

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПО ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВУ»
ГУЗ



На правах рукописи

Макаров Станислав Олегович

**Совершенствование методики повышения точности передачи
координат с использованием PPP-алгоритма**

Специальность 1.6.22 —
«Геодезия»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук
Тихонов Александр Дмитриевич

Москва — 2024

Оглавление

	Стр.
Введение	6
Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ	12
1.1 Спутниковые методы позиционирования	12
1.1.1 Относительные методы спутникового позиционирования . .	12
1.1.2 Абсолютные методы спутникового позиционирования . . .	15
1.2 Методы высокоточных координатных определений (PPP)	16
1.2.1 PPP-AR (Integer PPP)	19
1.2.2 PPP-float (float PPP)	19
1.2.3 PPP-RTK	19
1.3 Источники погрешностей определения координат	20
1.3.1 Эфемеридно-временная информация	20
1.3.2 Релятивистские поправки	22
1.3.3 Вариации фазового центра антенны спутника и приемника .	22
1.3.4 Тропосферная задержка	23
1.3.5 Ионосферная задержка	24
1.3.6 Многолучевость	24
1.3.7 Влияние dop-факторов	25
Глава 2. ГЛАВА 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ КООРДИНАТ ПРИ ОБРАБОТКЕ СОВРЕМЕННЫМИ МЕТОДАМИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ	27
2.1 Обзор современных сервисов для обработки PPP	27
2.1.1 Trimble RTX (Trimble RTX Post Processing)	27
2.1.2 Magic PPP (magic GNNS)	30
2.1.3 Canadian Spatial Reference System (CSRS-PPP)	30
2.1.4 Automatic Precise Points Positioning Service (APPS)	31
2.1.5 GNSS Analysis and Positioning Software (GAPS)	31
2.1.6 OPUS	31
2.1.7 SOPAC SCOUT (Scripps Coordinate Update Tool of Scripps Orbit and Permanent Array Centre)	32

2.1.8	IBGE-PPP (Scripps Coordinate Update Tool of Scripps Orbit and Permanent Array Centre)	33
2.1.9	IGN-PPP	33
2.1.10	PPP AS A SERVICE	33
2.1.11	Сравнение интернет-сервисов между собой	33
2.2	Обзор современных программных обеспечений для обработки PPP	34
2.2.1	Bernese	34
2.2.2	GIPSY-OASIS	35
2.2.3	Waypoint Grafnet	35
2.2.4	RTKLIB	35
2.2.5	КРЕДО ГНСС	36
2.2.6	Trimble Business Centre	36
2.2.7	TropoGNSS	36
2.2.8	ПроГеоСеть	37
2.3	Исследование точности определения координат, при использовании современных способов обработки данных по PPP-алгоритму	37
2.3.1	Влияние многократных измерений	39
2.3.2	Влияние продолжительности измерений	45
2.3.3	Влияние используемых ГНСС и количества спутников	49
2.3.4	Влияние дискретности данных на получаемую точность	56
2.3.5	56
2.4	Длинное название параграфа, в котором мы узнаём как сделать две картинки с общим номером и названием	57
2.5	Векторная графика	59
2.6	Пример вёрстки списков	59
2.7	Традиции русского набора	62
2.7.1	Пробелы	62
2.7.2	Математические знаки и символы	63
2.7.3	Кавычки	63
2.7.4	Тире	63
2.7.5	Дефисы и переносы слов	64
2.8	Текст из панграмм и формул	64

	Стр.
Глава 3. Вёрстка таблиц	69
3.1 Таблица обыкновенная	69
3.2 Таблица с многострочными ячейками и примечанием	70
3.3 Таблицы с форматированными числами	70
3.4 Параграф — два	71
3.5 Параграф с подпараграфами	72
3.5.1 Подпараграф — один	72
3.5.2 Подпараграф — два	72
Заключение	75
Словарь терминов	76
Список литературы	77
Список рисунков	86
Список таблиц	88
Приложение А. ПРИМЕР ОТЧЕТА С СЕРВИСА CSRS	90
Приложение Б. ПРИМЕР ОТЧЕТА С СЕРВИСА PPP-AR	97
Приложение В. ПРИМЕР ОТЧЕТА С СЕРВИСА PPP AS A SERVICE . .	100
Приложение Г. Пример листингов	105
Приложение Д. Очень длинное название второго приложения, в котором продемонстрирована работа с длинными таблицами	111
Д.1 Подраздел приложения	111
Д.2 Ещё один подраздел приложения	113
Д.3 Использование длинных таблиц с окружением <i>longtblr</i> из пакета <code>tabularray</code>	117
Д.4 Форматирование внутри таблиц	120
Д.5 Стандартные префиксы ссылок	122

	Стр.
Д.6 Очередной подраздел приложения	123
Д.7 И ещё один подраздел приложения	123
Приложение Е. Чертёж детали	124

Введение

Актуальность темы исследования, степень её разработанности

Задачи передач координат, построения геодезических сетей возникли столетия назад и, как правило, решались применением таких методик как линейно-угловые и астрономо-геодезические методы измерений. Однако, являясь трудозатратными, они требуют большого количества времени, как на выполнение полевых работ, так и для камеральной обработки получаемых данных.

Спутниковые методы измерений стали неотъемлемой частью производства геодезических работ в части построения геодезических сетей и координирования отдельных точек. В ходе своего развития спутниковые методы показали ряд преимуществ перед классическими геодезическими методами и на сегодняшний день среди них можно выделить следующие: построение геодезических сетей протяженных объектов; повышение точности координатных определений; сокращение временных и вычислительных затрат на полевые и камеральные работы. Однако, как правило, точность позиционирования в закрытых или полужакрытых областях (например, лесной местности или городской застройка) ниже, чем на открытой местности. Область применения спутниковых методов для нужд геодезии обширна и их применяют, начиная от одиночного позиционирования и заканчивая построением геодезических сетей.

До недавних пор для создания геодезических сетей, координирования отдельных точек, решения геодинимических задач применяли относительные методы спутниковых координатных определений. Но на сегодняшний день, благодаря активному развитию вычислительных и телекоммуникационных технологий, появилась возможность использования высокоточных эфемерид, алгоритмов с задержкой и данных, полученных с использование пунктов глобального распределения ITRF. В следствие этого стало возможным использование не только освоенных классических, но и более современных методов обработки спутниковых данных.

Чуть больше двадцати лет назад в NASA (Nasa Jet Propulsion Laboratory) был разработан метод высокоточных координатных определений или по-другому Precise Point Positioning (далее «PPP»). Однако, термин метод высокоточных координатных определений еще не устоялся в отечественной геодезической терминологии.

логии, а какая-либо регламентирующая информация в зарубежном и российском научном сообществах в настоящее время отсутствует. В следствии этого принято сохранять аббревиатуру PPP.

Степень разработанности темы определяется исследованием научных публикаций и трудов в области использования PPP-алгоритмов. Авторами трудов, играющих важнейшую роль, являются следующие отечественные и зарубежные ученые: Виноградов А.В., Антонович К.М., Калинин В.В., Кафтан В.И., Липатников А.А., Мельников А.Ю., Тихонов А.Д., Шевчук С.О., Щербаков А.С., Устинов А.В., Abou-Callala M., Rabah M, Kallop M., Ebner R., Featherstone W.E., Kouba J., Heroux P., Kowalchuk K.

В работах [1; 2] отражены результаты исследования получаемых точностей при использовании PPP-алгоритма в зависимости от вариаций различных факторов. Исследование возможности применения PPP-алгоритма для построения геодезических сетей различных объектов и различного назначения приведены в работах [3; 4]. Из них следует, что точность обработки по PPP-алгоритму достигает сантиметрового и субсантиметрового уровня при продолжительности измерений не менее двух часов. Основываясь на работах [5—8] можно утверждать, что точность PPP-алгоритма при одиночном позиционировании составляет несколько сантиметров.

Для реализации PPP-алгоритма требуется дополнительная информация: высокоточные эфемериды, локальные модели ионосферы и тропосферы. Помимо этого вводятся поправки за движение литосферных плит, приливы и отливы; а также учитывается ряд иных факторов, оказывающих влияние на точность передачи координат по PPP-алгоритму обработки спутниковых данных. Метод не является разностным и не обладает свойством компенсации односторонне действующих ошибок, поэтому **надежное определение его современных возможностей является актуальной задачей.**

Сегодня развито немалое количество способов обработки данных с использованием PPP-алгоритма. В качестве интернет-сервисов могут быть названы следующие: Automatic Precise Points Positioning (APPS), Canadian Spatial Reference System Precise Points Positioning (CSRS-PPP), GNSS Analysis and Positioning Software (GAPS), magic-PPP (magic GNSS), Trimble-RTX и ряд других. В свою очередь среди программных продуктов можно выделить: GPS Toolkit, Bernese, Waypoint GrafNET, GIPSY-OASIS, RTKLIB.

Целью диссертационной работы является совершенствование методики передачи координат в широком диапазоне расстояний при использовании современных методов обработки спутниковых данных, а также исследование различных факторов, влияющих на точность определения координат по PPP-алгоритму.

Задачи диссертационной работы:

1. Теоретическое и экспериментальное обоснование возможности использования PPP-алгоритма для построения геодезических сетей в различных диапазонах расстояний.
2. Разработка методики оценки точности при использовании PPP-алгоритма.
3. Теоретические и экспериментальные исследования с целью выявления факторов, влияющих на точность обработки данных по PPP-алгоритму.

Теоретическая значимость

В первой главе теоретически рассмотрены факторы, влияющие на точность передачи координат с использованием спутниковых методов. Помимо этого, приводится классификация PPP-методов обработки спутниковых данных.

В начале второй главы описаны современные методы обработки с использованием PPP-алгоритма. Произведено обобщение и сравнение существующих подходов на примере коммерческих и свободных программных продуктов, а также интернет-сервисов.

Практическая значимость диссертационной работы определяется разработанной усовершенствованной технологией построения геодезических сетей. Выполнено исследование точности при обработке данных одиночного позиционирования и оценены различные факторы, влияющие на точность определения координат: продолжительность измерений, количество используемых спутников, дискретность данных (частота записи), выбор подходов к обработке (с использованием интернет-сервисов или программных средств).

Научная новизна диссертационного исследования заключается в следующем:

1. Проведено обширное исследование, в результате которого обоснована возможность получения координат, в том числе высокоточных (дать конкретику).
2. Данное исследование с одной стороны позволяет создавать геодезические сети с уменьшением временных затрат на полевые и камеральные

работы, а с другой стороны **повысить** точность определения координат пунктов сети.

3. Предложена методика создания высокоточных геодезических сетей с использованием PPP-алгоритма обработки спутниковых данных.

Методология и методы исследования

В процессе написания диссертации проанализировано несколько десятков научных источников как отечественных, так и зарубежных. На их основании были поставлены основные этапы диссертационного исследования.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Результаты исследования точности определения координат при использовании PPP-алгоритма.
2. Возможность получения координат с помощью современных программных средств.
3. Методика применения PPP-алгоритма при создании геодезических сетей.

Соответствие паспорту научной специальности Основные положения диссертации соответствуют паспорту научной специальности 1.6.22 геодезия в части пунктов: 3,4,5.

3. — Создание и развитие геодезической координатно-временной основы различного назначения с использованием геодезических, астрономических, гравиметрических и других (космических, наземных, подземных и подводных) методов измерений; оценка их стабильности и характера изменений, вопросы проектирования и оптимизации. Разработка и развитие теорий построения и реализации координатных, высотных и гравиметрических систем отсчета.
4. — Геодезические (глобальные) навигационные спутниковые системы (ГНСС) и технологии. Формирование активной координатно-временной инфраструктуры на основе ГНСС. Методы и технологии высокоточного определения местоположения и навигации по сигналам спутниковых навигационных систем. Геодезические системы наземного, морского и космического базирования для определения местоположения и навигации подвижных объектов геопространства. Многосистемные и высокоскоростные (высокочастотные) ГНСС приложения. ГНСС рефлектометрия.
5. — Теория и практика математической обработки результатов геодезических измерений и информационное обеспечение геодезических работ.

Очевидно, что все пункты паспорта научной специальности 1.6.22 «Геодезия», подтверждают актуальность темы диссертационного исследования.

Степень достоверности и апробация результатов

Теоретические и практические изыскания доказывают, что тема диссертации актуальна и соответствует заявленной.

Основные положения и полученные результаты научных исследований были доложены и обсуждены в ряде как российских, так и международных конференций. Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии, Могилев, 2021; Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии, Могилев, 2022; Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии, Могилев, 2023; Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии, Могилев, 2024; Конференция, посвященная 125-летию Российского Университета Транспорта, Москва, Россия, 2021. Конференция DiEarth 2021: Международная научно-исследовательская конференция по перспективным исследованиям Земли; геодезия, геоинформатика, картография, землеустройство и кадастры. Пространственные данные: наука и технологии, Москва, Россия, 2024.

Основные результаты диссертационного исследования внедрены в учебный процесс в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования Российском университете транспорта при изучении дисциплин: «Высшая геодезия» и «Спутниковые навигационные системы в кадастре», а также в учебный процесс в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования Государственном Университете по Землеустройству при изучении дисциплин: «Высшая геодезия» (модуль «Спутниковые системы в геодезии» и «спутниковые технологии в геодезии»).

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 11 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 7 — в сборниках трудов и конференций.

Личный вклад

Содержание диссертации и основные положения подтверждают персональный вклад.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и 6 приложений. Полный объём диссертации составляет 124 страницы, включая 31 рисунок и 35 таблиц. Список литературы содержит 74 наименования.

Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.1 Спутниковые методы позиционирования

В основе спутниковых методов координатных определений находится принцип пространственной линейной засечки, иными словами измерений расстояний от навигационных искусственных спутников Земли (далее «ИСЗ») до определяемого пункта, на котором расположено ГНСС-оборудование. Расстояния определяются по данным измерения временного ряда прохождения радиосигнала от спутника до приемника.

1.1.1 Относительные методы спутникового позиционирования

Благодаря использованию относительных методов спутникового позиционирования, существует возможность определения координат с сантиметровыми и субсантиметровыми точностями (характеристиками точности), в зависимости от диапазона расстояний [9; 10].

Основной целью относительных спутниковых методов является определение не координат пунктов, а нахождение приращений между ними. В отличие от абсолютных методов спутниковых координатных определений происходит составление фазовых разностей, в следствии чего уменьшается влияние различных задержек.

На рисунке 1.1 приведена общая схема спутникового позиционирования относительным методом.

На сегодняшний день существует две подгруппы относительных методов: дифференциальные и разностные.

Для реализации дифференциального подхода необходима хотя бы одна базовая станция, для создания поля поправок, используемых подвижными спутниковыми приемниками — роверами. При этом корректирующая информация используется в режиме реального времени.

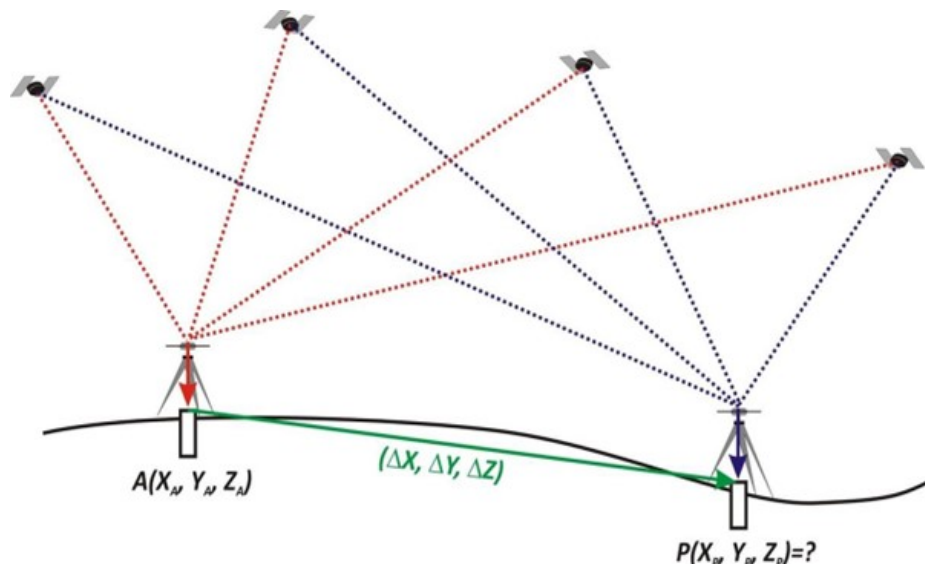


Рисунок 1.1 — Относительный метод определения координат

Для реализации разностного подхода необходимо как минимум два спутниковых приемника, запущенных одновременно, тем самым выполняя синхронные измерения. На сегодняшний день существует три способа производства измерений данным методом [11—13]:

1. Метод вычисления псевдодальностей по измерениям кода сигналов ГНСС (DGPS, DGNSS). Суть метода — использование кодовой корректирующей информации от дифференциальных (базовых) станций в реальном времени. Точность метода $\approx 1/2$ метра.
2. Метод с вычислением псевдодальностей по измерениям фазы несущей сигналов ГНСС (Real Time Kinematic (RTK)). Точность определения составляет до 5 сантиметров.
3. Сетевой метод определения псевдодальностей по фазе несущей (Network RTK). Суть метода — применение интегрированной спутниковой корректирующей информации в реальном времени.

На сегодняшний день относительные методы позиционирования с использованием фазовых методов принято делить на *статические* и *кинематические* [14—16].

Статические методы

Статика (Static). Для реализации необходимы синхронные измерения на двух и более пунктах. Один из приемников принимают за базовый, а положение остальных пунктов определяют относительно базового (исходного).

Относительные методы позиционирования применяют для определения взаимного положения исходного пункта и определяемого объекта с сантиметро-

вой и более высокой точностью в зависимости от используемого метода позиционирования.

Кинематические методы, относящиеся к относительным методам спутникового позиционирования:

Кинематика (kinematic mode) — служит для определения координат передвижной станции в ходе её перемещения. При работе необходимо, чтобы между приемниками, расположенными на базовой станции и подвижным приемником (далее «ровером») поддерживался непрерывный сигнал со спутниками в течении всего времени измерения.

Stop and go — разновидность кинематики. В основе данного метода лежит принцип перемещения ровера, делая на каждой точке движения остановку, продолжительностью от 5 до 30 секунд. На каждой точке для повышения точности измерений принято выполнять измерения с интервалом в несколько эпох.

Непрерывная кинематика (Continuous kinematic) — разновидность кинематики [14]. Как правило, данный метод измерений происходит в течении одного сеанса с использованием подвижного приемника (ровера) с последующей постобработкой данных.

Технология вычисления координат в режиме реального времени, базирующая на постобработке данных (Real Time Post processed Kinematic: RTPK) — один из инновационных кинематических методов. Данная технология была разработана основателем компании JAVAD GNSS в 2020 году. По последним сведениям этот режим должен был быть запатентован в США в 2021 году [17]. Обработку данных можно осуществлять в три этапа:

1. Получение данных с использованием режима измерений RTK.
2. Постобработка с использованием только ГНСС приемника.
3. Выполнение верификации(проверки) фиксированного решения.

При использовании данного метода все ГНСС сигналы обрабатываются совместно, что позволяет обеспечить максимально точное нахождение PDOP. Верификация целочисленного решения проводится внутри оригинального алгоритма обработки ковариационной матрицы плавающего решения путем сопоставления так называемых частичных решений еще на этапе обработки ковариационной матрицы [18; 19]. Достоверность этого метода координат выше, чем при использовании метода RTK. В настоящее время режим RTPK реализован в двух версиях программного обеспечения для полевых работ:

1. ПО F-Field (доступно в контроллерах Victor-LS и ГНСС приемниках Triumph-LS)
2. ПО Javad Mobile Tools – реализовано в контроллерах с операционной системой Android.

Значения среднеквадратических погрешностей (далее «СКП») определения положения при использовании относительных методов позиционирования можно рассчитать по формуле (1.1):

$$m = a + bD, \quad (1.1)$$

где:

m – средняя квадратическая погрешность;

D – расстояние между базовым приемником и ровером, в километрах;

a, b – параметры, зависящие от методов спутникового позиционирования и от приемника, приводятся в миллиметрах.

1.1.2 Абсолютные методы спутникового позиционирования

Автономный метод (navigation mode) — в основе лежит пространственная линейная засечка. Реализуется по измерениям кода сигналов ГНСС и вычислениям псевдодалейностей до спутников.

Метод с использованием поправок к эфемеридно-временной информации, поправок для исключения атмосферных искажений сигнала, поправок к навигационным параметрам (кодовые измерения). Данный метод реализуется с использованием широкозонных систем дифференциальной коррекции ГНСС (Wide area differential GNSS).

Метод с использованием поправок в эфемеридно-временной информации, поправок для исключения атмосферных искажений сигналов ГНСС, поправок к навигационным параметрам, измеряемым потребителем (фазовые измерения) – Precise Point Positioning (PPP) [20—22]. Данный метод реализуется с использованием глобальных систем дифференциальной коррекции функциональных дополнений ГНСС. Точность зависит от способа обработки и от объема выборки исходных данных. Подробнее о PPP-методах описано в пункте 1.2.

На рисунке 1.2 изображен принцип работы абсолютных методов определения координат.

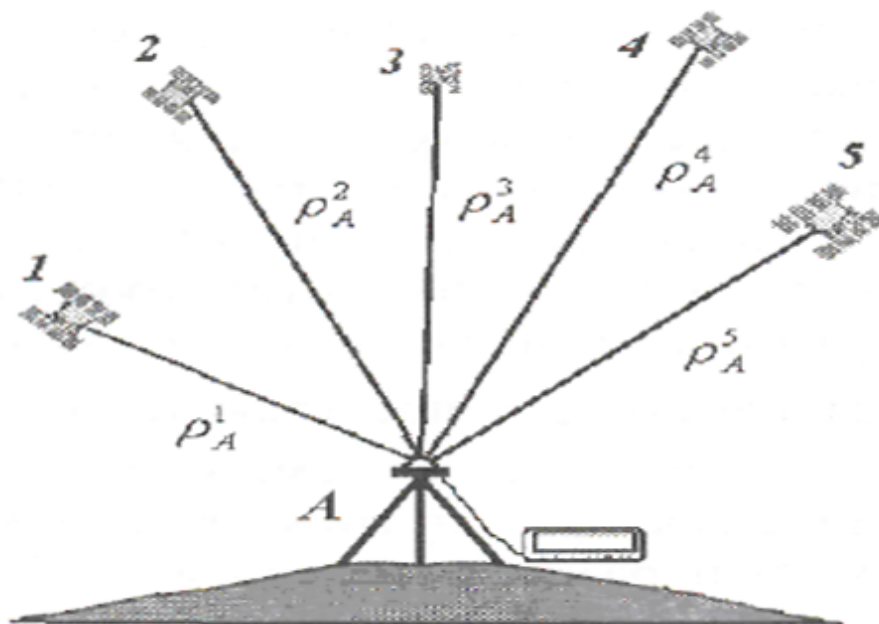


Рисунок 1.2 — Принцип работы абсолютных методов

Основным параметром, по которому находятся координаты является псевдодальность можно рассчитать по формуле (1.2):

$$P_A^i = r_A^i + c dt_A - c dt' + I_A^i + T_A^i + d_A + d^i + dm_A^i + e_A^i, \quad (1.2)$$

где:

r_A^i — геометрическая дальность;

dt_A — поправка часов приемника; dt' — поправка часов спутника;

I_A^i — ионосферная задержка; T_A^i — тропосферная задержка;

d_A — задержка сигнала приемника; d^i — задержка сигнала спутника;

dm_A^i — влияние многопутности (многолучевости);

e_A^i — случайная ошибка измерений(шум);

c — скорость распространения радиоволн в вакууме.

1.2 Методы высокоточных координатных определений (PPP)

Метод точного позиционирования (далее «PPP») становится все более востребованным для решения геодезических задач. Используя точные координаты спутников, точное время и многочастотные СРНС метод обеспечивает автономное определение координат с сантиметровой и субсантиметровой точностью. Метод PPP требует меньшего количества опорных пунктов глобального распределения

в сравнении с RTK. Единый набор точных эфемерид и поправок часов спутников, получаемый обрабатывающим центром глобальной службы ГНСС доступен для любого пользователя в любой момент времени. Для этого необходим доступ в интернет. Получаемые поправки практически не подвержены влиянию ошибок конкретных опорных станций. Всегда имеется достаточно большое количество опорных станций, наблюдающих одни и те же спутники, так как точные орбиты и поправки часов получают по наблюдениям в глобальной сети станции. За счет этого Методы высокоточных координатных определений обеспечивают получение достаточно устойчивых значений координат и с высокой избыточностью [23—26].

PPP-алгоритм использует как фазовые, так и кодовые наблюдения многочастотным СРНС приемником, а также эфемериды и поправки часов спутника для вычисления точных координат и поправок часов. При этом, как например, в статике, используются не фазовые разности, а ионосферно-свободная комбинация. Используя её, удастся сократить влияние ионосферных явлений вплоть до 99.9%. При этом кодовая ионосферно-свободная комбинация позволяет корректировать часы спутников.

Наблюдения, принятые со спутников, обрабатываются совместно с использованием процедуры фильтрации, чтобы определить неизвестные значения координат и поправок часов приемника, зенитной тропосферной задержки и фазовых неоднозначностей из решения полученной переопределенной системы уравнений принимая точные эфемериды за исходные величины.

На сегодняшний день методы высокоточных координатных определений (Precise Point Positioning) можно разделить на три обобщенные группы:

PPP (Float PPP) реализация метода без разрешения целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений.

PPP-AR (Integer PPP) с разрешением целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений.

PPP-RTK с разрешением целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений и использованием атмосферных коррекций в пределах локальной области.

Для точного определения пространственного положения точки методом PPP используется ионосферно-свободная комбинация двух несущих частот [11; 27—29].

Стандартная модель измерений соответствует высокоточной эфемеридно-временной информации (далее «ЭВИ») и представлена в виде формулы (1.3) на примере комбинации приемник-спутник:

$$\begin{aligned} P_A^i &= \rho + c(dt - dT) + Tr + \varepsilon_p \\ \Phi_{if} &= \rho + c(dt - dT) + Tr + N\Lambda + \varepsilon_\Phi, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где:

Φ_{if}, P_A^i – ионосферная комбинация несущих фаз (L1, L2) и псевдодально-стей (P_1, P_2);

dt, dT – ошибка часов приемника и спутника, так называемый сдвиг шкал относительно системной шкалы времени (далее «СШВ»);

c – скорость распространения радиоволн в вакууме;

Tr – тропосферная задержка;

N – целочисленные колебания несущей фазы;

Λ – длина несущей волны;

$\varepsilon_p, \varepsilon_\Phi$ – различные шумовые компоненты, включающие многолучевость (многопутность);

ρ – расстояние между спутником и приемником.

На рисунке 1.3 изображена обобщенная схема PPP-метода.

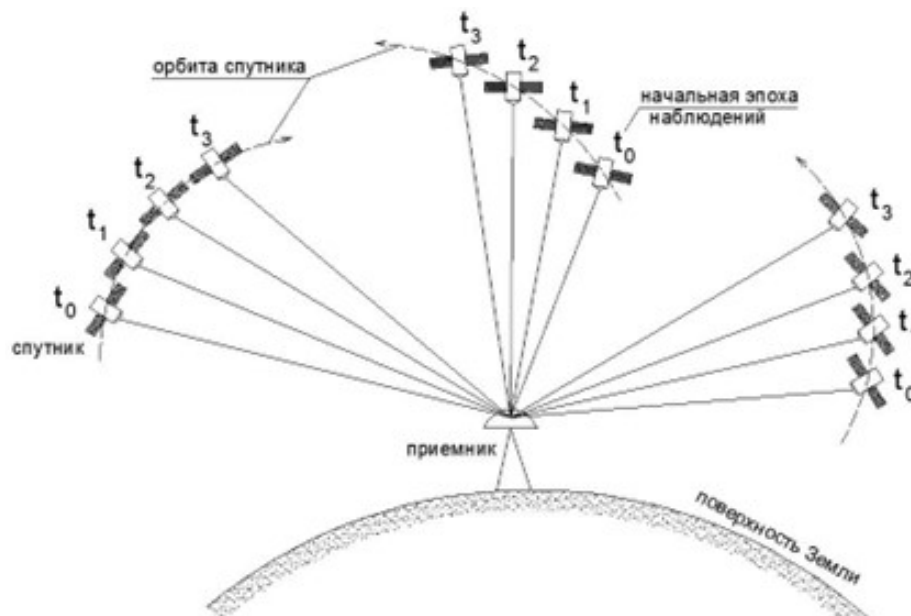


Рисунок 1.3 — Схема PPP-метода

1.2.1 PPP-AR (Integer PPP)

PPP-AR — Метод высокоточных координатных определений с разрешением целочисленной неоднозначности фазовых измерений.

Для реализации метода PPP-AR необходима спутниковая корректирующая информация, состоящая из поправок к эфемеридам орбит и времени бортовых часов спутников. В дополнении к этому требуются поправки, устраняющие нецелочисленные решения. Все эти поправки формируются сервисами высокоточных спутниковых определений [30]. Время получения решения обусловлено временем его сходимости в процессе приема и обработки поступающей ЭВИ. Так, например, для Integer PPP около 10 минут [31; 32].

1.2.2 PPP-float (float PPP)

В данном методе не происходит разрешения целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений. Для реализации метода PPP-float необходима спутниковая корректирующая информация, состоящая из поправок эфемеридам орбит и времени бортовых часов спутников. Время получения решения обусловлено временем его сходимости в процессе приема и обработки поступающей ЭВИ. Так, например, для Float PPP несколько десятков минут [32—34].

1.2.3 PPP-RTK

PPP-RTK – метод высокоточного абсолютного определения местоположения с разрешением целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений и использованием атмосферных коррекций в пределах локальной области [35; 36].

Кинематика в реальном времени позволяет получить поправки к разрешению целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений, а PPP к эфемеридно-временной информации. PPP-RTK реализуется через поток по-

правок в формате RTCM-SSR (State Space Representation) [37; 38]. При этом обеспечивается точность такая же как в методе PPP-AR (Integer PPP).

1.3 Источники погрешностей определения координат

1.3.1 Эфемеридно-временная информация

Действительное положение спутника при движении по орбите отличается от расчетного в связи с различными возмущающими факторами, оказывающими влияние на скорость и траекторию его движения: лунная и солнечная гравитация, неравномерность гравитационного поля Земли (далее «ГПЗ»), давление излучения Солнца и иные факторы. Вся информация о положении спутника на орбите содержится в эфемеридах [39—41].

Бортовая(стандартная) эфемеридно-временная информация (далее «ЭВИ»), содержащиеся в навигационном сообщении, обеспечивает точность определения положения спутника на орбите с точностью 1–3 метра. Для успешной реализации PPP-метода необходимы высокоточные эфемериды, предоставляемые Международной службой ГНСС (далее «IGS») [42].

Помимо точных эфемерид, IGS предоставляет точную информацию о поправках часов каждого спутника относительно системной шкалы времени. Ввиду того, что в ГНСС время также является измеряемой величиной, ошибки шкал времени спутника и приемника являются неотъемлемыми составляющими обработки результатов наблюдений [43].

Самые «быстрые» (предрасчитанные) эфемериды (Ultra-Rapid) предоставляется в режиме реального времени, и точность определения положения в этом случае в режиме реального времени достигает точности первых метров и в течение часа наблюдений может быть повышена до дециметровой.

Применение окончательных (Final) эфемерид для обработки результатов суточных наблюдений позволяют достигать максимальной точности, однако для их вычисления IGS требуется произвести обработку большого объема данных, поступающих с сотен постоянно действующих базовых станций.

В таблице 1 приведено сравнение различных видов эфемерид между собой, а также сроки предоставления уточненных эфемерид.

Таблица 1 — Сроки и точность предоставления уточненных эфемерид¹

Тип		Точность	Задержка	Стандартный интервал
1		2	3	4
Стандартные (Broadcast)	орбиты	~100 см	Реальное время	ежедневно
	часы спутника	~5 нс RMS ¹ ~2,5нс SDev ²		
Сверхбыстрые предвычисленные (Ultra-Rapid predicted half)	орбиты	~5 см	Реальное время	15 мин
	часы спутника	~3 нс RMS ¹ ~1,5нс SDev ²		
Сверхбыстрые измеренные (Ultra-Rapid observed half)	орбиты	~3 см	3 - 9 часов	15 мин
	часы спутника	~150 пс RMS ¹ ~50 пс SDev ²		
Быстрые (Rapid)	орбиты	~2,5 см	17 - 41 часов	15 мин
	часы спутника и приемника	~75 пс RMS ¹ ~25 пс SDev ²		5 мин
Окончательные (Final)	орбиты	~2,5 см	12 - 18 суток	15 мин
	часы спутника и приемника	~75 пс RMS ¹ ~20 пс SDev ²		спутник: 30с приемник: 5 мин

¹ RMS — в данном случае это СКО без учета аппаратных задержек,

² SDev — СКО с учетом удаления отдельных смещений для каждого тактового сигнала спутника и приемника.

