Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications affine

#### M53 - Partie 1

septembre 2015

pace affin

Définition Exemples

Opération

Premières propi

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications affin

Convexe

#### Définition (heuristique)

«Un espace affine est un espace vectoriel dont on a oublié l'origine.»

Espace affine

Définition

Exemples

Opérations

Barycentre et repère

Sous-espaces affir

Applications affine

Convexes

#### Définition

Soit  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel (si non précisé, sur  $\mathbb{R}$ ).

Un ensemble (non vide)  $\mathcal{E}$  est muni de la structure d'espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  par la donnée d'une application

$$\mathcal{E} \times \mathcal{E} \longrightarrow \overline{\mathcal{E}}$$

$$(A, B) \mapsto \overrightarrow{AB}$$

qui satisfait les deux conditions

 $\blacksquare$  AB + BC = AC (relation de Chasles)

Espace affine

Définition

Exemples

Opérations

Premières propriétés

Barycentre et repèr

Sous-espaces affi

Applications affine

Convexes

#### Définition

Soit  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel (si non précisé, sur  $\mathbb{R}$ ). Un ensemble (non vide)  $\mathcal{E}$  est muni de la structure d'espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  par la donnée d'une application

$$\mathcal{E} \times \mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$

$$(A,B) \mapsto \overrightarrow{AB}$$

Espace affine

Définition

Exemples

Opérations

Premières propriétés

Barycentre et repère

Sous-espaces affi

Applications affine

Convexes

#### Définition

Soit  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel (si non précisé, sur  $\mathbb{R}$ ). Un ensemble (non vide)  $\mathcal{E}$  est muni de la structure d'espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  par la donnée d'une application

$$\mathcal{E} \times \mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$

$$(A,B) \mapsto \overrightarrow{AB}$$

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \text{ (relation de Chasles)}$
- $\forall A \in \mathcal{E}, \vec{v} \in \vec{\mathcal{E}}, \exists |B \in \mathcal{E} \text{ t.q. } \overrightarrow{AB} = \vec{v} \ (B = A + \vec{v})$

Espace affine

Définition

Exemples

Opérations

Premières propriétés

Barycentre et repèr

Sous-espaces affi

Applications affine

Convexes

#### Définition

Soit  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel (si non précisé, sur  $\mathbb{R}$ ). Un ensemble (non vide)  $\mathcal{E}$  est muni de la structure d'espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  par la donnée d'une application

$$\mathcal{E} \times \mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$

$$(A,B) \mapsto \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \text{ (relation de Chasles)}$$



Espace affine

Définition

Exemples

Opérations

Premières propriétés

Barycentre et repère

Sous-espaces affi

Applications affines

Convexes

#### Définition

Soit  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel (si non précisé, sur  $\mathbb{R}$ ). Un ensemble (non vide)  $\mathcal{E}$  est muni de la structure d'espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  par la donnée d'une application

$$\mathcal{E} \times \mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$

$$(A, B) \mapsto \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$
 (relation de Chasles)

$$\mathbf{Z} \quad \forall A \in \mathcal{E}, \vec{v} \in \overrightarrow{\mathcal{E}}, \exists ! B \in \mathcal{E} \text{ t.q. } \overrightarrow{AB} = \vec{v} \ (B = A + \vec{v})$$

Espace affine

Définition

Exemples

Opérations

Premières propriétés

Barycentre et repère

Sous-espaces affi

Applications affine

Convexes

#### Définition

Soit  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel (si non précisé, sur  $\mathbb{R}$ ). Un ensemble (non vide)  $\mathcal{E}$  est muni de la structure d'espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  par la donnée d'une application

$$\mathcal{E} \times \mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$
$$(A, B) \mapsto \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$
 (relation de Chasles)

$$\mathbf{Z} \ \forall A \in \mathcal{E}, \ \overrightarrow{v} \in \overrightarrow{\mathcal{E}}, \ \exists ! B \in \mathcal{E} \ \text{t.q.} \ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{v} \ (B = A + \overrightarrow{v})$$

### La dimension d'un espace affine

pace arrin

Définition

Opération

Premières propi

Barycentre et repèr

Sous-espaces affine

Applications affin

Convexe

#### Définition

L'espace affine  $\mathcal E$  est de dimension n si sa direction, l'espace vectoriel  $\overline{\mathcal E}$ , est de dimension n.

#### Les espaces vectoriels

Space affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Tout espace vectoriel  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  peut être muni naturellement d'une structure d'espace affine, avec direction lui-même, via l'application :

$$\overrightarrow{A}$$

$$(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}) \mapsto \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}$$

#### Convention

Dans la suite, tous les espaces vectoriels vont être considérés munis de cette structure naturelle d'espace affine.

#### Les espaces vectoriels

espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Tout espace vectoriel  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  peut être muni naturellement d'une structure d'espace affine, avec direction lui-même, via l'application :

$$\overrightarrow{\mathcal{E}} \times \overrightarrow{\mathcal{E}} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$
$$(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}) \mapsto \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}$$

#### Convention

Dans la suite, tous les espaces vectoriels vont être considérés munis de cette structure naturelle d'espace affine.

# Les droites (sous-espaces) affines

Le sous-ensemble de  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathcal{E} = \{(x, y) \mid x + y = 1\}$  est un espace affine de

direction  $\vec{\mathcal{E}} = \{(x, y) \mid x + y = 0\}$ , via l'application

$$\mathcal{E} \times \mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$
$$(A, B) \mapsto \overrightarrow{AB} = B - A$$

# Les droites (sous-espaces) affines

Le sous-ensemble de  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathcal{E} = \{(x, y) \mid x + y = 1\}$  est un espace affine de direction  $\vec{\mathcal{E}} = \{(x, y) \mid x + y = 0\}$ , via l'application

$$\mathcal{E} \times \mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$
$$(A, B) \mapsto \overrightarrow{AB} = B - A$$

#### Question

Comment peut-on généraliser cet exemple?

### Les solutions des équations différentiels linéaires

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Barycentre et repèr

Applications affi

...

L'ensemble des solutions S de l'équation différentielle  $y'+y=\sin(x)$  est un espace affine avec direction  $S^*$ , l'ensemble des solutions de l'équation homogène (y'+y=0) via :

$$S \times S \longrightarrow S^*$$
  
 $(f_1, f_2) \mapsto f_2 - f_1$ 

#### Question

Comment peut-on généraliser cet exemple?

### Les solutions des équations différentiels linéaires

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Barycentre et repèr Sous-espaces affine L'ensemble des solutions S de l'équation différentielle  $y'+y=\sin(x)$  est un espace affine avec direction  $S^*$ , l'ensemble des solutions de l'équation homogène (y'+y=0) via :

$$S \times S \longrightarrow S^*$$
  
 $(f_1, f_2) \mapsto f_2 - f_1$ 

#### Question

Comment peut-on généraliser cet exemple?

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

En fixant un point  $\Omega$  d'un espace affine  $\mathcal{E}$ , on peut définir sur celui-ci une structure d'espace vectoriel via la bijection :

$$\mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$

$$R \mapsto \overrightarrow{OR}$$

- **II** L'origine de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  est le point  $\Omega$ .
- $\square$  Avec l'écriture  $\Omega + v$ , les opérations sont
  - $= (\Omega + \overline{v}) + (\Omega + \overline{w}) = (\Omega + \overline{v} + \overline{w}).$
  - $= \lambda(32 + v) = 32 + \lambda v.$

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

En fixant un point  $\Omega$  d'un espace affine  $\mathcal{E}$ , on peut définir sur celui-ci une structure d'espace vectoriel via la bijection :

$$\mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$

$$R \mapsto \overrightarrow{OR}$$

- 1 L'origine de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  est le point  $\Omega$ .
- 2 Avec l'écriture  $\Omega + \overrightarrow{v}$ , les opérations sont
  - $(\Omega + \overrightarrow{v}) + (\Omega + \overrightarrow{w}) = (\Omega + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}).$
  - $\lambda(\Omega + \overline{V}) = \Omega + \lambda \overline{V}$

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

En fixant un point  $\Omega$  d'un espace affine  $\mathcal{E}$ , on peut définir sur celui-ci une structure d'espace vectoriel via la bijection :

$$\mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$

$$R \mapsto \overrightarrow{OR}$$

- Cet espace vectoriel est noté  $\mathcal{E}_\Omega$  et est isomorphe (par définition) à  $\dot{\mathcal{E}}$  .
  - **1** L'origine de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  est le point  $\Omega$ .
  - 2 Avec l'écriture  $\Omega + \vec{v}$ , les opérations sont
    - $(\Omega + \overrightarrow{v}) + (\Omega + \overrightarrow{w}) = (\Omega + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}).$
    - $\lambda(\Omega + \overline{V}) = \Omega + \lambda \overline{V}$

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

En fixant un point  $\Omega$  d'un espace affine  $\mathcal{E}$ , on peut définir sur celui-ci une structure d'espace vectoriel via la bijection :

$$\mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$
$$B \mapsto \overrightarrow{\Omega B}$$

- **1** L'origine de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  est le point  $\Omega$ .
- 2 Avec l'écriture  $\Omega + \vec{v}$ , les opérations sont :

$$(\Omega + \overrightarrow{v}) + (\Omega + \overrightarrow{w}) = (\Omega + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}).$$

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

En fixant un point  $\Omega$  d'un espace affine  $\mathcal{E}$ , on peut définir sur celui-ci une structure d'espace vectoriel via la bijection :

$$\mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$

$$B \mapsto \overrightarrow{\Omega B}$$

- **1** L'origine de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  est le point  $\Omega$ .
- 2 Avec l'écriture  $\Omega + \vec{v}$ , les opérations sont :

$$\lambda(\Omega + \overrightarrow{v}) = \Omega + \lambda \overrightarrow{v}.$$

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

En fixant un point  $\Omega$  d'un espace affine  $\mathcal{E}$ , on peut définir sur celui-ci une structure d'espace vectoriel via la bijection :

$$\mathcal{E} \longrightarrow \overrightarrow{\mathcal{E}}$$
$$B \mapsto \overrightarrow{\Omega B}$$

- **1** L'origine de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  est le point  $\Omega$ .
- 2 Avec l'écriture  $\Omega + \vec{v}$ , les opérations sont :

$$(\Omega + \overrightarrow{v}) + (\Omega + \overrightarrow{w}) = (\Omega + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}).$$

### Produit d'espaces affines

space affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Barycentre et repère

Sous-espaces attine

Applications affir

Soient  $\mathcal{E}$  et  $\overline{\mathcal{F}}$  deux espaces affines, sur le même corps, de directions respectives  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$ .

On définit la structure d'espace affine *produit* sur  $\mathcal{E} \times \mathcal{F}$  de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}} \times \overrightarrow{\mathcal{F}}$  par :

$$\overrightarrow{(A,B)(C,D)} := (\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}).$$

#### Premières propriétés

Soit  $\mathcal{E}$  un  $\mathbb{K}$ -espace affine de direction  $\hat{\mathcal{E}}$ .

 $A \in \mathcal{E} \implies \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \text{ et } A + \overrightarrow{0} = A.$ 

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Dam..................................

Applications affines

Convexe

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \text{ et } A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \overrightarrow{v}) + \overrightarrow{w} = A + (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}) (\overrightarrow{\mathcal{E}} \text{ agit sur } \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ (ABCD est un parallélogramme)}.$$

$$(A + \overrightarrow{v})(B + \overrightarrow{w}) = AB - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$$

Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie  $(AB = B - A)$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie»

#### space affine éfinition cemples pérations

Premières propriétés

Barycentre et repere

Sous-espaces affi

Applications affine

Convexe

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \text{ et } A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \vec{v}) + \vec{w} = A + (\vec{v} + \vec{w}) \ (\vec{\mathcal{E}} \ agit \ sur \ \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} (ABCD \text{ est un parallélogramme})$$

$$(A + \overrightarrow{v})(B + \overrightarrow{w}) = A\overrightarrow{B} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie  $(AB = B - A)$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie»

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Rarycentre et renères

Applications affines

Convexe

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \ \text{et} \ A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \overrightarrow{v}) + \overrightarrow{w} = A + (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}) (\overrightarrow{\mathcal{E}} \text{ agit sur } \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} (ABCD \text{ est un parallélogramme})$$

$$(A + \overrightarrow{v})(B + \overrightarrow{w}) = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie  $(AB = B - A)$ .

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définiex

Premières propriétés

Soit  $\mathcal{E}$  un  $\mathbb{K}$ -espace affine de direction  $\hat{\mathcal{E}}$ .

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \text{ et } A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \vec{v}) + \vec{w} = A + (\vec{v} + \vec{w}) \ (\vec{\mathcal{E}} \ agit \ sur \ \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ (ABCD est un parallélogramme)}.$$

$$(A + \overrightarrow{v})(B + \overrightarrow{w}) = AB - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie  $(AB = B - A)$ .

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^{\kappa} \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie»

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Barvcentre et repères

Sous espaces affines

Applications affines

Convexe

Soit  $\mathcal E$  un  $\mathbb K$ -espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal E}$ .

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \ \text{et} \ A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \overrightarrow{v}) + \overrightarrow{w} = A + (\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}) (\overrightarrow{\mathcal{E}} \text{ agit sur } \mathcal{E}).$$

**5** 
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$
 (ABCD est un parallélogramme).

$$(A + \overrightarrow{v})(B + \overrightarrow{w}) = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

Si  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 0$  alors  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie (AB = B - A).

lacksquare Si  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$  alors  $\sum_{i=1}^n \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie

■ Si  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \notin \{0,1\}$  alors  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définies

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations
Premières propriétés

Ranycentre et renères

Applications affines

Convexe

Soit  $\mathcal E$  un  $\mathbb K$ -espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal E}$ .

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \ \text{et} \ A + \overrightarrow{0} = A.$$

2 
$$A, B \in \mathcal{E} \implies \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$
.

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \vec{v}) + \vec{w} = A + (\vec{v} + \vec{w}) \ (\vec{\mathcal{E}} \ agit \ sur \ \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ (ABCD est un parallélogramme)}.$$

$$\overrightarrow{(A+\overrightarrow{v})(B+\overrightarrow{w})} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

**7** Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

Si  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 0$  alors  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie (AB = B - A).

