2 4000 บาท



7. ยืมเงิน (ต่อ)

- Input
  - จำนวนคนในวงหนี้
  - จำนวนหนี้ที่ต้องจ่ายให้แต่ละคน
- Output
  - จำนวนเงินที่แต่ละคนต้องจ่าย

ดูตัวอย่าง input output ได้จาก 7. Borrowing