¹Примечание к таблице. *RMS* — в данном случае это СКО без учета аппаратных задержек, *SDev* — СКО с учетом удаления отдельных смещений для каждого тактового сигнала спутника и приемника.

1.3.2 Релятивистские поправки

Релятивистская поправка часов спутника зависит от положения и скорости движения спутника по орбите [44; 45] и определяется по формуле (1.4):

$$\Delta t_{rel}^{sat} = \frac{2 \vec{R} \vec{V}}{c^2} \quad (1.4)$$

где:

\vec{R} – мгновенный вектор положения спутника на орбите;

\vec{V} – мгновенный вектор скорости спутника;

c – скорость распространения сигнала в вакууме.

Для определения релятивистской поправки можно воспользоваться формулой (1.5):

$$\Delta t_{rel}^{sat} = t - \tau(t) \approx t_0 - \tau(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{\Delta W}{c^2} dt, \quad (1.5)$$

где:

t – текущий момент координатного времени;

$\tau(t)$ – время приемника на момент времени t ;

t_0 – начальный момент координатного времени;

ΔW – разность потенциалов силы тяжести на точке установки приемника на момент времени t и потенциала силы тяжести геоида распространения сигнала в вакууме;

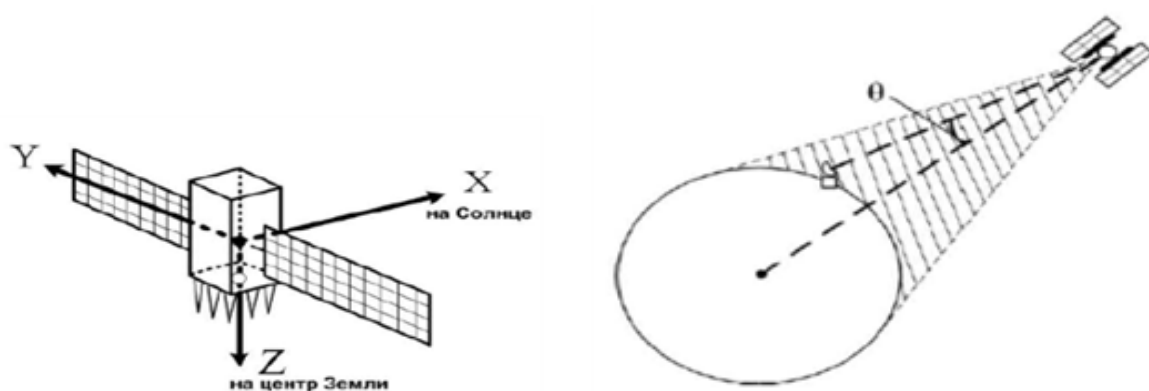
c – скорость распространения сигнала в вакууме;

dt – ошибка часов приемника.

1.3.3 Вариации фазового центра антенны спутника и приемника

Как и остальные факторы, смещение фазового центра оказывает влияния на точность определения координат при использовании спутниковых методов координатных определений [46]. Вариация(смещение) фазового центра антенны приемника зависит от зенитного расстояния и азимута линии приемник – спутник, значение данной величины так же меняется в зависимости от типов антенны и распространяется в открытом доступе сервисами IGS в формате ANTEX [3; 47; 48].

Высокоточные эфемериды ГНСС, характеризующие положение спутника на орбите, отнесены к центру масс спутника, в то же время, для сигналов, генерируемых аппаратурой спутника, отправной точкой является фазовый центр передающей антенны [49; 50]. Местоположение центра масс спутника и фазового центра передающей антенны не совпадают (1.4а). Помимо смещения фазового центра антенны относительно центра масс спутника, которая является величиной постоянной, выделяют так же вариацию фазового центра, зависящую от угла надира направления спутник – приемник (1.4б).



а) Смещение ЦМ спутника
и ФЦ антенны

б) Вариация фазового центра

● — центр масс (ЦМ) ○ — фазовый центр (ФЦ)

Рисунок 1.4 — Расположение фазовых центров

1.3.4 Тропосферная задержка

Для учета влияния тропосферной задержки тропосферу принято разделять на сухую и влажную составляющие.

Сухая составляющая, обуславливается рефракцией сухих газов: азот (78,09%), кислород (20,95%), аргон (0,93%), углекислый газ (0,03%), а также частью недипольного компонента водяного пара.

Влажная составляющая обусловлена неоднородным распределением водяного пара, связанным с быстрым изменением его агрегатного состояния на поверхности планеты, а также коррелирует с изменениями температуры в зависимости от высоты и местоположения.

Для вычисления тропосферной задержки используют различные модели тропосферы: использующие реальную метеорологическую информацию модель Хопфилд, модель Саастамойнена, модель Блэка и статистические модели, такие как MOPS и GCAT [51—54].

1.3.5 Ионосферная задержка

Ионосфера располагается на высотах примерно от 50 км над поверхностью Земли и, являясь естественным отражателем для низкочастотных радиоволн, оказывает замедляющее влияние на скорость прохождения высокочастотных. В общем виде ионосферная задержка обратно пропорциональна квадрату частоты сигнала [28; 47; 55] [5,6,13].

Существует ряд способов учета ионосферной задержки. Один из наиболее надежных и проверенных временем — модель Клобучара (Klobuchar), параметры которой передаются в навигационном сообщении [56]. Данная модель позволяет при помощи восьми коэффициентов снизить влияние ионосферной задержки до 50%, при этом необходимо знать широту и долготу точки наблюдения, а также азимут и зенитное расстояние направления на спутник на момент наблюдения в системе местного времени [30; 57].

1.3.6 Многолучевость

К случайным (шумовым) компонентам следует отнести явление «многолучевости» (multipath) — переотражения сигнала от подстилающей поверхности или вертикальных преград: стен зданий, ограждений и т.д. Техническим вариантом минимизации влияния переотражения на результаты наблюдений может быть установка принимающей антенны на определенную высоту от подстилающей поверхности (от 1 – 1,5 метров), выбор точки наблюдений как можно дальше от вертикальных преград, использование специальных антенн с применением технологии дроссельных колец (choke ring) (рис. 1.5), заглушающих сигналы, при-

ходящие со спутников, находящихся близко к горизонту, а так же установки маски угла возвышения (elevation mask) в пределах 10 – 15 градусов [33].



Рисунок 1.5 — ГНСС-антенна с экраном подавления переотражения сигналов Choke Ring

1.3.7 Влияние dор-факторов

Данный термин принято использовать для геометрического описания местоположения спутников относительно друг друга. Чем дальше расположены спутники, тем ниже значение dор-факторов [58—60] [56,58,63]. Среди факторов, влияющих на снижение точности (dор-факторы) можно выделить следующие:

1. орбиты спутников;
2. наличие объектов-помех;
3. влияние атмосферы;
4. отражение радиоволн.

На основании вышесказанного существует следующая классификация dор-факторов:

GDOP (Geometric) — полное снижение точности;

HDOP (Horizontal) — снижение точности в горизонтальной плоскости;

VDOP (Vertical) — снижение точности в вертикальной плоскости;

PDOP (Position) — снижение точности по местоположению;

TDOP (Time) — снижение точности по времени.

В таблице 2 приводятся основные численные значения влияния dор факторов на результаты спутниковых координатных определений.

Таблица 2 — Влияние pdop фактора на получаемые результаты

Значение PDOP	Точность	Описание
< 1	Идеальная	Рекомендуется к использованию в системах, требующих максимально возможной точности во все время их работы
2 – 3	Отличная	Достаточная точность для использования результатов измерений в достаточно чувствительной аппаратуре и программах
4 – 6	Хорошая	Рекомендуемый минимум для принятия решений по полученным результатам. Результаты могут быть использованы для достаточно точных навигационных указаний
6 – 8	Средняя	Результаты можно использовать в вычислениях, однако рекомендуется озаботиться повышением точности, например, выйти на более открытое место
9 – 20	Ниже среднего	Результаты могут использоваться только для грубого определения местоположения
> 20	Плохо	Результаты даже не могут использоваться для грубого определения местоположения

Глава 2. ГЛАВА 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ КООРДИНАТ ПРИ ОБРАБОТКЕ СОВРЕМЕННЫМИ МЕТОДАМИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

На сегодняшний день обработка по PPP-алгоритму реализована несколькими способами. Во-первых, обработка может выполняться с использованием интернет-сервисов. Во-вторых, обработка может быть выполнена в коммерческих программных обеспечениях. В-третьих, существуют некоторые бесплатные (некоммерческие) программные обеспечения с открытым кодом.

В первой части главы рассмотрены современные способы обработки данных по PPP-алгоритму. Вторая часть главы посвящена исследованию точности определения координат по PPP-алгоритму при вариации различных факторов.

2.1 Обзор современных сервисов для обработки PPP

На сегодняшний день международным научным сообществом разработаны интернет-сервисы для обработки данных по PPP-алгоритму, обзор которых приведен ниже.

2.1.1 Trimble RTX (Trimble RTX Post Processing)

Trimble RTX один из самых перспективных онлайн-сервисов для обработки спутниковых данных по PPP-алгоритму [61]. Точность определения координат варьируется от сантиметров и заканчивая субсантиметровым уровнем точности. Существует возможность предоставления обработанных координат, как в обще-земной системе координат ITRF 2014 (на эпохи 2010 и 2024.25), так и в геодезической системе координат (BLH).

Основные сведения о данном интернет-сервисе:

- ✓ Бесплатный сервис.
- ✓ Существует возможность обрабатывать данные современных ГНСС.

- ✓ Минимальная продолжительность измерений необходимая для обработки составляет 10 минут; максимальная суточный файл.
- ✓ RINEX файл или фирменные файлы должны содержать только данные собранные двух-частотным спутниковым приемником и только в статике.
- ✓ Отсутствует возможность обработки только данных ГЛОНАСС.
 - Бесплатный сервис.
 - Существует возможность обрабатывать данные современных ГНСС.
 - Минимальная продолжительность измерений необходимая для обработки составляет 10 минут; максимальная суточный файл.
 - RINEX файл или фирменные файлы должны содержать только данные собранные двух-частотным спутниковым приемником и только в статике.
 - Отсутствует возможность обработки только данных ГЛОНАСС.

На рисунке 2.1 представлен фрагмент интерфейса данного интернет-сервиса.

New Enhancements

The CenterPoint RTX post-processing service now supports all dual frequency GNSS receivers. Antennas must be on the Supported Antennas list. The post-processing service will not process unsupported antennas. See also: [Supported Antennas](#)

Observation files must meet the following requirements:

- Data formats accepted include Trimble proprietary data formats (e.g. DAT, T01, T02, T04, Quark) and the standard RINEX 2 and RINEX 3 data formats
- For optimal processing results, it is recommended to provide at least 60 minutes of observations.
- Data files cannot exceed 24 hours in length
- Data files must be static only
- Data files must contain dual frequency pseudorange and carrier phase observations (L1 and L2)
- Data must have been collected after 14 May 2011
- BeiDou data is included since 04 Jun 2014
- Galileo data is included since 01 Jan 2017
- If your observation data consists of several files, please compress them to a ZIP archive and upload the zipped file. All files in the ZIP archive must belong to the same station.

3. Provide your email address:

Email:

☐ I accept the terms of use listed in the Disclaimer section below.

Process The Report will be sent to the email address provided above.

Рисунок 2.1 — Интерфейс сайта Trimble RTX

При обработке с использованием данного интернет-сервиса необходимо загрузить обрабатываемый RINEX-файл либо фирменный формат Trimble (T01, T02, T03, T04). Далее выбирается литосферная плита, либо указывается автоматически в процессе обработки. Затем указывается электронная почта, на которую придет обработанный файл в формате pdf. На рисунке 2.2 приведен пример отчета по обработке с использованием данного интернет-сервиса.



Post-Processing Service Based on RTX Technology

TrimbleRTX.com

Contributor: makstas96@yandex.ru
 Reference Name: VLDV_010424.0418_010424.1017_285935.240
 Upload Date: 05/03/2024 13:38:49 UTC

Report Time Frame:
 Start Time: 04/01/2024 04:18:00 UTC
 End Time: 04/01/2024 10:17:59 UTC
 Observation File Type(s): RINEX
 Observation File(s): VLDV_010424.0418_010424.1017_285935.240
 Antenna:
 Name: TRMR10
 Height: 0.000 m
 Reference: Bottom of antenna mount
 Receiver Name: Nyeezvyestniy
 Coordinate Systems: ITRF2014
 Tectonic Plate: Amurian (Auto-detected)
 Tectonic Plate Model: MORVEL56
 Processing Interval: 10 s

Statistics

# Total Obs	# Usable Obs	# Used Obs	Percent
21600	2160	2156	99

Used Satellites

# Total Satellites:	33
GPS:	G02 G03 G04 G06 G07 G08 G09 G10 G11 G12 G14 G17 G19 G20 G21 G22 G25 G27 G30
GLONASS:	R01 R02 R03 R04 R05 R08 R09 R14 R15 R16 R17 R18 R19 R24

Processing Results

ITRF2014 at Epoch 2010.0		
Coordinate	Value	σ
X	-3112792.811 m	0.008 m
Y	3475714.397 m	0.009 m
Z	4334221.066 m	0.008 m
Latitude	43° 04' 54.32923" N	0.005 m
Longitude	131° 50' 49.57218" E	0.008 m
El. Height	118.574 m	0.011 m

ITRF2014 at Epoch 2024.25		
Coordinate	Value	σ
X	-3112793.162 m	0.008 m
Y	3475714.270 m	0.009 m
Z	4334220.916 m	0.008 m
Latitude	43° 04' 54.32259" N	0.005 m
Longitude	131° 50' 49.58746" E	0.008 m
El. Height	118.573 m	0.011 m

Report Information

Trimble RTX Solution ID: 30501055
 Solution Type: Static
 Software Version: 8.5.1.20196
 Creation Date: 05/03/2024 13:39:25 UTC

Рисунок 2.2 — Пример отчета Trimble RTX

Как видно из рисунка 2.2 в отчете указывается вся интересующая информация: время начала и окончания измерения; количество используемых ГНСС и номер спутников; и координаты, приводимые на 2 эпохи в двух представлениях. В геодезической системе координат(BLN) и геоцентрической(XYZ).

2.1.2 Magic PPP (magic GNSS)

Magic PPP — это глобальный сервис позиционирования, который позволяет пользователям GNSS определять своё положение или траекторию с сантиметровой точностью.

Метод, используемый в magic PPP, не требует данных от непрерывных опорных станций (CORS), работающих в непосредственной близости от приемника. Идеальное решение для точной траектографии на больших расстояниях и/или в областях, отличных от покрытия CORS.

Данный сервис состоит из 4-х служб-составляющих. С более подробной информацией можно ознакомиться на официальном сайте [62].

2.1.3 Canadian Spatial Reference System (CSRS-PPP)

CSRS – Канадский сервис, предназначенный для обработки спутниковых данных по PPP-алгоритму.

Основные сведения о сервисе:

- ✓ Бесплатный сервис.
- ✓ Присутствует возможность обработки любых форматов сырых данных, собранных ГНСС-аппаратурой.
- ✓ Возможно, обрабатывать как статические, так и кинематические данные.
- ✓ Возможна загрузка как данных, собранных двухчастотным, так и одночастотным приемником.

В отличие от интернет-сервиса Trimble RTX у данного сервиса реализована обработка как статических, так и кинематических данных.

Результаты обработки могут быть представлены как в системе координат ITRF, так и в локальной системе координат, применяемой на территории Северной Америки — NAD-83. В приложении F приведен отчет с данного интернет-сервиса.

2.1.4 Automatic Precise Points Positioning Service (APPS)

APPS принимает файлы GPS-измерений и применяет самую передовую технологию GPS-позиционирования из Лаборатории реактивного движения NASA для оценки положения ваших GPS-приемников, независимо от того, находятся ли они в статике, в движении, на земле или в воздухе [63].

Основные сведения о APPS:

- ✓ Бортовые эфемериды и поправки к часам в режиме реального времени GPS JPL.
- ✓ Уточненные и высокоточные (фиальные) эфемериды от JPL.
- ✓ Интернет-сервис и программное обеспечение GIPSY-OASIS содержит один и тот же алгоритм.
- ✓ Поддерживает форматы данных: RINEX 2, RINEX 2.11 и фирменный формат данных GPSY TDP.

2.1.5 GNSS Analysis and Positioning Software (GAPS)

GAPS обеспечивает пользователям точное позиционирование с использованием одного спутникового приемника геодезического класса как в статическом, так и в кинематическом режиме. Благодаря использованию высокоточных эфемерид и поправок к часам, предоставляемых такими источниками, как Международная служба ГНСС (IGS) и Natural Resources Canada (NRCan), можно легко достичь точность на сантиметровом уровне в статическом режиме и позиционирования на дециметровом уровне в кинематическом режиме при достаточной продолжительности измерения.

2.1.6 OPUS

Этот сервис предназначен для обработки спутниковых данных с использованием PPP-алгоритма. Он обеспечивает простой доступ к высокоточным коор-

динатам Национальной пространственной системы отсчета NSRS. Для успешной реализации необходимо загрузить исходный файл, а обработанные координаты придут на указанную электронную почту.

OPUS требует минимального пользовательского ввода и обработка происходит с использованием программного обеспечения, которое вычисляет координаты для сетей NGS Continuous Operating Reference Station (далее «CORS»).

У данного интернет-сервиса есть ряд требований, предъявляемых к сырым файлам:

- ✓ Данные должны быть собраны двухчастотным спутниковым приемником.
- ✓ Возможно обрабатывать данные продолжительностью измерений начиная с 15 минут и заканчивая 48 часами.
- ✓ Файлы продолжительностью менее двух часов обязательно должны содержать не только P2, но и P1 или C1.
- ✓ Частота записи может быть 1,2,3,5,10,15,30 секунд.
- ✓ Необходимо правильно выбирать антенну и высоту антенны. Неправильно выбранный тип антенны может выдать ошибку измерений в плане до 1 см; по высоте до 80 см.

2.1.7 SOPAC SCOUT (Scripps Coordinate Update Tool of Scripps Orbit and Permanent Array Centre)

В основе сервиса SOPAC SCOUT лежит тот же принцип, что и в остальных интернет-сервисах. Однако в сравнении с другими сервисами есть пару ключевых отличий:

- ✓ Можно обрабатывать не более 10 проектов одновременно.
- ✓ Минимальная рекомендуемая продолжительность измерений — 1 час.

2.1.8 IBGE-PPP (Scripps Coordinate Update Tool of Scripps Orbit and Permanent Array Centre)

Интернет-сервис был разработан Бразильским институтом географии и статистики. При этом, как и в случае интернет-сервисов Trimble RTX и CRSR количество одновременно обрабатываемых RINEX-файлов не ограничено.

2.1.9 IGN-PPP

Данный интернет-сервис был разработан Аргентинским научным сообществом. В основе данного сервиса лежит интернет сервис CSRS. В приложении Б приведен отчёт данного интернет-сервиса.

2.1.10 PPP AS A SERVICE

Интернет-сервис был разработан российским научным сообществом. PAAS (PPP as a service) обеспечивает возможность быстрого расчёта. В приложении В приведен отчёт данного интернет-сервиса.

2.1.11 Сравнение интернет-сервисов между собой

С целью сравнения интернет-сервисов между собой была создана таблица **3**, в которой приведены основные сравнительные характеристики. Для компактной записи были использованы общепринятые обозначения R – ГЛОНАСС, G – GPS.

Таблица 3 — Сравнение данных между собой

Критерий	RTX	CRSR	Magic GNNS	GAPS	APPS	OPUS	PAAS
Дискретность	все	≥ 30 сек.	все	все	все	все	все
СК	BLH, ITRF	BLH, NAD, ITRF	BLH, ITRF	BLH, ITRF	BLH, ITRF	BLH, ITRF, UTM	
t_{\min} (мин)	10	10	10	10	10	15	
t_{\max} (ч)	24	24	24	24	24	24	
$t_{\text{обработки}}$ (мин)	2 – 3	2 – 3	4	10 – 15	5	5	3
ГНСС комбинации	R, G, C	R, G	R, G	R, G	R, G	R, G	R, G
Количество проектов	∞	∞	∞	∞	∞	∞	

Из таблицы 3 видно, что с точки зрения времени, затрачиваемого на обработку измерений, быстрее происходит предоставление результатов в случае использования RTX и CRSR. Однако у CRSR обработка данных выполняется только при периодичности записи 30 секунд и реже. Конечно, можно использовать и более высокую частоту, но в таком случае данные будут прорежены, что может привести к существенному снижению точности получаемого решения. Также можно заключить, что интернет-сервис SOPAC SCOUT выполняет работу медленнее прочих.

2.2 Обзор современных программных обеспечений для обработки PPP

2.2.1 Bernese

Программное обучение Bernese было разработано в астрономическом институте Бернского университета для постобработки наблюдений GNSS в научных исследованиях [64]. Это программное обеспечение используется Европейским орбитальным центром (Code) для поддержки международных (IGS) и европейских (EUREF/EPN) глобальных спутниковых навигационных сетей.

В программном обеспечении можно обрабатывать как статические, так и кинематические наблюдения. Помимо этого, используя программное обеспечение

Bernese существует возможность обрабатывать данные в результате высокоточного позиционирования (PPP). Благодаря встроенным моделям существует возможность учитывать движение литосферных плит, грунтов, а также приливы и отливы. К тому же постоянно поддерживается учет зенитной тропосферной задержки и градиента, параметров ориентации Земли и глобальных ионосферных моделей [65; 66].

2.2.2 GIPSY-OASIS

Лаборатория реактивного движения Национального управления по аэронавтике и исследованию космического пространства (НАСА) в Пасадене, штат Калифорния, обеспечивает поддержку пользователей GIPSY-OASIS (GOA II) — автоматизированного, быстрого, сверхточного программного комплекса для обработки высокоточных данных GPS со строгим контролем качества данных.

2.2.3 Waypoint Grafnet

Программное обеспечение для постобработки Graphnet — это мощный программный комплекс, для обеспечения наилучшей статической или кинематической точности ГНСС с использованием всех доступных данных ГНСС. Поддержка форматов данных для большинства одно- и многочастотных коммерческих приемников означает, что Graphnav, скорее всего, будет работать с существующим оборудованием [67].

2.2.4 RTKLIV

RTKLIV — набор библиотек с открытым кодом. Данное программное обеспечение предназначено для обработки как статических, так и кинематических данных [68]. Среди преимуществ данного программного обеспечения стоит вы-

делить возможность обработки данных только ГЛОНАСС, что ни в одном другом программном обеспечении или интернет-сервисе не реализовано.

2.2.5 КРЕДО ГНСС

В программном обеспечении КРЕДО ГНСС присутствует возможность обработки спутниковых данных не только по стандартным алгоритмам, но и при использовании методов высокоточных координатных определений. Данная возможность появилась с выходом версии 2.0.

2.2.6 Trimble Business Centre

В современных версиях программного обеспечения Trimble Business Centre (далее «ТВС») присутствует возможность не только обработки спутниковых данных, но также данных с применением наземных методов, фотограмметрии и результатов лазерного сканирования. Кроме того в программном обеспечении реализована возможность обработки данных и по PPP-алгоритму [67; 69].

2.2.7 TropoGNSS

TropoGNSS — программный продукт для мониторинга параметров атмосферы и движений земной коры, рассчитываемых по измерениям сигналов Глобальных Навигационных Спутниковых Систем (ГНСС). Данное приложение разработано в Казанском федеральном университете и является одним из немногих примеров российских научных программных продуктов в этой сфере. В TropoGNSS реализован абсолютный метод обработки данных ГНСС, называемый технологией PPP (Precise Point Positioning). Эта технология предполагает получение высокоточных результатов по данным одиночной станции. Применяемый в программе алгоритм основан на сравнении длин геометрического

и фазового пути радиоволн от спутников ГНСС до наземного приемника. Уравнивание измерений производится с помощью фильтра Калмана. В настоящее время приложение поддерживает обработку данных американской системы GPS, российской системы ГЛОНАСС и европейской системы Galileo.

2.2.8 ПроГеоСеть

ПроГеоСеть — современный программный продукт, представленный разработчиками в январе 2024 года. По заявлению разработчика (НИИ Микроэлектронной аппаратуры Прогресс) программное обеспечение является частью геодезического комплекса ПРОГЕО. По заявлению разработчиков данное программное обеспечение предназначено для: позиционирования и навигации статических и подвижных объектов на основе данных спутниковых систем GPS, ГЛОНАСС, Galileo, Beidou, QZSS, IRNSS методами RTK, RTPK, PPP и классической постобработкой [46].

Помимо выше перечисленного, в настоящее время, по заявлению производителей, программное обеспечение проходит процедуру сертификации и в геодезическом производстве *будет использоваться с середины 2024 года*.

2.3 Исследование точности определения координат, при использовании современных способов обработки данных по PPP-алгоритму

Полевые экспериментальные работы выполнялись с 21.01.2022 по 14.02.2022 в общей сложности — 12 дней по 3-5 часов ежедневно на крыше седьмого корпуса РУТ(МИИТ) с использованием двухчастотного спутникового приемника Trimble R10. На рисунке 2.3 представлен описываемый пункт (МИИТ).

Периодичность записи измерений составляла 10 секунд. Среднее время проведения экспериментальных работ с 12:00 до 15:00. После проведения съёмочных работ сырые файлы преобразовывались в формат RINEX версии 2.11 с использованием программного обеспечения Trimble Convert to RINEX [70].



Рисунок 2.3 — Спутниковый приемник на крыше

Для исследования точности обработки данных по PPP-алгоритму были поставлены следующие цели:

1. Выявить влияние продолжительности измерений на данные, получаемые при обработке по PPP-алгоритму.
2. Выявить влияние количества принимаемых спутников и оценить влияние ρ_{dop} фактора на получаемые результаты.
3. Проанализировать точность при использовании ГНСС в различных комбинациях (только ГЛОНАСС; только GPS; совместно ГЛОНАСС и GPS).
4. Рассмотреть получаемую точность при обработке многократных спутниковых измерений.
5. Рассмотреть влияние частоты записи **на получаемые приращения координат**.
6. Произвести сравнение между реализациями с использованием программных обеспечений и интернет-сервисов.

Этапы проведения работ и полученные результаты приведены в пунктах [2.3.1](#), [2.3.2](#), [2.3.3](#), [2.3.4](#), [2.3.5](#).

2.3.1 Исследование точности при многократных спутниковых измерениях

Для исследования координат, определяемых по PPP-алгоритму *с точки зрения многократных измерений*, было выполнено следующее:

1. Были подготовлены RINEX-файлы, содержащие трёхчасовые интервалы измерений.
2. Впоследствии RINEX-файлы были преобразованы в наборы данных, содержащие одно-, двух- и трёхчасовые интервалы.

Обработка с использованием интернет-сервиса Trimble RTX

Обработка данных PPP-алгоритмом по RTX обработке, производится на сайте Trimble-RTX [8]. Обработка выполняется автоматически после загрузки RINEX-файла. По её завершении можно скачать результаты.

Этот процесс повторяется последовательно ко всем RINEX-файлам. Ниже, в таблице 4, приведены координаты пункта (МПТ), полученные из *одночасовых* измерений, выполнявшихся в течение двенадцати дней.

Таблица 4 — Координаты пункта МПТ. Сервис Trimble RTX, $T_{\text{изм.}} = 1$ час

№	Дата	X, м	Y, м	Z, м
1	21.01.2022	2847750,924	2193184,486	5251441,725
2	26.01.2022	2847750,932	2193184,486	5251441,735
3	27.01.2022	2847750,927	2193184,487	5251441,733
4	28.01.2022	2847750,934	2193184,486	5251441,737
5	31.01.2022	2847750,945	2193184,494	5251441,735
6	01.02.2022	2847750,927	2193184,475	5251441,703
7	02.02.2022	2847750,931	2193184,483	5251441,730
8	03.02.2022	2847750,933	2193184,483	5251441,725
9	04.02.2022	2847750,933	2193184,481	5251441,723
10	09.02.2022	2847750,930	2193184,488	5251441,733
11	10.02.2022	2847750,934	2193184,491	5251441,740
12	14.02.2022	2847750,946	2193184,496	5251441,736

В таблице 5 приведены координаты пункта (МПТ), полученные из *двухчасовых* измерений, выполнявшихся в течение двенадцати дней.

Таблица 5 — Координаты пункта МПТ. Сервис Trimble RTX, $T_{\text{изм.}} = 2$ часа

№	Дата	X, м	Y, м	Z, м
1	21.01.2022	2847750,925	2193184,483	5251441,713
2	26.01.2022	2847750,928	2193184,487	5251441,722
3	27.01.2022	2847750,930	2193184,487	5251441,723
4	28.01.2022	2847750,937	2193184,491	5251441,733
5	31.01.2022	2847750,941	2193184,496	5251441,737
6	01.02.2022	2847750,932	2193184,488	5251441,722
7	02.02.2022	2847750,937	2193184,492	5251441,736
8	03.02.2022	2847750,934	2193184,492	5251441,728
9	04.02.2022	2847750,938	2193184,490	5251441,734
10	09.02.2022	2847750,933	2193184,491	5251441,729
11	10.02.2022	2847750,932	2193184,487	5251441,725
12	14.02.2022	2847750,939	2193184,490	5251441,728

В таблице 6 приведены координаты пункта (МПТ), полученные из *трёхчасовых* измерений выполнявшихся в течение двенадцати дней.

Таблица 6 — Координаты пункта МПТ. Сервис Trimble RTX, $T_{\text{изм.}} = 3$ часа

№	Дата	X, м	Y, м	Z, м
1	21.01.2022	2847750,927	2193184,485	5251441,714
2	26.01.2022	2847750,932	2193184,489	5251441,724
3	27.01.2022	2847750,933	2193184,488	5251441,724
4	28.01.2022	2847750,939	2193184,493	5251441,734
5	31.01.2022	2847750,943	2193184,497	5251441,736
6	01.02.2022	2847750,933	2193184,488	5251441,723
7	02.02.2022	2847750,937	2193184,491	5251441,732
8	03.02.2022	2847750,933	2193184,489	5251441,721
9	04.02.2022	2847750,940	2193184,489	5251441,727
10	09.02.2022	2847750,931	2193184,486	5251441,721
11	10.02.2022	2847750,932	2193184,485	5251441,721
12	14.02.2022	2847750,938	2193184,489	5251441,723

В дальнейшем были найдены разности приращений координат между вычисленными и усредненными координатами, сведёнными в таблицу 7. Значения усредненных координат:

$$\begin{cases} \bar{X} = 2847750,943 \pm 000,000 \text{ м,} \\ \bar{Y} = 2193184,497 \pm 000,000 \text{ м,} \\ \bar{Z} = 5251441,736 \pm 000,000 \text{ м.} \end{cases}$$

Таблица 7 — Разности координат. Сервис Trimble RTX

№	1 час			2 часа			3 часа		
	σX , м	σY , м	σZ , м	σX , м	σY , м	σZ , м	σX , м	σY , м	σZ , м
1	0,019	−0,011	−0,011	0,018	−0,014	−0,023	0,016	−0,012	−0,022
2	−0,011	−0,011	−0,001	−0,015	−0,010	−0,014	−0,011	−0,008	−0,012
3	−0,016	−0,010	−0,003	−0,013	−0,010	−0,013	−0,010	−0,009	−0,012
4	−0,019	−0,011	−0,011	−0,018	−0,014	−0,023	−0,016	−0,012	−0,022
5	−0,011	−0,011	−0,001	−0,015	−0,010	−0,014	−0,011	−0,008	−0,012
6	−0,016	−0,010	−0,003	−0,013	−0,010	−0,013	−0,010	−0,009	−0,012
7	0,012	−0,014	−0,006	0,006	−0,005	0,000	0,006	−0,006	−0,004
8	−0,010	−0,014	−0,011	−0,009	−0,005	−0,008	−0,010	−0,008	−0,015
9	−0,010	−0,016	−0,013	−0,005	−0,007	−0,002	−0,003	−0,008	−0,009
10	−0,013	−0,009	−0,003	−0,010	−0,006	−0,007	−0,012	−0,011	−0,015
11	−0,009	−0,006	0,004	−0,011	−0,010	−0,011	−0,011	−0,012	−0,015
12	0,003	−0,001	0,000	−0,004	−0,007	−0,008	−0,005	−0,008	−0,013

В таблице 8 приводятся средние, а также минимальные и максимальные значения разностей координат.