■ Si  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$  alors  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien definic

■ Si  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \notin \{0,1\}$  alors  $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie»

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications affines

Convexe

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \ \text{et} \ A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \vec{v}) + \vec{w} = A + (\vec{v} + \vec{w}) \ (\vec{\mathcal{E}} \ agit \ sur \ \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ (ABCD est un parallélogramme)}.$$

$$\overrightarrow{(A+\overrightarrow{v})(B+\overrightarrow{w})} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

**7** Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$  est bien définie  $(\overrightarrow{AB} = B - A)$ .

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie.

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie».

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications affines

Convexe

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \ \text{et} \ A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \vec{v}) + \vec{w} = A + (\vec{v} + \vec{w}) \ (\vec{\mathcal{E}} \ agit \ sur \ \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ (ABCD est un parallélogramme)}.$$

$$\overrightarrow{(A+\overrightarrow{v})(B+\overrightarrow{w})} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

**7** Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$  est bien définie  $(\overrightarrow{AB} = B - A)$ .

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{k} \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie.

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie».

# Espace affine Définition Exemples Opérations

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications affines

Convexe

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \ \text{et} \ A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \vec{v}) + \vec{w} = A + (\vec{v} + \vec{w}) \ (\vec{\mathcal{E}} \ agit \ sur \ \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ (ABCD est un parallélogramme)}.$$

$$\overrightarrow{(A+\overrightarrow{v})(B+\overrightarrow{w})} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

**7** Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$  est bien définie  $(\overrightarrow{AB} = B - A)$ .

• Si 
$$\sum_{i=1}^{k} \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie.

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie».

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations

Barycentre et renère

Sous-espaces affines

Applications affine

Convexe

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \ \text{et} \ A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \vec{v}) + \vec{w} = A + (\vec{v} + \vec{w}) \ (\vec{\mathcal{E}} \ agit \ sur \ \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ (ABCD est un parallélogramme)}.$$

$$\overrightarrow{(A+\overrightarrow{v})(B+\overrightarrow{w})} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

**7** Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$  est bien définie  $(\overrightarrow{AB} = B - A)$ .

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{k} \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie.

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie».

Espace affine
Définition
Exemples
Opérations

Barycentre et renère

Sous-espaces affines

Applications affine

Convexe

$$\mathbf{1} \ A \in \mathcal{E} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \ \text{et} \ A + \overrightarrow{0} = A.$$

$$\exists A + \overrightarrow{v} = B \quad \Leftrightarrow \quad \forall (\exists) C \in \mathcal{E}, \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB}.$$

$$(A + \vec{v}) + \vec{w} = A + (\vec{v} + \vec{w}) \ (\vec{\mathcal{E}} \ agit \ sur \ \mathcal{E}).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \text{ (ABCD est un parallélogramme)}.$$

$$\overrightarrow{(A+\overrightarrow{v})(B+\overrightarrow{w})} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}.$$

**7** Soient 
$$A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$$
 et  $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{K}$ 

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i = 0$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$  est bien définie  $(\overrightarrow{AB} = B - A)$ .

■ Si 
$$\sum_{i=1}^{k} \lambda_i = 1$$
 alors  $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i \in \mathcal{E}$  est bien définie.

■ Si 
$$\sum_{i=1}^k \lambda_i \notin \{0,1\}$$
 alors  $\sum_{i=1}^k \lambda_i A_i$  «n'est pas bien définie».

#### Définition du barycentre

Espace affine

Barycentre et repères Barycentre

Repère

Sous-espaces arrin

Applications affine

#### Définition-Proposition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$  et  $\mu_1, \ldots, \mu_k \in \mathbb{K}$  tels que  $\sum_{i=1}^k \mu_i \neq 0$ , alors il existe un unique point G qui satisfait une des conditions équivalentes :

$$G = \sum_{i=1}^{k} \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^{k} \mu_i} A_i.$$

$$\sum_{i=1}^{\kappa} \mu_i GA_i = 0$$

Le point G est le barycentre des des points pondérées  $\{(A_1, \mu_1), \dots, (A_k, \mu_k)\}$ , et les  $\{\mu_i\}$  sont appelés les poids.

#### Définition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$ , leur isobarycentre est le barycentre de ces points pondérés du même poids non nul (qui peut être pris égal à  $\frac{1}{L}$ , ou à 1).

#### Définition du barycentre

Espace affine

Barycentre et repères Barycentre

Propriét Repère

Sous-espaces affin

Applications affine

#### Définition-Proposition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$  et  $\mu_1, \ldots, \mu_k \in \mathbb{K}$  tels que  $\sum_{i=1}^k \mu_i \neq 0$ , alors il existe un unique point G qui satisfait une des conditions équivalentes :

$$\mathbf{I} \quad G = \sum_{i=1}^{k} \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^{k} \mu_i} A_i.$$

$$\sum_{i=1}^{\kappa} \mu_i GA_i = 0$$

Le point G est le barycentre des des points pondérées  $\{(A_1, \mu_1), \dots, (A_k, \mu_k)\}$ , et les  $\{\mu_i\}$  sont appelés les poids.

#### Définition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$ , leur isobarycentre est le barycentre de ces points pondérés du même poids non nul (qui peut être pris égal à  $\frac{1}{L}$ , ou à 1).

#### Définition du barycentre

Espace affine

Barycentre et repères Barycentre

Propriétés Repère

Sous-espaces affin

Applications affine

Définition-Proposition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$  et  $\mu_1, \ldots, \mu_k \in \mathbb{K}$  tels que  $\sum_{i=1}^k \mu_i \neq 0$ , alors il existe un unique point G qui satisfait une des conditions équivalentes :

$$\mathbf{I} G = \sum_{i=1}^{k} \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^{k} \mu_i} A_i.$$

$$\forall (\exists) M \in \mathcal{E}, \ (\sum_{i=1}^k \mu_i) \overrightarrow{MG} = \sum_{i=1}^k \mu_i \overrightarrow{MA}_i.$$

$$\sum_{i=1}^{k} \mu_i \overrightarrow{GA_i} = 0$$

Le point G est le barycentre des des points pondérées  $\{(A_1, \mu_1), \dots, (A_k, \mu_k)\}$ , et les  $\{\mu_i\}$  sont appelés les poids.

#### Définition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$ , leur isobarycentre est le barycentre de ces points pondérés du même poids non nul (qui peut être pris égal à  $\frac{1}{L}$ , ou à 1).

### Définition du barycentre

Espace affine

Barycentre et repères Barycentre

Propriétés Repère

Sous-espaces affin

Applications affine

Définition-Proposition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$  et  $\mu_1, \ldots, \mu_k \in \mathbb{K}$  tels que  $\sum_{i=1}^k \mu_i \neq 0$ , alors il existe un unique point G qui satisfait une des conditions équivalentes :

$$\mathbf{I} G = \sum_{i=1}^{k} \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^{k} \mu_i} A_i.$$

$$\sum_{i=1}^k \mu_i \overrightarrow{GA_i} = 0.$$

Le point G est le barycentre des des points pondérées  $\{(A_1, \mu_1), \dots, (A_k, \mu_k)\}$ , et les  $\{\mu_i\}$  sont appelés les poids.

#### Définition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$ , leur isobarycentre est le barycentre de ces points pondérés du même poids non nul (qui peut être pris égal à  $\frac{1}{L}$ , ou à 1).

### Définition du barycentre

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affin

Applications affine

#### Définition-Proposition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$  et  $\mu_1, \ldots, \mu_k \in \mathbb{K}$  tels que  $\sum_{i=1}^k \mu_i \neq 0$ , alors il existe un unique point G qui satisfait une des conditions équivalentes :

$$\mathbf{I} G = \sum_{i=1}^{k} \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^{k} \mu_i} A_i.$$

$$\sum_{i=1}^k \mu_i \overrightarrow{GA_i} = 0.$$

Le point G est le barycentre des des points pondérées  $\{(A_1, \mu_1), \dots, (A_k, \mu_k)\}$ , et les  $\{\mu_i\}$  sont appelés les poids.

#### Définition

Soient  $A_1, \ldots, A_k \in \mathcal{E}$ , leur isobarycentre est le barycentre de ces points pondérés du même poids non nul (qui peut être pris égal à  $\frac{1}{k}$ , ou à 1).

Espace affine

Propriétés

Barycentre et repères Barycentre

Sous-espaces affin

Applications affine

- I Si on remplace les poids  $\mu_i$  par  $\lambda \mu_i$  pour  $\lambda \neq 0$ , le barycentre ne change pas.
- Si on rajoute un point pondéré par un poids nul, le barycentre ne change pas.
- Soit  $\mathcal{E} \times \mathcal{F}$  un espace affine produit. Le barycentre des points pondérés  $\{((A_1, B_1), \mu_1), \dots, ((A_k, B_k), \mu_k)\}$  est  $G = (G_A, G_B)$ , où  $G_A$  est le barycentre de  $\{(A_1, \mu_1), \dots, (A_k, \mu_k)\}$  dans  $\mathcal{E}$  et  $G_B$  est le barycentre de  $\{(B_1, \mu_1), \dots, (B_k, \mu_k)\}$  dans  $\mathcal{F}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Barycentre

Propriétés

Sous-espaces affine

Applications affine

- I Si on remplace les poids  $\mu_i$  par  $\lambda \mu_i$  pour  $\lambda \neq 0$ , le barycentre ne change pas.
- Si on rajoute un point pondéré par un poids nul, le barycentre ne change pas.
- Soit  $\mathcal{E} \times \mathcal{F}$  un espace affine produit. Le barycentre des points pondérés  $\{((A_1, B_1), \mu_1), \ldots, ((A_k, B_k), \mu_k)\}$  est  $G = (G_A, G_B)$ , où  $G_A$  est le barycentre de  $\{(A_1, \mu_1), \ldots, (A_k, \mu_k)\}$  dans  $\mathcal{E}$  et  $G_B$  est le barycentre de  $\{(B_1, \mu_1), \ldots, (B_k, \mu_k)\}$  dans  $\mathcal{F}$ .

Espace affine

Barycentre et repères
Barycentre
Propriétés

Sous-espaces affine

Applications affine Convexes

- I Si on remplace les poids  $\mu_i$  par  $\lambda \mu_i$  pour  $\lambda \neq 0$ , le barycentre ne change pas.
- 2 Si on rajoute un point pondéré par un poids nul, le barycentre ne change pas.
- Soit  $\mathcal{E} \times \mathcal{F}$  un espace affine produit. Le barycentre des points pondérés  $\{((A_1, B_1), \mu_1), \dots, ((A_k, B_k), \mu_k)\}$  est  $G = (G_A, G_B)$ , où  $G_A$  est le barycentre de  $\{(A_1, \mu_1), \dots, (A_k, \mu_k)\}$  dans  $\mathcal{E}$  et  $G_B$  est le barycentre de  $\{(B_1, \mu_1), \dots, (B_k, \mu_k)\}$  dans  $\mathcal{F}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Barycentre

Propriétés

Applications affine

- I Si on remplace les poids  $\mu_i$  par  $\lambda \mu_i$  pour  $\lambda \neq 0$ , le barycentre ne change pas.
- 2 Si on rajoute un point pondéré par un poids nul, le barycentre ne change pas.
- Soit  $\mathcal{E} \times \mathcal{F}$  un espace affine produit. Le barycentre des points pondérés  $\{((A_1, B_1), \mu_1), \dots, ((A_k, B_k), \mu_k)\}$  est  $G = (G_A, G_B)$ , où  $G_A$  est le barycentre de  $\{(A_1, \mu_1), \dots, (A_k, \mu_k)\}$  dans  $\mathcal{E}$ , et  $G_B$  est le barycentre de  $\{(B_1, \mu_1), \dots, (B_k, \mu_k)\}$  dans  $\mathcal{F}$ .

Espace affine

Propriétés

Barycentre et repères Barycentre

Sous-espaces affine

Applications affin

Conveyes

Soient  $\{A_i\}_{i\in I}$  des points de  $\mathcal{E}$  et  $\{\mu_i\}_{i\in I}$  des scalaires de somme non nulle, indexés par un ensemble I.

Soit une partition  $I = J_1 \sqcup \cdots \sqcup J_r$ , telle que  $\nu_k := \sum_{i \in J_k} \mu_i \neq 0$  pour chaque  $k \in \{1, \ldots, r\}$ .

On note  $G_k$  le barycentre de  $\{(A_i, \mu_i)\}_{i \in J_k}$ .

#### Proposition

Le barycentre G des points pondérés  $\{(A_i, \mu_i)\}_{i \in I}$  est aussi le barycentre des  $\{(G_k, \nu_k)\}_{k \in \{1, ..., r\}}$ .

Propriétés

Soient  $\{A_i\}_{i\in I}$  des points de  $\mathcal{E}$  et  $\{\mu_i\}_{i\in I}$  des scalaires de somme non nulle, indexés par un ensemble 1.

Soit une partition  $I = J_1 \sqcup \cdots \sqcup J_r$ , telle que  $\nu_k := \sum_{i \in I_r} \mu_i \neq 0$  pour chaque  $k \in \{1, \ldots, r\}$ .

Propriétés

Soient  $\{A_i\}_{i\in I}$  des points de  $\mathcal{E}$  et  $\{\mu_i\}_{i\in I}$  des scalaires de somme non nulle, indexés par un ensemble 1.

Soit une partition  $I = J_1 \sqcup \cdots \sqcup J_r$ , telle que  $\nu_k := \sum_{i \in J_k} \mu_i \neq 0$  pour chaque  $k \in \{1, \ldots, r\}$ .

On note  $G_k$  le barycentre de  $\{(A_i, \mu_i)\}_{i \in J_k}$ .

Espace affine

Barycentre et repères Barycentre Propriétés

Sous-espaces affin

Applications affir

Convexes

Soient  $\{A_i\}_{i\in I}$  des points de  $\mathcal{E}$  et  $\{\mu_i\}_{i\in I}$  des scalaires de somme non nulle, indexés par un ensemble I.

