

Resolução da Segunda Lista de Exercícios

Arthur de Souza Molina e Gabriel Capelini Magalhaes

13 de outubro de 2022

1. Mostre que uma transformação de Lorentz preserva a antissimetria de um tensor, i.e, se $B^{\mu\nu}$ é antissimétrico, então $\tilde{B}^{\mu\nu}$ transformado também será antissimétrico.

Solução: Sabendo que $B^{\mu\nu} = -B^{\nu\mu}$, aplicando uma transformação de Lorentz, temos

$$\tilde{B}^{\mu\nu} = \Lambda^\mu_\alpha \Lambda^\nu_\beta B^{\alpha\beta} \quad (1)$$

Trocando a ordem os índices no lado direito

$$\tilde{B}^{\mu\nu} = -\Lambda^\mu_\beta \Lambda^\nu_\alpha B^{\beta\alpha} \quad (2)$$

Veja que, pelos índices estarem somados, podemos renomealos de volta como $\alpha \rightarrow \beta$ e $\beta \rightarrow \alpha$, de forma que

$$\tilde{B}^{\mu\nu} = -\Lambda^\mu_\alpha \Lambda^\nu_\beta B^{\alpha\beta} \quad (3)$$

Ou seja, a TL preserva a simetria do tensor $B^{\mu\nu}$.