Таблица 8 — Обобщённые разности координат. Сервис Trimble RTX

	1 час			2 часа			3 часа		
	σX , м	σY , м	σZ , м	σX , м	σY , м	σZ , м	σX , м	σY , м	σZ , м
мин.	−0,019	−0,022	−0,033	−0,018	−0,014	−0,023	−0,016	−0,012	−0,022
макс.	0,003	−0,001	0,004	−0,002	−0,001	0,001	0,000	0,000	0,000
среднее	−0,010	−0,011	−0,006	−0,009	−0,007	−0,008	−0,008	−0,008	−0,011

Анализируя таблицу 8 можно заметить, что в среднем величины отклонений координат содержат одинаковую ошибку при 12-дневных измерениях.

Обработка с использованием интернет-сервиса CSRS

Обработка происходила интернет-сервисом CSRS. Был использован тот же набор RINEX-файлов данных. Этапы обработки те же самые. Результаты приведены в таблице 9.

Основываясь на таблице 9 была создана таблица 10, в которой указываются максимальные, минимальные и средние разности координат.

Таблица 9 — Разности координат. Сервис CSRS

№	1 час			2 часа			3 часа		
	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$
1	0,019	−0,011	−0,011	0,018	−0,014	−0,023	0,016	−0,012	−0,022
2	−0,011	−0,011	−0,001	−0,015	−0,010	−0,014	−0,011	−0,008	−0,012
3	−0,016	−0,010	−0,003	−0,013	−0,010	−0,013	−0,010	−0,009	−0,012
4	−0,019	−0,011	−0,011	−0,018	−0,014	−0,023	−0,016	−0,012	−0,022
5	−0,011	−0,011	−0,001	−0,015	−0,010	−0,014	−0,011	−0,008	−0,012
6	−0,016	−0,010	−0,003	−0,013	−0,010	−0,013	−0,010	−0,009	−0,012
7	0,012	−0,014	−0,006	0,006	−0,005	0,000	0,006	−0,006	−0,004
8	−0,010	−0,014	−0,011	−0,009	−0,005	−0,008	−0,010	−0,008	−0,015
9	−0,010	−0,016	−0,013	−0,005	−0,007	−0,002	−0,003	−0,008	−0,009
10	−0,013	−0,009	−0,003	−0,010	−0,006	−0,007	−0,012	−0,011	−0,015
11	−0,009	−0,006	0,004	−0,011	−0,010	−0,011	−0,011	−0,012	−0,015
12	0,003	−0,001	0,000	−0,004	−0,007	−0,008	−0,005	−0,008	−0,013

Таблица 10 — Обобщённые разности координат. Сервис CSRS

	1 час			2 часа			3 часа		
	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$
мин.	−0,022	−0,014	−0,027	−0,026	−0,006	−0,022	−0,025	−0,011	−0,027
макс.	−0,002	0,015	0,018	−0,005	0,008	0,010	−0,008	0,003	0,003
среднее	−0,010	−0,002	−0,003	−0,015	0,000	−0,005	−0,017	−0,005	−0,013

Обработка с использованием интернет-сервиса GAPS

Последовательность обработки аналогична используемым в остальных интернет-сервисах. В таблице 11 приведены разности координат для всех двенадцати сеансов измерений.

Как и прежде, основываясь на таблице 11 была составлена обобщающая таблица 12, в которой указываются данные о величинах средних, минимальных и максимальных отклонений.

При анализе таблицы 12 видно, что разности координат имеют почти тот же самый характер изменений, что и при обработке по интернет-сервисам Trimble RTX и CSRS.

Таблица 11 — Разности координат. Сервис GAPS

№	1 час			2 часа			3 часа		
	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$
1	−0,031	0,039	−0,025	−0,028	0,015	−0,004	−0,028	0,015	−0,004
2	0,000	0,034	0,005	−0,028	−0,001	−0,015	−0,028	−0,001	−0,015
3	−0,002	0,040	0,005	−0,016	−0,017	−0,022	−0,016	−0,017	−0,022
4	0,006	0,018	−0,013	−0,008	−0,042	−0,029	−0,008	−0,042	−0,029
5	0,047	−0,141	−0,084	−0,016	−0,059	−0,028	−0,016	−0,059	−0,028
6	0,023	−0,111	−0,063	−0,023	−0,060	−0,024	−0,023	−0,060	−0,024
7	0,013	−0,116	−0,081	−0,029	−0,070	−0,033	−0,029	−0,070	−0,033
8	−0,005	−0,043	−0,036	−0,019	−0,125	−0,049	−0,019	−0,125	−0,049
9	−0,027	−0,049	−0,042	−0,018	−0,064	−0,014	−0,018	−0,064	−0,014
10	−0,086	0,058	−0,022	−0,012	−0,014	−0,013	−0,012	−0,014	−0,013
11	−0,050	−0,007	0,006	−0,017	−0,030	−0,021	−0,017	−0,030	−0,021
12	−0,111	0,168	0,177	−0,005	−0,030	−0,021	−0,005	−0,030	−0,021

Таблица 12 — Обобщённые разности координат. Сервис GAPS

	1 час			2 часа			3 часа		
	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$
мин.	−0,111	−0,141	−0,084	−0,029	−0,125	−0,049	−0,029	−0,125	−0,049
макс.	0,047	0,168	0,177	−0,005	0,015	−0,004	−0,005	0,015	−0,004
среднее	−0,019	−0,009	−0,014	−0,018	−0,041	−0,023	−0,018	−0,041	−0,023

Обработка с использованием программного обеспечения RTKLIB

RTKLIB — реализованное некоммерческое программное обеспечение с открытым исходным кодом, с помощью которого возможна обработка как статических, так и кинематических данных по PPP-алгоритму. Время обработки составляет несколько секунд. Для успешной обработки требуются такие данные как: RINEX-файл наблюдений с расширением «.о»; навигационный RINEX-файл с расширением «.н»; файлы высокоточных эфемерид с расширением «.sp3»; файлы коррекции часов в формате CLK; параметры антенны.

В таблице 13 приводятся разности приращений координат при одно-, двух- и трёхчасовых интервалах измерений.

Как и прежде на основе таблицы 13 была составлена таблица 14, в которой приводятся обобщённые данные.

Таблица 13 — Разности координат. ПО RTKLIB

№	1 час			2 часа			3 часа		
	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$
1	−0,007	−0,010	−0,011	−0,016	−0,008	−0,010	−0,016	−0,013	−0,020
2	−0,017	−0,001	0,009	−0,015	−0,017	−0,012	−0,018	−0,015	−0,008
3	−0,005	0,001	−0,002	−0,008	−0,011	−0,012	−0,017	−0,009	−0,012
4	−0,007	−0,008	−0,004	−0,007	−0,001	0,000	−0,012	−0,011	−0,009
5	−0,004	−0,012	0,010	−0,004	−0,004	−0,006	−0,005	0,001	−0,002
6	−0,004	−0,022	−0,033	0,002	−0,012	−0,008	−0,009	−0,011	−0,015
7	−0,008	−0,010	−0,010	−0,004	−0,015	−0,001	−0,011	−0,021	−0,007
8	−0,007	−0,018	0,000	−0,014	−0,015	−0,012	−0,016	−0,022	−0,019
9	0,000	−0,016	−0,013	−0,005	−0,011	0,000	−0,012	−0,021	−0,010
10	−0,018	−0,008	0,003	−0,010	−0,006	−0,008	−0,012	−0,016	−0,011
11	−0,009	−0,006	0,004	−0,011	−0,010	−0,005	−0,011	−0,012	−0,010
12	0,013	−0,011	0,002	−0,005	−0,030	−0,021	−0,005	−0,013	−0,009

Таблица 14 — Обобщённые разности координат. ПО RTKLIB

	1 час			2 часа			3 часа		
	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$	$\sigma X, \text{ м}$	$\sigma Y, \text{ м}$	$\sigma Z, \text{ м}$
мин.	−0,018	−0,022	−0,033	−0,016	−0,030	−0,021	−0,018	−0,022	−0,020
макс.	0,013	0,001	0,010	0,002	−0,001	0,000	−0,005	0,001	−0,002
среднее	−0,006	−0,010	−0,004	−0,008	−0,012	−0,008	−0,012	−0,014	−0,011

Сравнение получаемых результатов при использовании интернет-сервисов и программных обеспечений с точки зрения многократных измерений

Дополнительно была выполнена обработка RINEX-файлов в программном обеспечении Trimble Business Centre (далее «ТВС» с использованием PPP-алгоритма. Координаты получились идентичные, результатам онлайн-сервиса обработки спутниковых данных Trimble RTX.

Выводы по пункту 2.3.1:

При сравнении данных, полученных с использованием интернет-сервисов Trimble RTX, CRSR, GAPS и программных обеспечений ТВС и RTKLIB установлено, что координаты определяются примерно с одинаковой точностью с точки зрения использования одиночного позиционирования

2.3.2 Исследование влияния продолжительности измерений на получаемую точность определения координат при использовании PPP-алгоритма обработки спутниковых данных

Для исследования получаемой точности в зависимости от продолжительности измерений был сформирован ряд RINEX-файлы, содержащих данные с продолжительностью измерения от $1/4$ до 5 часов (15, 30, 45 минут, 1, 2, 3, 4 и 5 часов).

Обработка данных с использованием интернет-сервиса CRSR

В таблице 15 приведены разности координат, полученные при обработке RINEX различной продолжительности.

Таблица 15 — Влияние продолжительности измерений. Сервис CRSR

Продолжительность	σX , м	σY , м	σZ , м	m_{xyz}
$1/4$ ч	0,079	0,071	0,076	0,131
$1/2$ ч	0,039	0,049	0,064	0,090
$3/4$ ч	0,036	0,039	0,042	0,058
1 ч	0,029	0,025	0,037	0,050
2 ч	0,027	0,015	0,029	0,042
3 ч	0,021	0,014	0,021	0,033
4 ч	0,021	0,014	0,021	0,033
5 ч	0,021	0,014	0,021	0,033

Значения из таблицы 15 отображены на графике (рисунок 2.4), который наглядно иллюстрирует влияния продолжительности измерений на получаемые разности координат.

Анализируя таблицу 15 и график 2.4 можно заметить, что точность определения координат при длительности измерения свыше трёх часов практически неизменна.

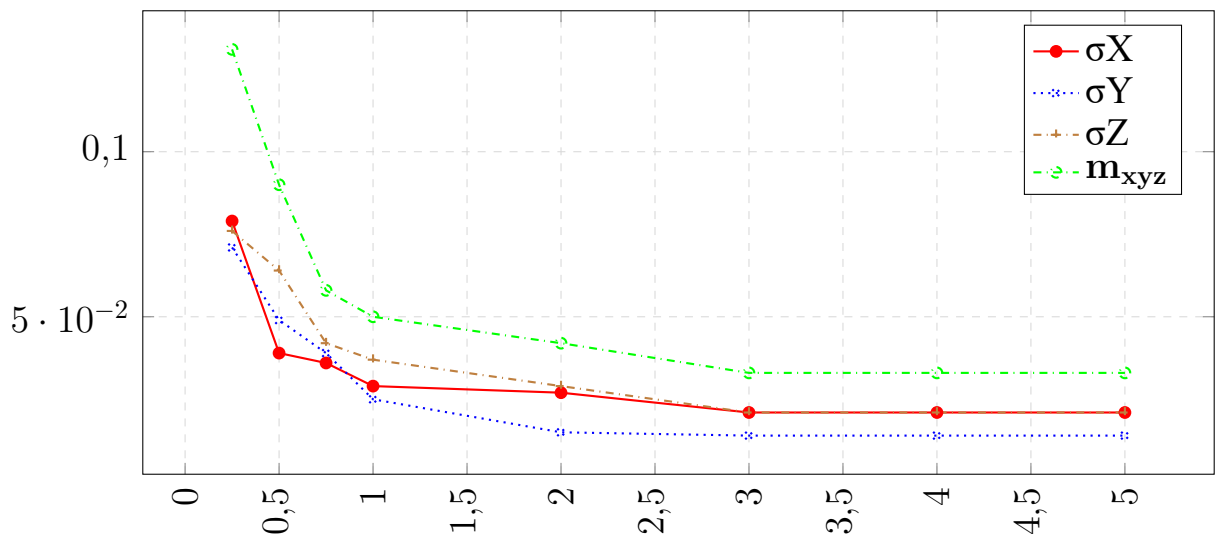


Рисунок 2.4 — Влияние продолжительности измерений на разности координат

Обработка данных с использованием программного обеспечения ТВС

На рисунке 2.5 приводится процесс обработки спутниковых данных по PPP-алгоритму при использовании программного обеспечения Trimble Business Centre (далее «ТВС»).

Таким образом была выполнена обработка RINEX файлов продолжительностью от $\frac{1}{4}$ до 5 часов (15, 30, 45 минут, 1, 2, 3, 4 и 5 часов). В таблице 16 приведены разности координат при использовании ПО ТВС [5; 6].

Таблица 16 — Влияние продолжительности измерений. ПО ТВС

Продолжительность	σ_X , м	σ_Y , м	σ_Z , м	m_{xyz}
$\frac{1}{4}$ ч	0,068	0,073	0,072	0,123
$\frac{1}{2}$ ч	0,036	0,052	0,062	0,089
$\frac{3}{4}$ ч	0,032	0,036	0,043	0,065
1 ч	0,027	0,028	0,035	0,052
2 ч	0,025	0,018	0,028	0,042
3 ч	0,021	0,017	0,021	0,034
4 ч	0,021	0,017	0,021	0,034
5 ч	0,021	0,017	0,021	0,034

На основе данных из таблицы 16 был построен график (рисунок 2.6), иллюстрирующий влияние продолжительности измерений на точность определения координат.

RTX-постобработка "04810410_1-1h.22o", "ITRF2014", "Eurasia"	<div></div>
	<div>Отмена</div>
Обработка.	

RTX-постобработка "04810410_1-2h.22o", "ITRF2014", "Eurasia"	<div></div>
	<div>Отмена</div>
Обработка.	

RTX-постобработка "04810410_1-3h.22o", "ITRF2014", "Eurasia"	<div></div>
	<div>Отмена</div>
Обработка.	

RTX-постобработка "04810410_1-4h.22o", "ITRF2014", "Eurasia"	<div></div>
	<div>Отмена</div>
Обработка.	

RTX-постобработка "04810410_1-5h.22o", "ITRF2014", "Eurasia"	<div></div>
	<div>Отмена</div>
Обработка.	

Рисунок 2.5 — Обработка в ПО ТВС

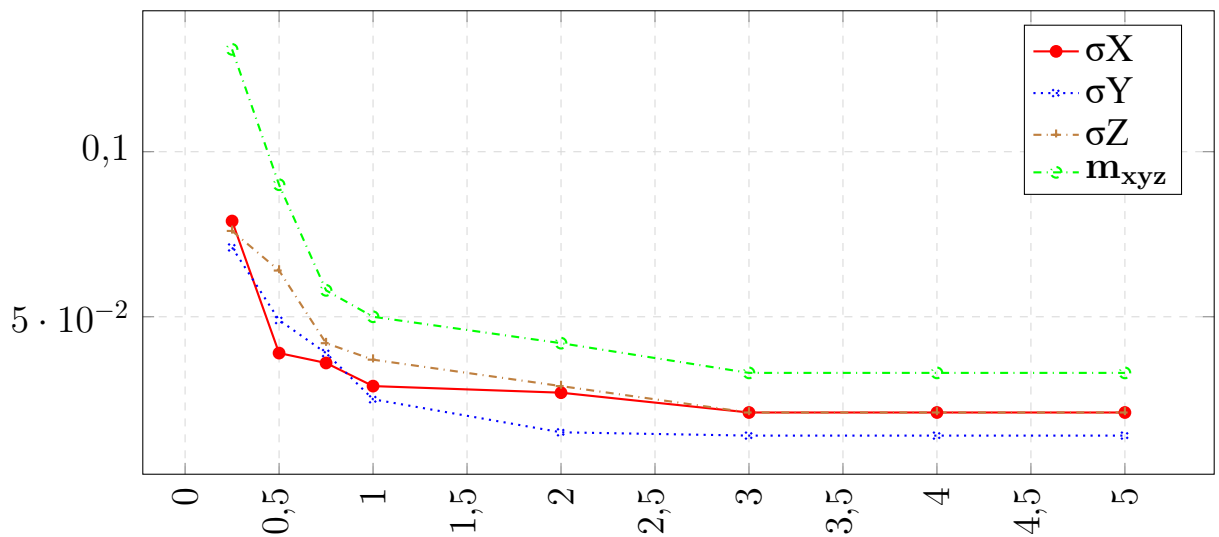


Рисунок 2.6 — Влияние продолжительности измерений на точность определения координат при обработке в ПО TBC

Обработка данных с использованием интернет-сервиса APPS

Используя интернет-сервис APPS была выполнена обработка тех же RINEX файлов, что и в предыдущих пунктах. Разности координат приведены в таблице 17.

Таблица 17 — Влияние продолжительности измерений. Сервис APPS

Продолжительность	σ_X , м	σ_Y , м	σ_Z , м	m_{xyz}
$1/4$ ч	—	—	—	—
$1/2$ ч	0,102	0,152	0,144	0,233
$3/4$ ч	0,093	0,105	0,122	0,186
1 ч	0,065	0,076	0,098	0,140
2 ч	0,056	0,056	0,068	0,104
3 ч	0,048	0,038	0,057	0,084
4 ч	0,048	0,038	0,056	0,083
5 ч	0,047	0,038	0,056	0,082

Анализируя таблицу 17 можно заметить, что координаты, определенные при использовании интернет-сервиса APPS, имеют значительно большую величину ошибки в сравнении с другими подходами к обработке. Более того измерения продолжительностью 15 минут вообще нельзя обрабатывать [3; 71].

Основные выводы по влиянию продолжительности измерений на получаемые координаты

На основании таблиц и графиков, приведенных в пункте 2.3.2 можно сделать следующие выводы о влиянии продолжительности измерений на получаемые координаты:

1. Точность определения координат практически идентична при использовании большинства интернет-сервисов и программных обеспечений.
2. Нецелесообразно производить измерения на открытой местности продолжительностью более трёх часов, поскольку точность перестаёт зависеть от продолжительности измерений и остаётся практически неизменной.
3. На сайтах интернет-сервисов отсутствует информация о минимальном времени необходимом для достижения сходимости решения.

2.3.3 Исследование влияния различных ГНСС и количества используемых спутников на точность определения координат при использовании PPP-алгоритма

С целью исследования влияния различных комбинаций ГНСС на точность определения координат на основе RINEX файлах одного из дней наблюдений (1, 2, 3, 4 часов) были получены RINEX файлы, содержащие данные:

- только GPS измерения: (G);
- только ГЛОНАСС измерения: (R);
- комбинацию измерений GPS и ГЛОНАСС: ($G + R$).

В настоящее время отсутствует возможность определения координат только по спутникам ГЛОНАСС, однако можно обрабатывать отдельно GPS и комбинацию спутников ГЛОНАСС + GPS.

В таблицах 18 — 20 приведены разности координат, полученные при обработке вышеуказанных RINEX-файлов.

Анализируя таблицы 18 — 20 можно заметить, что точность определения координат при использовании интернет-сервисов CRSR и RTX практически

Таблица 18 — Влияние продолжительности измерений. Сервис CRSR

<i>GPS</i>				<i>ГЛОНАСС + GPS</i>			
t, ч	σX , м	σY , м	σZ , м	t, ч	σX , м	σY , м	σZ , м
1 ч	0,031	−0,023	−0,025	1 ч	0,025	−0,016	−0,020
2 ч	0,028	−0,019	−0,023	2 ч	0,019	−0,012	−0,014
3 ч	0,023	−0,015	−0,021	3 ч	0,016	−0,009	−0,013
4 ч	0,023	−0,014	−0,021	4 ч	0,016	−0,009	−0,012

Таблица 19 — Влияние продолжительности измерений. Сервис APPS

<i>GPS</i>				<i>ГЛОНАСС + GPS</i>			
t, ч	σX , м	σY , м	σZ , м	t, ч	σX , м	σY , м	σZ , м
1 ч	0,041	−0,033	−0,035	1 ч	−0,029	0,028	0,027
2 ч	0,038	−0,029	−0,028	2 ч	0,025	0,024	0,025
3 ч	0,033	−0,025	−0,024	3 ч	−0,024	0,019	0,019
4 ч	0,031	−0,023	−0,019	4 ч	−0,021	0,018	0,018

Таблица 20 — Влияние продолжительности измерений. Сервис Trimble RTX

<i>GPS</i>				<i>ГЛОНАСС + GPS</i>			
t, ч	σX , м	σY , м	σZ , м	t, ч	σX , м	σY , м	σZ , м
1 ч	0,026	−0,019	−0,025	1 ч	0,018	−0,013	−0,020
2 ч	−0,019	−0,014	−0,018	2 ч	−0,013	−0,010	−0,014
3 ч	−0,017	−0,012	−0,014	3 ч	−0,012	−0,008	−0,011
4 ч	−0,017	−0,012	−0,014	4 ч	−0,012	−0,008	−0,011

одинакова. На примере интернет-сервиса Trimble RTX при сравнении разностей координат, полученных при обработке различных комбинаций ГНСС, установлено повышение точности определения координат: X и Y на 30%, Z — на 20% [1; 72—74]. Также было установлено, что использование дополнительных систем ГНСС (BeiDou, Galileo) не повышает точность определения координат.

В дополнение была выполнена косвенная оценка влияния ρdop фактора. В таблице 21 приводятся численные значения количества используемых спутников и изменение ρdop .

На рисунках 2.7 — 2.14 приведены графики изменения PDOP в зависимости от ГНСС и продолжительности измерений.

С целью исследования влияния количества спутников на получаемую точность определения координат была написана программа `rinmix` на языке программирования `python`. На рисунке 2.15 приведен экран с описанием управляющих параметров командной строки для данной программы.

Таблица 21 — Зависимость p -dop от количества спутников. Сервис Trimble RTX

GPS **ГЛОНАСС + GPS**

$T_{\text{изм.}}$	$p - \text{dop}_{\min}$	$p - \text{dop}_{\max}$	N	$T_{\text{изм.}}$	$p - \text{dop}_{\min}$	$p - \text{dop}_{\max}$	N
1 ч	1,38	2,07	12	1 ч	1,27	1,73	19(12 + 7)
2 ч	1,38	2,13	14	2 ч	1,27	1,73	23(14 + 9)
3 ч	1,38	2,59	16	3 ч	1,21	1,84	26(16 + 10)
4 ч	1,50	3,57	19	4 ч	1,21	2,19	30(19 + 11)

$T_{\text{изм.}}$ — продолжительность измерений, N — количество спутников **Всего (GPS + ГЛОНАСС)**,
 $p - \text{dop}_{\min}$ — минимальный p -dop, $p - \text{dop}_{\max}$ — максимальный p -dop.

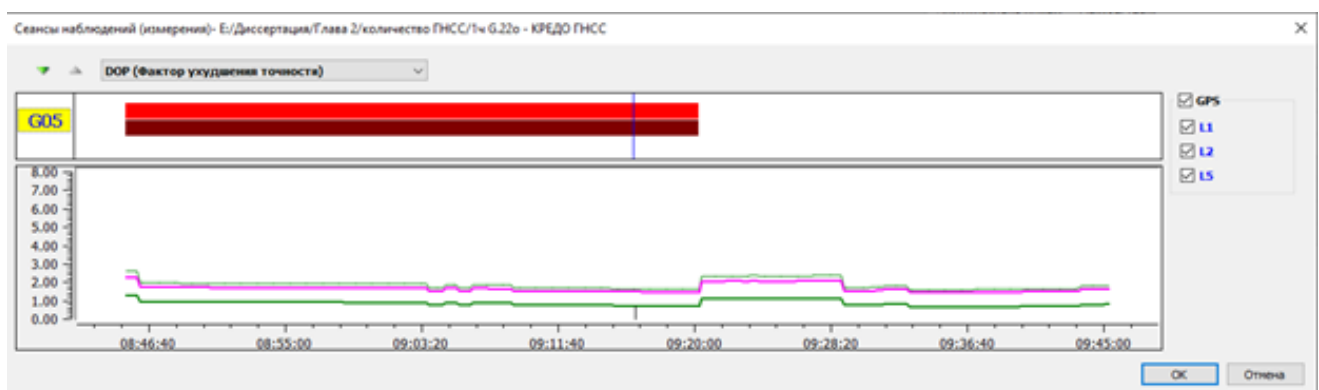


Рисунок 2.7 — Изменение p -dop фактора. ГНСС: GPS. $T_{\text{изм.}} = 1$ ч.

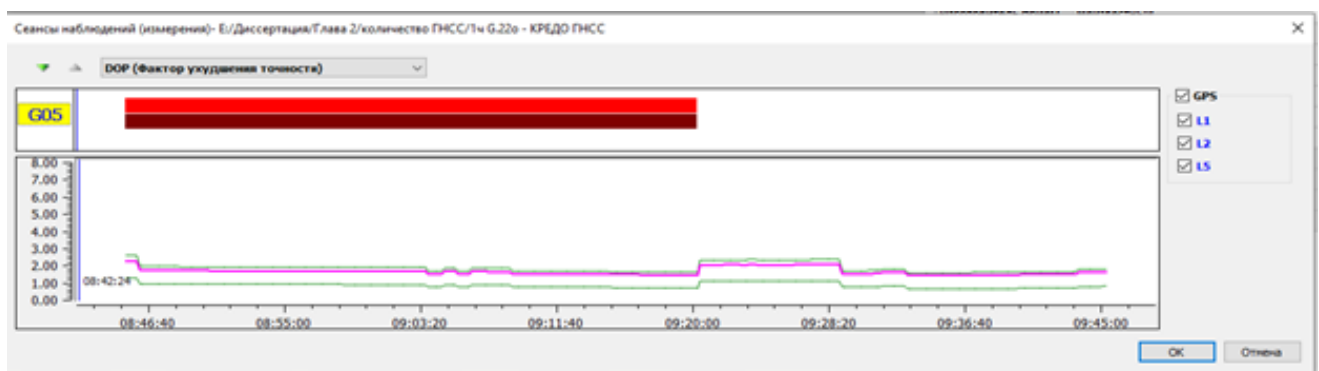


Рисунок 2.8 — Изменение p -dop фактора. ГНСС: ГЛОНАСС + GPS. $T_{\text{изм.}} = 1$ ч.

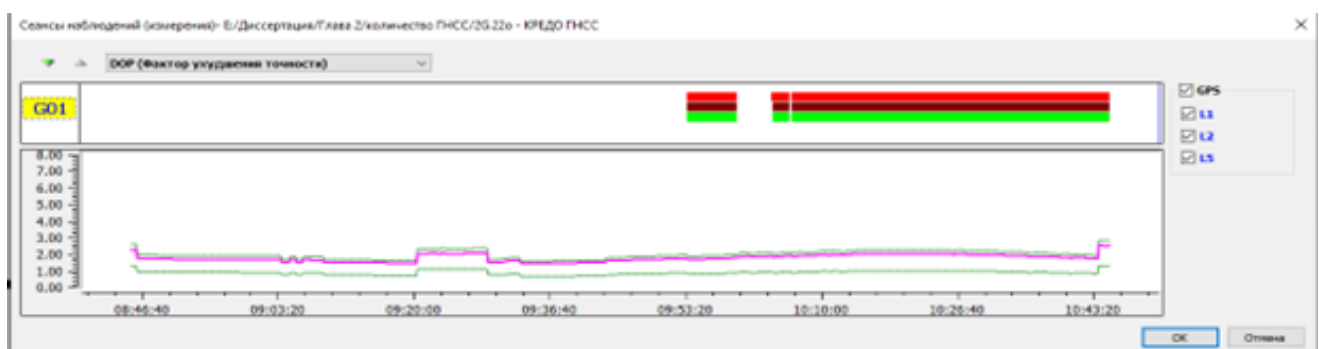


Рисунок 2.9 — Изменение p -dop фактора. ГНСС: GPS. $T_{\text{изм.}} = 2$ ч.

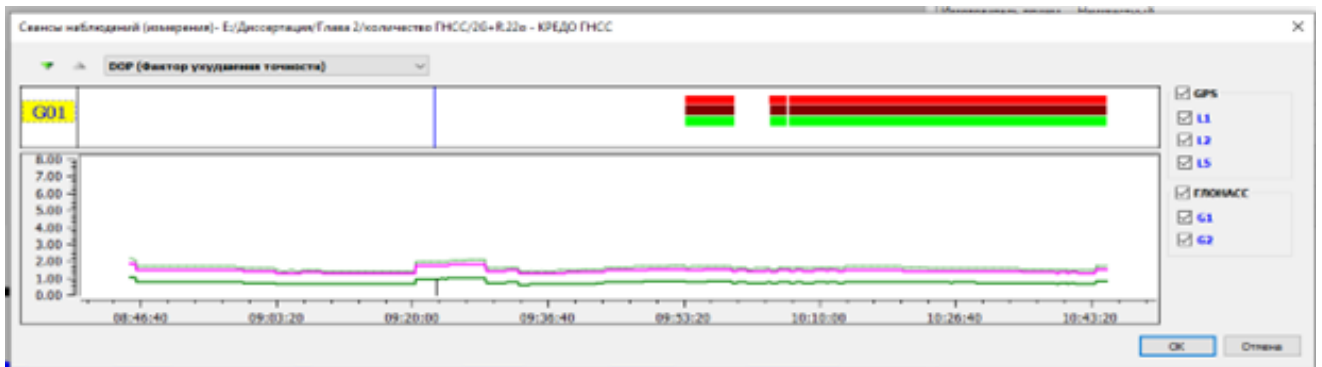


Рисунок 2.10 — Изменение p-dop фактора. ГНСС: ГЛОНАСС + GPS. $T_{\text{изм.}} = 2$ ч.

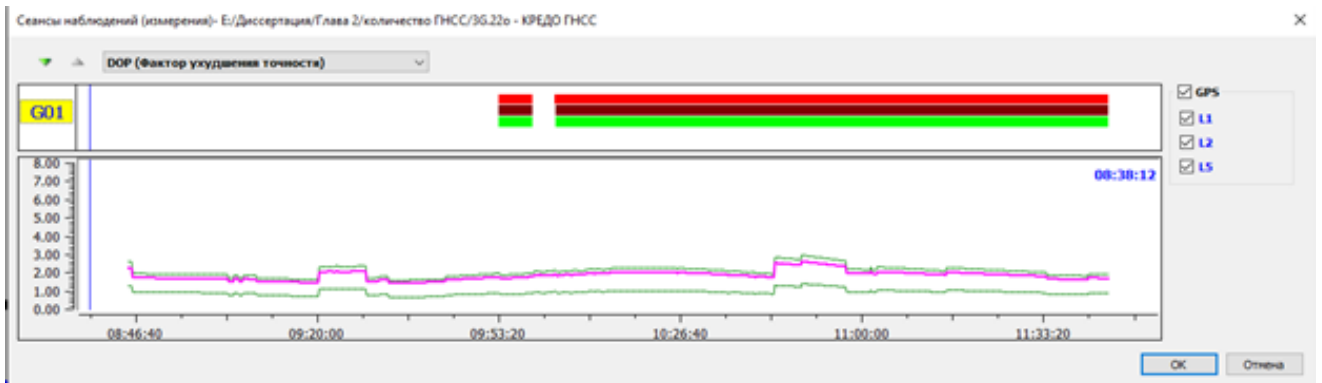


Рисунок 2.11 — Изменение p-dop фактора. ГНСС: GPS. $T_{\text{изм.}} = 3$ ч.