Soit une partition  $I = J_1 \sqcup \cdots \sqcup J_r$ , telle que  $\nu_k := \sum_{i \in J_k} \mu_i \neq 0$  pour chaque  $k \in \{1, \ldots, r\}$ .

On note  $G_k$  le barycentre de  $\{(A_i, \mu_i)\}_{i \in J_k}$ .

#### Proposition

Le barycentre G des points pondérés  $\{(A_i, \mu_i)\}_{i \in I}$  est aussi le barycentre des  $\{(G_k, \nu_k)\}_{k \in \{1, ..., r\}}$ .

Espace affine

Barycentre et repère:

Barycentre

Propriétés

Sous-espaces affine

Applications affine

Soit  $(A_0, \ldots, A_n)$  un (n+1)-uplet de l'espace affine  $\mathcal{E}$ .

#### Définition-Proposition

On dit que  $(A_0, \ldots, A_n)$  est un repère affine de  $\mathcal{E}$  s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- $\blacksquare (A_0A_1,\ldots,A_0A_n)$  est une base de  $\mathcal{E}$
- Pour tout point B de  $\mathcal{E}$  il existe un unique (n+1)-uplet de poids  $(\mu_0, \dots, \mu_n)$ , avec  $\sum_{i=0}^n \mu_i = 1$  et  $B = \sum_{i=1}^n \mu_i A_i$ .

Espace affine

Barycentre et repères
Barycentre
Propriétés
Renère

Sous-espaces affine

Applications affine

Convexes

Soit  $(A_0, \ldots, A_n)$  un (n+1)-uplet de l'espace affine  $\mathcal{E}$ .

#### Définition-Proposition

On dit que  $(A_0, \ldots, A_n)$  est un repère affine de  $\mathcal E$  s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- $\blacksquare (\overrightarrow{A_0A_1}, \dots, \overrightarrow{A_0A_n})$  est une base de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$
- Pour tout point B de  $\mathcal{E}$  il existe un unique (n+1)-uplet de poids  $(\mu_0, \dots, \mu_n)$ , avec  $\sum_{i=0}^n \mu_i = 1$  et  $B = \sum_{i=1}^n \mu_i A_i$ .

Espace arrine

Barycentre et repères
Barycentre
Propriétés
Repère

Sous-espaces affine

Applications affine

Conveyes

Soit  $(A_0, \ldots, A_n)$  un (n+1)-uplet de l'espace affine  $\mathcal{E}$ .

#### Définition-Proposition

On dit que  $(A_0, \ldots, A_n)$  est un repère affine de  $\mathcal E$  s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- $(\overrightarrow{A_0A_1},\ldots,\overrightarrow{A_0A_n}) \text{ est une base de } \overrightarrow{\mathcal{E}}.$
- Pour tout point B de  $\mathcal{E}$  il existe un unique (n+1)-uplet de poids  $(\mu_0, \dots, \mu_n)$ , avec  $\sum_{i=0}^n \mu_i = 1$  et  $B = \sum_{i=1}^n \mu_i A_i$ .

Espace affine

Barycentre et repères
Barycentre
Propriétés
Renère

Sous-espaces affine

Applications affine

Convexes

Soit  $(A_0, \ldots, A_n)$  un (n+1)-uplet de l'espace affine  $\mathcal{E}$ .

#### Définition-Proposition

On dit que  $(A_0, \ldots, A_n)$  est un repère affine de  $\mathcal{E}$  s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- 2 Pour tout point B de  $\mathcal{E}$  il existe un unique (n+1)-uplet de poids  $(\mu_0, \dots, \mu_n)$ , avec  $\sum_{i=0}^n \mu_i = 1$  et  $B = \sum_{i=1}^n \mu_i A_i$ .

Espace affine

Barycentre et repères
Barycentre
Propriétés

Sous-espaces affine

Applications affine

Soit  $A = (A_0, \ldots, A_n)$  un repère affine de  $\mathcal{E}$ .

#### Définition

Pour  $B \in \mathcal{E}$ , on dit que  $(x_1, \dots, x_n)_A$  sont les coordonnées cartésiennes de B dans le repère A, si  $\overline{A_0B} = \sum_{i=1}^n x_i \overline{A_0A_i}$ .

#### Définition

Pour  $B \in \mathcal{E}$ , on dit que  $[\mu_0, \dots, \mu_n]_{\mathcal{A}}$  sont les coordonnées barycentriques de B dans le repère  $\mathcal{A}$ , si  $\sum_{i=0}^n \mu_i = 1$  et  $B = \sum_{i=0}^n \mu_i \mathcal{A}_i$ .

La relation entre ces deux systèmes de coordonnées est

$$\mu_i = x_i, \forall i = 1, ..., n \text{ et } \mu_0 = 1 - \sum_{i=1}^n x_i$$

Espace affine

Barycentre et repère:

Repère

Sous-espaces affin

Soit  $\mathcal{A} = (A_0, \dots, A_n)$  un repère affine de  $\mathcal{E}$ .

#### Définition

Pour  $B \in \mathcal{E}$ , on dit que  $(x_1, \dots, x_n)_A$  sont les coordonnées cartésiennes de B dans le repère A, si  $\overrightarrow{A_0B} = \sum_{i=1}^n x_i \overrightarrow{A_0A_i}$ .

#### Définition

Pour  $B \in \mathcal{E}$ , on dit que  $[\mu_0, \dots, \mu_n]_{\mathcal{A}}$  sont les coordonnées barycentriques de B dans le repère  $\mathcal{A}$ , si  $\sum_{i=0}^n \mu_i = 1$  et  $B = \sum_{i=0}^n \mu_i A_i$ .

La relation entre ces deux systèmes de coordonnées est  $\mu_i = x_i, \forall i = 1, ..., n$  et  $\mu_0 = 1 - \sum_{i=1}^n x_i$ .

Soit  $\mathcal{A} = (A_0, \dots, A_n)$  un repère affine de  $\mathcal{E}$ .

#### Définition

Pour  $B \in \mathcal{E}$ , on dit que  $(x_1, \dots, x_n)_A$  sont les coordonnées cartésiennes de B dans le repère A, si  $\overrightarrow{A_0B} = \sum_{i=1}^n x_i \overrightarrow{A_0A_i}$ .

#### Définition

Pour  $B \in \mathcal{E}$ , on dit que  $[\mu_0, \dots, \mu_n]_A$  sont les coordonnées barycentriques de B dans le repère A, si  $\sum_{i=0}^{n} \mu_i = 1$  et  $B = \sum_{i=0}^{n} \mu_i A_i$ .

Espace affine

Barycentre et repères
Barycentre
Propriétés

Sous-espaces affine

Soit  $\mathcal{A} = (A_0, \dots, A_n)$  un repère affine de  $\mathcal{E}$ .

#### Définition

Pour  $B \in \mathcal{E}$ , on dit que  $(x_1, \dots, x_n)_{\mathcal{A}}$  sont les coordonnées cartésiennes de B dans le repère  $\mathcal{A}$ , si  $\overrightarrow{A_0B} = \sum_{i=1}^n x_i \overrightarrow{A_0A_i}$ .

#### Définition

Pour  $B \in \mathcal{E}$ , on dit que  $[\mu_0, \dots, \mu_n]_{\mathcal{A}}$  sont les coordonnées barycentriques de B dans le repère  $\mathcal{A}$ , si  $\sum_{i=0}^n \mu_i = 1$  et  $B = \sum_{i=0}^n \mu_i A_i$ .

La relation entre ces deux systèmes de coordonnées est :

$$\mu_i = x_i, \forall i = 1, ..., n \text{ et } \mu_0 = 1 - \sum_{i=1}^n x_i.$$

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine
Définition

Applications affine

Soit  ${\mathcal E}$  un espace affine.

#### Définition-Proposition

Un sous-ensemble non vide  $\mathcal{F}\subset\mathcal{E}$  est dit sous-espace affine s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- Il existe un sous-espace vectoriel  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\Omega \in \mathcal{E}$  tels que  $\mathcal{F} = \Omega + \overrightarrow{\mathcal{F}}$ .
- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{F}$ ,  $\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .
- ${f 3}$   ${\cal F}$  est stable par barycentres

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Définition

Exemples

Applications affine

Soit  ${\mathcal E}$  un espace affine.

#### Définition-Proposition

Un sous-ensemble non vide  $\mathcal{F}\subset\mathcal{E}$  est dit sous-espace affine s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- 1 Il existe un sous-espace vectoriel  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\Omega \in \mathcal{E}$  tels que  $\mathcal{F} = \Omega + \overrightarrow{\mathcal{F}}$ .
- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{F}$ ,  $\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .
- ${f 3}$   ${\cal F}$  est stable par barycentres.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine
Définition
Exemples

Applications affine

Soit  ${\mathcal E}$  un espace affine.

#### Définition-Proposition

Un sous-ensemble non vide  $\mathcal{F}\subset\mathcal{E}$  est dit sous-espace affine s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- 1 Il existe un sous-espace vectoriel  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\Omega \in \mathcal{E}$  tels que  $\mathcal{F} = \Omega + \overrightarrow{\mathcal{F}}$ .
- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{F}$ ,  $\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .
- ${f 3}$   ${\cal F}$  est stable par barycentres

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine
Définition
Exemples

Applications affine

Soit  ${\mathcal E}$  un espace affine.

#### Définition-Proposition

Un sous-ensemble non vide  $\mathcal{F}\subset\mathcal{E}$  est dit sous-espace affine s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- 1 Il existe un sous-espace vectoriel  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\Omega \in \mathcal{E}$  tels que  $\mathcal{F} = \Omega + \overrightarrow{\mathcal{F}}$ .
- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{F}$ ,  $\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .
- ${f 3}$   ${\cal F}$  est stable par barycentres.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine
Définition
Exemples

Applications affine Convexes Soit  ${\mathcal E}$  un espace affine.

#### Définition-Proposition

Un sous-ensemble non vide  $\mathcal{F}\subset\mathcal{E}$  est dit sous-espace affine s'il satisfait une des conditions équivalentes :

- 1 Il existe un sous-espace vectoriel  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\Omega \in \mathcal{E}$  tels que  $\mathcal{F} = \Omega + \overrightarrow{\mathcal{F}}$ .
- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{F}, \mathcal{F} \text{ est un sous-espace vectoriel de } \mathcal{E}_{\Omega}.$
- ${f 3}$   ${\cal F}$  est stable par barycentres.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Exemples Propriétés

Applications affin

#### Soit $\mathcal{E}$ un espace affine de dimension n.

- 1 Les sous-espaces affines de dimension 0 sont les points  $\{M\}$  de  $\mathcal{E}$
- **2** Les sous-espaces affines de dimension 1 sont appelés des droites affines.
- **3** Les sous-espaces affines de dimension 2 sont appelés des plans affines.
- Les sous-espaces affines de dimension n-1 sont appelés des hyperplans affines.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Exemples

Applications affin

Soit  $\mathcal{E}$  un espace affine de dimension n.

- **1** Les sous-espaces affines de dimension 0 sont les points  $\{M\}$  de  $\mathcal{E}$ .
- **2** Les sous-espaces affines de dimension 1 sont appelés des droites affines.
- **3** Les sous-espaces affines de dimension 2 sont appelés des plans affines.
- Les sous-espaces affines de dimension n-1 sont appelés des hyperplans affines.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Exemples

Applications affin

Soit  $\mathcal{E}$  un espace affine de dimension n.

- **1** Les sous-espaces affines de dimension 0 sont les points  $\{M\}$  de  $\mathcal{E}$ .
- 2 Les sous-espaces affines de dimension 1 sont appelés des droites affines.
- 3 Les sous-espaces affines de dimension 2 sont appelés des plans affines.
- Les sous-espaces affines de dimension n-1 sont appelés des hyperplans affines.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Exemples

Applications affin

Soit  $\mathcal{E}$  un espace affine de dimension n.

- **1** Les sous-espaces affines de dimension 0 sont les points  $\{M\}$  de  $\mathcal{E}$ .
- 2 Les sous-espaces affines de dimension 1 sont appelés des droites affines.
- 3 Les sous-espaces affines de dimension 2 sont appelés des plans affines.
- Les sous-espaces affines de dimension n-1 sont appelés des hyperplans affines.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Exemples

Propriétés

Convexes

Soit  $\mathcal{E}$  un espace affine de dimension n.

- **1** Les sous-espaces affines de dimension 0 sont les points  $\{M\}$  de  $\mathcal{E}$ .
- 2 Les sous-espaces affines de dimension 1 sont appelés des droites affines.
- Les sous-espaces affines de dimension 2 sont appelés des plans affines.
- 4 Les sous-espaces affines de dimension n-1 sont appelés des hyperplans affines.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Exemple

Propriétés

Convexes

Soit  $\mathcal{E}$  un espace affine de dimension n.

- **1** Les sous-espaces affines de dimension 0 sont les points  $\{M\}$  de  $\mathcal{E}$ .
- 2 Les sous-espaces affines de dimension 1 sont appelés des droites affines.
- 3 Les sous-espaces affines de dimension 2 sont appelés des plans affines.
- 4 Les sous-espaces affines de dimension n-1 sont appelés des hyperplans affines.

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affin

Exemples Propriétés

Applications affin Convexes

Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels, et  $\overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}})$  une application linéaire.

#### Proposition

Pour tout  $\vec{v} \in \text{Im } \vec{\phi} \subset \vec{\mathcal{F}}$ , l'image réciproque  $\vec{\phi}^{-1}(\vec{v})$  est un sous-espace affine de  $\vec{\mathcal{E}}$  de direction  $\text{Ker } \vec{\phi}$ .

- En particulier, en prenant  $\phi(x,y)=x+y$  de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  et  $\overline{V}=1$ , on retrouve le sous-espace affine  $\mathcal{E}=\{(x,y)\mid x+y=1\}$  de direction  $\overline{\mathcal{E}}=\{(x,y)\mid x+y=0\}$ .
- L'ensemble S des solutions d'un système linéaire AX = B est vide ou est un sous-espace affine de direction l'ensemble  $S^*$  des solutions homogènes AX = 0. Et  $S = X_0 + S'$ , où  $X_0$  est une solution particulière.

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine Définition Exemples

Applications affin Convexes

Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels, et  $\overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}})$  une application linéaire.

#### Proposition

Pour tout  $\overrightarrow{v} \in \operatorname{Im} \overrightarrow{\phi} \subset \overrightarrow{\mathcal{F}}$ , l'image réciproque  $\overrightarrow{\phi}^{-1}(\overrightarrow{v})$  est un sous-espace affine de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  de direction  $\operatorname{Ker} \overrightarrow{\phi}$ .

- I En particulier, en prenant  $\overline{\phi}(x,y) = x + y$  de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  et  $\overline{v} = 1$ , on retrouve le sous-espace affine  $\mathcal{E} = \{(x,y) \mid x+y=1\}$  de direction  $\overline{\mathcal{E}} = \{(x,y) \mid x+y=0\}$ .
- L'ensemble S des solutions d'un système linéaire AX = B est vide on est un sous-espace affine de direction l'ensemble  $S^*$  des solutions homogènes AX = 0. Et  $S = X_0 + S'$ , où  $X_0$  est une solution particulière.

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine
Définition
Exemples

Applications affine Convexes

Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels, et  $\overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}})$  une application linéaire.

#### Proposition

Pour tout  $\overrightarrow{v} \in \operatorname{Im} \overrightarrow{\phi} \subset \overrightarrow{\mathcal{F}}$ , l'image réciproque  $\overrightarrow{\phi}^{-1}(\overrightarrow{v})$  est un sous-espace affine de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  de direction  $\operatorname{Ker} \overrightarrow{\phi}$ .

- I En particulier, en prenant  $\overrightarrow{\phi}(x,y) = x + y$  de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  et  $\overrightarrow{v} = 1$ , on retrouve le sous-espace affine  $\mathcal{E} = \{(x,y) \mid x+y=1\}$  de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}} = \{(x,y) \mid x+y=0\}$ .
- L'ensemble S des solutions d'un système linéaire AX = B est vide or est un sous-espace affine de direction l'ensemble  $S^*$  des solutions homogènes AX = 0. Et  $S = X_0 + S'$ , où  $X_0$  est une solution particulière.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine
Définition
Exemples
Propriétés

Applications affine Convexes

Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels, et  $\overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}})$  une application linéaire.

#### Proposition

Pour tout  $\overrightarrow{v} \in \operatorname{Im} \overrightarrow{\phi} \subset \overrightarrow{\mathcal{F}}$ , l'image réciproque  $\overrightarrow{\phi}^{-1}(\overrightarrow{v})$  est un sous-espace affine de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  de direction  $\operatorname{Ker} \overrightarrow{\phi}$ .

- In particulier, en prenant  $\overrightarrow{\phi}(x,y) = x + y$  de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  et  $\overrightarrow{v} = 1$ , on retrouve le sous-espace affine  $\mathcal{E} = \{(x,y) \mid x+y=1\}$  de direction  $\overrightarrow{\mathcal{E}} = \{(x,y) \mid x+y=0\}$ .
- 2 L'ensemble  $\mathcal S$  des solutions d'un système linéaire AX=B est vide ou est un sous-espace affine de direction l'ensemble  $\mathcal S^*$  des solutions homogènes AX=0. Et  $\mathcal S=X_0+\mathcal S'$ , où  $X_0$  est une solution particulière.

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Exemples Propriétés

Applications affine

Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel et  $\mathcal{F}$  un sous-espace affine de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$ .

- 1  $\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel ssi  $0 \in \mathcal{F}$ .
- 2  $\mathcal{F}$  est un hyperplan affine ssi il existe une forme linéaire non nulle  $\overrightarrow{\phi} \in \overrightarrow{\mathcal{E}}^*$  et  $a \in \mathbb{R}$ , tels que  $\mathcal{F} = \overrightarrow{\phi}^{-1}(a)$ .
- Tous les sous-espaces affines de  $\mathbb{R}^n$  sont des ensembles de solutions de systèmes linéaires.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine
Définition
Exemples

Applications affine

Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel et  $\mathcal{F}$  un sous-espace affine de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$ .

- 1  $\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel ssi  $0 \in \mathcal{F}$ .
- $\overrightarrow{\phi} \in \overrightarrow{\mathcal{E}}^*$  et  $a \in \mathbb{R}$ , tels que  $\mathcal{F} = \overrightarrow{\phi}^{-1}(a)$ .
- Tous les sous-espaces affines de  $\mathbb{R}^n$  sont des ensembles de solutions de systèmes linéaires.

## Les sous-espaces affines d'un espace vectoriel

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine
Définition
Exemples

Applications affine

Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel et  $\mathcal{F}$  un sous-espace affine de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$ .

- **1**  $\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel ssi  $0 \in \mathcal{F}$ .
- 2  $\mathcal{F}$  est un hyperplan affine ssi il existe une forme linéaire non nulle  $\overrightarrow{\phi} \in \overrightarrow{\mathcal{E}}^*$  et  $a \in \mathbb{R}$ , tels que  $\mathcal{F} = \overrightarrow{\phi}^{-1}(a)$ .
- Tous les sous-espaces affines de  $\mathbb{R}^n$  sont des ensembles de solutions de systèmes linéaires.

## Les sous-espaces affines d'un espace vectoriel

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine Définition Exemples

Applications affine

Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  un espace vectoriel et  $\mathcal{F}$  un sous-espace affine de  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$ .

- **1**  $\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel ssi  $0 \in \mathcal{F}$ .
- 2  $\mathcal{F}$  est un hyperplan affine ssi il existe une forme linéaire non nulle  $\overrightarrow{\phi} \in \overrightarrow{\mathcal{E}}^*$  et  $a \in \mathbb{R}$ , tels que  $\mathcal{F} = \overrightarrow{\phi}^{-1}(a)$ .
- 3 Tous les sous-espaces affines de  $\mathbb{R}^n$  sont des ensembles de solutions de systèmes linéaires.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine

#### Définition

On dit que deux (plusieurs) sous-espaces affines d'un même espace affine sont parallèles s'ils ont la même direction. (C'est une relation d'équivalence.)

- Deux sous-espaces parallèles sont disjoints ou confondus
- Par tout point d'un espace affine, il passe une unique droite (sous-espace) parallèle à une droite (sous-espace) donnée.

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Exemple

Propriétés

Applications affine
Convexes

#### Définition

On dit que deux (plusieurs) sous-espaces affines d'un même espace affine sont parallèles s'ils ont la même direction. (C'est une relation d'équivalence.)

- Deux sous-espaces parallèles sont disjoints ou confondus
- Par tout point d'un espace affine, il passe une unique droite (sous-espace) parallèle à une droite (sous-espace) donnée.

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Exemple

Propriétés

Applications affine Convexes

#### Définition

On dit que deux (plusieurs) sous-espaces affines d'un même espace affine sont parallèles s'ils ont la même direction. (C'est une relation d'équivalence.)

- Deux sous-espaces parallèles sont disjoints ou confondus
- Par tout point d'un espace affine, il passe une unique droite (sous-espace) donnée.

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine Convexes

#### Définition

On dit que deux (plusieurs) sous-espaces affines d'un même espace affine sont parallèles s'ils ont la même direction. (C'est une relation d'équivalence.)

- 1 Deux sous-espaces parallèles sont disjoints ou confondus.
- 2 Par tout point d'un espace affine, il passe une unique droite (sous-espace) parallèle à une droite (sous-espace) donnée.

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine Convexes

#### Définition

On dit que deux (plusieurs) sous-espaces affines d'un même espace affine sont parallèles s'ils ont la même direction. (C'est une relation d'équivalence.)

Attention : «disjoints» ≠ «parallèles».

- Deux sous-espaces parallèles sont disjoints ou confondus.
- 2 Par tout point d'un espace affine, il passe une unique droite (sous-espace) parallèle à une droite (sous-espace) donnée.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine

#### Définition

On dit que deux (plusieurs) sous-espaces affines d'un même espace affine sont parallèles s'ils ont la même direction. (C'est une relation d'équivalence.)

- 1 Deux sous-espaces parallèles sont disjoints ou confondus.
- 2 Par tout point d'un espace affine, il passe une unique droite (sous-espace) parallèle à une droite (sous-espace) donnée.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Exemple

Propriétés

Applications affin

#### Proposition

L'intersection de deux sous-espaces affines  ${\mathcal F}$  et  ${\mathcal G}$  est :

- vide, ou
- $\blacksquare$  un sous-espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} \cap \overrightarrow{\mathcal{G}}$ .

#### Proposition

$$\overrightarrow{AB} \notin \overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$$

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Exemple

Propriétés

Applications affin

### Proposition

L'intersection de deux sous-espaces affines  ${\mathcal F}$  et  ${\mathcal G}$  est :

- vide, ou
- $\blacksquare$  un sous-espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} \cap \overrightarrow{\mathcal{G}}$ .

#### Proposition

$$\overrightarrow{AB} \notin \overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$$

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Exemple

Propriétés

Applications affine Convexes

### Proposition

L'intersection de deux sous-espaces affines  ${\mathcal F}$  et  ${\mathcal G}$  est :

- vide, ou
- lacksquare un sous-espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} \cap \overrightarrow{\mathcal{G}}$  .

#### Proposition

$$\overrightarrow{AB} \notin \overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$$

Espace affine

Barvcentre et repère

Sous-espaces affine

Exemples

Propriétés

Applications affine Convexes

### Proposition

L'intersection de deux sous-espaces affines  ${\mathcal F}$  et  ${\mathcal G}$  est :

- vide, ou
- lacksquare un sous-espace affine de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} \cap \overrightarrow{\mathcal{G}}$  .

#### **Proposition**

$$\overrightarrow{AB} \notin \overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$$
.

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affin

Convexes

#### Définition-Proposition

Soit  $\mathcal A$  un sous-ensemble non vide d'un espace affine  $\mathcal E$ . Le sous-espace affine  $\langle \mathcal A \rangle$  engendré par  $\mathcal A$  est défini par une des conditions équivalentes :

- $\blacksquare \langle A \rangle$  est le plus petit sous-espace affine contenant A.
- $oxed{2}$   $\langle \mathcal{A} 
  angle$  est l'intersection de tous les sous-espaces affines contenant  $\mathcal{A}$
- $raket{\mathcal{A}}$  est l'ensemble des barycentres de points de  $\mathcal A$
- $\forall (\exists) \Omega \in \mathcal{A}, \langle \mathcal{A} \rangle$  est le sous-espace vectoriel engendré par  $\mathcal{A}$  dans  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine

#### Définition-Proposition

Soit  $\mathcal A$  un sous-ensemble non vide d'un espace affine  $\mathcal E$ . Le sous-espace affine  $\langle \mathcal A \rangle$  engendré par  $\mathcal A$  est défini par une des conditions équivalentes :

- lacktriangledown  $\langle \mathcal{A} \rangle$  est le plus petit sous-espace affine contenant  $\mathcal{A}$ .
- $raket{\mathcal{A}}$  est l'ensemble des barycentres de points de  $\mathcal A$
- $\forall (\exists) \Omega \in \mathcal{A}, \langle \mathcal{A} \rangle$  est le sous-espace vectoriel engendré par  $\mathcal{A}$  dans  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affin

#### Définition-Proposition

Soit A un sous-ensemble non vide d'un espace affine  $\mathcal{E}$ . Le sous-espace affine  $\langle A \rangle$  engendré par A est défini par une des conditions équivalentes :

- $lacktriangledown \langle \mathcal{A} \rangle$  est le plus petit sous-espace affine contenant  $\mathcal{A}$ .
- $(\mathcal{A})$  est l'intersection de tous les sous-espaces affines contenant  $\mathcal{A}$ .
- $ra{A}$  est l'ensemble des barycentres de points de A
- $\forall (\exists) \Omega \in \mathcal{A}, \langle \mathcal{A} \rangle$  est le sous-espace vectoriel engendré par  $\mathcal{A}$  dans  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .

Espace affine

Barvcentre et repère

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affin

### Définition-Proposition

Soit A un sous-ensemble non vide d'un espace affine  $\mathcal{E}$ . Le sous-espace affine  $\langle A \rangle$  engendré par A est défini par une des conditions équivalentes :

- $lacktriangledown \langle \mathcal{A} \rangle$  est le plus petit sous-espace affine contenant  $\mathcal{A}$ .
- $\langle \mathcal{A} \rangle$  est l'ensemble des barycentres de points de  $\mathcal{A}$ .
- $\forall (\exists) \Omega \in \mathcal{A}, \langle \mathcal{A} \rangle$  est le sous-espace vectoriel engendré par  $\mathcal{A}$  dans  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Convexes

### Définition-Proposition

Soit A un sous-ensemble non vide d'un espace affine  $\mathcal{E}$ . Le sous-espace affine  $\langle A \rangle$  engendré par A est défini par une des conditions équivalentes :

- $lacktriangledown \langle \mathcal{A} \rangle$  est le plus petit sous-espace affine contenant  $\mathcal{A}$ .
- $\langle \mathcal{A} \rangle$  est l'ensemble des barycentres de points de  $\mathcal{A}$ .
- 4  $\forall (\exists) \Omega \in \mathcal{A}, \langle \mathcal{A} \rangle$  est le sous-espace vectoriel engendré par  $\mathcal{A}$  dans  $\mathcal{E}_{\Omega}$ .

## Somme de sous-espaces affines

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affines

Propriétés

Applications affines
Convexes

### Proposition

Soient  $\mathcal F$  et  $\mathcal G$  deux sous-espaces affines du même espace affine, et  $\langle \mathcal F, \mathcal G \rangle$  le sous-espace affine engendré par  $\mathcal F \cup \mathcal G$ .