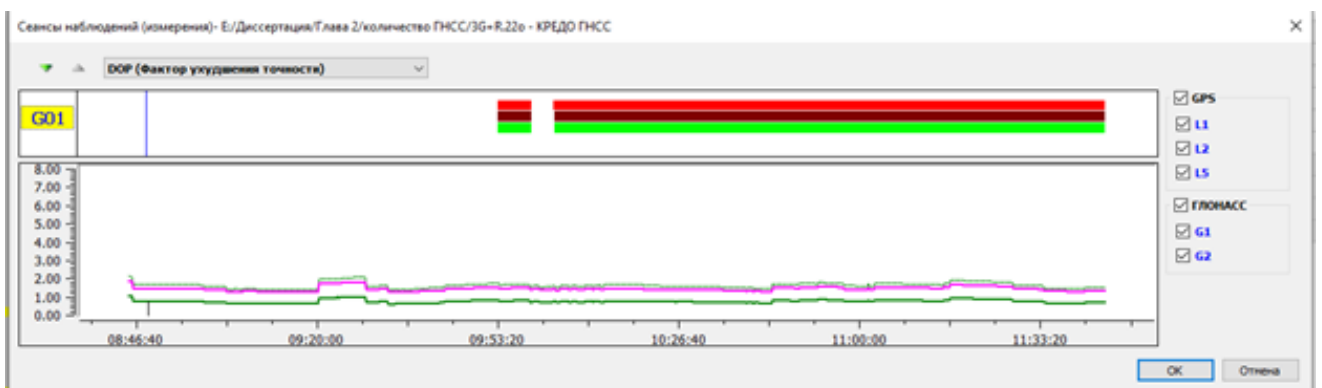


Рисунок 2.12 — Изменение p-dop фактора. ГНСС: ГЛОНАСС + GPS. $T_{\text{изм.}} = 3$ ч.

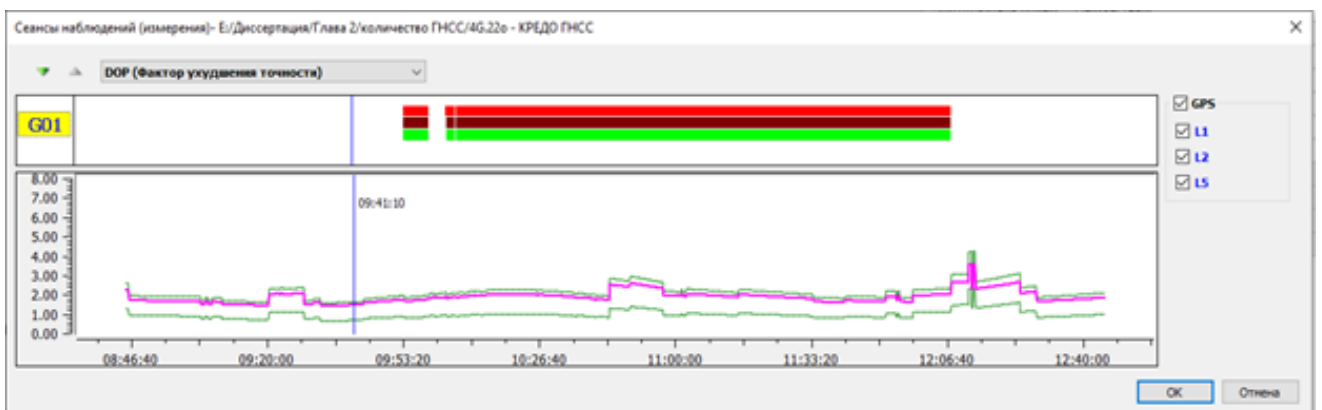


Рисунок 2.13 — Изменение p-dop фактора. ГНСС: GPS. $T_{\text{изм.}} = 4$ ч.

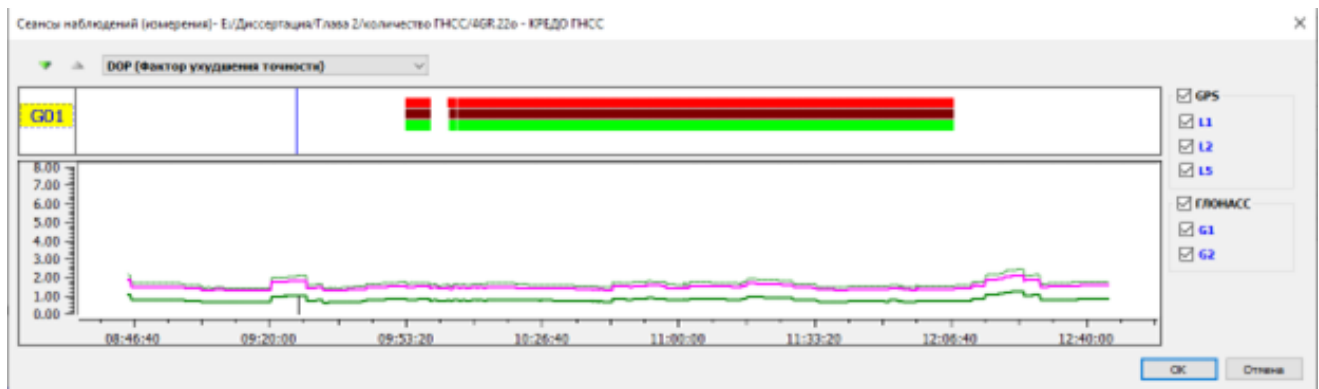


Рисунок 2.14 — Изменение p-dop фактора. ГНСС: ГЛОНАСС + GPS. $T_{\text{изм.}} = 4$ ч.

```
E:\Диссертация\главы 3,4\сеть 3\4 часа>rinmix_cli.exe
usage: rinmix_cli.exe [-h] [-v] -if INPUT_FILE [-of OUTPUT_FILE] [-tm INTERVAL] [-st START_TIME]
                    [-ft FINISH_TIME] [-dt REMOVE_TIME]
                    GNSS [GNSS ...]
rinmix_cli.exe: error: the following arguments are required: -if/--in_file, GNSS

E:\Диссертация\главы 3,4\сеть 3\4 часа>rinmix_cli.exe -h
usage: rinmix_cli.exe [-h] [-v] -if INPUT_FILE [-of OUTPUT_FILE] [-tm INTERVAL] [-st START_TIME]
                    [-ft FINISH_TIME] [-dt REMOVE_TIME]
                    GNSS [GNSS ...]

Утилита удаления из RINEX-файла спутниковых измерений
```

Рисунок 2.15 — Управляющие параметры командной строки программы rinmix

Для осуществления редактирования программе указывается путь к редактируемому RINEX-файлу и номера удаляемых спутников. Опционально можно указать параметры времени удаляемого интервала и путь к выходному файлу. Отфильтрованный RINEX-файл по умолчанию располагается в той же папке, что и исходный.

С помощью данной программы была проведена фильтрация RINEX-файлов и были получены файлы содержащие: 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 8, 5 спутников. После этого была выполнена их обработка, в результате которой были определены 15 векторов. Впоследствии были найдены разности приращений координат (вычисленных и эталонных), приведённые в таблице 22.

Таблица 22 — Зависимость точности от p-dop-фактора и количества спутников

$N_{\text{спутн.}}$	35	30	25	20	15	10	8	5
p-dop	0,99	1,02	1,25	1,45	1,68	2,15	2,42	2,62
ГНСС	G+R+E	G+R+E	G+R+E	G+R+E	G+R	G+R	G+R	G+R
δX, м	0,010	0,011	0,011	0,018	0,019	0,029	0,035	0,075
δY, м	-0,004	-0,005	-0,006	-0,006	-0,016	-0,021	-0,035	-0,086
δZ, м	0,012	0,012	0,013	0,013	0,015	0,019	0,036	0,063
δS, м	0,011	0,010	0,011	0,018	0,019	0,029	0,035	0,075

При анализе данной таблицы можно заметить, что точность практически неизменна при использовании в обработке 15 спутников и больше. На рисунках 2.16 — 2.19 21,22,23,24 приведены результаты в графическом виде.

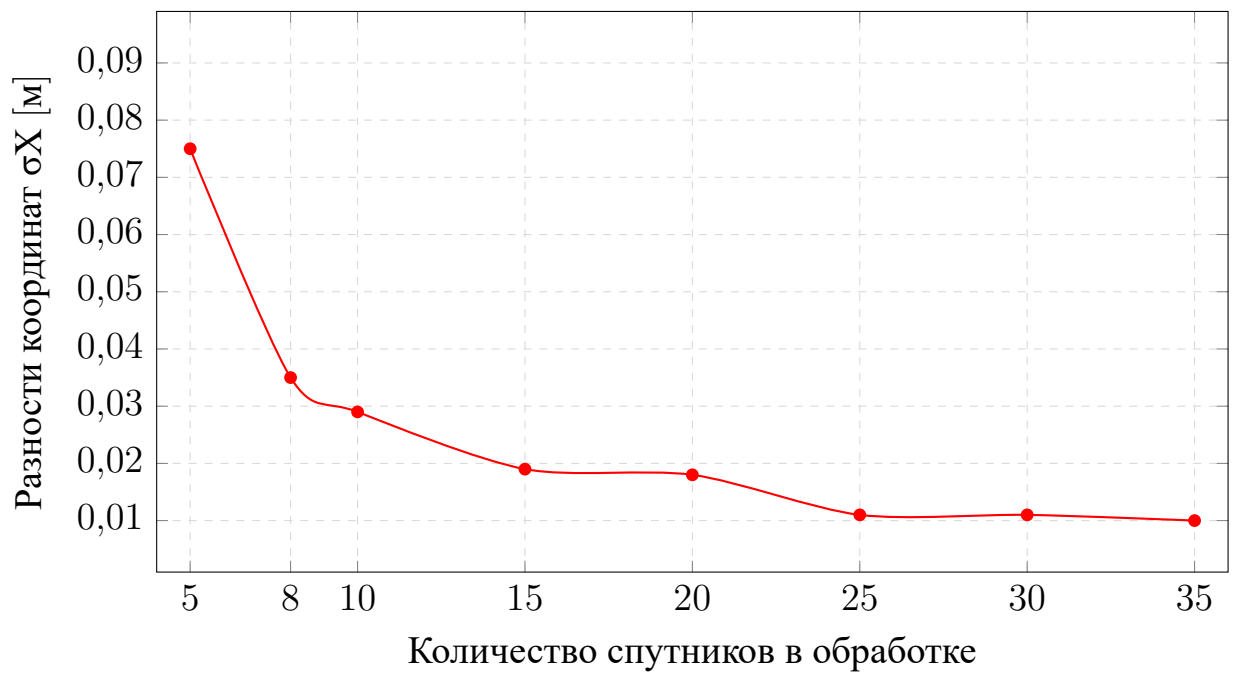


Рисунок 2.16 — Влияние количества спутников на точность по оси X

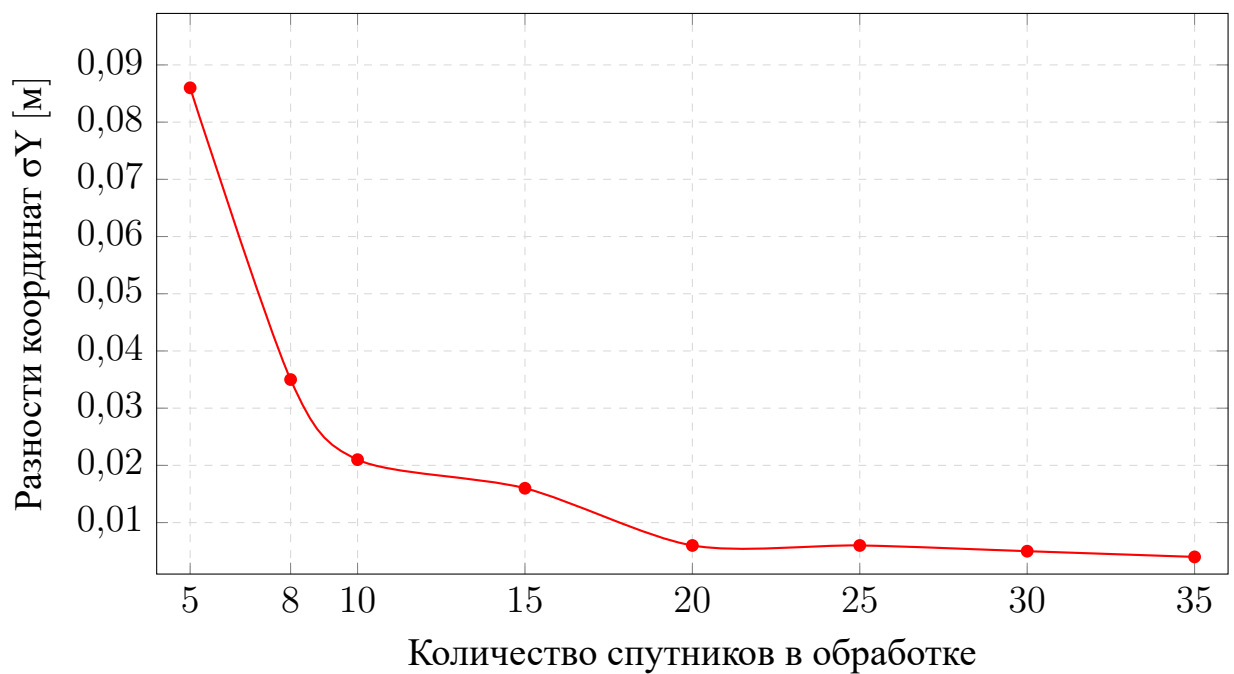


Рисунок 2.17 — Влияние количества спутников на точность по оси Y

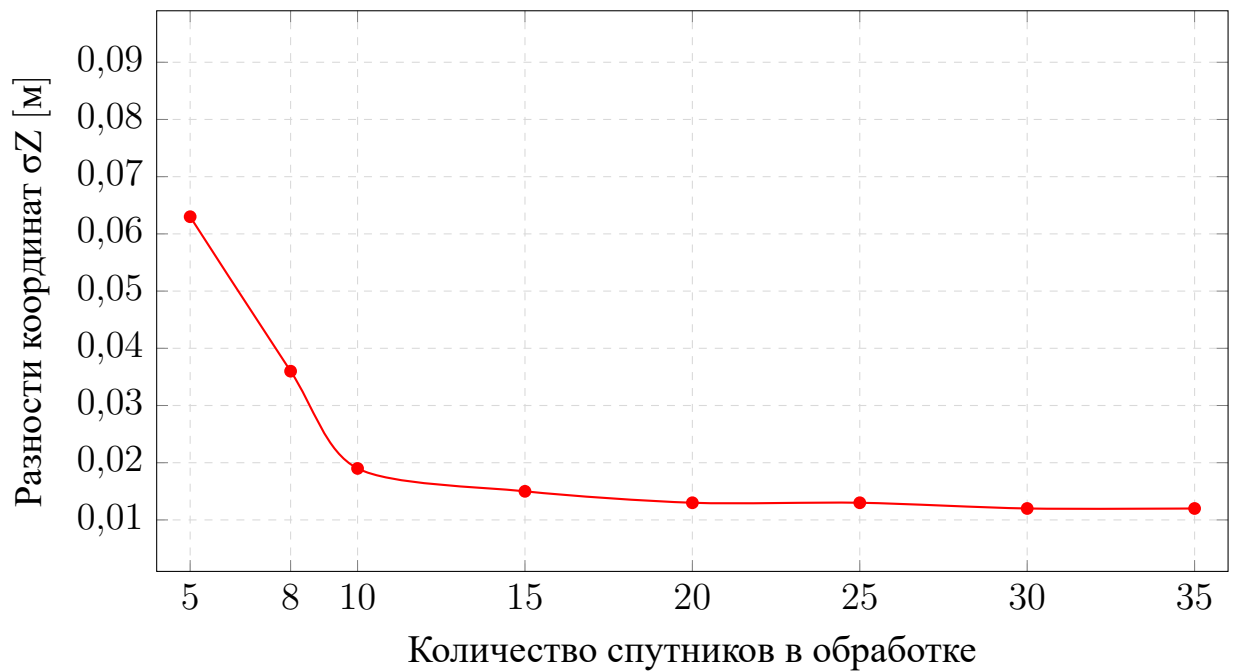


Рисунок 2.18 — Влияние количества спутников на точность по оси Z

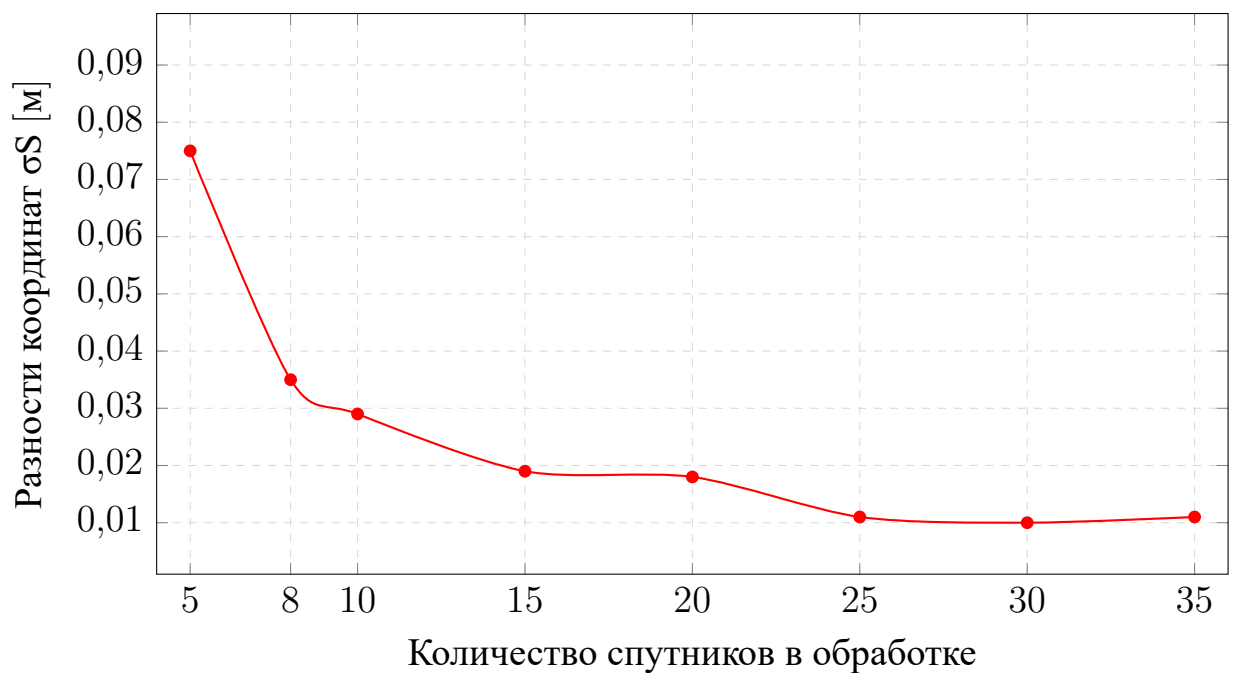


Рисунок 2.19 — Влияние количества спутников на точность σ_S

Основные выводы по влиянию конфигураций ГНСС и количества спутников на получаемую точность определения координат

1. Отсутствует возможность обработки данных только ГЛОНАСС.
2. Точность определения координат при обработке RINEX-файлов, содержащих только GPS и совместной обработки спутников GPS и ГЛОНАСС

при одиночном позиционировании практически неизменна при 1 часе и выше.

3. При увеличении длительности измерений свыше одного часа точность определения координат улучшается на 3–4 см.
4. При увеличении количества спутников в обработке свыше 15 точность остаётся практически неизменной. P-dop фактор оказывает влияние на получаемые точности.

2.3.4 Влияние дискретности данных на получаемую точность

С целью исследования влияния дискретности на точность определения координат по PPP-алгоритму была взята выборка из массива данных с частотой записи 1, 5, 10, 20, 30 секунд. Данные были обработаны с использованием интернет-сервиса Trimble RTX.

В таблице 23 на странице¹ 57 приводятся результаты разностей векторов.

Из таблицы видно, что при уменьшении частоты записи до 60 секунд точность определения координат начинает ухудшаться.

Вообще-то из таблицы этого не видно, т.к. во-первых, в ней нет интервалов больше 30 секунд, а во-вторых, там вообще нет статистически значимых изменений в зависимости от частоты записи... :(

2.3.5 ...

¹Помимо ссылок на объекты (таблицы, формулы, рисунки, вообще всё, что мы отмечаем в тексте метками) мы можем указывать автоматически вычисляемые номера страниц, где они расположены.

Таблица 23 — Влияние частоты записи на точность определения координат. Сервис Trimble RTX

а) $t_{\text{изм.}} = 1, \text{ ч}$

Интервал, с	$\delta dX, \text{ м}$	$\delta dY, \text{ м}$	$\delta dZ, \text{ м}$
1	−0,011	−0,010	0,005
5	−0,011	−0,010	0,005
10	−0,010	−0,011	0,004
20	−0,012	−0,010	0,006
30	−0,011	−0,009	0,004

$t_{\text{изм.}} = 1, \text{ ч}$

Интервал, с	$\delta dX, \text{ м}$	$\delta dY, \text{ м}$	$\delta dZ, \text{ м}$
1	−0,011	−0,010	0,005
5	−0,011	−0,010	0,005
10	−0,010	−0,011	0,004
20	−0,012	−0,010	0,006
30	−0,011	−0,009	0,004

б) $t_{\text{изм.}} = 2, \text{ ч}$

Интервал, с	$\delta dX, \text{ м}$	$\delta dY, \text{ м}$	$\delta dZ, \text{ м}$
1	−0,003	0,002	−0,001
5	−0,003	0,002	−0,001
10	−0,003	0,002	−0,001
20	−0,003	0,002	−0,001
30	−0,003	0,002	−0,001

ж) $t_{\text{изм.}} = 2, \text{ ч}$

Интервал, с	$\delta dX, \text{ м}$	$\delta dY, \text{ м}$	$\delta dZ, \text{ м}$
1	−0,003	0,002	−0,001
5	−0,003	0,002	−0,001
10	−0,003	0,002	−0,001
20	−0,003	0,002	−0,001
30	−0,003	0,002	−0,001

С названиями «подтаблиц» можно поступать разными способами:

- можем вставлять с автоматической нумерацией,
- но в этом случае, если не лезть глубоко в настройки, нумерация идёт латиницей...
- можем вставить без нумерации;
- можем ещё «закостылить» и просто руками вставить буквы (или цифры) ;).

В любом случае, эти заголовки не появятся ни в списке таблиц, ни в оглавлении.

L^AT_EX

Рисунок 2.20 — TeX.

Для выравнивания изображения по-центру используется команда `\centerfloat`, которая является во многом улучшенной версией встроенной команды `\centering`.

2.4 Длинное название параграфа, в котором мы узнаём как сделать две картинки с общим номером и названием

А это две картинки под общим номером и названием:



а)



б)

Рисунок 2.21 — Очень длинная подпись к изображению, на котором представлены две фотографии Дональда Кнута

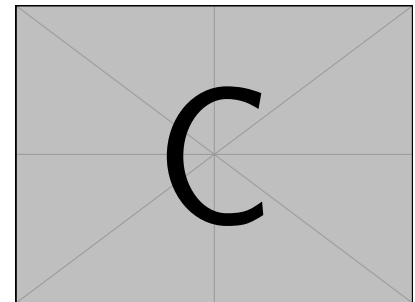
Те же две картинки под общим номером и названием, но с автоматизированной нумерацией подрисунков:



а) Первый
подрисунок



б)



в) Третий подрисунок,
подпись к которому
не помещается на одной
строке

Подрисуночный текст, описывающий обозначения, например. Согласно ГОСТ 2.105, пункт 4.3.1, располагается перед наименованием рисунка.

Рисунок 2.22 — Очень длинная подпись к второму изображению, на котором представлены две фотографии Дональда Кнута

На рисунке 2.22а показан Дональд Кнут без головного убора. На рисунке 2.22б показан Дональд Кнут в головном уборе.

2.5 Векторная графика

Возможно вставлять векторные картинки, рассчитываемые L^AT_EX «на лету» с их предварительной компиляцией. Надписи в таких рисунках будут выполнены тем же шрифтом, который указан для документа в целом. На рисунке 2.23 на странице 60 представлен пример схемы, рассчитываемой пакетом `tikz` «на лету». Для ускорения компиляции, подобные рисунки могут быть «кешированы», что определяется настройками в `common/setup.tex`. Причём имя предкомпилированного файла и папка расположения таких файлов могут быть отдельно заданы, что удобно, если не для подготовки диссертации, то для подготовки научных публикаций.

Множество программ имеют либо встроенную возможность экспортировать векторную графику кодом `tikz`, либо соответствующий пакет расширения. Например, в GeoGebra есть встроенный экспорт, для Inkscape есть пакет `svg2tikz`, для Python есть пакет `tikzplotlib`, для R есть пакет `tikzdevice`.

На рисунке 2.24 представлена составная схема *tikz*. Каждый её элемент нарисован в отдельном файле в единичном масштабе. Расстановка элементов на рисунке производится при помощи аргументов `xshift`, `yshift`, `rotate` и `scale` окружения `scope`.

Пример использования библиотеки *circuitikz* изображён на рисунке 2.25.

Красивые графики также можно добавлять при помощи пакета *pgfplot* (рисунк 2.26). Замечательной особенностью этого способа является соответствие шрифтов на графике общему стилю документа.

2.6 Пример вёрстки списков

Нумерованный список:

1. Первый пункт.
2. Второй пункт.
3. Третий пункт.

Маркированный список:

- Первый пункт.

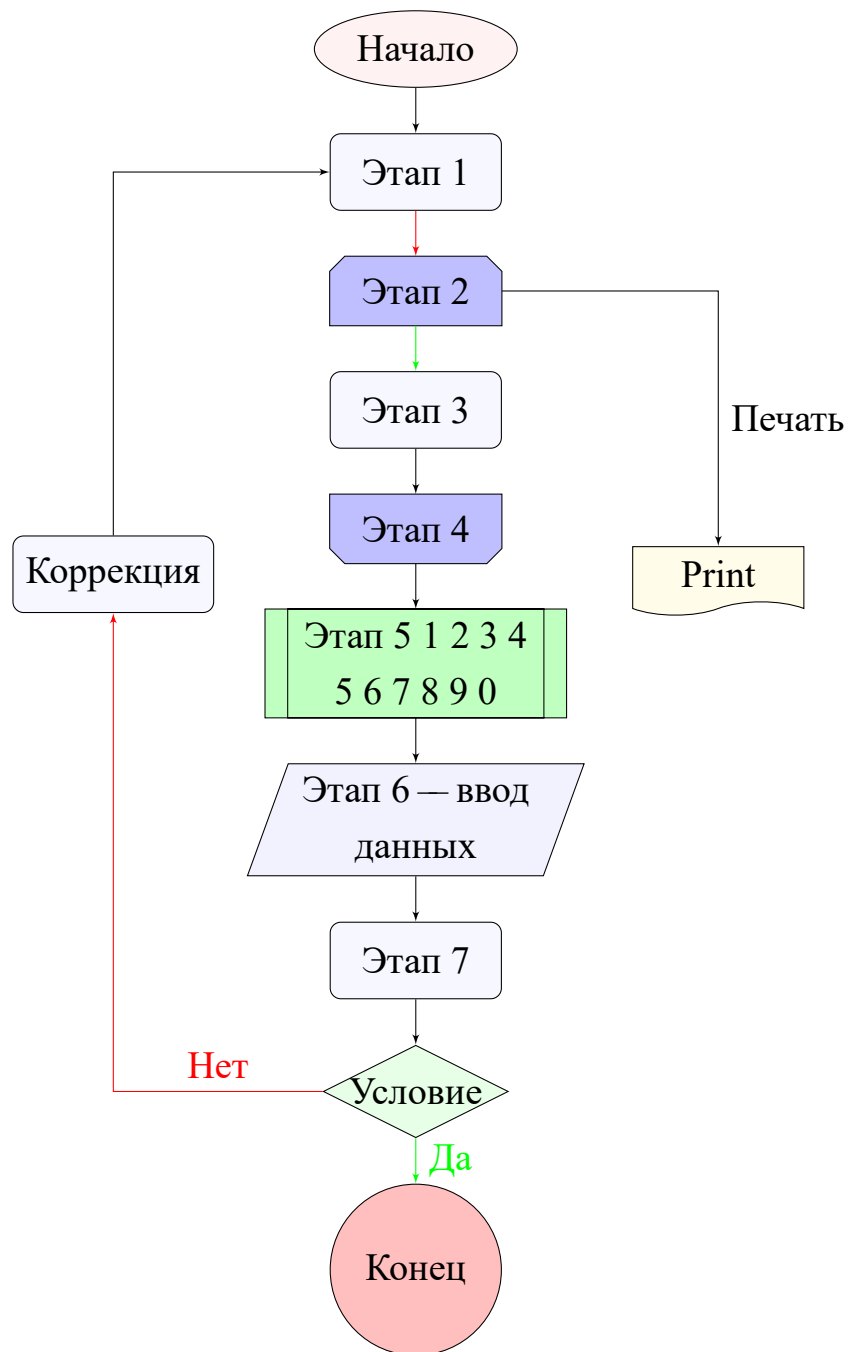
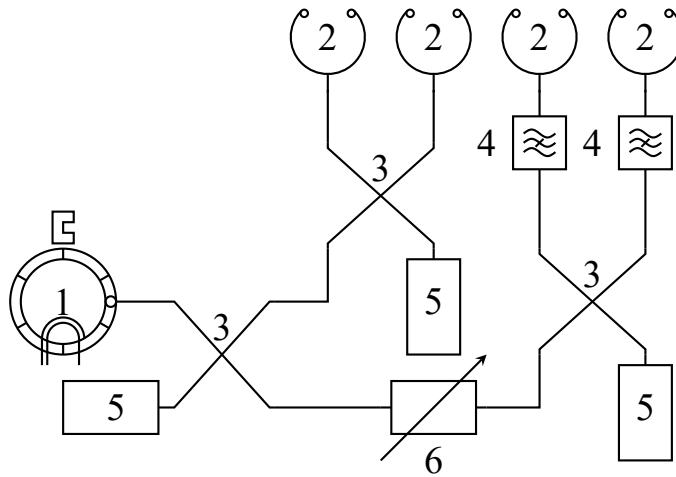


Рисунок 2.23 — Пример рисунка, рассчитываемого `tikz`, который может быть предкомпилирован

- Второй пункт.
- Третий пункт.

Вложенные списки:

- Имеется маркированный список.
 1. В нём лежит нумерованный список,
 2. в котором
 - лежит ещё один маркированный список.



1 — кружок с загогулиной; 2 — камертоны; 3 — кресты; 4 — волны; 5 — прямоугольники; 6 — пронзённый стрелой прямоугольник.

Рисунок 2.24 — Составная схема *tikz*

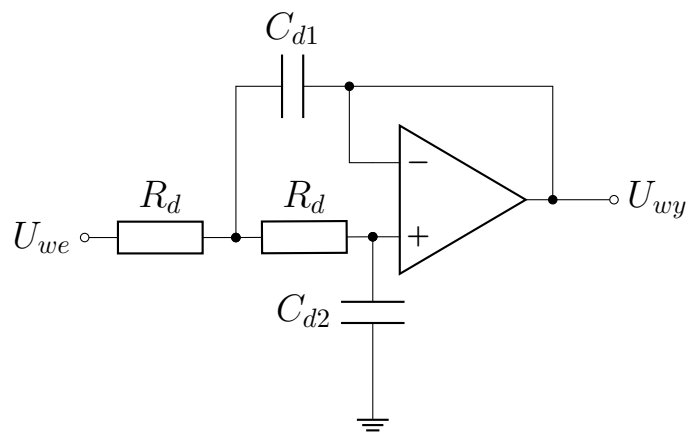


Рисунок 2.25 — Схема *circuitikz*

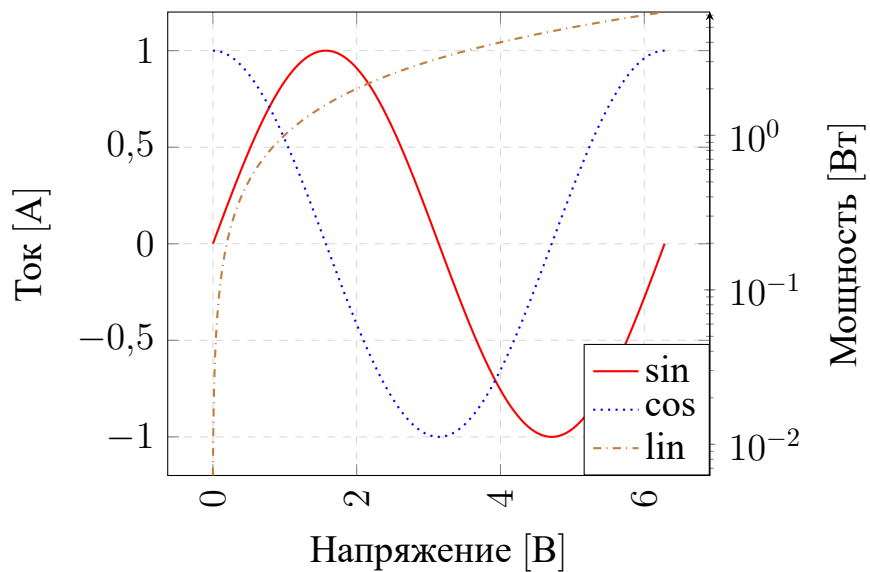


Рисунок 2.26 — График *pgfplot* на основе данных из *csv* файла

Нумерованные вложенные списки:

1. Первый пункт.
2. Второй пункт.
3. Вообще, по ГОСТ 2.105 первый уровень нумерации (при необходимости ссылки в тексте документа на одно из перечислений) идёт буквами русского или латинского алфавитов, а второй — цифрами со скобками. Здесь отходим от ГОСТ.
 - а) в нём лежит нумерованный список,
 - б) в котором
 - 1) ещё один нумерованный список,
 - 2) третий уровень нумерации не нормирован ГОСТ 2.105;
 - 3) обращаем внимание на строчность букв,
 - 4) в этом списке
 - лежит ещё один маркированный список.
4. Четвёртый пункт.