**1** Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$ , e

 $\operatorname{\mathsf{dim}}\langle\mathcal{F},\mathcal{G}
angle = \operatorname{\mathsf{dim}}\left(\mathcal{F} + \mathcal{G}
ight)$ 

Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} = \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\mathcal{F} + \mathcal{G} + \mathcal{D}$ , où  $\mathcal{D}$  est une droite engendrée par  $\overrightarrow{AR}$  avec  $A \in \mathcal{F}$  et  $B \in \mathcal{G}$  et

 $\dim \langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle = \dim \left( \overline{\mathcal{F}} + \overline{\mathcal{G}} \right) + 1.$ 

## Somme de sous-espaces affines

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affines

Propriétés

Applications affine Convexes

### Proposition

Soient  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$  deux sous-espaces affines du même espace affine, et  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  le sous-espace affine engendré par  $\mathcal{F} \cup \mathcal{G}$ .

**1** Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$ , et

$$\dim\langle\mathcal{F},\mathcal{G}\rangle=\dim\left(\overrightarrow{\mathcal{F}}+\overrightarrow{\mathcal{G}}\right)$$

Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} = \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\mathcal{F} + \mathcal{G} + \mathcal{D}$ , où  $\mathcal{D}$  est une droite engendrée par  $\overrightarrow{AB}$  avec  $A \in \mathcal{F}$  et  $B \in \mathcal{G}$ , et

$$\dim\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle = \dim (\mathcal{F} + \mathcal{G}) + 1.$$

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affines

Propriétés

Applications affines
Convexes

### **Proposition**

Soient  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$  deux sous-espaces affines du même espace affine, et  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  le sous-espace affine engendré par  $\mathcal{F} \cup \mathcal{G}$ .

- 1 Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$ , et  $\dim \langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle = \dim \left( \overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}} \right)$ .
- 2 Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} = \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}} + \overrightarrow{D}$ , où  $\overrightarrow{D}$  est une droite engendrée par  $\overrightarrow{AB}$  avec  $A \in \mathcal{F}$  et  $B \in \mathcal{G}$ , et

 $\dim \langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle = \dim \left( \mathcal{F} + \mathcal{G} \right) + 1.$ 

## Somme de sous-espaces affines

Espace affine

Barvoentre et renères

Sous-espaces affines

Définition

Propriétés

Applications affine Convexes

### **Proposition**

Soient  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$  deux sous-espaces affines du même espace affine, et  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  le sous-espace affine engendré par  $\mathcal{F} \cup \mathcal{G}$ .

- 1 Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$ , et  $\dim \langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle = \dim \left( \overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}} \right)$ .
- 2 Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} = \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}} + \overrightarrow{D}$ , où  $\overrightarrow{D}$  est une droite engendrée par  $\overrightarrow{AB}$  avec  $A \in \mathcal{F}$  et  $B \in \mathcal{G}$ , et

$$\dim\langle\mathcal{F},\mathcal{G}\rangle = \dim\left(\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}\right) + 1$$

# Somme de sous-espaces affines

Espace affine

Rarycentre et renères

Sous-espaces affines

Propriétés

Applications affines
Convexes

#### Proposition

Soient  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$  deux sous-espaces affines du même espace affine, et  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  le sous-espace affine engendré par  $\mathcal{F} \cup \mathcal{G}$ .

- 1 Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}}$ , et  $\dim \langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle = \dim \left( \overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}} \right)$ .
- 2 Si  $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} = \emptyset$ , alors  $\langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle$  est de direction  $\overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}} + \overrightarrow{D}$ , où  $\overrightarrow{D}$  est une droite engendrée par  $\overrightarrow{AB}$  avec  $A \in \mathcal{F}$  et  $B \in \mathcal{G}$ , et  $\dim \langle \mathcal{F}, \mathcal{G} \rangle = \dim \left( \overrightarrow{\mathcal{F}} + \overrightarrow{\mathcal{G}} \right) + 1.$

## Familles affinement libres et génératrices

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications of

Convexes

Soit  ${\mathcal F}$  un sous-espace affine d'un espace affine  ${\mathcal E}.$ 

#### Définition

Soient  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  des points de  $\mathcal{F}$ . On dit que cette famille est affinement génératrice pour  $\mathcal{F}$  si  $\langle A_0, \ldots, A_k \rangle = \mathcal{F}$ .

#### Définition

Soient (k+1) points  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  de  $\mathcal{E}$ . On dit que cette famille est affinement libre si dim $\langle A_0, \ldots, A_k \rangle = k$ .

# Familles affinement libres et génératrices

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Proprietes

Convexes

Soit  ${\mathcal F}$  un sous-espace affine d'un espace affine  ${\mathcal E}.$ 

#### Définition

Soient  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  des points de  $\mathcal{F}$ . On dit que cette famille est affinement génératrice pour  $\mathcal{F}$  si  $\langle A_0, \ldots, A_k \rangle = \mathcal{F}$ .

#### Définition

Soient (k+1) points  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  de  $\mathcal{E}$ . On dit que cette famille est affinement libre si dim $\langle A_0, \ldots, A_k \rangle = k$ .

# Familles affinement libres et génératrices

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine

Soit  ${\mathcal F}$  un sous-espace affine d'un espace affine  ${\mathcal E}.$ 

#### Définition

Soient  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  des points de  $\mathcal{F}$ . On dit que cette famille est affinement génératrice pour  $\mathcal{F}$  si  $\langle A_0, \ldots, A_k \rangle = \mathcal{F}$ .

#### **Définition**

Soient (k+1) points  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  de  $\mathcal{E}$ . On dit que cette famille est affinement libre si dim $\langle A_0, \ldots, A_k \rangle = k$ .

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine

Soit  ${\mathcal F}$  un sous-espace affine d'un espace affine  ${\mathcal E}.$ 

### Proposition

- $\blacksquare \{A_0, \ldots, A_k\}$  est affinement libre et génératrice pour  $\mathcal{F}$ .
- $\{A_0,\ldots,A_k\}$  est une famille génératrice minimale pour  $\mathcal{F}$ .
- $\{A_0,\ldots,A_k\}$  est une famille libre maximale de  $\mathcal{F}$

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine
Convexes

Soit  ${\mathcal F}$  un sous-espace affine d'un espace affine  ${\mathcal E}.$ 

### Proposition

- **1**  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  est affinement libre et génératrice pour  $\mathcal{F}$ .
- $\{A_0,\ldots,A_k\}$  est une famille génératrice minimale pour  $\mathcal{F}$ .
- $\{A_0,\ldots,A_k\}$  est une famille libre maximale de  $\mathcal{F}$

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine Convexes Soit  ${\mathcal F}$  un sous-espace affine d'un espace affine  ${\mathcal E}.$ 

### Proposition

- **1**  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  est affinement libre et génératrice pour  $\mathcal{F}$ .
- $\{A_0,\ldots,A_k\}$  est une famille génératrice minimale pour  $\mathcal{F}$ .
- $\{A_0,\ldots,A_k\}$  est une famille libre maximale de  $\mathcal{F}$

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Propriétés

Applications affine Convexes Soit  ${\mathcal F}$  un sous-espace affine d'un espace affine  ${\mathcal E}.$ 

### Proposition

- **1**  $\{A_0, \ldots, A_k\}$  est affinement libre et génératrice pour  $\mathcal{F}$ .
- $\{A_0,\ldots,A_k\}$  est une famille génératrice minimale pour  $\mathcal{F}$ .
- $\{A_0,\ldots,A_k\}$  est une famille libre maximale de  $\mathcal{F}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications

Définitio

Exemple

GA

Convexe

Soient  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$  deux espaces affines de directions  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$ .

### Définition-Proposition

Une application  $\phi: \mathcal{E} \to \mathcal{F}$  est dite affine si elle satisfait une des trois conditions équivalentes :

- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{E}, \ \phi \in \mathcal{L}(\mathcal{E}_{\Omega}, \mathcal{F}_{\phi(\Omega)})$
- $\exists \overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}}) \text{ telle que } \forall A, B \in \mathcal{E}$

$$\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{\phi(A)\phi(B)}$$

 $(\overrightarrow{\phi}$  est unique et est appelée partie linéaire de  $\phi$ .)

 $\emptyset$  préserve les barycentres, c.-à.-d. pour  $\sum_{i=0}^k \mu_i = 1$ 

$$\phi(\sum_{i=0}^k \mu_i A_i) = \sum_{i=0}^k \mu_i \phi(A_i).$$

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications af

Définition

Proprié

Convexe

Soient  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$  deux espaces affines de directions  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$ .

### Définition-Proposition

Une application  $\phi: \mathcal{E} \to \mathcal{F}$  est dite affine si elle satisfait une des trois conditions équivalentes :

- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{E}, \ \phi \in \mathcal{L}(\mathcal{E}_{\Omega}, \mathcal{F}_{\phi(\Omega)}).$
- $\exists \overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}}) \text{ telle que } \forall A, B \in \mathcal{E}$

$$\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{\phi(A)\phi(B)}$$

 $(\overrightarrow{\phi}$  est unique et est appelée partie linéaire de  $\phi$ .)

 $\blacksquare$   $\phi$  préserve les barycentres, c.-à.-d. pour  $\sum_{i=0}^k \mu_i = 1$ 

$$\phi(\sum_{i=0}^k \mu_i A_i) = \sum_{i=0}^k \mu_i \phi(A_i).$$

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications

Définitio Exemples Propriété

Convexe

Soient  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$  deux espaces affines de directions  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$ .

### Définition-Proposition

Une application  $\phi: \mathcal{E} \to \mathcal{F}$  est dite affine si elle satisfait une des trois conditions équivalentes :

- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{E}, \ \phi \in \mathcal{L}(\mathcal{E}_{\Omega}, \mathcal{F}_{\phi(\Omega)}).$
- $\exists \overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}}) \text{ telle que } \forall A, B \in \mathcal{E},$

$$\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{\phi(A)\phi(B)}.$$

 $(\overline{\phi}$  est unique et est appelée partie linéaire de  $\phi$ .)

 $\phi$  préserve les barycentres, c.-à.-d. pour  $\sum_{i=0}^k \mu_i = 1$ 

$$\phi(\sum_{i=0}^k \mu_i A_i) = \sum_{i=0}^k \mu_i \phi(A_i).$$

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications aff

Définitio Exemple: Propriété

Convexe

Soient  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$  deux espaces affines de directions  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$ .

### Définition-Proposition

Une application  $\phi: \mathcal{E} \to \mathcal{F}$  est dite affine si elle satisfait une des trois conditions équivalentes :

- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{E}, \ \phi \in \mathcal{L}(\mathcal{E}_{\Omega}, \mathcal{F}_{\phi(\Omega)}).$
- $\exists \overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}}) \text{ telle que } \forall A, B \in \mathcal{E},$

$$\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{\phi(A)\phi(B)}.$$

 $(\overrightarrow{\phi}$  est unique et est appelée partie linéaire de  $\phi$ .)

 $\phi$  préserve les barycentres, c.-à.-d. pour  $\sum_{i=0}^k \mu_i = 1$ 

$$\phi(\sum_{i=0}^k \mu_i A_i) = \sum_{i=0}^k \mu_i \phi(A_i).$$

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications affi

Définition Exemples Propriété

Convexe

Soient  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$  deux espaces affines de directions  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$ .

### Définition-Proposition

Une application  $\phi: \mathcal{E} \to \mathcal{F}$  est dite affine si elle satisfait une des trois conditions équivalentes :

- $\exists (\forall) \Omega \in \mathcal{E}, \ \phi \in \mathcal{L}(\mathcal{E}_{\Omega}, \mathcal{F}_{\phi(\Omega)}).$
- $\exists \overrightarrow{\phi} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}}, \overrightarrow{\mathcal{F}}) \text{ telle que } \forall A, B \in \mathcal{E},$

$$\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{\phi(A)\phi(B)}.$$

 $(\overrightarrow{\phi}$  est unique et est appelée partie linéaire de  $\phi$ .)

**3**  $\phi$  préserve les barycentres, c.-à.-d. pour  $\sum_{i=0}^k \mu_i = 1$ 

$$\phi(\sum_{i=0}^k \mu_i A_i) = \sum_{i=0}^k \mu_i \phi(A_i).$$

# Exemples d'applications affines

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Définition

Exemple

Propriét GA

Convexe

- Les applications constantes sont affines, de partie vectorielle 0.
- **2** Les applications affines de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  sont de la forme  $x \mapsto ax + b$ .
- Is Les applications affines de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^m$  sont de la forme  $X\mapsto AX+B$ , où  $M\in\mathcal{M}_{m,n}$  et  $B\in\mathbb{R}^m$ .
- Les applications affines de  $\mathbb C$  dans  $\mathbb C$ , vu comme  $\mathbb R$ -espace vectoriel, sont de la forme  $z\mapsto az+b\overline z+c$ , où  $a,b,c\in\mathbb C$ .
- Les translations  $T_{\overrightarrow{v}}: M \mapsto M + \overrightarrow{v}$  (où  $\overrightarrow{v} \in E$ ) sont des automorphismes affines de E.
- 6 Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels. Les applications affines sont toutes de la forme  $\overrightarrow{x} \mapsto \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x}) + \overrightarrow{v} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{v}} \circ \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x})$ , où  $\overrightarrow{\phi}$  est linéaire

# Exemples d'applications affines

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

.

Définition Exemples Propriété

Convexe

- **1** Les applications constantes sont affines, de partie vectorielle 0.
- **2** Les applications affines de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  sont de la forme  $x \mapsto ax + b$ .
- Is Les applications affines de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^m$  sont de la forme  $X \mapsto AX + B$ , où  $M \in \mathcal{M}_{m,n}$  et  $B \in \mathbb{R}^m$ .
- Les applications affines de  $\mathbb C$  dans  $\mathbb C$ , vu comme  $\mathbb R$ -espace vectoriel, sont de la forme  $z\mapsto az+b\overline z+c$ , où  $a,b,c\in\mathbb C$ .
- Les translations  $T_{\overrightarrow{v}}: M \mapsto M + \overrightarrow{v}$  (où  $\overrightarrow{v} \in E$ ) sont des automorphismes affines de E.
- 6 Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels. Les applications affines sont toutes de la forme  $\overrightarrow{x} \mapsto \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x}) + \overrightarrow{v} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{v}} \circ \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x})$ , où  $\overrightarrow{\phi}$  est linéaire

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Définitio Exemples

- **1** Les applications constantes sont affines, de partie vectorielle 0.
- **2** Les applications affines de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  sont de la forme  $x \mapsto ax + b$ .
- Is Les applications affines de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^m$  sont de la forme  $X\mapsto AX+B$ , où  $M\in\mathcal{M}_{m,n}$  et  $B\in\mathbb{R}^m$ .
- Les applications affines de  $\mathbb C$  dans  $\mathbb C$ , vu comme  $\mathbb R$ -espace vectoriel sont de la forme  $z\mapsto az+b\overline z+c$ , où  $a,b,c\in\mathbb C$ .
- Les translations  $T_{\overrightarrow{v}}: M \mapsto M + \overrightarrow{v}$  (où  $\overrightarrow{v} \in E$ ) sont des automorphismes affines de E.
- 6 Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels. Les applications affines sont toutes de la forme  $\overrightarrow{x} \mapsto \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x}) + \overrightarrow{v} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{v}} \circ \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x})$ , où  $\overrightarrow{\phi}$  est linéaire

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications a

Exemples Propriété

- **1** Les applications constantes sont affines, de partie vectorielle 0.
- **2** Les applications affines de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  sont de la forme  $x \mapsto ax + b$ .
- Is Les applications affines de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^m$  sont de la forme  $X\mapsto AX+B$ , où  $M\in\mathcal{M}_{m,n}$  et  $B\in\mathbb{R}^m$ .
- Les applications affines de  $\mathbb C$  dans  $\mathbb C$ , vu comme  $\mathbb R$ -espace vectoriel sont de la forme  $z\mapsto az+b\overline z+c$ , où  $a,b,c\in\mathbb C$ .
- Les translations  $T_{\vec{v}}: M \mapsto M + \vec{v}$  (où  $\vec{v} \in \vec{E}$ ) sont des automorphismes affines de  $\vec{E}$ .
- 6 Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels. Les applications affines sont toutes de la forme  $\overrightarrow{x} \mapsto \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x}) + \overrightarrow{v} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{v}} \circ \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x})$ , où  $\overrightarrow{\phi}$  est linéaire

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications off

Exemples
Propriété

- **1** Les applications constantes sont affines, de partie vectorielle 0.
- **2** Les applications affines de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  sont de la forme  $x \mapsto ax + b$ .
- Is Les applications affines de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^m$  sont de la forme  $X\mapsto AX+B$ , où  $M\in\mathcal{M}_{m,n}$  et  $B\in\mathbb{R}^m$ .
- 4 Les applications affines de  $\mathbb C$  dans  $\mathbb C$ , vu comme  $\mathbb R$ -espace vectoriel, sont de la forme  $z\mapsto az+b\overline z+c$ , où  $a,b,c\in\mathbb C$ .
- Les translations  $T_{\vec{v}}: M \mapsto M + \vec{v}$  (où  $\vec{v} \in \vec{E}$ ) sont des automorphismes affines de  $\vec{E}$ .
- 6 Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels. Les applications affines sont toutes de la forme  $\overrightarrow{x} \mapsto \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x}) + \overrightarrow{v} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{v}} \circ \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x})$ , où  $\overrightarrow{\phi}$  est linéaire

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications a

Exemple: Propriété

- 1 Les applications constantes sont affines, de partie vectorielle 0.
- **2** Les applications affines de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  sont de la forme  $x \mapsto ax + b$ .
- Les applications affines de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^m$  sont de la forme  $X\mapsto AX+B$ , où  $M\in\mathcal{M}_{m,n}$  et  $B\in\mathbb{R}^m$ .
- 4 Les applications affines de  $\mathbb C$  dans  $\mathbb C$ , vu comme  $\mathbb R$ -espace vectoriel, sont de la forme  $z\mapsto az+b\overline z+c$ , où  $a,b,c\in\mathbb C$ .
- Les translations  $T_{\overrightarrow{v}}: M \mapsto M + \overrightarrow{v}$  (où  $\overrightarrow{v} \in \overrightarrow{E}$ ) sont des automorphismes affines de E.
- Soient  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$  deux espaces vectoriels. Les applications affines sont toutes de la forme  $\overrightarrow{x} \mapsto \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x}) + \overrightarrow{v} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{v}} \circ \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x})$ , où  $\overrightarrow{\phi}$  est linéaire

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications aff

Exemple:

- 1 Les applications constantes sont affines, de partie vectorielle 0.
- **2** Les applications affines de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  sont de la forme  $x \mapsto ax + b$ .
- Les applications affines de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^m$  sont de la forme  $X\mapsto AX+B$ , où  $M\in\mathcal{M}_{m,n}$  et  $B\in\mathbb{R}^m$ .
- Les applications affines de  $\mathbb C$  dans  $\mathbb C$ , vu comme  $\mathbb R$ -espace vectoriel, sont de la forme  $z\mapsto az+b\overline z+c$ , où  $a,b,c\in\mathbb C$ .
- Les translations  $T_{\overrightarrow{v}}: M \mapsto M + \overrightarrow{v}$  (où  $\overrightarrow{v} \in \overrightarrow{E}$ ) sont des automorphismes affines de E.
- Soient  $\overrightarrow{\mathcal{E}}$  et  $\overrightarrow{\mathcal{F}}$  deux espaces vectoriels. Les applications affines sont toutes de la forme  $\overrightarrow{x} \mapsto \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x}) + \overrightarrow{v} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{v}} \circ \overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{x})$ , où  $\overrightarrow{\phi}$  est linéaire.

#### Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

#### Applications a

Définition Exemples

GA

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{F})$  et  $\psi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{F},\mathcal{G})$ , alors  $\psi \circ \phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{G})$  et a pour partie linéaire  $\overrightarrow{\psi} \circ \overrightarrow{\phi}$ .

#### Proposition

Soit  $\phi \in Aff(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ ,  $\mathcal{A} \subset \mathcal{E}$  et  $\mathcal{B} \subset \mathcal{F}$ 

Ainsi les images de trois points alignés sont alignées.

#### Proposition

Pour donner une application affine il suffit de donner .

- la partie linéaire et l'image d'un point
- ou l'image d'un repère.

#### Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications a

Définition Exemples Propriétés

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{F})$  et  $\psi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{F},\mathcal{G})$ , alors  $\psi \circ \phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{G})$  et a pour partie linéaire  $\overrightarrow{\psi} \circ \overrightarrow{\phi}$ .

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ ,  $\mathcal{A} \subset \mathcal{E}$  et  $\mathcal{B} \subset \mathcal{F}$ .

- $2 \phi^{-1}(\mathcal{B})$  est vide ou un s.e.a. de  $\mathcal{E}$  de direction  $\overrightarrow{\phi}^{-1}(\overrightarrow{\mathcal{B}})$ .

Ainsi les images de trois points alignés sont alignées.

#### Proposition

Pour donner une application affine il suffit de donner .

- la partie linéaire et l'image d'un point
- ou l'image d'un repère.

#### Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications a

Définition Exemples Propriétés

Convexe

#### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{F})$  et  $\psi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{F},\mathcal{G})$ , alors  $\psi \circ \phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{G})$  et a pour partie linéaire  $\overrightarrow{\psi} \circ \overrightarrow{\phi}$ .

### Proposition

*Soit*  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ ,  $\mathcal{A} \subset \mathcal{E}$  *et*  $\mathcal{B} \subset \mathcal{F}$ .

Ainsi les images de trois points alignés sont alignées.

### Proposition

Pour donner une application affine il suffit de donner :

- 1 la partie linéaire et l'image d'un point
  - ou l'image d'un repère.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications a

Définition
Exemples
Propriétés

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{F})$  et  $\psi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{F},\mathcal{G})$ , alors  $\psi \circ \phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{G})$  et a pour partie linéaire  $\overrightarrow{\psi} \circ \overrightarrow{\phi}$ .

### Proposition

*Soit*  $\phi \in Aff(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ ,  $\mathcal{A} \subset \mathcal{E}$  *et*  $\mathcal{B} \subset \mathcal{F}$ .

- $\bullet$   $\phi(\mathcal{A})$  est un s.e.a. de  $\mathcal{F}$  de direction  $\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{\mathcal{A}})$ .

Ainsi les images de trois points alignés sont alignées.

#### Proposition

Pour donner une application affine il suffit de donner :

- 1 la partie linéaire et l'image d'un point,
- 2 ou l'image d'un repère.

#### Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications

Définition

Exemple **Propriét** GA

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{F})$  et  $\psi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{F},\mathcal{G})$ , alors  $\psi \circ \phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E},\mathcal{G})$  et a pour partie linéaire  $\psi \circ \phi$ .

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ ,  $\mathcal{A} \subset \mathcal{E}$  et  $\mathcal{B} \subset \mathcal{F}$ .

- **1**  $\phi(A)$  est un s.e.a. de  $\mathcal{F}$  de direction  $\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{A})$ .

Ainsi les images de trois points alignés sont alignées.

#### Proposition

Pour donner une application affine il suffit de donner :

- I la partie linéaire et l'image d'un point,
- 2 ou l'image d'un repère.

## Les translations (définition)

Espace affine

Barvoentre et renères

Sous-espaces affine

#### Applications affine

Définition Exemple

Propriéte

Convexe

### Définition-Proposition

Une translation est une application affine  $T \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$  qui satisfait une des conditions équivalentes :

- 1 elle est de la forme  $T = T_{\vec{v}} : M \mapsto M + \vec{v}$ , où  $\vec{v} \in \hat{\mathcal{E}}$ ,
- $oldsymbol{2}$  sa partie linéaire est  $\phi = \operatorname{Id} \in \mathcal{L}(\mathcal{E})$

## Les translations (définition)

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications affine

Définition Exemple

Propriété

Convexe

### Définition-Proposition

Une translation est une application affine  $T \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$  qui satisfait une des conditions équivalentes :

- 1 elle est de la forme  $T = T_{\vec{v}} : M \mapsto M + \vec{v}$ , où  $\vec{v} \in \vec{\mathcal{E}}$ ,
- 2 sa partie linéaire est  $\overrightarrow{\phi} = \operatorname{Id} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}})$

## Les translations (définition)

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affin

Applications affine

Définition Exemples

Convexe

### Définition-Proposition

Une translation est une application affine  $T \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$  qui satisfait une des conditions équivalentes :

- **1** elle est de la forme  $T = T_{\vec{v}} : M \mapsto M + \vec{v}$ , où  $\vec{v} \in \vec{\mathcal{E}}$ ,
- 2 sa partie linéaire est  $\overrightarrow{\phi} = \operatorname{Id} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}})$ .

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affin

Définitio

Propriété

- Une translation qui fixe un point est l'identité.
- 2  $T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}} = T_{\vec{v}+\vec{v}}$ : les translations forment un groupe abélien isomorphe à  $\vec{\mathcal{E}}$ .
- **3** Les translations de  $\mathbb C$  sont de la forme  $z\mapsto z+c$ , pour  $c\in\mathbb C$ .
- Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $\overrightarrow{v} \in \mathcal{E}$ , alors  $\phi \circ T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi^{-1} = T_{\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{v})}$ .

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affin

Définitio Exemple

Propriéte

- 1 Une translation qui fixe un point est l'identité.
- 2  $T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}} = T_{\vec{v}+\vec{v}}$ : les translations forment un groupe abélien isomorphe à  $\vec{\mathcal{E}}$ .
- **3** Les translations de  $\mathbb C$  sont de la forme  $z\mapsto z+c$ , pour  $c\in\mathbb C$ .
- Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $\overrightarrow{v} \in \mathcal{E}$ , alors  $\phi \circ T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi^{-1} = T_{\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{v})}$ .

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affin

Définitio Exemples

- 1 Une translation qui fixe un point est l'identité.
- 2  $T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}} = T_{\vec{v}+\vec{v}}$ : les translations forment un groupe abélien isomorphe à  $\vec{\mathcal{E}}$ .
- **3** Les translations de  $\mathbb C$  sont de la forme  $z\mapsto z+c$ , pour  $c\in\mathbb C$ .
- Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $\overrightarrow{v} \in \mathcal{E}$ , alors  $\phi \circ T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi^{-1} = T_{\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{v})}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Définitio Exemple

Propriété

- 1 Une translation qui fixe un point est l'identité.
- 2  $T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}} = T_{\vec{v}+\vec{v}}$ : les translations forment un groupe abélien isomorphe à  $\vec{\mathcal{E}}$ .
- **3** Les translations de  $\mathbb C$  sont de la forme  $z\mapsto z+c$ , pour  $c\in\mathbb C$ .
- 4 Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $\overrightarrow{v} \in \mathcal{E}$ , alors  $\phi \circ T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi^{-1} = T_{\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{v})}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Définition Exemples

- 1 Une translation qui fixe un point est l'identité.
- 2  $T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{v}} = T_{\vec{v}+\vec{v}}$ : les translations forment un groupe abélien isomorphe à  $\vec{\mathcal{E}}$ .
- **3** Les translations de  $\mathbb C$  sont de la forme  $z\mapsto z+c$ , pour  $c\in\mathbb C$ .
- Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $\overrightarrow{v} \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$ , alors  $\phi \circ T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi^{-1} = T_{\overrightarrow{\phi}(\overrightarrow{v})}$ .

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affin

Applications offi

Définition Exemple

Propriéte

Convexe

### Définition-Proposition

- H est une homothétie vectorielle de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  de rapport  $\lambda$ ;
- $\blacksquare$  H fixe  $\Omega$  et  $\overline{H} = \lambda \mathrm{Id} \in \mathcal{L}(\overline{\mathcal{E}})$ ;
- elle est de la forme  $H = H_{\Omega,\lambda} : M \mapsto \lambda M + (1 \lambda)\Omega$ .