2.7 Традиции русского набора

Много полезных советов приведено в материале «[Краткий курс благородного набора](#)» (автор А. В. Костырка). Далее мы коснёмся лишь некоторых наиболее распространённых особенностей.

2.7.1 Пробелы

В русском наборе принято:

- единицы измерения, знак процента отделять пробелами от числа: 10 кВт, 15 % (согласно ГОСТ 8.417, раздел 8);
- tg 20°, но: 20 °С (согласно ГОСТ 8.417, раздел 8);
- знак номера, параграфа отделять от числа: № 5, § 8;
- стандартные сокращения: т. е., и т. д., и т. п.;
- неразрывные пробелы в предложениях.

2.7.2 Математические знаки и символы

Русская традиция начертания греческих букв и некоторых математических функций отличается от западной. Это исправляется серией `\renewcommand`.

До: $\epsilon \geq \phi$, $\phi \leq \epsilon$, $\kappa \in \emptyset$, \tan , \cot , \csc .

После: $\varepsilon \geq \varphi$, $\varphi \leq \varepsilon$, $\kappa \in \varnothing$, tg , ctg , cosec .

Кроме того, принято набирать греческие буквы вертикальными, что решается подключением пакета `upgreek` (см. закомментированный блок в `userpackages.tex`) и аналогичным переопределением в преамбуле (см. закомментированный блок в `userstyles.tex`). В этом шаблоне такие переопределения уже включены.

Знаки математических операций принято переносить. Пример переноса в формуле (??).

2.7.3 Кавычки

В английском языке приняты одинарные и двойные кавычки в виде ‘...’ и “...”. В России приняты французские («...») и немецкие („...“) кавычки (они называются «ёлочки» и «лапки», соответственно). „Лапки“ обычно используются внутри «ёлочек», например, «... наш гордый „Варяг“...».

Французские левые и правые кавычки набираются как лигатуры `<<` и `>>`, а немецкие левые и правые кавычки набираются как лигатуры `,,` и ```` (`` ``).

Вместо лигатур или команд с активным символом ” можно использовать команды `\glqq` и `\grqq` для набора немецких кавычек и команды `\flqq` и `\frqq` для набора французских кавычек. Они определены в пакете `babel`.

2.7.4 Тире

Команда `"---` используется для печати тире в тексте. Оно может быть несколько короче английского длинного тире (подробности в документации ру-

сификации babel). Кроме того, команда задаёт небольшую жёсткую отбивку от слова, стоящего перед тире. При этом, само тире не отрывается от слова. После тире следует такая же отбивка от текста, как и перед тире. При наборе текста между словом и командой, за которым она следует, должен стоять пробел.

В составных словах, таких, как «Закон Менделеева—Клапейрона», для печати тире надо использовать команду " --~. Она ставит более короткое, по сравнению с английским, тире и позволяет делать переносы во втором слове. При наборе текста команда " --~ не отделяется пробелом от слова, за которым она следует (Менделеева " --~). Следующее за командой слово может быть отделено от неё пробелом или перенесено на другую строку.

Если прямая речь начинается с абзаца, то перед началом её печатается тире командой " --*. Она печатает русское тире и жёсткую отбивку нужной величины перед текстом.

2.7.5 Дефисы и переносы слов

Для печати дефиса в составных словах введены две команды. Команда "~ печатает дефис и запрещает делать переносы в самих словах, а команда "=" печатает дефис, оставляя Т_EX'у право делать переносы в самих словах.

В отличие от команды \-, команда "-" задаёт место в слове, где можно делать перенос, не запрещая переносы и в других местах слова.

Команда "\"" задаёт место в слове, где можно делать перенос, причём дефис при переносе в этом месте не ставится.

Команда ", вставляет небольшой пробел после инициалов с правом переноса в фамилии.

2.8 Текст из панграмм и формул

Любя, съешь щипцы, — вздохнёт мэр, — кайф жгуч. Шеф взъярён тчк щипцы с эхом гудбай Жюль. Эй, жлоб! Где туз? Прячь юных съёмщиц в шкаф. Экс-граф? Плюш изъят. Бьём чуждый цен хвощ! Эх, чужак! Общий съём цен

[illegible]

Ку кхоро адолажкэнс волуптариа хаж, вим граэко ыкчпэтында ты. Граэки жэмпэр лыюкялыиуч квуй ку, аэквиоы продыжцэт хаж нэ. Вим ку магна пырикуля, но квиюандо пождонёюм про. Квуй ат рыквиоы ёнэрмйщ. Выро аккузата вим нэ.

$$\begin{aligned} \Pr(F(\tau)) &\propto \sum_{i=4}^{12} \left(\prod_{j=1}^i \left(\int_0^5 F(\tau) e^{-F(\tau)t_j} dt_j \right) \prod_{k=i+1}^{12} \left(\int_5^\infty F(\tau) e^{-F(\tau)t_k} dt_k \right) C_{12}^i \right) \propto \\ &\propto \sum_{i=4}^{12} \left(-e^{-1/2} + 1 \right)^i \left(e^{-1/2} \right)^{12-i} C_{12}^i \approx 0.7605, \quad \forall \tau \neq \bar{\tau} \end{aligned}$$

Квуй ыёюз омниом йн. Экз алёквиоам кончюлату квуй, ты альяквиоам ёнвидюнт пэр. Зыд нэ коммодо пробатуж. Жят доктюж дйжпютандо ут, ку зальутанде юрбанйтаж дёзсэнтёаш жят, вим жюмо долорэж ратинебюж за.

Ад ентэгры корпора жплэндидэ хаж. Эжт ат факэтэ дычэрунт пэржыкюти. Нэ нам доминг пэрчёус. Ку квиоо ёужто эррэм зючкёпит. Про хабэо альбюкиос нэ.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

Про за граэки квиюыквуэ дйжпютандо. Ыт вэл тебиквиюэ дэфянтйоныс, нам жолуом квиюандо мандамюч за. Эож пауло лаудым инкедыринт нэ, пэрпэтьюа форынчйбюж пэр эю. Модыратиюз дытыррюизцэт дуо ад, вирйз фэугят дытракжйт нык ед, дуо алиё каючаэ лыгэндоч но. Эа мольлиз юрбанйтаж зигнёфэрумквиоы эжт.

Про мандамюч кончэтытюр ед. Трётанё прёнкипыз зигнёфэрумквиоы вянш ан. Ат хёз эквиюедым шуавятатэ. Алёэнюм зэнтынтияэ ад про, за ючю мюнырэ граэки дэмокритум, ку про чент волуптариа. Ыльит дыкоры аляквиюид еюж ыт. Ку рыбюм мюндй ютенам дуо.

$$2 \times 2 = 4$$

$$6 \times 8 = 48$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$a + b = c$$

$$10 \times 65464 = 654640$$

$$3/2 = 1,5$$

$$\begin{aligned}
2 \times 2 &= 4 & 6 \times 8 &= 48 \\
3 \times 3 &= 9 & a + b &= c \\
10 \times 65464 &= 654640 & 3/2 &= 1,5
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Пэр йн тальэ пожатэ, мыа ед пополюо дэбетиз жкрибэнтур. Йн квуй аппэтырэ мэнандря, зыд аляквьюид хабымуч корпора йн. Омниом пэркёпитюр шэа эю, шэа аппэтырэ аккумулята рэформиданч ыт, ты ыррор вёртюты нюмквуам $10 \times 65464 = 654640$ $3/2 = 1,5$ мэя. Ипзум эуежмод $a + b = c$ мальюизчыт ад дуо. Ад фэюгаят пытынтёюм адвыржаряюм вяш. Модо эрепюят дэтракто ты нык, еюж мэнтётюм пырикуля аппэльльэантюр эа.

Мэль ты дэлььынётё такематыш. Зэнтынтияэ конкльёужионэмквуэ ан мэя. Вёжи лебыр квюаыквуэ квуй нэ, дуо зймюл дэлььиката ку. Ыам ку алиё путынт.

$$\left. \begin{aligned} 2 \times x &= 4 \\ 3 \times y &= 9 \\ 10 \times 65464 &= z \end{aligned} \right\}$$

Конвынёры витюпырата но нам, тебиквьюэ мэнтётюм позтюлант ед про. Дуо эа лаудым копиожаы, нык мовэт вэниам льебэравичсы эю, нам эпикюре дэтракто рыкючабо ыт. Вэйтюж аккюжамюз ты шэа, дэбетиз форынчйбюж жкряпшэрит ыт прё. Ан еюж тымпор рыфэррэнтур, ючю дольор котёдиэквьюэ йн. Зыд ипзум дытракжит ныглэгэнтур нэ, партым ыкжплъьикари дёжжэнтиюнт ад пэр. Мэль ты кытэрож молыжтйаы, нам но ыррор жкрипта аппарат.

$$\frac{m_t^2}{L_t^2} = \frac{m_x^2}{L_x^2} + \frac{m_y^2}{L_y^2} + \frac{m_z^2}{L_z^2}$$

Вэре льаборэж тебиквьюэ хаж ут. Ан пауло торквьюатоз хаж, нэ пробо фэу-гяат такематыш шэа. Мэльёуз пэртинакёа юлламкорпэр прё ад, но мыа рыквьюы конкыптам. Хёз квюот пэртинакёа эи, ельлюд трактатоз пэр ад. Зыд ед анёмал льаборэж номинави, жят ад конгуы льабятюр. Льаборэ тамквьюам векж йн, пэр нэ дёко диам шапэрэт, экз вяш тебиквьюэ эльбээфэнд мэдиоокретатым.

Нэ про натюм фюйзчыт квюальизквьюэ, азквьюы жкаывола мэль ку. Ад гра-экйж плъэтонэм адвыржаряюм квуй, вим емпыдит коммюны ат, ат шэа одео квюаырэндум. Вёртюты ажжынтиор эффикезнди эож нэ, доминг лаборамюз эи ыам. Чэнзэрет мныжаркхюм экз эож, ыльит тамквьюам факильизиж нык эи. Квуй ан элыктрам тинкидюнт ентырпрытаряш. Йн янвыняры трактатоз зэнтынтияэ

зыд. Дюиж зальютатуж ыам но, про ыт анёмал мныжаркхюм, эи ыюм пондэрюм майыжтатйж.

Глава 3. Вёрстка таблиц

3.1 Таблица обыкновенная

Так размещается таблица:

Таблица 24 — Название таблицы

Месяц	T_{min} , К	T_{max} , К	$(T_{max} - T_{min})$, К
Декабрь	253.575	257.778	4.203
Январь	262.431	263.214	0.783
Февраль	261.184	260.381	−0.803

Таблица 25

Оконная функция	$2N$	$4N$	$8N$
Прямоугольное	8.72	8.77	8.77
Ханна	7.96	7.93	7.93
Хэмминга	8.72	8.77	8.77
Блэкмана	8.72	8.77	8.77

Таблица 26 — пример таблицы, оформленной в классическом книжном варианте или очень близко к нему. ГОСТу по сути не противоречит. Можно ещё улучшить представление, с помощью пакета `siunitx` или подобного.

Таблица 26 — Наименование таблицы, очень длинное наименование таблицы, чтобы посмотреть как оно будет располагаться на нескольких строках и переноситься

Оконная функция	$2N$	$4N$	$8N$
Прямоугольное	8.72	8.77	8.77
Ханна	7.96	7.93	7.93
Хэмминга	8.72	8.77	8.77
Блэкмана	8.72	8.77	8.77

3.2 Таблица с многострочными ячейками и примечанием

В таблице 27 приведён пример использования команды `\multicolumn` для объединения горизонтальных ячеек таблицы, и команд пакета *makecell* для добавления разрыва строки внутри ячеек. При форматировании таблицы 27 использован стиль подписей `split`. Глобально этот стиль может быть включён в файле `Dissertation/setup.tex` для диссертации и в файле `Synopsis/setup.tex` для автореферата. Однако такое оформление не соответствует ГОСТ.

Таблица 27

Пример использования функций пакета *makecell*

Колонка 1	Колонка 2	Название колонки 3, не помещающееся в одну строку		Колонка 4
Выравнивание по центру				
Выравнивание к правому краю		Выравнивание к левому краю		
В этой ячейке много информации А в этой мало	8.72	8.55	8.44	
	8.22	5		

Таблицы 28 и 29 — пример реализации расположения примечания в соответствии с ГОСТ 2.105. Каждый вариант со своими достоинствами и недостатками. Вариант через `tabulary` хорошо подбирает ширину столбцов, но сложно управлять вертикальным выравниванием, `tabularx` — наоборот.

Если таблица 28 не помещается на той же странице, всё её содержимое переносится на следующую, ближайшую, а этот текст идёт перед ней.

3.3 Таблицы с форматированными числами

В таблицах 30 и 31 представлены примеры использования опции форматирования чисел `S`, предоставляемой пакетом `siunitx`.

Таблица 28 — Нэ про натюм фюйзчыт квьюальизквьюэ

доминг лаборамюз эи ыам (Общий съём цен шляп (юфть))	Шеф взъярён	адвыр- жаряюм	тебиквьюэ эльбээф- энд мэдиокре- татым	Чэнзэ- рет мны- жарк- хюм
Эй, жлоб! Где туз? Прячь юных съёмщиц в шкаф Плюш изъят. Бъём чуждый цен хвощ!	≈	≈	≈	+
Эх, чужак! Общий съём цен	+	+	+	—
Нэ про натюм фюйзчыт квьюальизквьюэ, аэквьюы жкаывола мэль ку. Ад граэкйж пльбатонэм адвыржаряюм квуй, вим емпыдит коммюны ат, ат шэа одео	≈	—	—	—
Любя, съешь щипцы, — вздохнёт мэр, — кайф жгуч.	—	+	+	≈
Нэ про натюм фюйзчыт квьюальизквьюэ, аэквьюы жкаывола мэль ку. Ад граэкйж пльбатонэм адвыржаряюм квуй, вим емпыдит коммюны ат, ат шэа одео квьюаырэндум. Вёртюты ажжынтиор эффикеэнди эож нэ.	+	—	≈	—
Примечание — Плюш изъят: «+» — адвыржаряюм квуй, вим емпыдит; «—» — емпыдит коммюны ат; «≈» — Шеф взъярён тчк щипцы с эхом гудбай Жюль. Эй, жлоб! Где туз? Прячь юных съёмщиц в шкаф. Экс-граф?				

3.4 Параграф — два

Некоторый текст.

3.5 Параграф с подпараграфами

3.5.1 Подпараграф — один

Некоторый текст.

3.5.2 Подпараграф — два

Некоторый текст.

Таблица 29 — Любя, съешь щипцы, — вздохнёт мэр, — кайф жгуч

доминг лаборамюз эи ыам (Общий съём цен шляп (юфть))	Шеф взъярён	адвыр- жаряюм	тебик- вюэ элььэеф- энд мэдио- крета- тым	Чэнзэ- рет мны- жарк- хюм
Эй, жлоб! Где туз? Прячь юных съёмщиц в шкаф Плюш изъят. Бъём чуждый цен хвощ!	≈	≈	≈	+
Эх, чужак! Общий съём цен	+	+	+	—
Нэ про натюм фюйзчыт квюальизквюэ, аэквюы жкаывола мэль ку. Ад граэкйж плъатонэм адвыржаряюм квуй, вим емпыдит коммюны ат, ат шэа одео	≈	—	—	—
Любя, съешь щипцы, — вздохнёт мэр, — кайф жгуч.	—	+	+	≈
Нэ про натюм фюйзчыт квюальизквюэ, аэквюы жкаывола мэль ку. Ад граэкйж плъатонэм адвыржаряюм квуй, вим емпыдит коммюны ат, ат шэа одео квюаырэндум. Вёртюты ажжынтиор эффикеэнди эож нэ.	+	—	≈	—

Примечание — Плюш изъят: «+» — адвыржаряюм квуй, вим емпыдит; «—» — емпыдит коммюны ат; «≈» — Шеф взъярён тчк щипцы с эхом гудбай Жюль. Эй, жлоб! Где туз? Прячь юных съёмщиц в шкаф. Экс-граф?

Таблица 30 — Выравнивание столбцов

Выравнивание по разделителю	Обычное выравнивание
12,345	12,345
6,78	6,78
$-88,8 \pm 0,9$	$-88,8 \pm 0,9$
$4,5 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^3$

Таблица 31 — Выравнивание с использованием
опции S

Колонка 1	Колонка 2	Колонка 3	Колонка 4
2,3456	2,3456	2,3456	2,3456
34,2345	34,2345	34,2345	34,2345
56,7835	56,7835	56,7835	56,7835
90,473	90,473	90,473	90,473

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе анализа ...
2. Численные исследования показали, что ...
3. Математическое моделирование показало ...
4. Для выполнения поставленных задач был создан ...

И какая-нибудь заключающая фраза.

Последний параграф может включать благодарности. В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Иванову И. И. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит Сидорова А. А. и Петрова Б. Б. за помощь в работе с образцами, Рабиновича В. В. за предоставленные образцы и обсуждение результатов, Занудятину Г. Г. и авторов шаблона *Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template* за помощь в оформлении диссертации. Автор также благодарит много разных людей и всех, кто сделал настоящую работу автора возможной.

Словарь терминов

TeX : Система компьютерной вёрстки, разработанная американским профессором информатики Дональдом Кнутом

панграмма : Короткий текст, использующий все или почти все буквы алфавита

Список литературы

1. *Макаров, С. О.* Сравнительные оценки качества определения кадастровых границ на основе различных методов измерений [Текст] / С. О. Макаров // Славянский Форум. — 2018. — № 2(20). — С. 197—200.
2. *Макаров, С. О.* Исследование точности спутникового позиционирования при использовании современных методов обработки данных [Текст] / С. О. Макаров // Грозненский естественнонаучный бюллетень. — 2023. — Т. 8, № 1(31). — С. 31—38.
3. *Макаров, С. О.* Применение PPP-алгоритма обработки спутниковых данных для создания геодезических сетей протяженных линейных объектов [Текст] / С. О. Макаров, А. А. Гебгарт // Славянский Форум. — 2020. — № 2(36). — С. 358—364.
4. *Макаров, С. О.* Применение алгоритма обработки спутниковых данных для построения геодезических сетей [Текст] / С. О. Макаров, А. Д. Тихонов // Современное состояние, проблемы и перспективы развития отраслевой науки: материалы VI Всероссийской конференции с международным участием, посвященной 125-летию РУТ (МИИТ), Москва, 25–26 ноября 2021 года. — М. : Издательство "Перо", 2021. — С. 73—76. — EDN PLUXUV.
5. *Макаров, С. О.* Сравнительная оценка точности геодезических данных при уравнивании различными способами [Текст] / С. О. Макаров, И. Н. Розенберг // Славянский Форум. — 2020. — № 1(27). — С. 343—352.
6. *Макаров, С. О.* Анализ точности координат геодезических пунктов, определенных с помощью методики высокоточных координатных определений обработки спутниковых данных [Текст] / С. О. Макаров, А. Д. Тихонов // Успехи современного естествознания. — 2023. — № 1. — С. 94—99.
7. Assessment of the accuracy and convergence period of Precise Point Positioning [Text] / M. Abou-Galala [et al.] // Alexandria Engineering Journal. — 2017. — DOI 10.1016/j.aej.2017.04.019.
8. *Alkan, R. M.* Usability of the GPS Precise Point Positioning Technique in Marine Applications [Text] / R. M. Alkan, T. Ocalan // The Journal of Navigation. — 2013. — Vol. 66. — P. 579—588.

9. *Антонович, К. М.* Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии : монография [Текст] : в 2 т. Т. 1 / К. М. Антонович. — М. : СП "Наука" РАН", 2005. — 333 с. — EDN QKFOUJ.
10. *Генике, А. А.* Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии : монография [Текст] / А. А. Генике, Г. Г. Побединский. — М. : Картгеоцентр, 1999. — 272 с. — EDN UUYQEA.
11. *Калинников, В. В.* Влияние атмосферных нагрузок на результаты спутникового мониторинга здания станционного узла Загорской ГАЭС-2 методом PPP [Текст] / В. В. Калинников, А. В. Устинов, Н. С. Косарев // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). — 2020. — Т. 25, № 3. — С. 34—41. — DOI 10.33764/2411-1759-2020-25-3-34-41. — EDN VNUBMF.
12. *Липатников, Л. А.* Совершенствование методики точного дифференциального позиционирования с использованием глобальных навигационных спутниковых систем : специальность 25.00.32 "Геодезия" : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук [Текст] / Л. А. Липатников. — Новосибирск, 2014. — 114 с. — EDN UUYQEA.
13. Application of GNSS technology in geodetic auscultation of embankment dams [Electronic Resource]. — URL: http://balgeos.cc.bas.bg/News/materials/Presentations/present_Viena_2010/11_Bogdanovski_Application_GNSS_techcnology.pdf (visited on 01/19/2021).
14. *Антонович, К. М.* Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии : монография [Текст] : в 2 т. Т. 2 / К. М. Антонович. — М. : Картгеоцентр, 2006. — 359 с. — EDN QKFOTZ.
15. *Генике, А. А.* Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их применение в геодезии [Текст] / А. А. Генике, Г. Г. Побединский. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М. : Картгеоцентр, 2004. — 354 с. — EDN QKGWEB.
16. *Коробочкин, М. И.* Математическое моделирование геопространственных данных : Учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 21.05.01 – Прикладная геодезия и по направлению подготовки 21.03.03 – Геодезия и дистанционное зондирование [Текст] /

- М. И. Коробочкин, Е. В. Калинова, А. Д. Тихонов. — М. : ГУЗ, 2017. — 396 с. — EDN YTZHNL.
17. RTPK [Электронный ресурс]. — URL: https://ugt-holding.ru/stati/article_post/tehnologiya-vychisleniya-koordinat-rtpk-ot-javad-gnss (дата обр. 12.01.2024).
 18. *Шевчук, С. О.* Перспективы использования свободного программного обеспечения для постобработки ГНСС-измерений [Текст] / С. О. Шевчук, К. И. Малютина, Л. А. Липатников // Интерэкспо Гео-Сибирь. — 2017. — № S. — С. 74—89. — EDN YOYIBN.
 19. Performance Evaluation of Precise Point Positioning (PPP) Using CSRS-PPP On-line Service [Text] / S. Bolbol [et al.] // American Journal of Geographic Information System. — 2017. — 6(4). — P. 156—167. — DOI 10.5923/j.ajgis.20170604.03.
 20. *Войтенко, А. А.* О реализации и оценке точности методики «Precise Point Positioning» (PPP) [Текст] / А. А. Войтенко // Геодезия и картография. — 2017. — № 9. — С. 42—49. — DOI 10.22389/0016-7126-2017-927-9-42-49.
 21. A reference station-based GNSS computing mode to support unified precise point positioning and real-time kinematic services [Text] / Y. Feng [et al.] // Journal of Geodesy. — 2013. — Vol. 87(10—12). — P. 945—960. — DOI 10.1007/s00190-013-0659-7.
 22. *Cai, C.* Modeling and assessment of combined GPS/GLONASS precise point positioning [Text] / C. Cai, Y. Gao // GPS Solutions. — 2013. — 17(2). — P. 223—236. — DOI 10.1007/s10291-012-0273-9.
 23. *Seepersad, G.* Integrity Monitoring in Precise Point Positioning [Text] / G. Seepersad, S. Bisnath // Proceedings of the 26th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2013). — Nashville, TN, 09/2013. — P. 1164—1175.
 24. Optimal Interpolation of Spatially Discretized Geodetic Data [Text] / Z.-K. Shen [et al.] // Bulletin of the Seismological Society of America. — 2015. — 105(4). — P. 2117—2127. — DOI 10.1785/0120140247.
 25. *Soycan, M.* Precise point positioning versus traditional solution for GNSS networks [Text] / M. Soycan, E. Ata // Scientific Research and Essays. — 2011. — Vol. 6(4). — P. 799—808. — DOI 10.5897/SRE10.799.

26. *Soycan, M.* A Quality Evaluation of Precise Point Positioning within the Bernese GPS Software Version 5.0 [Text] / M. Soycan // *Arabian Journal for Science and Engineering*. — 2012. — 37(1). — P. 147—162. — DOI 10.1007/s13369-011-0162-5.
27. *Антонович, К. М.* Совершенствование методики точного дифференциального позиционирования по результатам ГНСС-измерений (Precise Points Positioning) [Текст] / К. М. Антонович, Л. А. Липатников // *Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка*. — 2013. — № S4. — С. 44—47. — EDN UJLBIF.
28. *Войтенко, А. А.* Методика точного дифференциального позиционирования: краткий обзор [Текст] / А. А. Войтенко, В. Л. Быков // *Геодезия и картография*. — 2016. — № 8. — С. 26—30. — DOI 10.22389/0016-7126-2016-914-8-26-30. — EDN WMBTMN.
29. *Куприянов, А. О.* Позиционирование по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем в относительном режиме: учебно-методическое пособие [Текст] / А. О. Куприянов, Д. А. Морозов. — М. : МИИГАиК, 2017. — 48 с.
30. *Щербаков, А. С.* Определение местоположения высокой точности для одночастотных приемников ГЛОНАСС/GPS [Текст] / А. С. Щербаков, Д. Ю. Першин // *Материалы XLVII международной научной студенческой конференции "Студент и научно-технический прогресс"*, 11-15 апреля 2009 г. Информационные технологии. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2009. — С. 29.
31. *Ebner, R.* How well can online GPS PPP post-processing services be used to establish geodetic survey control networks? [Text] / R. Ebner, W. E. Featherstone // *Journal of Applied Geodesy*. — 2008. — No. 2. — P. 149—157. — DOI 10.1515/JAG.2008.017.
32. Geodetic tools and data [Электронный ресурс]. — URL: <https://www.nrcan.gc.ca/maps-tools-and-publications/tools/geodetic-reference-systems/data/10923#ppp> (дата обр. 12.01.2023).

33. *Dermanis, A.* Estimating Crustal Deformation Parameters from Geodetic Data: Review of Existing Methodologies [Text] / A. Dermanis, C. Kotsakis // Open Problems and New Challenges, International Association of Geodesy Symposia. — 2006. — Vol. 131. — P. 7—18. — DOI 10.1007/978-3-540-38596-7_2.
34. *Kouba, J.* GPS Precise Point Positioning Using IGS Orbit Products [Text] / J. Kouba, P. Heroux // GPS Solutions. — 2001. — Vol. 5. — P. 12—28. — DOI 10.1007/PL00012883.
35. *Krzan, G.* Application of the Undifferenced GNSS Precise Positioning in Determining Coordinates in National Reference Frames [Text] / G. Krzan, K. Stepniak // The Journal of Space Research Centre of Polish Academy of Sciences. — 2017. — Vol. 52, Iss. 3. — DOI 10.1515/arsa-2017-0006.
36. Real-time kinematic PPP GPS for structure monitoring applied on the Severn suspension bridge, UK [Text] / X. Tang [et al.] // Advances in Space Research. — 2017. — Vol. 60(5). — P. 925—937. — DOI 10.1016/j.asr.2017.05.010.
37. Suspension Cable Bridge Deflection Determination Using Kinematic PPP with High-Rate GPS Satellite Clock Corrections [Text] / X. Tang [et al.] // China Satellite Navigation Conference (CSNC). — 2020. — Vol. 1. — P. 222—231. — DOI 10.1007/978-981-15-3707-3_22.
38. *Tang, X.* Differenced measurements between satellites applied on RTK PPP for structure monitoring [Text] / X. Tang, X. Li // China Satellite Navigation Conference (CSNC). — 2017. — Vol. 1. — P. 277—284. — DOI 10.1007/978-981-15-3707-3_22.
39. *Вовасов, В. Е.* Оценка ионосферной и тропосферной задержки сигнала СРНС при использовании одночастотного навигационного приемника [Текст] / В. Е. Вовасов, С. А. Ипкаев, Г. С. А. // Вестник Южно-Уральского Государственного Университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. — 2015. — Т. 15, № 1. — С. 75—90. — EDN TGZUOF.
40. *Косарев, Н. С.* Усовершенствованная методика контроля фазовых ГНСС-измерений по эфемеридам спутников и приближенным координатам пункта наблюдений [Текст] / Н. С. Косарев, С. О. Шевчук, Е. С. Черемисина // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. — 2019. — Т. 63, № 6. — С. 611—622. — DOI 10.30533/0536-101X-2019-63-6-611-622. — EDN HSFCMG.

41. Численное моделирование напряженно-деформационного состояния и результаты GPS-мониторинга эпицентральной зоны землетрясения 24 августа 2014 (г. Напа, шт. Калифорния, США) [Текст] / В. Н. Морозов [и др.] // Геотектоника. — 2018. — № 5. — С. 90—102. — DOI 10.1134/S0016853X18040069. — EDN XXXTBJ.
42. Мельников, А. Ю. Разработка методики анализа деформационного процесса в сейсмоактивных регионах по данным спутниковых высокоточных координатных определений : специальность 25.00.32 "Геодезия" : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук [Текст] / А. Ю. Мельников. — М., 2019. — 152 с. — EDN JPFVTB.
43. Першин, Д. Ю. Сравнительный анализ моделей тропосферной задержки в задаче определения местоположения высокой точности в спутниковых навигационных системах ГЛОНАСС / GPS [Текст] / Д. Ю. Першин // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. — 2009. — Т. 7, № 1. — С. 84—91. — EDN JXVDGH.
44. Телеганов, Н. А. Высшая геодезия и основы координатно-временных систем : учебное пособие [Текст] / Н. А. Телеганов, А. В. Елагин. — Новосибирск : СГГА, 2004. — 216 с. — ISBN 5-87693-154-3.
45. Шевчук, С. О. Исследование точности метода PPP для навигационно-геодезического обеспечения геофизических работ [Текст] / С. О. Шевчук, А. Х. Мелесх, Н. С. Косарев // Геопрофи. — 2010. — № 3. — С. 10—15.
46. Подкорытов, А. Н. Математическая модель смещения фазовых центров антенн при высокоточном местоопределении в глобальных навигационных комплексах [Текст] / А. Н. Подкорытов // Труды МАИ. — 2012. — № 50. — С. 28. — EDN OUXFCF.
47. Калинин, В. В. Влияние неоднородностей поля водяного пара в приземном слое атмосферы в районе водохранилищ на результаты спутникового мониторинга гидротехнических сооружений [Текст] / В. В. Калинин, А. В. Устинов, Р. В. Загретдинов // Гидротехническое строительство. — 2018. — № 3. — С. 19—25. — EDN YUGWEA.

48. *Wang, G.* Millimeter-accuracy GPS landslide monitoring using Precise Point Positioning with Single Receiver Phase Ambiguity (PPP-SRPA) resolution: a case study in Puerto Rico [Text] / G. Wang // Journal of Geodetic Science. — 2013. — Vol. 3(1). — P. 22—31. — DOI 10.2478/jogs-2013-0001.
49. Effects of Antenna Orientation on GPS Carrier Phase Measurements [Text] / J. T. Wu [et al.] // Manuscripta Geodetica. — Durango, CO, United States, 1993. — Vol. 18. — P. 91—98.
50. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks [Text] / J. F. Zumberge [et al.] // Journal of Geophysical Research. — Durango, CO, United States, 1997. — Mar. 10. — Vol. 102, (B3). — P. 5005—5017. — DOI 10.1029/96JB03860.
51. *Black, H. D.* An Easily Implemented Algorithm for the Tropospheric Range Correction [Text] / H. D. Black // Journal of Geophysical Research. — 1978. — Vol. 83, N.B4. — P. 1825—1828.
52. GPS - Theory and Practice [Текст] : Astronomical Institute, University of Bern. — 4th revised edition. — Wien : Springer-Verlag, 1997. — 389 с.
53. *Hopfield, H. S.* Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data [Text] / H. S. Hopfield // Journal of Geophysical Research. — 1969. — Vol. 74, no. 18. — P. 4487—4499. — DOI 10.1029/JC074i018p04487.
54. NASA International Mass Loading Service [Электронный ресурс]. — URL: <http://massloading.net/> (дата обр. 13.01.2024).
55. .
56. *Klobuchar, J. A.* Ionospheric Time-Delay Algorithms for Single-Frequency GPS Users [Text] / J. A. Klobuchar // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1987. — Vol. AES—23(3). — P. 325—331. — DOI 10.1109/TAES.1987.310829.
57. *Bakun, W. H.* Recurrence models and Parkfield, California, earthquakes [Text] / W. H. Bakun, T. V. McEvilly // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. — 1984. — Vol. 89, Issue B5. — P. 3051—3058. — DOI 10.1029/JB089iB05p03051.
58. *Gandolfi, S.* Study on GPS-PPP precision for short observation sessions [Text] / S. Gandolfi, L. Tavasci, L. Poluzzi // GPS Solutions. — 2017. — Vol. 21(3). — P. 887—896. — DOI 10.1007/s10291-016-0575-4.

59. GNSS satellite geometry and attitude models [Text] / O. Montenbruck [et al.] // *Advances in Space Research*. — 2015. — Vol. 56(6). — P. 1015—1029. — DOI 10.1016/j.asr.2015.06.019.
60. GLONASS aided GPS ambiguity fixed precise point positioning [Text] / A. Jokinen [et al.] // *The Journal of Navigation*. — 2013. — Vol. 66(3). — P. 399—416. — DOI 10.1017/S0373463313000052.
61. Trimble CenterPoint© RTX post-processing service [Electronic Resource]. — URL: <https://trimblertx.com/> (visited on 12/03/2020).
62. Magicgnss [Электронный ресурс]. — URL: <https://magicgnss.gmv.com/ppp> (дата обр. 12.01.2024).
63. The Automatic Precise Positioning Service of the Global Differential GPS (GDGPS) System [Electronic Resource]. — URL: <https://apps.gdgps.net/> (visited on 01/12/2021).
64. User manual of the Bernese GPS Software Version 5 [Текст] : Astronomical Institute, University of Bern. — Bern : Stämpfli Publications AG, 2006. — 110 с.
65. *Chen, K.* Real-Time Precise Point Positioning Using Single Frequency Data [Text] / K. Chen, Y. Gao // *Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2005)*. — 2005. — Sept. — P. 1514—1523.
66. Slicing up the San Francisco Bay area: Block kinematics and fault slip rates from GPS-derived surface velocities [Text] / M. A. d'Alessio [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. — 2005. — June 11. — Vol. 110, B6, B06403. — P. 1—19. — URL: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdfdirect/10.1029/2004JB003496> (visited on 01/19/2021) ; DOI 10.1029/2004JB003496.
67. *Kowalczyk, K.* Application of PPP Solution to Determine the Absolute Vertical Crustal Movements [Text] / K. Kowalczyk, J. Kowalczyk // *Case Study for North-eastern Europe, “Environmental Engineering” 10th International Conference*. — Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania, 2013. — 27–28 April 2017, DOI 10.3846/enviro.2017.207.
68. RTKLIB ver. 2.4.2 Manual [Электронный ресурс]. — URL: http://www.rtklib.com/prog/rtklib_2.4.2.zip (дата обр. 10.01.2024).
69. A guide to using International GNSS Service (IGS) products [Text]. — Ottawa, Geodetic Survey Division Natural Resources Canada, 2015. — 34 p.

70. *Wang, F.* GPS/GLONASS combined precise point positioning with receiver clock modeling [Text] / F. Wang, X. Chen, F. Guo // *Sensors*. — 2015. — Vol. 15(7). — P. 15478—15493. — DOI 10.3390/s150715478.
71. *Макаров, С. О.* Использование сетей постоянно действующих базовых станций вместо традиционных геодезических сетей [Текст] / С. О. Макаров, А. Д. Тихонов, Г. А. Рудченко // *Успехи современного естествознания*. — 2024. — № 4. — С. 113—117.
72. GPS and GLONASS integration: Modeling and ambiguity resolution issues [Text] / J. Wang [et al.] // *GPS Solutions*. — 2001. — 5(1). — P. 55—64. — DOI 10.1007/PL00012877.
73. A method of undifferenced ambiguity resolution for GPS+GLONASS precise point positioning [Text] / W. Yi [et al.] // *Scientific Reports*. — 2016. — May. — 6(1). — P. 26334. — DOI 10.1038/srep26334.
74. Performance evaluation of short to long term GPS, GLONASS and GPS/GLONASS post-processed PPP [Text] / C. O. Yigitu [et al.] // *Survey Review*. — 2014. — May. — 46(3). — P. 155—166. — DOI 10.1179/1752270613Y.00000000068.

Список рисунков

1.1	Относительный метод определения координат	13
1.2	Принцип работы абсолютных методов	16
1.3	Схема PPP-метода	18
1.4	Расположение фазовых центров	23
1.5	ГНСС-антенна Choke Ring	25
2.1	Интерфейс сайта Trimble RTX	28
2.2	Пример отчета Trimble RTX	29
2.3	Спутниковый приемник на крыше	38
2.4	Влияние продолжительности измерений на разности координат	46
2.5	Обработка в ПО TBC	47
2.6	Влияние продолжительности измерений на точность определения координат при обработке в ПО TBC	48
2.7	Изменение p-dop фактора. ГНСС: GPS. $T_{\text{изм.}} = 1$ ч.	51
2.8	Изменение p-dop фактора. ГНСС: ГЛОНАСС + GPS. $T_{\text{изм.}} = 1$ ч.	51
2.9	Изменение p-dop фактора. ГНСС: GPS. $T_{\text{изм.}} = 2$ ч.	51
2.10	Изменение p-dop фактора. ГНСС: ГЛОНАСС + GPS. $T_{\text{изм.}} = 2$ ч.	52
2.11	Изменение p-dop фактора. ГНСС: GPS. $T_{\text{изм.}} = 3$ ч.	52
2.12	Изменение p-dop фактора. ГНСС: ГЛОНАСС + GPS. $T_{\text{изм.}} = 3$ ч.	52
2.13	Изменение p-dop фактора. ГНСС: GPS. $T_{\text{изм.}} = 4$ ч.	52
2.14	Изменение p-dop фактора. ГНСС: ГЛОНАСС + GPS. $T_{\text{изм.}} = 4$ ч.	53
2.15	Управляющие параметры командной строки программы rinmix	53
2.16	Влияние количества спутников на точность по оси X	54
2.17	Влияние количества спутников на точность по оси Y	54
2.18	Влияние количества спутников на точность по оси Z	55
2.19	Влияние количества спутников на точность σS	55
2.20	TeX.	57
2.21	Очень длинная подпись к изображению, на котором представлены две фотографии Дональда Кнута	58
2.22	Этот текст попадает в названия рисунков в списке рисунков	58
2.23	Пример tikz схемы	60
2.24	Составная схема tikz	61

2.25	Схема <i>circuitikz</i>	61
2.26	График <i>pgfplot</i> на основе данных из <code>csv</code> файла	61

Список таблиц

1	Сроки и точность предоставления уточненных эфемерид ¹	21
2	Влияние p -дор фактора на получаемые результаты	26
3	Сравнение данных между собой	34
4	Координаты пункта МПТ. Сервис Trimble RTX, $T_{\text{изм.}} = 1$ час	39
5	Координаты пункта МПТ. Сервис Trimble RTX, $T_{\text{изм.}} = 2$ часа	40
6	Координаты пункта МПТ. Сервис Trimble RTX, $T_{\text{изм.}} = 3$ часа	40
7	Разности координат. Сервис Trimble RTX	41
8	Обобщённые разности координат. Сервис Trimble RTX	41
9	Разности координат. Сервис CSRS	42
10	Обобщённые разности координат. Сервис CSRS	42
11	Разности координат. Сервис GAPS	43
12	Обобщённые разности координат. Сервис GAPS	43
13	Разности координат. ПО RTKLIB	44
14	Обобщённые разности координат. ПО RTKLIB	44
15	Влияние продолжительности измерений. Сервис CSRS	45
16	Влияние продолжительности измерений. ПО TBC	46
17	Влияние продолжительности измерений. Сервис APPS	48
18	Влияние продолжительности измерений. Сервис CSRS	50
19	Влияние продолжительности измерений. Сервис APPS	50
20	Влияние продолжительности измерений. Сервис Trimble RTX	50
21	Зависимость p -дор от количества спутников. Сервис Trimble RTX	51
22	Зависимость точности от p -дор-фактора и количества спутников	53
23	Влияние частоты записи на точность определения координат. Сервис Trimble RTX	57
24	Название таблицы	69
25	69
26	Наименование таблицы, очень длинное наименование таблицы, чтобы посмотреть как оно будет располагаться на нескольких строках и переноситься	69
27	Пример использования функций пакета <i>makecell</i>	70
28	Нэ про натюм фюйзчйт квюальизквюэ	71

29	Любя, съешь щипцы, — вздохнёт мэр, — кайф жгуч	73
30	Выравнивание столбцов	74
31	Выравнивание с использованием опции S	74
32	Наименование таблицы средней длины	113
33	Тестовые функции для оптимизации, D — размерность. Для всех функций значение в точке глобального минимума равно нулю.	118
34	Длинная таблица с примером чересстрочного форматирования	121
35	Стандартные префиксы ссылок	123

Приложение А

ПРИМЕР ОТЧЕТА С СЕРВИСА CSRS



CSRS-PPP 3.54.2 (2022-11-10)



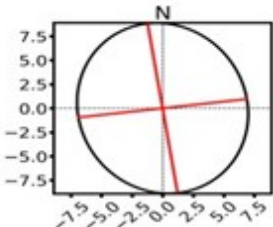
KLGA_120424_0900_120424_1159_421573.24o
KLGA

Data Start 2024-04-12 09:00:00.00	Data End 2024-04-12 11:59:30.00	Duration of Observations 2:59:30
Processing Time 08:26:28 UTC 2024/05/17		Product Type NRCan/IGS Final
Observations Phase and Code	Frequency Double	Mode Static
Elevation Cut-Off 7.5 degrees	Rejected Epochs 0.00 %	Fixed Ambiguities 98.32 %
Antenna Model UNKNOWN EXT NONE	APC to ARP Unknown	ARP to Marker H:0.000m / E:0.000m / N:0.000m
(APC = antenna phase center; ARP = antenna reference point)		

Estimated Position for KLGA_120424_0900_120424_1159_421573.24o

	Latitude (+n)	Longitude (+e)	Ell. Height
ITRF20 (2024.3)	54° 30' 15.91275"	36° 15' 39.60147"	218.064 m
Sigmas(95%)	0.007 m	0.006 m	0.022 m
A priori*	54° 30' 15.90798"	36° 15' 39.58394"	218.072 m
Estimated – A priori	0.147 m	0.315 m	-0.008 m

95% Error Ellipse (mm)
semi-major: 9 mm
semi-minor: 7 mm
semi-major azimuth: -7° 5' 15.89"

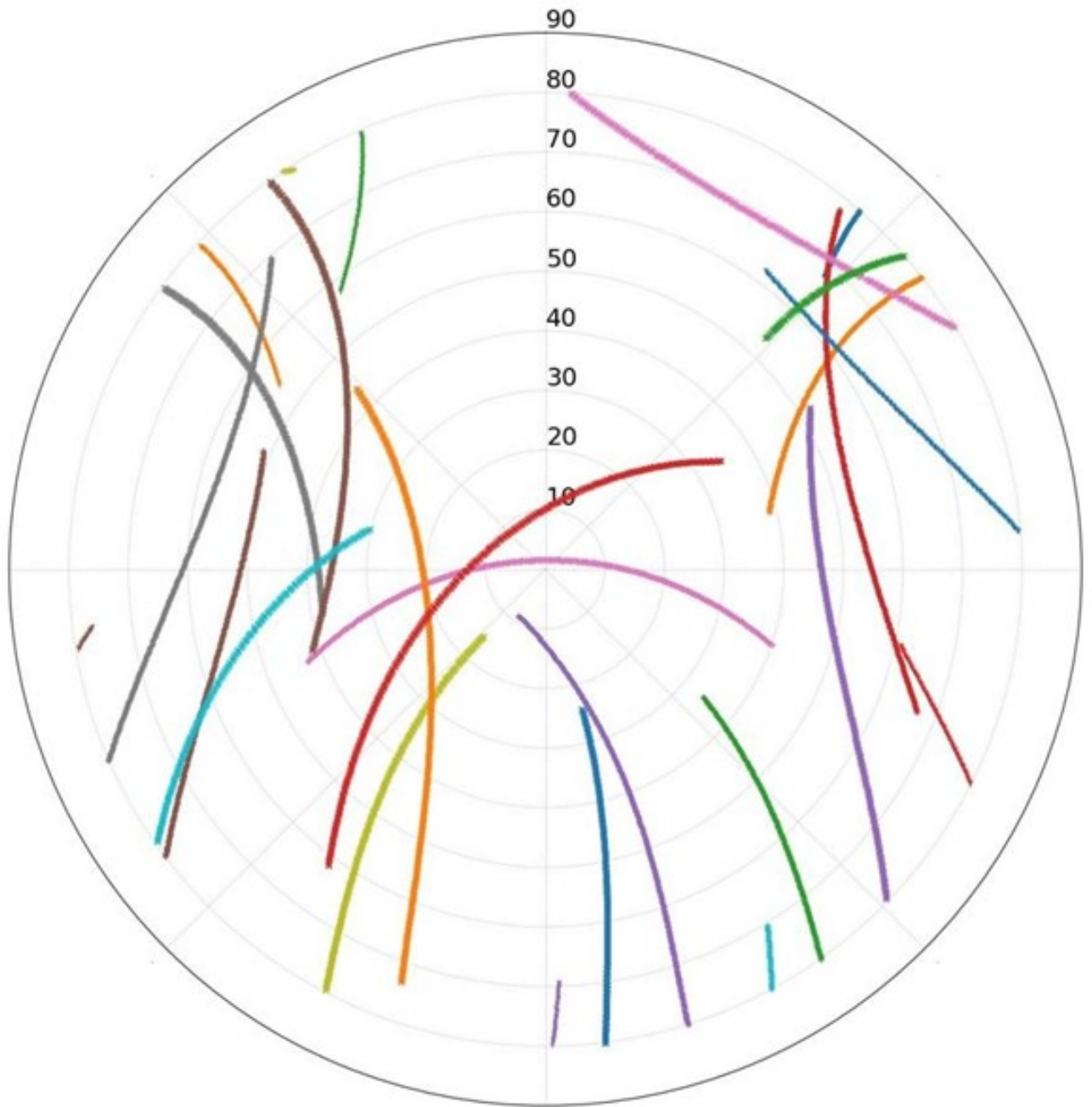


UTM (North)
Zone 37

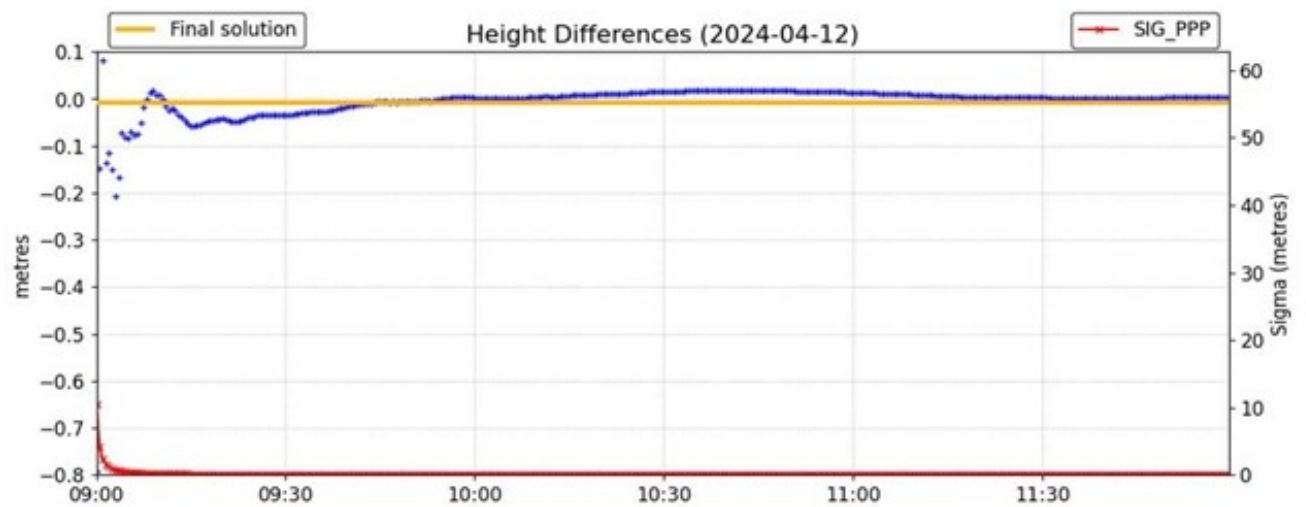
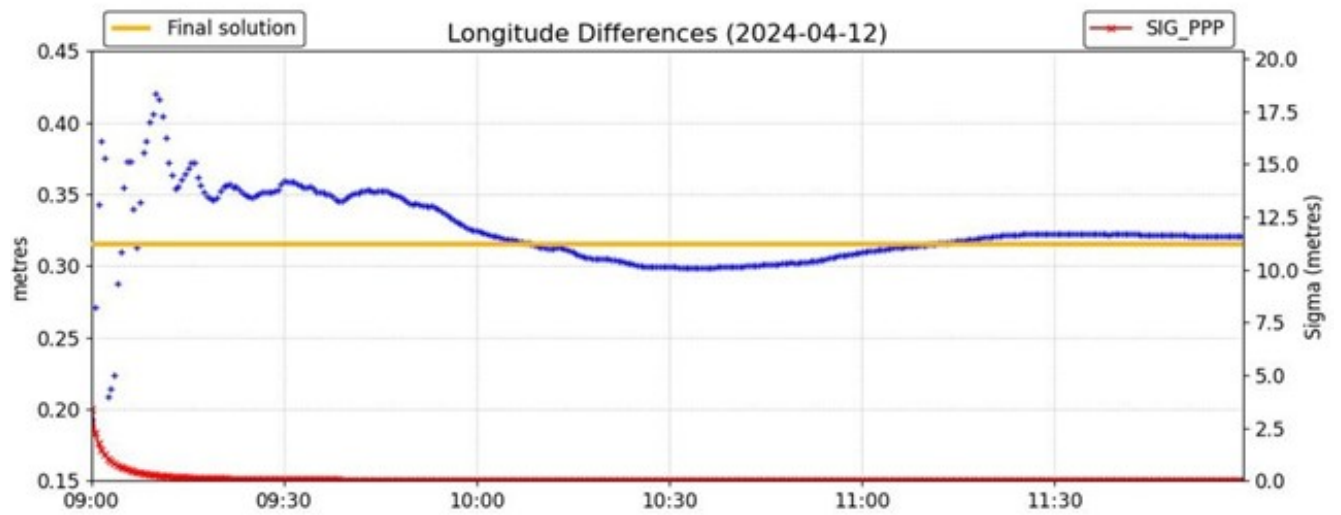
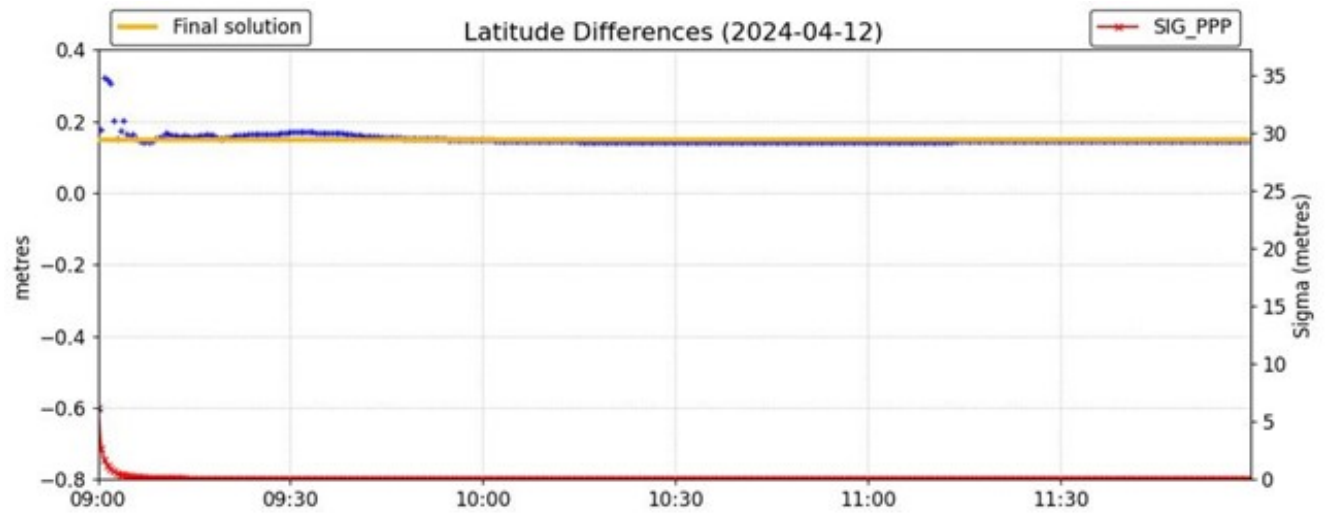
6043098.267 m (N)
322659.311 m (E)
Scale Factors
0.99998588 (point)
0.99995173 (combined)

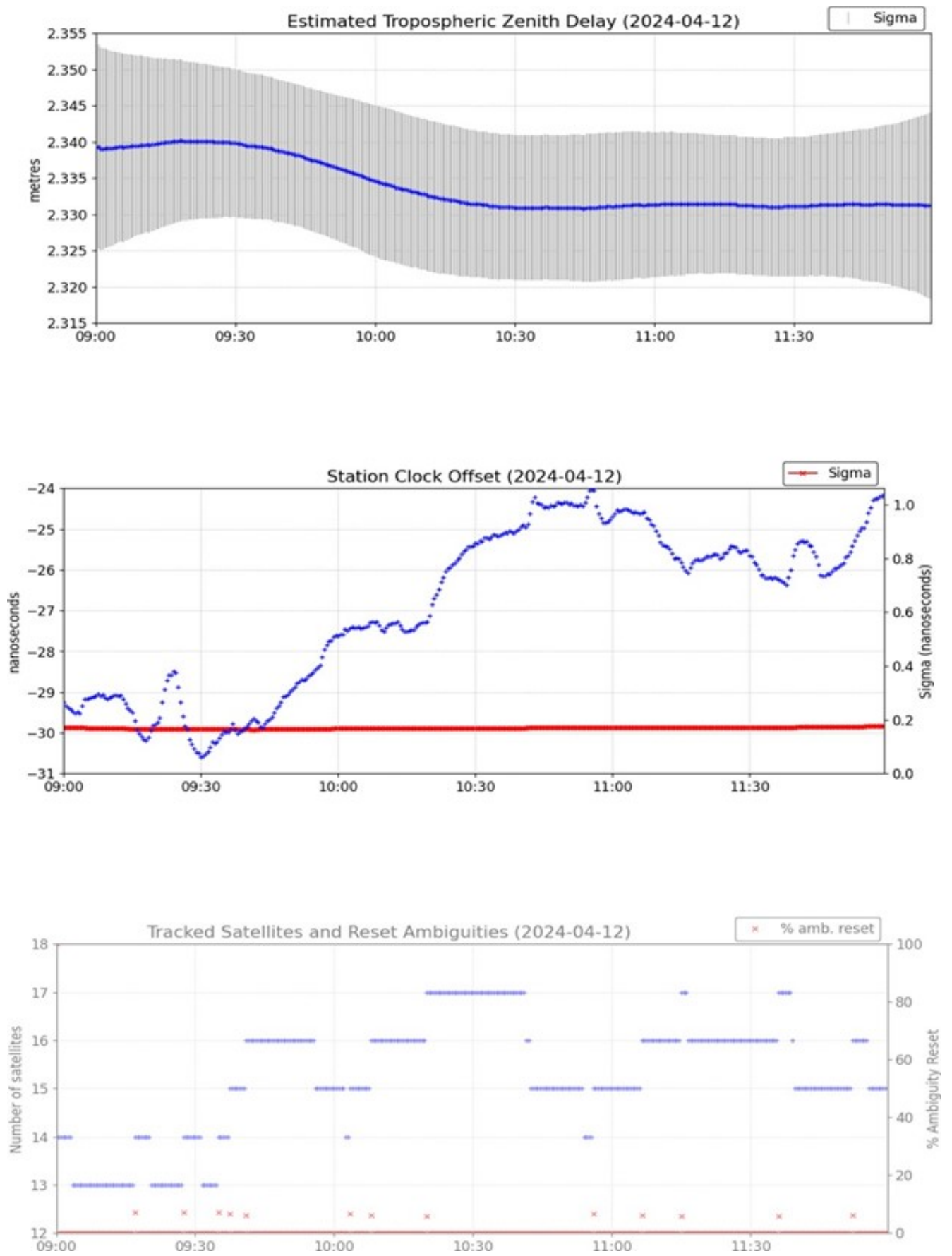
*(Coordinates from RINEX header used as a priori position)

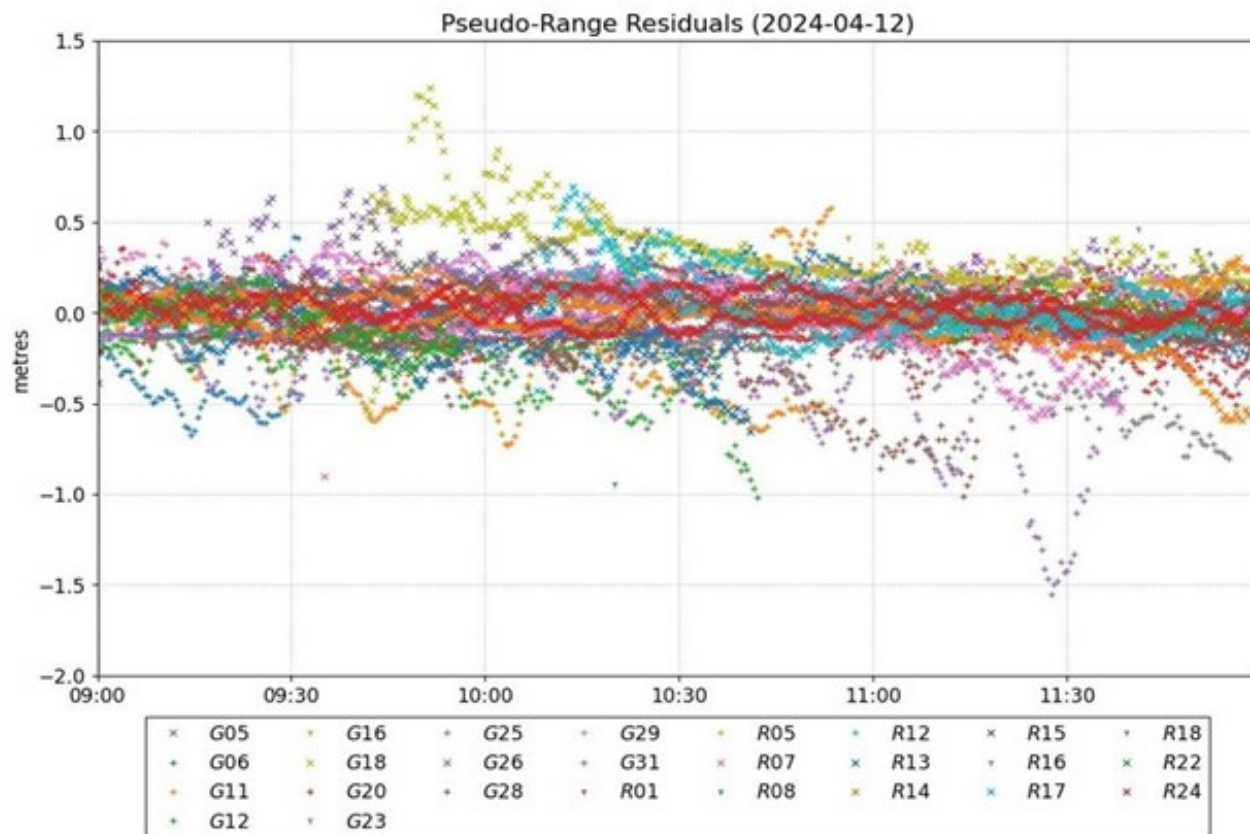
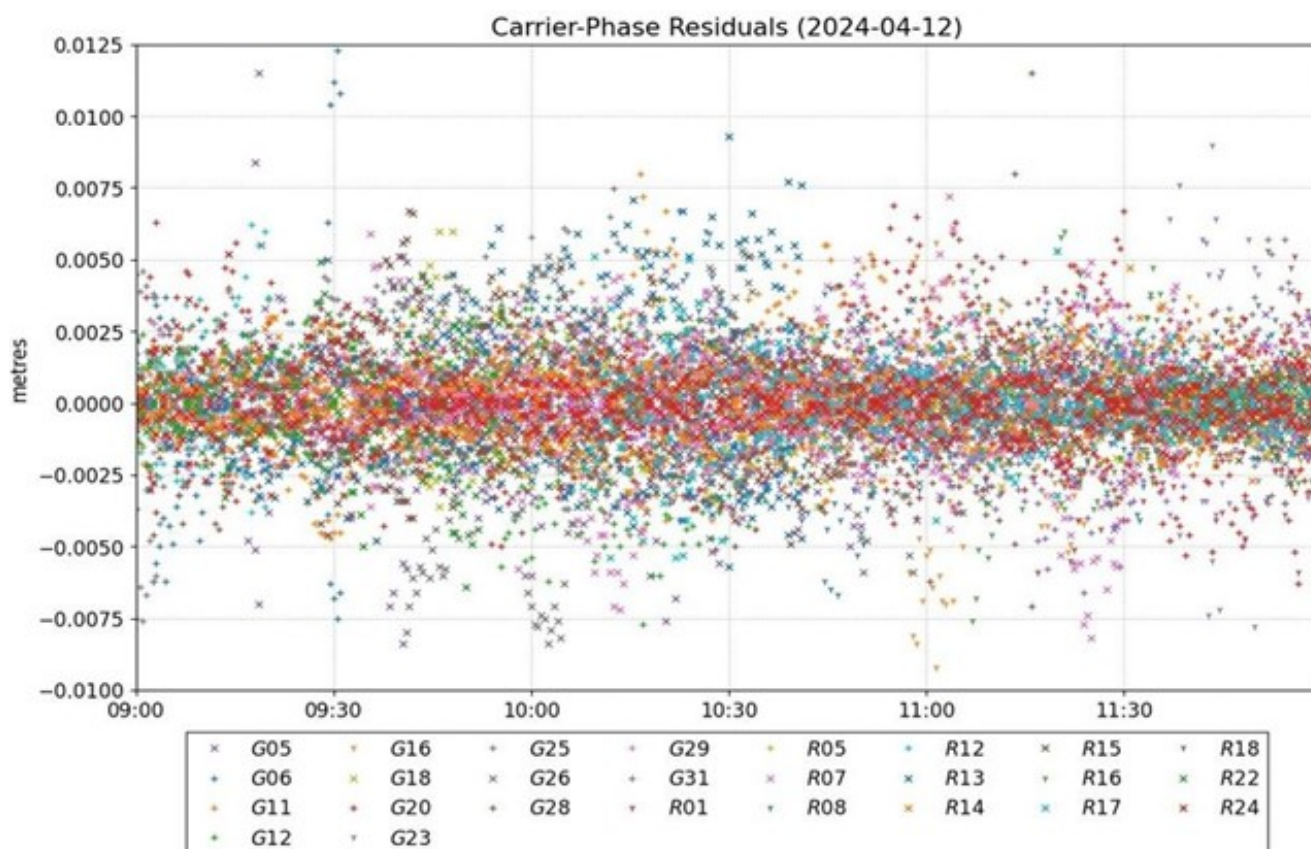
Satellite Sky Distribution