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Applications at

Définition Exemples

Propriét

Convexe

### Définition-Proposition

- H est une homothétie vectorielle de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  de rapport  $\lambda$ ;
- H fixe  $\Omega$  et  $\overline{H} = \lambda \mathrm{Id} \in \mathcal{L}(\overline{\mathcal{E}})$ ;
- elle est de la forme  $H = H_{\Omega,\lambda} : M \mapsto \lambda M + (1 \lambda)\Omega$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications a

Définition Exemples

Propriét

Convexe

### Définition-Proposition

- H est une homothétie vectorielle de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  de rapport  $\lambda$ ;
- H fixe  $\Omega$  et  $\overrightarrow{H} = \lambda \mathrm{Id} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}})$ ;
- elle est de la forme  $H = H_{\Omega,\lambda} : M \mapsto \lambda M + (1 \lambda)\Omega$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications a

Définition Exemples Propriété

Convexe

### Définition-Proposition

- H est une homothétie vectorielle de  $\mathcal{E}_{\Omega}$  de rapport  $\lambda$ ;
- H fixe  $\Omega$  et  $\overrightarrow{H} = \lambda \mathrm{Id} \in \mathcal{L}(\overrightarrow{\mathcal{E}})$ ;
- elle est de la forme  $H = H_{\Omega,\lambda} : M \mapsto \lambda M + (1 \lambda)\Omega$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Définition

Propriétés

- 1 Une homothétie qui fixe deux points est l'identité.
- 2 Si  $\vec{H} = \lambda \mathrm{Id}$  avec  $\lambda \neq 1$ , alors H est une homothétie affine.
- Il La composée de deux homothéties, l'une de rapport  $\lambda$  et l'autre de rapport  $\mu$ , est :
  - Une homothétie de rapport  $\lambda \mu$ , si  $\lambda \mu \neq 1$ .
  - Une translation, si  $\lambda \mu = 1$
- Les homothéties  $h_{\omega,\lambda}$  du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$  sont de la forme  $z \mapsto \lambda z + (1-\lambda)w$ , pour  $\lambda \in \mathbb{R}, \omega \in \mathbb{C}$ .
- Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $h_{\Omega,\lambda}$  une homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $\lambda$ , alors  $\phi \circ h_{\Omega,\lambda} \circ \phi^{-1} = h_{\phi(\Omega),\lambda}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications a

Définitio

Propriétés

- 1 Une homothétie qui fixe deux points est l'identité.
- 2 Si  $H = \lambda Id$  avec  $\lambda \neq 1$ , alors H est une homothétie affine.
- 3 La composée de deux homothéties, l'une de rapport  $\lambda$  et l'autre de rapport  $\mu$ , est :
  - Une homothétie de rapport  $\lambda \mu$ , si  $\lambda \mu \neq 1$ .
  - Une translation, si  $\lambda \mu = 1$
- Les homothéties  $h_{\omega,\lambda}$  du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$  sont de la forme  $z \mapsto \lambda z + (1-\lambda)w$ , pour  $\lambda \in \mathbb{R}, \omega \in \mathbb{C}$ .
- 5 Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $h_{\Omega,\lambda}$  une homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $\lambda$ , alors  $\phi \circ h_{\Omega,\lambda} \circ \phi^{-1} = h_{\phi(\Omega),\lambda}$ .

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications

Définition

Propriét

\_

- 1 Une homothétie qui fixe deux points est l'identité.
- 2 Si  $\overrightarrow{H} = \lambda \operatorname{Id}$  avec  $\lambda \neq 1$ , alors H est une homothétie affine.
- 3 La composée de deux homothéties, l'une de rapport  $\lambda$  et l'autre de rapport  $\mu$ , est :
  - Une homothétie de rapport  $\lambda \mu$ , si  $\lambda \mu \neq 1$
  - lacksquare Une translation, si  $\lambda \mu = 1.$
- Les homothéties  $h_{\omega,\lambda}$  du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$  sont de la forme  $z \mapsto \lambda z + (1-\lambda)w$ , pour  $\lambda \in \mathbb{R}, \omega \in \mathbb{C}$ .
- 5 Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $h_{\Omega,\lambda}$  une homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $\lambda$ , alors  $\phi \circ h_{\Omega,\lambda} \circ \phi^{-1} = h_{\phi(\Omega),\lambda}$ .

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications

Définiti

Propriét

- 1 Une homothétie qui fixe deux points est l'identité.
- **2** Si  $\vec{H} = \lambda \text{Id}$  avec  $\lambda \neq 1$ , alors H est une homothétie affine.
- ${\bf 3}$  La composée de deux homothéties, l'une de rapport  $\lambda$  et l'autre de rapport  $\mu,$  est :
  - Une homothétie de rapport  $\lambda \mu$ , si  $\lambda \mu \neq 1$ .
  - Une translation, si  $\lambda \mu = 1$ .
- Les homothéties  $h_{\omega,\lambda}$  du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$  sont de la forme  $z \mapsto \lambda z + (1-\lambda)w$ , pour  $\lambda \in \mathbb{R}, \omega \in \mathbb{C}$ .
- 5 Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $h_{\Omega,\lambda}$  une homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $\lambda$ , alors  $\phi \circ h_{\Omega,\lambda} \circ \phi^{-1} = h_{\phi(\Omega),\lambda}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications

Définiti

Propriét

- 1 Une homothétie qui fixe deux points est l'identité.
- **2** Si  $\vec{H} = \lambda \text{Id}$  avec  $\lambda \neq 1$ , alors H est une homothétie affine.
- 3 La composée de deux homothéties, l'une de rapport  $\lambda$  et l'autre de rapport  $\mu$ , est :
  - Une homothétie de rapport  $\lambda \mu$ , si  $\lambda \mu \neq 1$ .
  - Une translation, si  $\lambda \mu = 1$ .
- Les homothéties  $h_{\omega,\lambda}$  du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$  sont de la forme  $z\mapsto \lambda z+(1-\lambda)w$ , pour  $\lambda\in\mathbb{R},\omega\in\mathbb{C}$ .
- Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $h_{\Omega,\lambda}$  une homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $\lambda$ , alors  $\phi \circ h_{\Omega,\lambda} \circ \phi^{-1} = h_{\phi(\Omega),\lambda}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications

Définition

Propriéte

- 1 Une homothétie qui fixe deux points est l'identité.
- **2** Si  $\vec{H} = \lambda \text{Id}$  avec  $\lambda \neq 1$ , alors H est une homothétie affine.
- ${\bf 3}$  La composée de deux homothéties, l'une de rapport  $\lambda$  et l'autre de rapport  $\mu$  , est :
  - Une homothétie de rapport  $\lambda\mu$ , si  $\lambda\mu \neq 1$ .
  - Une translation, si  $\lambda \mu = 1$ .
- Les homothéties  $h_{\omega,\lambda}$  du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$  sont de la forme  $z \mapsto \lambda z + (1-\lambda)w$ , pour  $\lambda \in \mathbb{R}, \omega \in \mathbb{C}$ .
- 5 Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $h_{\Omega,\lambda}$  une homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $\lambda$ , alors  $\phi \circ h_{\Omega,\lambda} \circ \phi^{-1} = h_{\phi(\Omega),\lambda}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications a

Définitio

Propriét

- I Une homothétie qui fixe deux points est l'identité.
- 2 Si  $\vec{H} = \lambda \text{Id}$  avec  $\lambda \neq 1$ , alors H est une homothétie affine.
- 3 La composée de deux homothéties, l'une de rapport  $\lambda$  et l'autre de rapport  $\mu$ , est :
  - Une homothétie de rapport  $\lambda\mu$ , si  $\lambda\mu \neq 1$ .
  - Une translation, si  $\lambda \mu = 1$ .
- 4 Les homothéties  $h_{\omega,\lambda}$  du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$  sont de la forme  $z\mapsto \lambda z+(1-\lambda)w$ , pour  $\lambda\in\mathbb{R},\omega\in\mathbb{C}$ .
- Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $h_{\Omega,\lambda}$  une homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $\lambda$ , alors  $\phi \circ h_{\Omega,\lambda} \circ \phi^{-1} = h_{\phi(\Omega),\lambda}$ .

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications

Définitio Exemple

GA

- 1 Une homothétie qui fixe deux points est l'identité.
- **2** Si  $\vec{H} = \lambda \text{Id}$  avec  $\lambda \neq 1$ , alors H est une homothétie affine.
- ${\bf 3}$  La composée de deux homothéties, l'une de rapport  $\lambda$  et l'autre de rapport  $\mu$  , est :
  - Une homothétie de rapport  $\lambda \mu$ , si  $\lambda \mu \neq 1$ .
  - Une translation, si  $\lambda \mu = 1$ .
- 4 Les homothéties  $h_{\omega,\lambda}$  du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$  sont de la forme  $z \mapsto \lambda z + (1-\lambda)w$ , pour  $\lambda \in \mathbb{R}, \omega \in \mathbb{C}$ .
- Soit  $\phi \in Aut(\mathcal{E})$  un automorphisme affine de  $\mathcal{E}$  et  $h_{\Omega,\lambda}$  une homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $\lambda$ , alors  $\phi \circ h_{\Omega,\lambda} \circ \phi^{-1} = h_{\phi(\Omega),\lambda}$ .

#### Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

#### Applications affine

Définition

Propriété

Convexes

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  possède un unique point fixe ssi  $\overline{\phi}$  possède un unique point fixe (forcément  $0 \in \overline{\mathcal{E}}$ ), autrement dit, ssi  $1 \notin \mathsf{Sp}(\overline{\phi})$ .

#### Proposition

Soit  $\vec{\mathcal{E}}_1 \neq 0$  l'ensemble de points fixes de  $\vec{\phi}$ , alors

- in si  $\phi$  possède un point fixe  $\Omega$ , l'ensemble de points fixes de  $\phi$  est  $\Omega + \overline{\mathcal{E}}_1$ :
- $\square$  si  $\phi$  n'a pas de points fixes, e

$$\operatorname{Ker}(\phi - \operatorname{Id}) \oplus \operatorname{Im}(\phi - \operatorname{Id}) = \overline{\mathcal{E}}$$

alors il existe un unique  $\overrightarrow{V} \in \mathcal{E}_1$  tel que  $T_{\overrightarrow{V}} \circ \phi$  possède un point fixe. Par ailleurs  $T_{\overrightarrow{V}} \circ \phi = \phi \circ T_{\overrightarrow{V}}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

#### Applications affine

Définition

GA

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  possède un unique point fixe ssi  $\overrightarrow{\phi}$  possède un unique point fixe (forcément  $0 \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$ ), autrement dit, ssi  $1 \notin \mathsf{Sp}(\overrightarrow{\phi})$ .

#### Proposition

Soit  $\vec{\mathcal{E}}_1 \neq 0$  l'ensemble de points fixes de  $\vec{\phi}$ , alors

In si  $\phi$  possède un point fixe  $\Omega$ , l'ensemble de points fixes de  $\phi$  est  $\Omega + \mathcal{E}_1$ ;

🔃 si φ n'a pas de points fixes, e

$$\operatorname{Ker}(\phi - \operatorname{Id}) \oplus \operatorname{Im}(\phi - \operatorname{Id}) = \mathcal{E}$$

alors il existe un unique  $\overline{V} \in \mathcal{E}_1$  tel que  $T_{\overline{V}} \circ \phi$  possède un point fixe. Par ailleurs  $T_{\overline{V}} \circ \phi = \phi \circ T_{\overline{V}}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

#### Applications affi

Définition Exemples

Propriét GA

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  possède un unique point fixe ssi  $\overrightarrow{\phi}$  possède un unique point fixe (forcément  $0 \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$ ), autrement dit, ssi  $1 \notin \mathsf{Sp}(\overrightarrow{\phi})$ .

#### Proposition

Soit  $\overrightarrow{\mathcal{E}}_1 \neq 0$  l'ensemble de points fixes de  $\overrightarrow{\phi}$ , alors

- I si  $\phi$  possède un point fixe  $\Omega$ , l'ensemble de points fixes de  $\phi$  est  $\Omega + \overrightarrow{\mathcal{E}}_1$ ;
- 2 si  $\phi$  n'a pas de points fixes,

 $\operatorname{\mathsf{Ker}}(\phi-\operatorname{Id})\oplus\operatorname{\mathsf{Im}}(\phi-\operatorname{Id})=\overline{\mathcal{E}}$ 

alors il existe un unique  $\overrightarrow{v} \in \mathcal{E}_1$  tel que  $T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi$  possède un point fixe. Par ailleurs  $T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi = \phi \circ T_{\overrightarrow{v}}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications aff

Définition Exemples

Propriéte

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  possède un unique point fixe ssi  $\phi$  possède un unique point fixe (forcément  $0 \in \vec{\mathcal{E}}$ ), autrement dit, ssi  $1 \notin \mathsf{Sp}(\vec{\phi})$ .

#### Proposition

Soit  $\vec{\mathcal{E}}_1 \neq 0$  l'ensemble de points fixes de  $\vec{\phi}$ , alors

- **1** si  $\phi$  possède un point fixe  $\Omega$ , l'ensemble de points fixes de  $\phi$  est  $\Omega + \overrightarrow{\mathcal{E}}_1$ ;
- $\mathbf{2}$  si  $\phi$  n'a pas de points fixes

alors il existe un unique  $V \in \mathcal{E}_1$  tel que  $T_{\nabla} \circ \phi$  possède un point fixe. Par ailleurs  $T_{\nabla} \circ \phi = \phi \circ T_{\nabla}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

#### Applications aff

Définition Exemples

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  possède un unique point fixe ssi  $\overrightarrow{\phi}$  possède un unique point fixe (forcément  $0 \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$ ), autrement dit, ssi  $1 \notin \mathsf{Sp}(\overrightarrow{\phi})$ .

### Proposition

Soit  $\vec{\mathcal{E}}_1 \neq 0$  l'ensemble de points fixes de  $\vec{\phi}$ , alors

- **1** si  $\phi$  possède un point fixe  $\Omega$ , l'ensemble de points fixes de  $\phi$  est  $\Omega + \overrightarrow{\mathcal{E}}_1$ ;
- $\mathbf{2}$  si  $\phi$  n'a pas de points fixes, et

$$\mathsf{Ker}(\phi - \mathrm{Id}) \oplus \mathsf{Im}(\phi - \mathrm{Id}) = \hat{\mathcal{E}}$$
 alors il existe un unique  $\overrightarrow{v} \in \overrightarrow{\mathcal{E}}_1$  tel que  $T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi$  possède un point fixe Par ailleurs  $T_{\overrightarrow{v}} \circ \phi = \phi \circ T_{\overrightarrow{v}}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

Applications a

Définition Exemples

Propriété

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  possède un unique point fixe ssi  $\overrightarrow{\phi}$  possède un unique point fixe (forcément  $0 \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$ ), autrement dit, ssi  $1 \notin \mathsf{Sp}(\overrightarrow{\phi})$ .