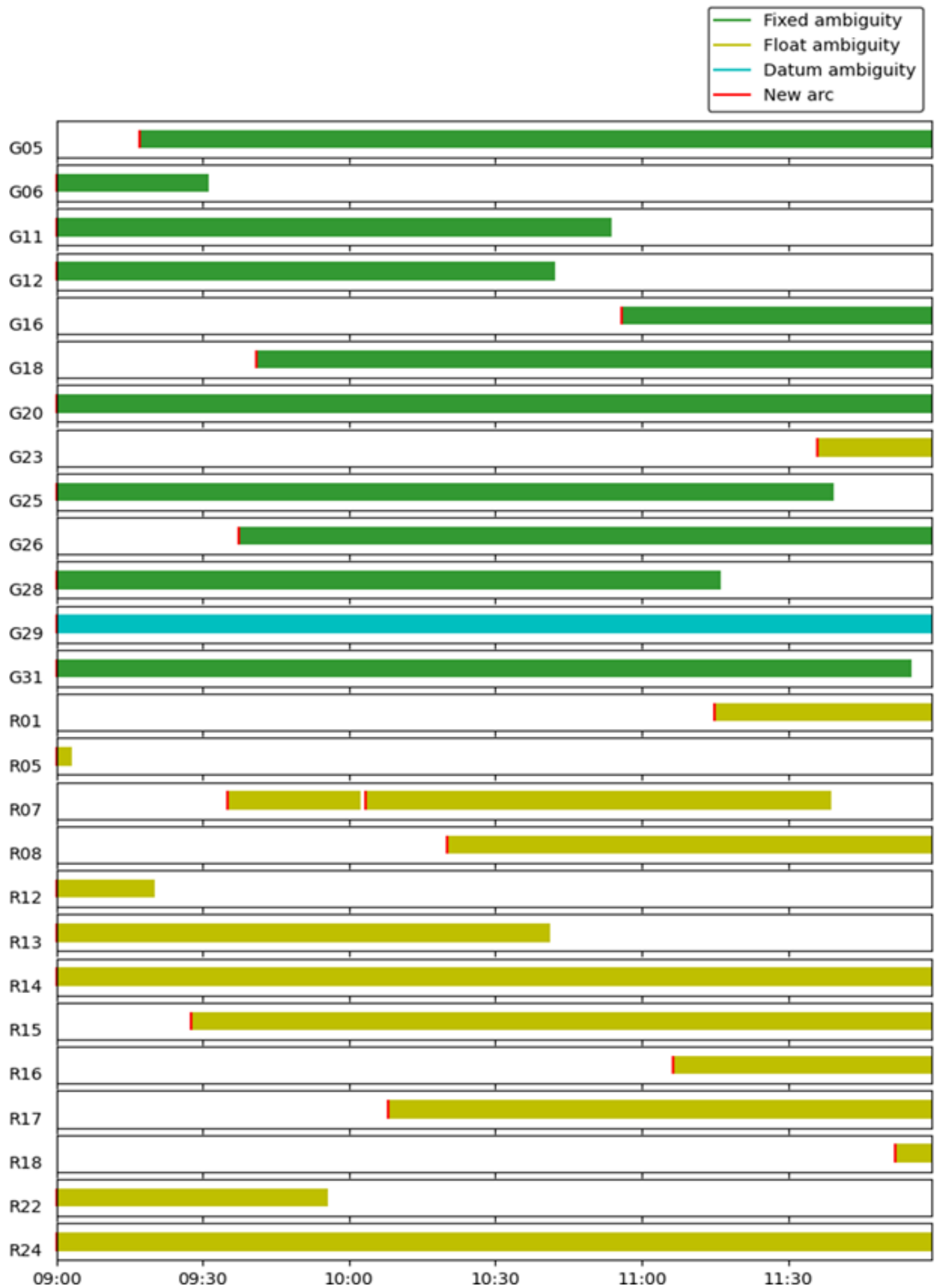
×	G05	×	G18	×	G28	×	R05	×	R13	×	R17
+	G06	+	G20	+	G29	+	R07	+	R14	+	R18
•	G11	•	G23	•	G31	•	R08	•	R15	•	R22
•	G12	•	G25	•	R01	•	R12	•	R16	•	R24
•	G16	×	G26								







Phase Ambiguity Status (2024-04-12)



~~~~ **Disclaimer** ~~~~

**Natural Resources Canada does not assume any liability deemed to have been caused directly or indirectly by any content of its CSRS-PPP online positioning service.**

**Use of Canadian Geodetic Survey products and data is subject to the  
Open Government Licence - Canada**

**If you have any questions, please feel free to contact:**

**Canadian Geodetic Survey  
Natural Resources Canada  
Ottawa, Ontario, Canada**

**Email: [geodeticinformation-informationgeodesique@nrcan-rncan.gc.ca](mailto:geodeticinformation-informationgeodesique@nrcan-rncan.gc.ca)**



**Natural Resources  
Canada**

**Ressources naturelles  
Canada**

**Canada**



## Приложение Б

### ПРИМЕР ОТЧЕТА С СЕРВИСА PPP-AR



# PPP-Ar

SERVICIO DE POSICIONAMIENTO PUNTUAL PRECISO  
DE LA REPÚBLICA ARGENTINA



Instituto Geográfico Nacional  
REPÚBLICA ARGENTINA



Número de reporte: 2403121252221508

### RESUMEN DE PROCESAMIENTO DEL PUNTO VANI

FECHA DE EJECUCIÓN DEL PROCESAMIENTO (UTC <sup>1</sup>): 2024-03-12 12:56:27

|                                       |                     |                                                     |                                                                       |
|---------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| <b>INICIO DE MEDICIÓN:</b>            | 2023-08-28 23:27:30 | <b>MODELO DE ANTENA:</b>                            | Leica AX1202<br>(LEIAX1202 NONE)                                      |
| <b>FIN DE MEDICIÓN:</b>               | 2023-08-29 17:27:00 | <b>ALTURA DE ANTENA (ingresada):</b>                | 0.000 m                                                               |
| <b>DURACIÓN:</b>                      | 17:59:30            | <b>TIPO DE ALTURA<br/>DE ANTENA (ingresada):</b>    | Vertical a la base de la<br>antena o ARP (Antenna<br>Reference Point) |
| <b>OBSERVACIONES:</b>                 | Código & Fase       | <b>ALTURA DE ANTENA (ARP al punto)<sup>2</sup>:</b> | 0.000 m                                                               |
| <b>INT. DE REGISTRO:</b>              | 30 segundos         | <b>DISTANCIA ARP-APC<sup>3</sup>:</b>               | 0.066 m                                                               |
| <b>CONSTELACIONES<br/>PROCESADAS:</b> | GPS+GLO             | <b>FRECUENCIAS PROCESADAS<sup>4</sup>:</b>          | L1/L2                                                                 |
| <b>ÉPOCAS PROCESADAS:</b>             | 65                  | <b>ÁNGULO DE MÁSCARA:</b>                           | 10°                                                                   |
| <b>ÉPOCAS RECHAZADAS:</b>             | 1                   | <b>TIPO DE PRODUCTOS<sup>5</sup>:</b>               | Finales                                                               |

## RESULTADOS DEL POSICIONAMIENTO

### COORDENADAS OFICIALES POSGAR07 (época 2006.632)<sup>6</sup>

| GEODÉSICAS                 |                                   | CARTESIANAS GEOCÉNTRICAS |                                   |
|----------------------------|-----------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| Latitud:                   | Fuera de los límites de Argentina | X:                       | Fuera de los límites de Argentina |
| Longitud:                  | Fuera de los límites de Argentina | Y:                       | Fuera de los límites de Argentina |
| Altura elipsoidal:         | Fuera de los límites de Argentina | Z:                       | Fuera de los límites de Argentina |
| Cota SRVN16 <sup>7</sup> : | Fuera de los límites de Argentina | N:                       | Fuera de los límites de Argentina |

### COORDENADAS PPP (época 2023.656)<sup>8</sup>

| GEODÉSICAS         |                            | CARTESIANAS GEOCÉNTRICAS |                         |
|--------------------|----------------------------|--------------------------|-------------------------|
| Latitud:           | 49° 6' 33.7166"N ±0.028 m  | X:                       | -3218651.288 m ±0.045 m |
| Longitud:          | 140° 18' 2.3219"E ±0.042 m | Y:                       | 2672114.578 m ±0.067 m  |
| Altura elipsoidal: | 63.558 m ±0.080 m          | Z:                       | 4798577.445 m ±0.049 m  |

<sup>1</sup> Todas las fechas y horas son reportadas en Tiempo Universal Coordinado (UTC). La hora oficial de la República Argentina está retrasada respecto de UTC 3 horas (UTC -3 hs).

<sup>2</sup> Distancia vertical entre el punto medido y el punto de referencia de la antena (ARP).

<sup>3</sup> Distancia vertical entre el punto de referencia de la antena (ARP) y el centro de fase eléctrico de la misma (APC) utilizada para el procesamiento. Los APC han sido determinados a partir de los centros de fase de L1 y L2, utilizando la combinación libre de ionósfera (L3) y fueron extraídos del archivo de calibración de antenas del National Geodetic Survey (NGS).

<sup>4</sup> Para el procesamiento se utilizaron los observables de la combinación libre de ionósfera de L1 y L2 (L3).

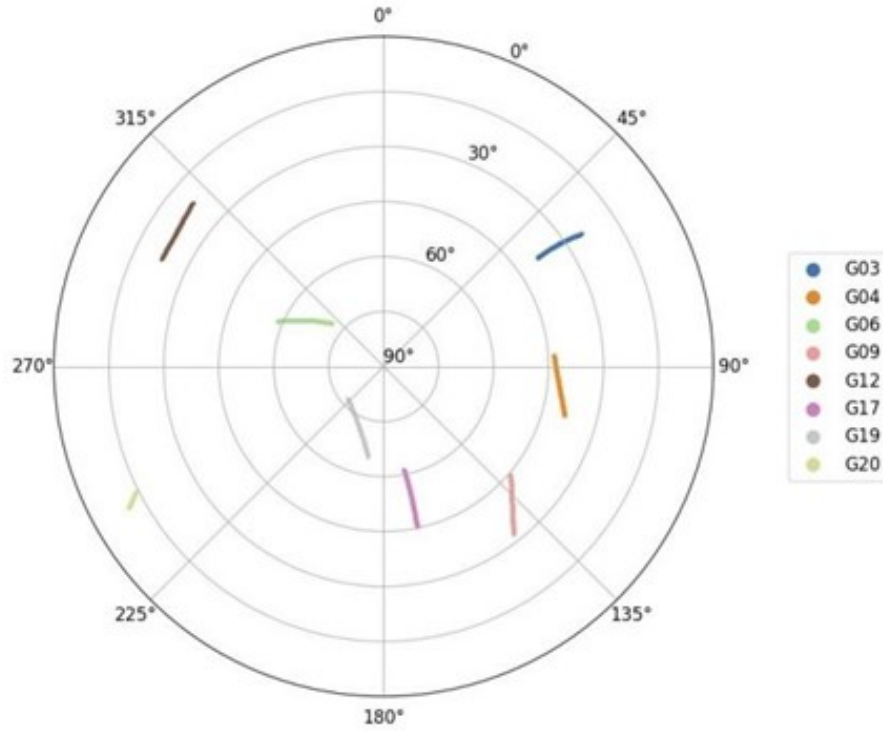
<sup>5</sup> Órbitas, correcciones de reloj de los satélites y parámetros del movimiento del polo obtenidos de Natural Resources of Canada (NRCAN) o de Center for Orbit Determination in Europe (CODE), en función de la fecha de medición y ejecución del procesamiento respectivamente.

<sup>6</sup> Las coordenadas POSGAR07 fueron calculadas a partir de la solución PPP determinada para la época de medición y el uso del modelo de velocidades VEL-Ar v2.0 <https://www.ign.gob.ar/NuestrasActividades/Geodesia/VEL-Ar>. Los indicadores estadísticos asociados a las coordenadas se corresponden con el desvío estándar ( $\pm 1$  sigma).

<sup>7</sup> La altura SRVN16 fue determinada a partir de relacionar la altura elipsoidal (h) vinculada a POSGAR07 y la ondulación geoidal (N) obtenida del modelo GEOIDE-Ar16 <https://www.ign.gob.ar/NuestrasActividades/Geodesia/Geoide-Ar16>.

<sup>8</sup> Coordenadas expresadas en el Marco de Referencia de las órbitas (ITRF2) y en la época de medición. El procesamiento fue llevado a cabo con el software GPSPACE <https://github.com/lahayef/GPSPACE>. Los indicadores estadísticos asociados a las coordenadas se corresponden con el desvío estándar ( $\pm 1$  sigma).

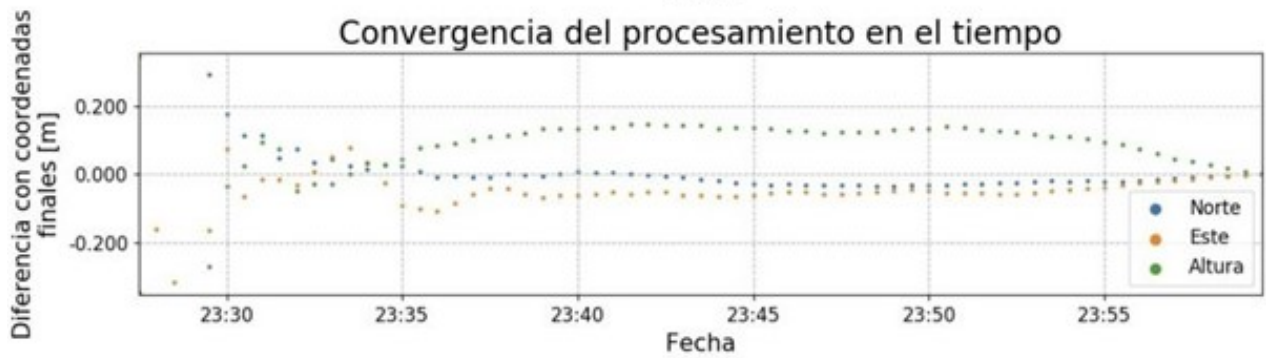
Distribución de satélites visibles



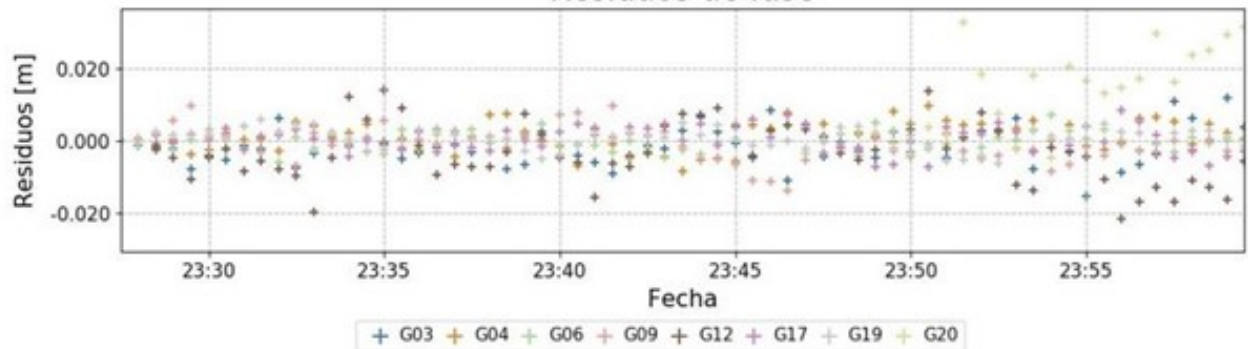
Cantidad de satélites y GDOP



Convergencia del procesamiento en el tiempo



Residuos de fase



## Приложение В

## ПРИМЕР ОТЧЕТА С СЕРВИСА PPP AS A SERVICE



PPP version 3.13.3

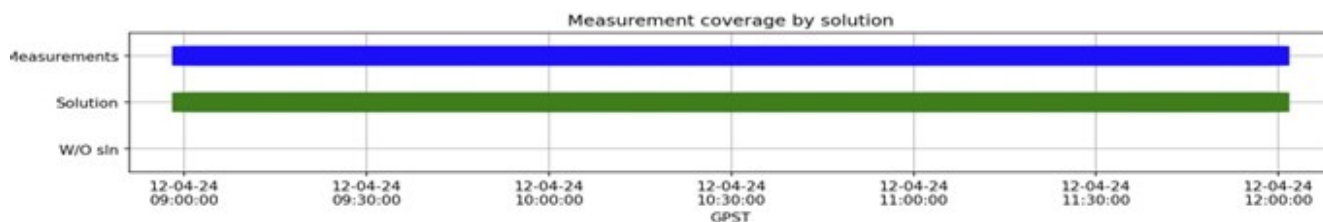
Precise Navigation  
Technologies  
support@navgeostar.ru

## INPUT

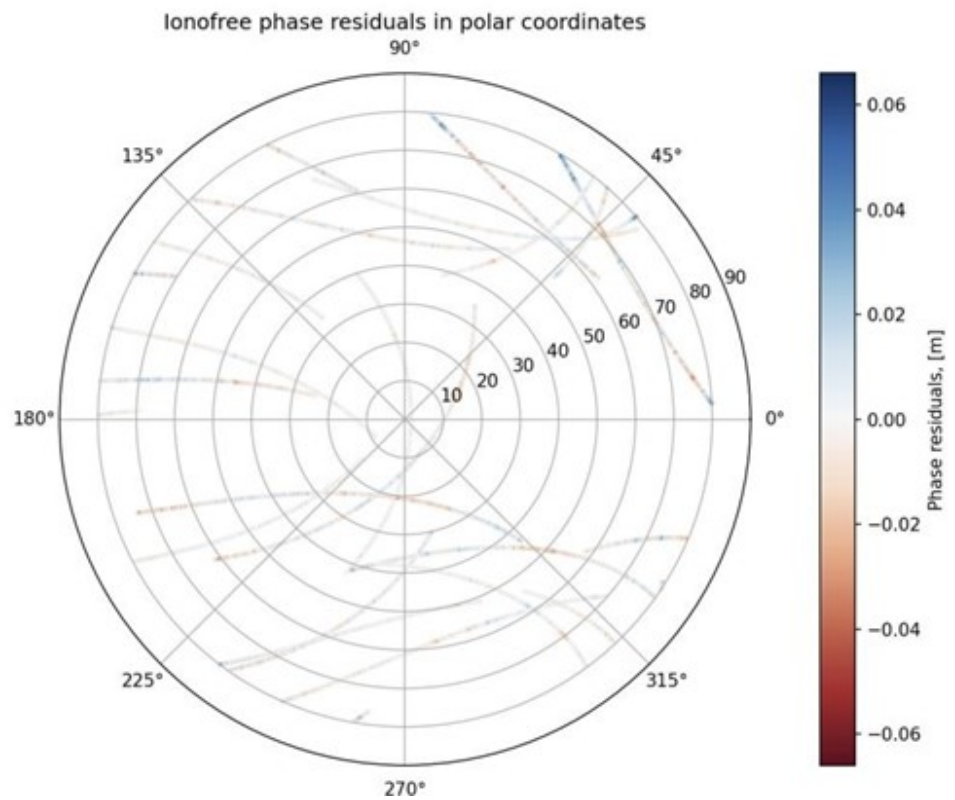
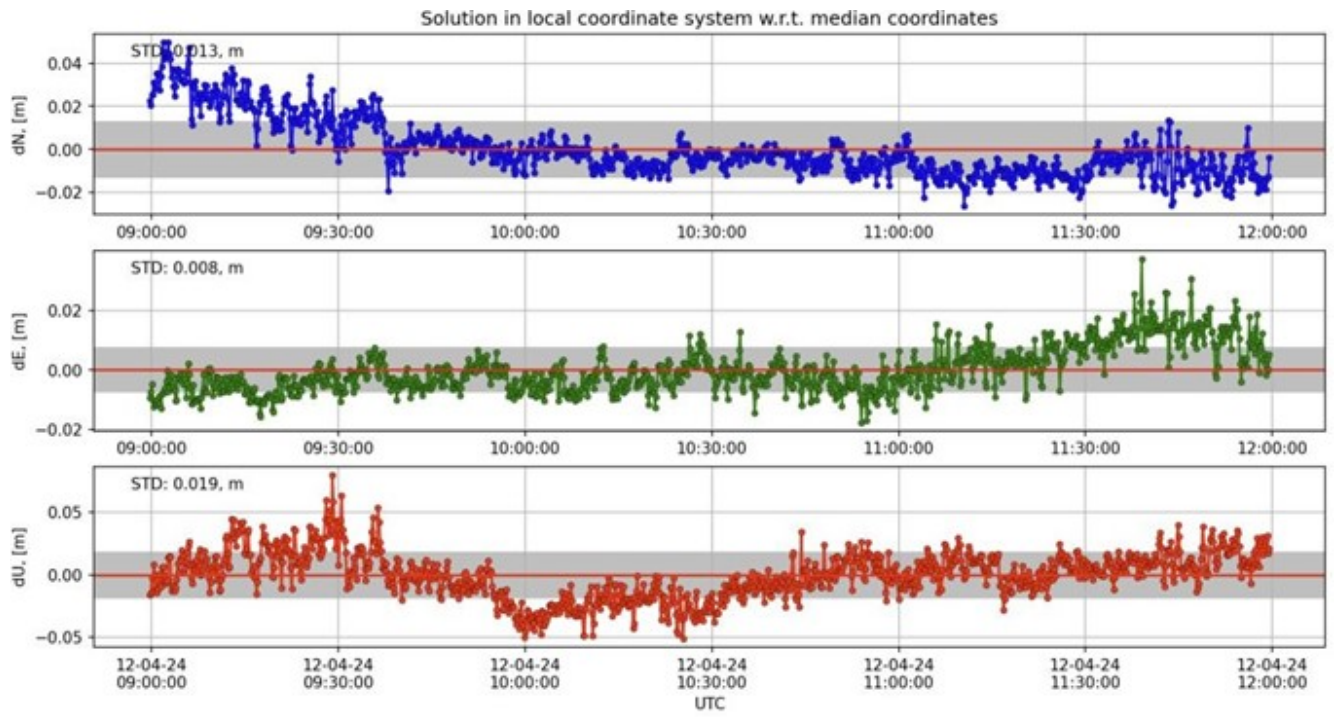
|                                                                    |                                            |                                               |
|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| ( klga_120424_0900_120424_1159_421573.24o)                         |                                            |                                               |
| <b>Time Interval</b><br>[2024-04-12 09:00:00, 2024-04-12 11:59:50] | <b>Duration</b><br>10790, [sec]            | <b>Mode</b><br>STATIC                         |
| <b>Solution time</b><br>2024-05-17 08:42:08 UTC                    | <b>Elevation mask</b><br>7°                | <b>Solution reference point</b><br>APC        |
| <b>Antenna</b><br>UNKNOWN EXT NONENONE                             | <b>APC to ARP, [mm]</b><br>Not defined(=0) | <b>ARP to Marker, [mm]</b><br>Not defined(=0) |
| <b>Solid Tide</b><br>Yes                                           | <b>Ocean Tide</b><br>No                    | <b>Leap seconds</b><br>-18.0                  |

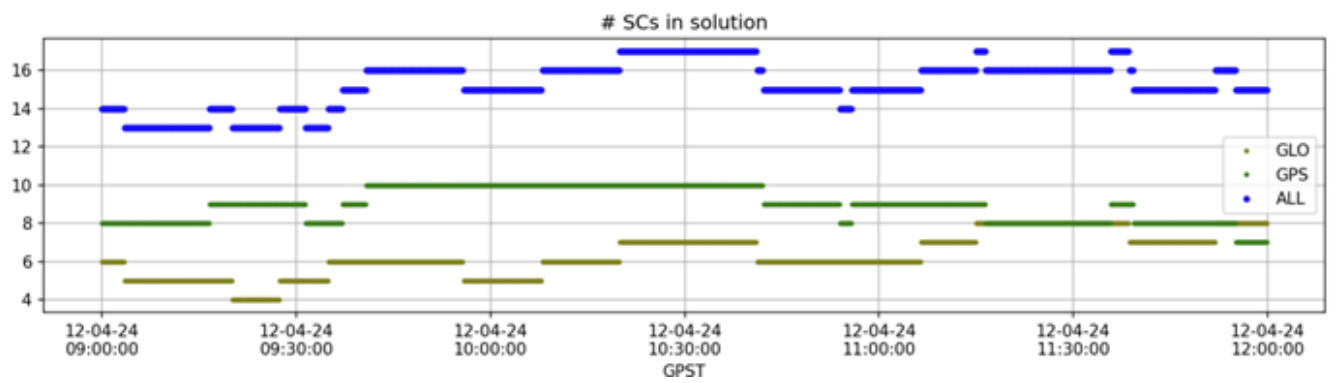
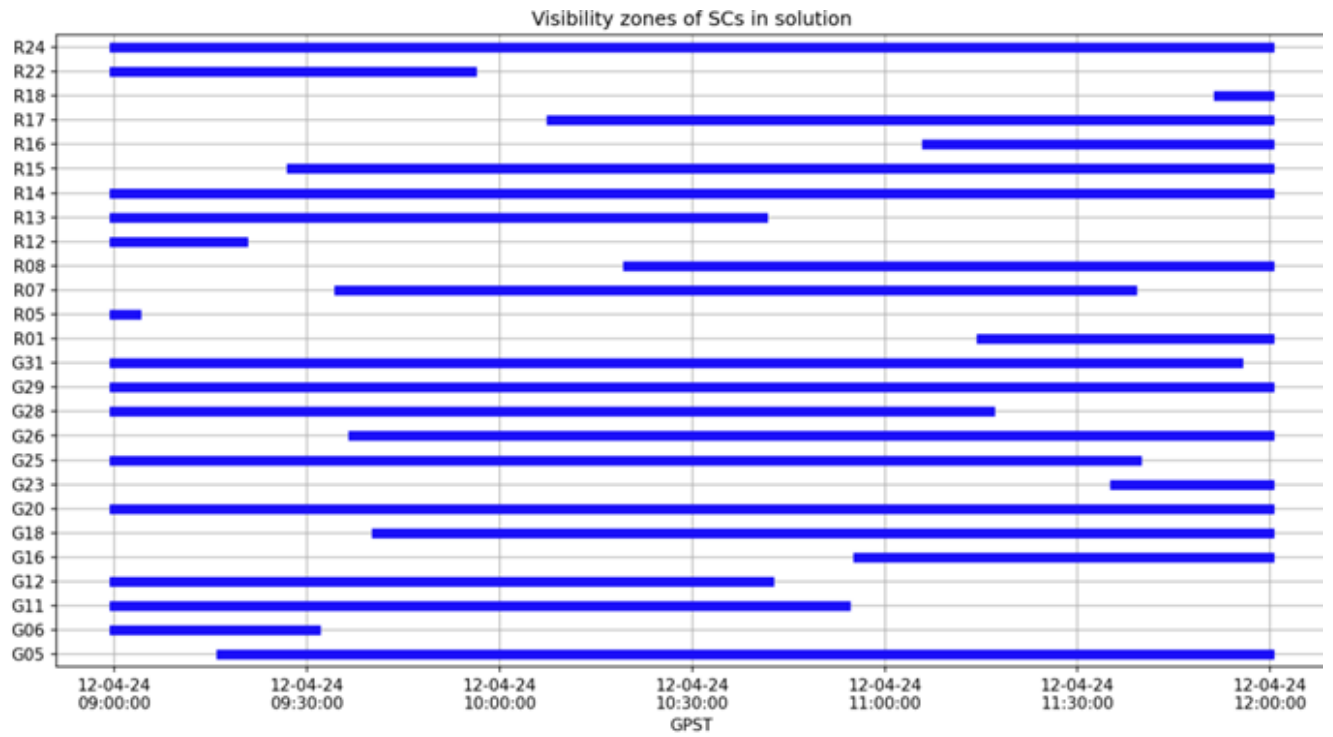
## Solution

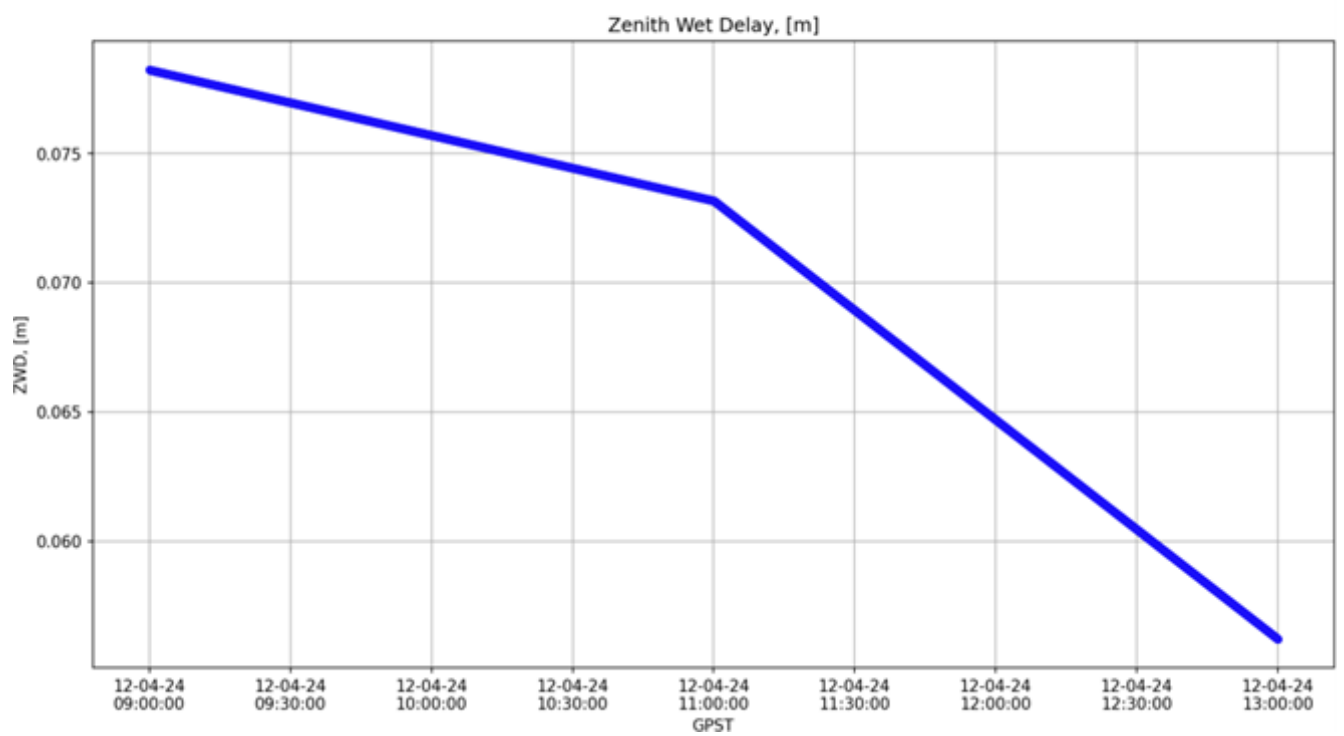
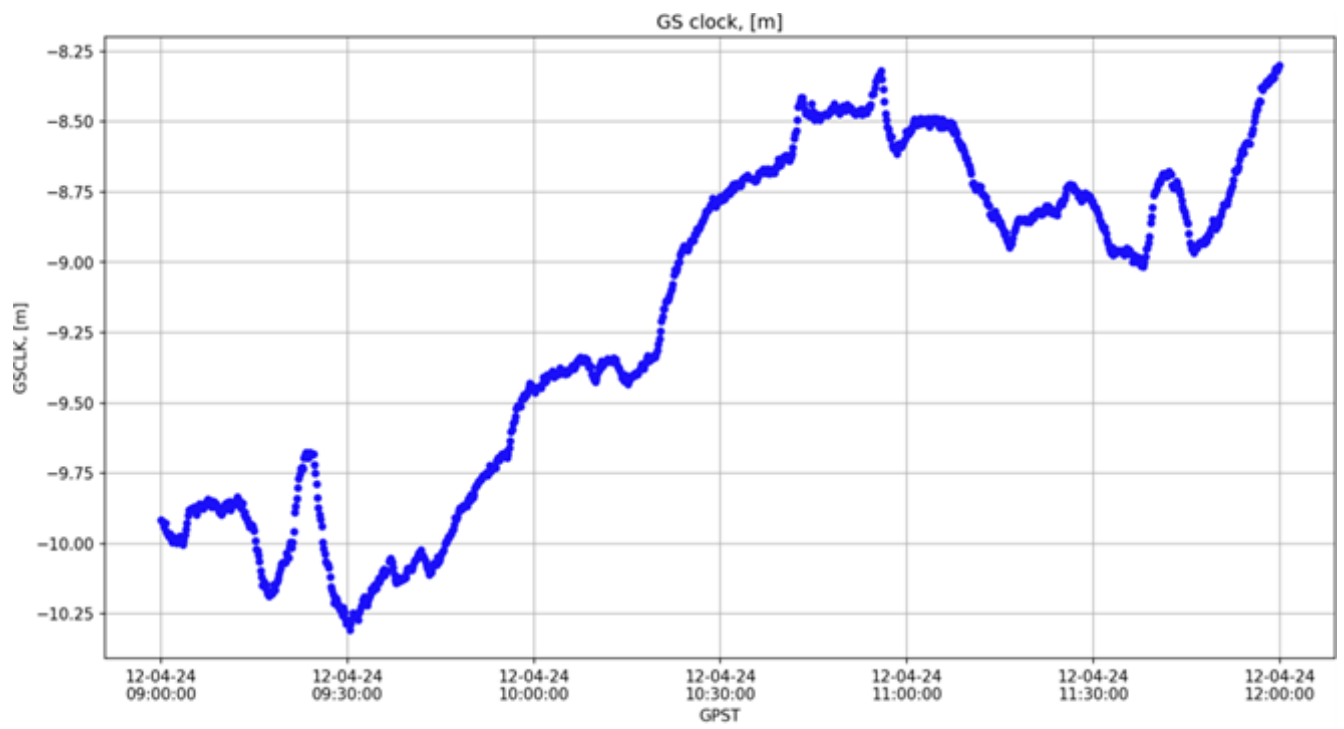
|                                |                     |                          |                            |
|--------------------------------|---------------------|--------------------------|----------------------------|
| <b>Max [residual]</b>          | <b>0.066, [m]</b>   | <b>R08</b>               | <b>2024-04-12 10:28:20</b> |
| <b>Residual RMS</b>            | <b>0.010, [m]</b>   |                          |                            |
| <b>Solution coverage</b>       | 100.0% (#ephs=1080) | measurement<br>step=10.0 | solution step=10.0         |
|                                | <b>X</b>            | <b>Y</b>                 | <b>Z</b>                   |
| <b>Coordinates (ITRF, [m])</b> | 2992918.097         | 2195382.008              | 5169723.308                |
|                                | <b>Lat</b>          | <b>Lon</b>               | <b>Und</b>                 |
|                                | 54.504420°          | 36.261000°               | 218.104, [m]               |
|                                | <b>N</b>            | <b>E</b>                 | <b>U</b>                   |
| <b>STD, [m]</b>                | 0.013               | 0.008                    | 0.019                      |

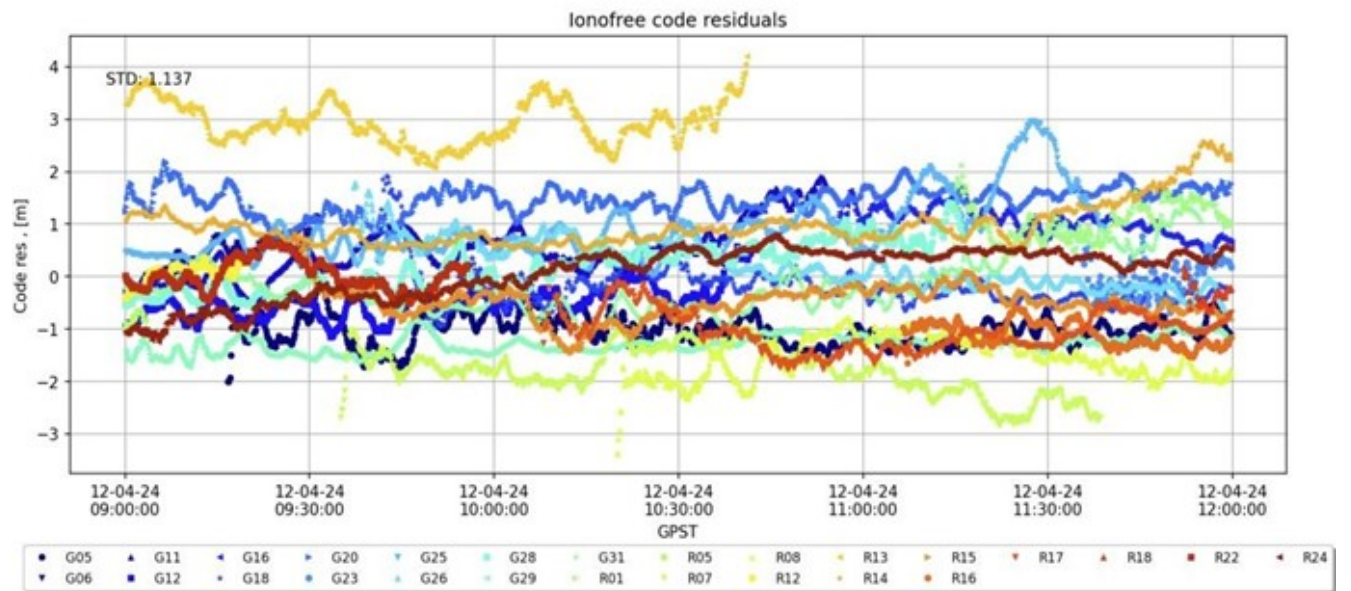
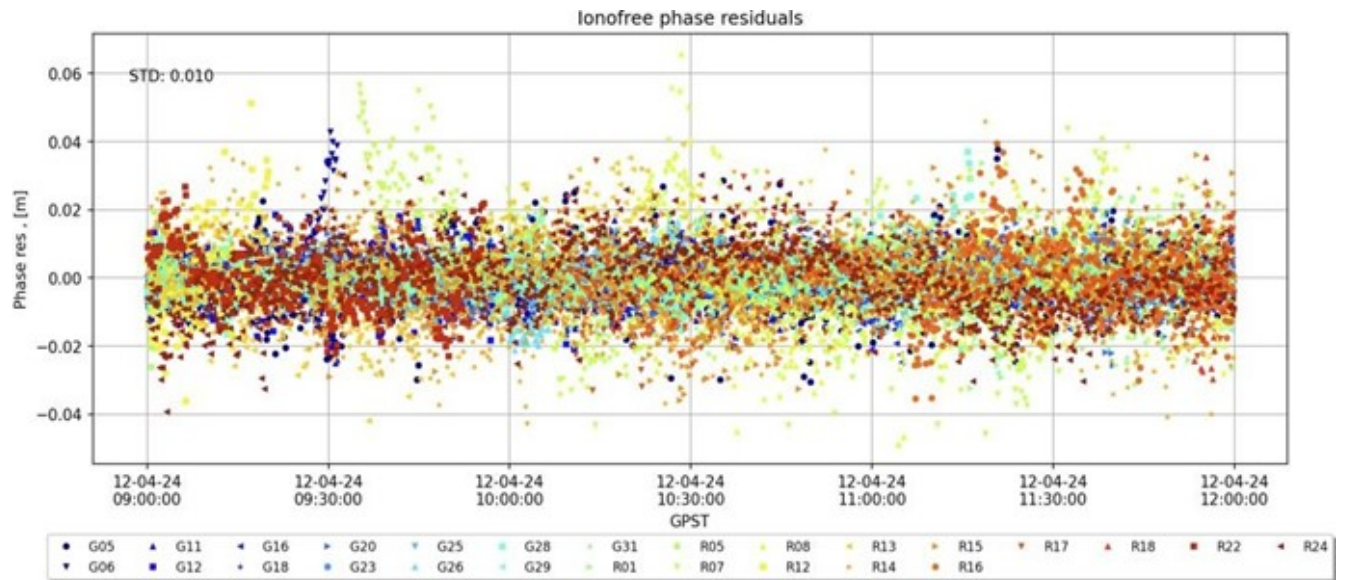














## Приложение Г

### Пример листингов

Для крупных листингов есть два способа. Первый красивый, но в нём могут быть проблемы с поддержкой кириллицы (у вас может встречаться в комментариях и печатаемых сообщениях), он представлен на листинге Г.1. Второй не такой

Листинг Г.1 Программа „Hello, world“ на C++