#### Proposition

Soit  $\vec{\mathcal{E}}_1 \neq 0$  l'ensemble de points fixes de  $\vec{\phi}$ , alors

- **1** si  $\phi$  possède un point fixe  $\Omega$ , l'ensemble de points fixes de  $\phi$  est  $\Omega + \overrightarrow{\mathcal{E}}_1$ ;
- $\mathbf{2}$  si  $\phi$  n'a pas de points fixes, et

$$\operatorname{\mathsf{Ker}}(\overrightarrow{\phi}-\operatorname{Id})\oplus\operatorname{\mathsf{Im}}(\overrightarrow{\phi}-\operatorname{Id})=\overrightarrow{\mathcal{E}}$$

alors il existe un unique  $\vec{v} \in \mathcal{E}_1$  tel que  $T_{\vec{v}} \circ \phi$  possède un point fixe. Par ailleurs  $T_{\vec{v}} \circ \phi = \phi \circ T_{\vec{v}}$ .

#### Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

#### Applications a

Définition
Exemples
Propriétés

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  possède un unique point fixe ssi  $\overrightarrow{\phi}$  possède un unique point fixe (forcément  $0 \in \overrightarrow{\mathcal{E}}$ ), autrement dit, ssi  $1 \notin \mathsf{Sp}(\overrightarrow{\phi})$ .

### Proposition

Soit  $\vec{\mathcal{E}}_1 \neq 0$  l'ensemble de points fixes de  $\vec{\phi}$ , alors

- **1** si  $\phi$  possède un point fixe  $\Omega$ , l'ensemble de points fixes de  $\phi$  est  $\Omega + \overrightarrow{\mathcal{E}}_1$ ;
- $\mathbf{2}$  si  $\phi$  n'a pas de points fixes, et

$$\operatorname{\mathsf{Ker}}(\overrightarrow{\phi}-\operatorname{Id})\oplus\operatorname{\mathsf{Im}}(\overrightarrow{\phi}-\operatorname{Id})=\overrightarrow{\mathcal{E}}$$

alors il existe un unique  $\vec{v} \in \vec{\mathcal{E}}_1$  tel que  $T_{\vec{v}} \circ \phi$  possède un point fixe.

#### Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affines

#### Applications af

Définition

Exemples

Propriétés

Convexe

## Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  possède un unique point fixe ssi  $\phi$  possède un unique point fixe (forcément  $0 \in \vec{\mathcal{E}}$ ), autrement dit, ssi  $1 \notin \mathsf{Sp}(\vec{\phi})$ .

### Proposition

Soit  $\vec{\mathcal{E}}_1 \neq 0$  l'ensemble de points fixes de  $\vec{\phi}$ , alors

- **1** si  $\phi$  possède un point fixe  $\Omega$ , l'ensemble de points fixes de  $\phi$  est  $\Omega + \overrightarrow{\mathcal{E}}_1$ :
- $\mathbf{2}$  si  $\phi$  n'a pas de points fixes, et

$$\operatorname{\mathsf{Ker}}(\overrightarrow{\phi}-\operatorname{Id})\oplus\operatorname{\mathsf{Im}}(\overrightarrow{\phi}-\operatorname{Id})=\overrightarrow{\mathcal{E}}$$

alors il existe un unique  $\vec{v} \in \vec{\mathcal{E}}_1$  tel que  $T_{\vec{v}} \circ \phi$  possède un point fixe. Par ailleurs  $T_{\vec{v}} \circ \phi = \phi \circ T_{\vec{v}}$ .

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

#### Applications affin

Définition

Propr

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  est une bijection ssi  $\overrightarrow{\phi}$  l'est, et dans ce cas  $\phi^{-1}$  est une application affine avec partie linéaire  $\overrightarrow{\phi}^{-1}$ .

### Proposition

Les bijections affines de  $\mathcal{E}$  dans lui-même forment un groupe, le groupe affine  $GA(\mathcal{E})$ . Et l'application  $\phi \mapsto \overline{\phi}$  est un morphisme surjectif de groupes  $GA(\mathcal{E}) \twoheadrightarrow GL(\overline{\mathcal{E}})$ , de noyau le sous-groupe abélien des translations de  $\mathcal{E}$ .

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Applications offine

Définition

Propriét

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  est une bijection ssi  $\overrightarrow{\phi}$  l'est, et dans ce cas  $\phi^{-1}$  est une application affine avec partie linéaire  $\overrightarrow{\phi}^{-1}$ .

### **Proposition**

Les bijections affines de  $\mathcal{E}$  dans lui-même forment un groupe, le groupe affine  $GA(\mathcal{E})$ . Et l'application  $\phi \mapsto \overline{\phi}$  est un morphisme surjectif de groupes  $GA(\mathcal{E}) \twoheadrightarrow GL(\overline{\mathcal{E}})$ , de noyau le sous-groupe abélien des translations de  $\mathcal{E}$ .

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications affine

Définition Exemples

Propriét

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  est une bijection ssi  $\overrightarrow{\phi}$  l'est, et dans ce cas  $\phi^{-1}$  est une application affine avec partie linéaire  $\overrightarrow{\phi}^{-1}$ .

### Proposition

Les bijections affines de  $\mathcal E$  dans lui-même forment un groupe, le groupe affine  $GA(\mathcal E)$ . Et l'application  $\phi \mapsto \overrightarrow{\phi}$  est un morphisme surjectif de groupes  $GA(\mathcal E) \twoheadrightarrow GL(\overrightarrow{\mathcal E})$ , de noyau le sous-groupe abélien des translations de  $\mathcal E$ .

Espace affine

Barvcentre et repères

Sous-espaces affine

Applications affine

Définition Exemples

Propriét

Convexe

### Proposition

Soit  $\phi \in \mathsf{Aff}(\mathcal{E})$ , alors  $\phi$  est une bijection ssi  $\overrightarrow{\phi}$  l'est, et dans ce cas  $\phi^{-1}$  est une application affine avec partie linéaire  $\overrightarrow{\phi}^{-1}$ .

### **Proposition**

Les bijections affines de  $\mathcal E$  dans lui-même forment un groupe, le groupe affine  $GA(\mathcal E)$ . Et l'application  $\phi \mapsto \overrightarrow{\phi}$  est un morphisme surjectif de groupes  $GA(\mathcal E) \twoheadrightarrow GL(\overrightarrow{\mathcal E})$ , de noyau le sous-groupe abélien des translations de  $\mathcal E$ .

## Définition d'un convexe

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications

Définition

Propriétés Enveloppe conv

#### Définition

Soient A et B deux points d'un espace affine. On note  $[AB] = \{\lambda A + (1-\lambda)B \,|\, \lambda \in [0,1]\}$  l'ensemble des barycentres à poids positifs, appelé le segment [AB].

#### Définition

On dit que C est un ensemble *convexe*, si pour tous deux points  $A, B \in C$  le segment [AB] est entièrement contenu dans C.

### Proposition

Un ensemble C est convexe ssi tout barycentre de points de C à poids **positifs** est dans C.

## Définition d'un convexe

Espace affine

Barycentre et repères

Applications a

Définition
Propriétés
Enveloppe conv

#### Définition

Soient A et B deux points d'un espace affine. On note  $[AB] = \{\lambda A + (1-\lambda)B \,|\, \lambda \in [0,1]\}$  l'ensemble des barycentres à poids positifs, appelé le segment [AB].

#### Définition

On dit que C est un ensemble *convexe*, si pour tous deux points  $A, B \in C$  le segment [AB] est entièrement contenu dans C.

### Proposition

Un ensemble C est convexe ssi tout barycentre de points de C à poids **positifs** est dans C.

## Définition d'un convexe

Espace affine Barycentre et repère: Bous-espaces affines

Définition
Propriétés
Enveloppe conve

### Définition

Soient A et B deux points d'un espace affine. On note  $[AB] = \{\lambda A + (1-\lambda)B \,|\, \lambda \in [0,1]\}$  l'ensemble des barycentres à poids positifs, appelé le segment [AB].

#### Définition

On dit que C est un ensemble *convexe*, si pour tous deux points  $A, B \in C$  le segment [AB] est entièrement contenu dans C.

## Proposition

Un ensemble C est convexe ssi tout barycentre de points de C à poids **positifs** est dans C.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affin

Applications affine

Convexe

Enveloppe cor

- 1 L'intersection d'ensembles convexes est convexe.
- 2 L'ensemble vide et les ensembles à un point sont convexes.
- In sous-espace affine est convexe.
- 4 Les demi-espaces (ouverts, fermés) sont convexes.
- 5 L'image d'un convexe par une application affine est convexe
- 6 L'image réciproque d'un convexe par une application affine est convexe.
- Une fonction réelle est convexe ssi la partie au-dessus du graphe est convexe.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affin

Applications affine

Convexe

- 1 L'intersection d'ensembles convexes est convexe.
- **2** L'ensemble vide et les ensembles à un point sont convexes.
- In sous-espace affine est convexe.
- 4 Les demi-espaces (ouverts, fermés) sont convexes.
- L'image d'un convexe par une application affine est convexe.
- 6 L'image réciproque d'un convexe par une application affine est convexe.
- Une fonction réelle est convexe ssi la partie au-dessus du graphe est convexe.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications affine

Convexe

- 1 L'intersection d'ensembles convexes est convexe.
- L'ensemble vide et les ensembles à un point sont convexes.
- **I** Un sous-espace affine est convexe.
- Les demi-espaces (ouverts, fermés) sont convexes.
- 5 L'image d'un convexe par une application affine est convexe
- 6 L'image réciproque d'un convexe par une application affine est convexe.
- Une fonction réelle est convexe ssi la partie au-dessus du graphe est convexe.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affin

Applications affine

Convexe

- 1 L'intersection d'ensembles convexes est convexe.
- L'ensemble vide et les ensembles à un point sont convexes.
- 3 Un sous-espace affine est convexe.
- 4 Les demi-espaces (ouverts, fermés) sont convexes.
- 5 L'image d'un convexe par une application affine est convexe
- 6 L'image réciproque d'un convexe par une application affine est convexe.
- Une fonction réelle est convexe ssi la partie au-dessus du graphe est convexe.

#### Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications affine

#### Convexe

- 1 L'intersection d'ensembles convexes est convexe.
- L'ensemble vide et les ensembles à un point sont convexes.
- **3** Un sous-espace affine est convexe.
- 4 Les demi-espaces (ouverts, fermés) sont convexes.
- **5** L'image d'un convexe par une application affine est convexe.
- 6 L'image réciproque d'un convexe par une application affine est convexe.
- Une fonction réelle est convexe ssi la partie au-dessus du graphe est convexe.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affin

Applications affine

Convexe

- 1 L'intersection d'ensembles convexes est convexe.
- **2** L'ensemble vide et les ensembles à un point sont convexes.
- **3** Un sous-espace affine est convexe.
- 4 Les demi-espaces (ouverts, fermés) sont convexes.
- **5** L'image d'un convexe par une application affine est convexe.
- **6** L'image réciproque d'un convexe par une application affine est convexe.
- Une fonction réelle est convexe ssi la partie au-dessus du graphe est convexe.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications affine

Convexe

- 1 L'intersection d'ensembles convexes est convexe.
- 2 L'ensemble vide et les ensembles à un point sont convexes.
- 3 Un sous-espace affine est convexe.
- 4 Les demi-espaces (ouverts, fermés) sont convexes.
- **5** L'image d'un convexe par une application affine est convexe.
- 6 L'image réciproque d'un convexe par une application affine est convexe.
- Une fonction réelle est convexe ssi la partie au-dessus du graphe est convexe.

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications affine

Convexe

Difficultion

Enveloppe convexe

## Définition-Proposition

Soit  ${\cal A}$  une partie d'un espace affine. L'enveloppe convexe, noté  $[{\cal A}]$ , est :

- $\blacksquare$  Le plus petit convexe contenant A.
- $oxed{2}$  L'intersection de tous les convexes contenant  ${\cal A}$ .
- lacksquare L'ensemble de barycentres de points de  $\mathcal A$  de poids positifs

Espace affine

Barycentre et repère

Sous-espaces affine

Applications affine

Convexe

Propriét

Enveloppe convexe

## Définition-Proposition

Soit  $\mathcal A$  une partie d'un espace affine. L'enveloppe convexe, noté  $[\mathcal A]$ , est :

- **11** Le plus petit convexe contenant A.
- 2 L'intersection de tous les convexes contenant A.
- $oxed{3}$  L'ensemble de barycentres de points de  ${\mathcal A}$  de poids positifs

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications affine

Convex

Enveloppe convexe

### Définition-Proposition

Soit A une partie d'un espace affine. L'enveloppe convexe, noté [A], est :

- **11** Le plus petit convexe contenant A.
- $\mathbf{Z}$  L'intersection de tous les convexes contenant  $\mathcal{A}$ .
- $\blacksquare$  L'ensemble de barycentres de points de A de poids positifs.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications affine

Convexe

Enveloppe convexe

## Définition-Proposition

Soit  $\mathcal A$  une partie d'un espace affine. L'enveloppe convexe, noté  $[\mathcal A]$ , est :

- **11** Le plus petit convexe contenant A.
- **2** L'intersection de tous les convexes contenant A.
- $oxed{3}$  L'ensemble de barycentres de points de  ${\cal A}$  de poids positifs.

Espace affine

Barycentre et repères

Sous-espaces affine

Applications affine

Convexe

Enveloppe convexe

## Définition-Proposition

Soit  ${\cal A}$  une partie d'un espace affine. L'enveloppe convexe, noté  $[{\cal A}]$ , est :

- **11** Le plus petit convexe contenant A.
- **2** L'intersection de tous les convexes contenant A.
- $\blacksquare$  L'ensemble de barycentres de points de  $\mathcal A$  de poids positifs.