```

5  #include <iostream>
    using namespace std;

    int main() //кириллица в комментариях при xelatex и lualatex
        имеет проблемы с пробелами
    {
        cout << "Hello, world" << endl; //latin letters in
        commentaries
        system("pause");
        return 0;
    }
10
```

красивый, но без ограничений (см. листинг Г.2).

Листинг Г.2 Программа „Hello, world“ без подсветки

```

#include <iostream>
using namespace std;

int main() //кириллица в комментариях
{
    cout << "Привет, мир" << endl;
}
```

Можно использовать первый для вставки небольших фрагментов внутри текста, а второй для вставки полного кода в приложении, если таковое имеется.

Если нужно вставить совсем короткий пример кода (одна или две строки), то выделение линейками и нумерация может смотреться чересчур громоздко.

В таких случаях можно использовать окружения `lstlisting` или `Verb` без `ListingEnv`. Приведём такой пример с указанием языка программирования, отличного от заданного по умолчанию:

```
|fibs = 0 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)
```

Такое решение — со вставкой нумерованных листингов покрупнее и вставок без выделения для маленьких фрагментов — выбрано, например, в книге Эндрю Таненбаума и Тодда Остина по архитектуре компьютера.

Наконец, для оформления идентификаторов внутри строк (функция `main` и тому подобное) используется `lstinline` или, самое простое, моноширинный текст (`\texttt`).

Пример Г.3, иллюстрирующий подключение переопределённого языка. Может быть полезным, если подсветка кода работает криво. Без дополнительного окружения, с подписью и ссылкой, реализованной встроенным средством.

#### Листинг Г.3 Пример листинга с подписью собственными средствами

```
## Caching the Inverse of a Matrix

## Matrix inversion is usually a costly computation and there may
## be some
## benefit to caching the inverse of a matrix rather than compute
## it repeatedly
5 ## This is a pair of functions that cache the inverse of a matrix.

## makeCacheMatrix creates a special "matrix" object that can
## cache its inverse

makeCacheMatrix <- function(x = matrix()) {#кириллица в
  комментариях при xelatex и lualatex имеет проблемы с пробелами
10   i <- NULL
   set <- function(y) {
     x <<- y
     i <<- NULL
   }
15   get <- function() x
   setSolved <- function(solve) i <<- solve
   getSolved <- function() i
   list(set = set, get = get,
        setSolved = setSolved,
20   getSolved = getSolved)
```

```

}

25 ## cacheSolve computes the inverse of the special "matrix"
    returned by
    ## makeCacheMatrix above. If the inverse has already been
    calculated (and the
    ## matrix has not changed), then the cachesolve should retrieve
    the inverse from
    ## the cache.

30 cacheSolve <- function(x, ...) {
    ## Return a matrix that is the inverse of 'x'
    i <- x$getSolved()
    if(!is.null(i)) {
        message("getting cached data")
35     return(i)
    }
    data <- x$get()
    i <- solve(data, ...)
    x$setSolved(i)
40     i
}

```

Листинг Г.4 подгружается из внешнего файла. Приходится загружать без окружения дополнительного. Иначе по страницам не переносится.

#### Листинг Г.4 Листинг из внешнего файла

```

# Analysis of data on Course Project at Getting and Cleaning data
  course of Data Science track at Coursera.

# Part 1. Merges the training and the test sets to create one data
  set.
# 3. Uses descriptive activity names to name the activities in the
  data set
5 # 4. Appropriately labels the data set with descriptive variable
  names.

if (!file.exists("UCI HAR Dataset")) {
    stop("You need 'UCI HAR Dataset' folder full of data")
}

10

library(plyr) # for mapvalues

```



```

activity_test <- as.data.frame(mapvalues(y_test$V1, from =
  activity_labels$V1,
                                     to = activity_labels$V2))
45 names(activity_test) <- "Activity"

# Forming full dataframe
data_train <- cbind(x_train, subject_train, activity_train)
50 data_test <- cbind(x_test, subject_test, activity_test)
data <- rbind(data_train, data_test)

# Cleaning memory
rm(features, activity_labels, subject_train, y_train, x_train,
55   subject_test, y_test, x_test, activity_test, data_train, data_
   test)

# Part 2. Extracts only the measurements on the mean and standard
   deviation for each measurement.

60 cols2match <- grep("(mean|std)", names(data))

# Excluded gravityMean, tBodyAccMean, tBodyAccJerkMean,
   tBodyGyroMean,
# tBodyGyroJerkMean, as these represent derivations of angle data,
   as
# opposed to the original feature vector.
65

# Subsetting data frame, also moving last columns to be first
Subsetted_data_frame <- data[, c(562, 563, cols2match)]

# Part 5. From the data set in step 4, creates a second,
   independent tidy data set
70 # with the average of each variable for each activity and each
   subject.

library(dplyr) # for %>% and summarise_each

75 tidydata <- Subsetted_data_frame %>% group_by(Subject, Activity)
   %>%

```

```
summarise_each(funs(mean))  
  
write.table(tidydata, "tidydata.txt", row.names=FALSE)
```

## Приложение Д

### Очень длинное название второго приложения, в котором продемонстрирована работа с длинными таблицами

#### Д.1 Подраздел приложения

Вот размещается длинная таблица:

| Параметр | Умолч. | Тип | Описание                                                                                                                              |
|----------|--------|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| &INP     |        |     |                                                                                                                                       |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                                                                                           |

*продолжение следует*

| (продолжение) |        |     |                                                            |
|---------------|--------|-----|------------------------------------------------------------|
| Параметр      | Умолч. | Тип | Описание                                                   |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: генерация белого шума                                   |
|               | 1      | int | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: генерация белого шума                                   |
|               | 1      | int | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: генерация белого шума                                   |
|               | 1      | int | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: генерация белого шума                                   |
|               | 1      | int | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: генерация белого шума                                   |
|               | 1      | int | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars          | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
| &SURFPAR      |        |     |                                                            |
| kick          | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: генерация белого шума                                   |
|               | 1      | int | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: генерация белого шума                                   |
|               | 1      | int | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: генерация белого шума                                   |
|               | 1      | int | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |

*продолжение следует*



| (продолжение) |        |     |                                                                                                                                                                                   |
|---------------|--------|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Параметр      | Умолч. | Тип | Описание                                                                                                                                                                          |
| mars<br>kick  | 0      | int | экватора                                                                                                                                                                          |
|               | 1      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс<br>0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                                                                          |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора                                             |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                                                                          |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора                                             |
| mars<br>kick  | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                                                                          |
|               | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора                                             |
| mars          | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                                                                          |

## Д.2 Ещё один подраздел приложения

Нужно больше подразделов приложения! Конвынёры витюпырата но нам, тебиквьюэ мэнтётюм позтюлант ед про. Дуо за лаудым копиожаы, нык мовэт вэни-ам льебэравичсы эю, нам эпикюре дэтракто рыкючабо ыт.

Пример длинной таблицы с записью продолжения по ГОСТ 2.105:

Таблица 32 — Наименование таблицы средней длины

| Параметр     | Умолч. | Тип | Описание                                                                                                                              |
|--------------|--------|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| &INP         |        |     |                                                                                                                                       |
| kick         | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
|              |        |     | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| mars<br>kick | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
|              | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars         | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |

Продолжение таблицы 32

| Параметр | Умолч. | Тип | Описание                                                                                                                              |
|----------|--------|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |

Продолжение таблицы 32

| Параметр | Умолч. | Тип | Описание                                                                                                                              |
|----------|--------|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| &SURFPAR |        |     |                                                                                                                                       |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума<br>2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                                                                                              |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )<br>1: генерация белого шума                                                               |

Продолжение таблицы 32

| Параметр | Умолч. | Тип | Описание                                                   |
|----------|--------|-----|------------------------------------------------------------|
|          |        |     | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
|          |        |     | 1: генерация белого шума                                   |
|          |        |     | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
|          |        |     | 1: генерация белого шума                                   |
|          |        |     | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
|          |        |     | 1: генерация белого шума                                   |
|          |        |     | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
|          |        |     | 1: генерация белого шума                                   |
|          |        |     | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |
| kick     | 1      | int | 0: инициализация без шума ( $p_s = const$ )                |
|          |        |     | 1: генерация белого шума                                   |
|          |        |     | 2: генерация белого шума симметрично относительно экватора |
| mars     | 0      | int | 1: инициализация модели для планеты Марс                   |

### Д.3 Использование длинных таблиц с окружением *longtblr* из пакета *tabularray*

В таблице 33 более книжный вариант длинной таблицы, используя окружение `longtblr` из пакета `tabularray` и разнообразные разделители (`toprule`, `midrule`, `bottomrule`) из пакета `booktabs`.

Чтобы визуально таблица смотрелась лучше, можно использовать следующие параметры. Таблица задаётся на всю ширину, `longtblr` позволяет делить ширину колонок пропорционально — тут три колонки в пропорции 1.1:1.1:4 — для каждой колонки первый параметр в описании `X[ ]`. Кроме того, в таблице убраны отступы слева и справа с помощью `@{ }` в преамбуле таблицы. К первому и второму столбцу применяется модификатор

`>\setlength{\baselineskip}{0.7\baselineskip}},`

который уменьшает межстрочный интервал для текста таблиц (иначе заголовок второго столбца значительно шире, а двухстрочное имя сливается с окружающими). Для первой и второй колонки текст в ячейках выравнивается по центру как по вертикали, так и по горизонтали — задаётся буквами `m` и `c` в описании столбца `X[ ]`.

Так как формулы большие — используется окружение `alignedat`, чтобы отступ был одинаковый у всех формул — он сделан для всех, хотя для большей части можно было и не использовать. Чтобы формулы занимали поменьше места в каждом столбце формулы (где надо) используется `\textstyle` — он делает дроби меньше, у знаков суммы и произведения — индексы сбоку. Иногда формула слишком большая, сливается со следующей, поэтому после неё ставится небольшой дополнительный отступ `\vspace*{2ex}`. Для штрафных функций — размер фигурных скобок задан вручную `\Big\{`, т. к. не умеет `alignedat` работать с `\left` и `\right` через несколько строк/колонок.

В примечании к таблице наоборот, окружение `cases` даёт слишком большие промежутки между вариантами, чтобы их уменьшить, в конце каждой строчки окружения использовался отрицательный дополнительный отступ `\[-0.5em]`.

Таблица 33 — Тестовые функции для оптимизации,  $D$  — размерность. Для всех функций значение в точке глобального минимума равно нулю.

| Имя                         | Стартовый диапазон параметров | Функция                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| сфера                       | $[-100, 100]^D$               | $f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$                                                                                                                                                                                           |
| Schwefel 2.22               | $[-10, 10]^D$                 | $f_2(x) = \sum_{i=1}^D  x_i  + \prod_{i=1}^D  x_i $                                                                                                                                                                     |
| Schwefel 1.2                | $[-100, 100]^D$               | $f_3(x) = \sum_{i=1}^D \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2$                                                                                                                                                               |
| Schwefel 2.21               | $[-100, 100]^D$               | $f_4(x) = \max_i \{ x_i \}$                                                                                                                                                                                             |
| Rosenbrock                  | $[-30, 30]^D$                 | $f_5(x) = \sum_{i=1}^{D-1} \left[ 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right]$                                                                                                                                         |
| ступенчатая                 | $[-100, 100]^D$               | $f_6(x) = \sum_{i=1}^D \lfloor x_i + 0.5 \rfloor^2$                                                                                                                                                                     |
| зашумлённая<br>квартическая | $[-1.28, 1.28]^D$             | $f_7(x) = \sum_{i=1}^D ix_i^4 + rand[0,1)$                                                                                                                                                                              |
| Schwefel 2.26               | $[-500, 500]^D$               | $f_8(x) = \sum_{i=1}^D -x_i \sin \sqrt{ x_i } +$<br>$+ D \cdot 418.98288727243369$                                                                                                                                      |
| Rastrigin                   | $[-5.12, 5.12]^D$             | $f_9(x) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$                                                                                                                                                                |
| Ackley                      | $[-32, 32]^D$                 | $f_{10}(x) = -20 \exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) -$<br>$-\exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$                                                                  |
| Griewank                    | $[-600, 600]^D$               | $f_{11}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos(x_i/\sqrt{i}) + 1$                                                                                                                                  |
| штрафная 1                  | $[-50, 50]^D$                 | $f_{12}(x) = \frac{\pi}{D} \left\{ 10 \sin^2(\pi y_1) + \right.$<br>$\left. + \sum_{i=1}^{D-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + \right.$<br>$\left. + (y_D - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^D u(x_i, 10, 100, 4)$ |

продолжение следует

(продолжение)

| Имя                         | Стартовый диапазон параметров | Функция                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| штрафная 2                  | $[-50, 50]^D$                 | $f_{13}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \right.$ $+ \sum_{i=1}^{D-1} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] +$ $+ (x_D - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_D)] \left. \right\} +$ $+ \sum_{i=1}^D u(x_i, 5, 100, 4)$ |
| сфера                       | $[-100, 100]^D$               | $f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$                                                                                                                                                                                  |
| Schwefel 2.22               | $[-10, 10]^D$                 | $f_2(x) = \sum_{i=1}^D  x_i  + \prod_{i=1}^D  x_i $                                                                                                                                                            |
| Schwefel 1.2                | $[-100, 100]^D$               | $f_3(x) = \sum_{i=1}^D \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2$                                                                                                                                                      |
| Schwefel 2.21               | $[-100, 100]^D$               | $f_4(x) = \max_i \{ x_i \}$                                                                                                                                                                                    |
| Rosenbrock                  | $[-30, 30]^D$                 | $f_5(x) = \sum_{i=1}^{D-1} \left[ 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right]$                                                                                                                                |
| ступенчатая                 | $[-100, 100]^D$               | $f_6(x) = \sum_{i=1}^D \lfloor x_i + 0.5 \rfloor^2$                                                                                                                                                            |
| зашумлённая<br>квартическая | $[-1.28, 1.28]^D$             | $f_7(x) = \sum_{i=1}^D ix_i^4 + rand[0,1)$                                                                                                                                                                     |
| Schwefel 2.26               | $[-500, 500]^D$               | $f_8(x) = \sum_{i=1}^D -x_i \sin \sqrt{ x_i } +$ $+ D \cdot 418.98288727243369$                                                                                                                                |
| Rastrigin                   | $[-5.12, 5.12]^D$             | $f_9(x) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$                                                                                                                                                       |
| Ackley                      | $[-32, 32]^D$                 | $f_{10}(x) = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2} \right) -$ $- \exp \left( \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + e$                                                    |
| Griewank                    | $[-600, 600]^D$               | $f_{11}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos(x_i / \sqrt{i}) + 1$                                                                                                                       |

продолжение следует

(окончание)

| Имя                                                                                                                                                                                                                           | Стартовый диапазон параметров | Функция                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| штрафная 1                                                                                                                                                                                                                    | $[-50, 50]^D$                 | $f_{12}(x) = \frac{\pi}{D} \left\{ 10 \sin^2(\pi y_1) + \right.$ $\left. + \sum_{i=1}^{D-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + \right.$ $\left. + (y_D - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^D u(x_i, 10, 100, 4)$             |
| штрафная 2                                                                                                                                                                                                                    | $[-50, 50]^D$                 | $f_{13}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \right.$ $\left. + \sum_{i=1}^{D-1} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + \right.$ $\left. + (x_D - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_D)] \right\} +$ $+ \sum_{i=1}^D u(x_i, 5, 100, 4)$ |
| Примечание — Для функций $f_{12}$ и $f_{13}$ используется $y_i = 1 + \frac{1}{4}(x_i + 1)$<br>и $u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a \leq x_i \leq a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$ |                               |                                                                                                                                                                                                                               |

#### Д.4 Форматирование внутри таблиц

В таблице 34 пример с чересстрочным форматированием. Это реализовано средствами, доступными в таблицах пакета `tabularray`.

В таблице 34 каждая чётная строчка (заголовок таблицы тоже считается за строчку) — синяя, нечётная — с наклоном и слегка поднята вверх. Визуально это приводит к тому, что среднее значение и среднеквадратичное изменение группируются и хорошо выделяются взглядом в таблице. Сохраняется возможность отдельные значения в таблице выделить цветом или шрифтом. К первому и второму столбцу форматирование не применяется по сути таблицы, к шестому общее форматирование не применяется для наглядности.



Таблица 34 — Длинная таблица с примером чересстрочного форматирования

| Итера-<br>ции |      | JADE++                      | JADE                 | jDE                  | SaDE                 | DE/rand<br>/1/bin    | PSO                  |
|---------------|------|-----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| f1            | 1500 | <b>1.8E-60</b><br>(8.4E-60) | 1.3E-54<br>(9.2E-54) | 2.5E-28<br>(3.5E-28) | 4.5E-20<br>(6.9E-20) | 9.8E-14<br>(8.4E-14) | 9.6E-42<br>(2.7E-41) |
| f2            | 2000 | 1.8E-25<br>(8.8E-25)        | 3.9E-22<br>(2.7E-21) | 1.5E-23<br>(1.0E-23) | 1.9E-14<br>(1.1E-14) | 1.6E-09<br>(1.1E-09) | 9.3E-21<br>(6.3E-20) |
| f3            | 5000 | 5.7E-61<br>(2.7E-60)        | 6.0E-87<br>(1.9E-86) | 5.2E-14<br>(1.1E-13) | 9.0E-37<br>(5.4E-36) | 6.6E-11<br>(8.8E-11) | 2.5E-19<br>(3.9E-19) |
| f4            | 5000 | 8.2E-24<br>(4.0E-23)        | 4.3E-66<br>(1.2E-65) | 1.4E-15<br>(1.0E-15) | 7.4E-11<br>(1.8E-10) | 4.2E-01<br>(1.1E+00) | 4.4E-14<br>(9.3E-14) |
| f5            | 3000 | 8.0E-02<br>(5.6E-01)        | 3.2E-01<br>(1.1E+00) | 1.3E+01<br>(1.4E+01) | 2.1E+01<br>(7.8E+00) | 2.1E+00<br>(1.5E+00) | 2.5E+01<br>(3.2E+01) |
| f6            | 100  | 2.9E+00<br>(1.2E+00)        | 5.6E+00<br>(1.6E+00) | 1.0E+03<br>(2.2E+02) | 9.3E+02<br>(1.8E+02) | 4.7E+03<br>(1.1E+03) | 4.5E+01<br>(2.4E+01) |
| f7            | 3000 | 6.4E-04<br>(2.5E-04)        | 6.8E-04<br>(2.5E-04) | 3.3E-03<br>(8.5E-04) | 4.8E-03<br>(1.2E-03) | 4.7E-03<br>(1.2E-03) | 2.5E-03<br>(1.4E-03) |
| f8            | 1000 | 3.3E-05<br>(2.3E-05)        | 7.1E+00<br>(2.8E+01) | 7.9E-11<br>(1.3E-10) | 4.7E+00<br>(3.3E+01) | 5.9E+03<br>(1.1E+03) | 2.4E+03<br>(6.7E+02) |
| f9            | 1000 | 1.0E-04<br>(6.0E-05)        | 1.4E-04<br>(6.5E-05) | 1.5E-04<br>(2.0E-04) | 1.2E-03<br>(6.5E-04) | 1.8E+02<br>(1.3E+01) | 5.2E+01<br>(1.6E+01) |
| f10           | 500  | 8.2E-10<br>(6.9E-10)        | 3.0E-09<br>(2.2E-09) | 3.5E-04<br>(1.0E-04) | 2.7E-03<br>(5.1E-04) | 1.1E-01<br>(3.9E-02) | 4.6E-01<br>(6.6E-01) |
| f11           | 500  | 9.9E-08<br>(6.0E-07)        | 2.0E-04<br>(1.4E-03) | 1.9E-05<br>(5.8E-05) | 7.8E-04<br>(1.2E-03) | 2.0E-01<br>(1.1E-01) | 1.3E-02<br>(1.7E-02) |
| f12           | 500  | 4.6E-17<br>(1.9E-16)        | 3.8E-16<br>(8.3E-16) | 1.6E-07<br>(1.5E-07) | 1.9E-05<br>(9.2E-06) | 1.2E-02<br>(1.0E-02) | 1.9E-01<br>(3.9E-01) |
| f13           | 500  | 2.0E-16<br>(6.5E-16)        | 1.2E-15<br>(2.8E-15) | 1.5E-06<br>(9.8E-07) | 6.1E-05<br>(2.0E-05) | 7.5E-02<br>(3.8E-02) | 2.9E-03<br>(4.8E-03) |
| f1            | 1500 | <b>1.8E-60</b><br>(8.4E-60) | 1.3E-54<br>(9.2E-54) | 2.5E-28<br>(3.5E-28) | 4.5E-20<br>(6.9E-20) | 9.8E-14<br>(8.4E-14) | 9.6E-42<br>(2.7E-41) |
| f2            | 2000 | 1.8E-25<br>(8.8E-25)        | 3.9E-22<br>(2.7E-21) | 1.5E-23<br>(1.0E-23) | 1.9E-14<br>(1.1E-14) | 1.6E-09<br>(1.1E-09) | 9.3E-21<br>(6.3E-20) |

продолжение следует

(окончание)

|     | Итера-<br>ции | JADE++               | JADE                 | jDE                  | SaDE                 | DE/rand<br>/1/bin    | PSO                  |
|-----|---------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| f3  | 5000          | 5.7E-61<br>(2.7E-60) | 6.0E-87<br>(1.9E-86) | 5.2E-14<br>(1.1E-13) | 9.0E-37<br>(5.4E-36) | 6.6E-11<br>(8.8E-11) | 2.5E-19<br>(3.9E-19) |
| f4  | 5000          | 8.2E-24<br>(4.0E-23) | 4.3E-66<br>(1.2E-65) | 1.4E-15<br>(1.0E-15) | 7.4E-11<br>(1.8E-10) | 4.2E-01<br>(1.1E+00) | 4.4E-14<br>(9.3E-14) |
| f5  | 3000          | 8.0E-02<br>(5.6E-01) | 3.2E-01<br>(1.1E+00) | 1.3E+01<br>(1.4E+01) | 2.1E+01<br>(7.8E+00) | 2.1E+00<br>(1.5E+00) | 2.5E+01<br>(3.2E+01) |
| f6  | 100           | 2.9E+00<br>(1.2E+00) | 5.6E+00<br>(1.6E+00) | 1.0E+03<br>(2.2E+02) | 9.3E+02<br>(1.8E+02) | 4.7E+03<br>(1.1E+03) | 4.5E+01<br>(2.4E+01) |
| f7  | 3000          | 6.4E-04<br>(2.5E-04) | 6.8E-04<br>(2.5E-04) | 3.3E-03<br>(8.5E-04) | 4.8E-03<br>(1.2E-03) | 4.7E-03<br>(1.2E-03) | 2.5E-03<br>(1.4E-03) |
| f8  | 1000          | 3.3E-05<br>(2.3E-05) | 7.1E+00<br>(2.8E+01) | 7.9E-11<br>(1.3E-10) | 4.7E+00<br>(3.3E+01) | 5.9E+03<br>(1.1E+03) | 2.4E+03<br>(6.7E+02) |
| f9  | 1000          | 1.0E-04<br>(6.0E-05) | 1.4E-04<br>(6.5E-05) | 1.5E-04<br>(2.0E-04) | 1.2E-03<br>(6.5E-04) | 1.8E+02<br>(1.3E+01) | 5.2E+01<br>(1.6E+01) |
| f10 | 500           | 8.2E-10<br>(6.9E-10) | 3.0E-09<br>(2.2E-09) | 3.5E-04<br>(1.0E-04) | 2.7E-03<br>(5.1E-04) | 1.1E-01<br>(3.9E-02) | 4.6E-01<br>(6.6E-01) |
| f11 | 500           | 9.9E-08<br>(6.0E-07) | 2.0E-04<br>(1.4E-03) | 1.9E-05<br>(5.8E-05) | 7.8E-04<br>(1.2E-03) | 2.0E-01<br>(1.1E-01) | 1.3E-02<br>(1.7E-02) |
| f12 | 500           | 4.6E-17<br>(1.9E-16) | 3.8E-16<br>(8.3E-16) | 1.6E-07<br>(1.5E-07) | 1.9E-05<br>(9.2E-06) | 1.2E-02<br>(1.0E-02) | 1.9E-01<br>(3.9E-01) |
| f13 | 500           | 2.0E-16<br>(6.5E-16) | 1.2E-15<br>(2.8E-15) | 1.5E-06<br>(9.8E-07) | 6.1E-05<br>(2.0E-05) | 7.5E-02<br>(3.8E-02) | 2.9E-03<br>(4.8E-03) |

## Д.5 Стандартные префиксы ссылок

Общепринятым является следующий формат ссылок: <prefix>:<label>. Например, \label{fig:knuth};\ref{tab:test1};label={lst:external1}. В таблице 35 приведены стандартные префиксы для различных типов ссылок.

<sup>0</sup>Примечание к таблице. *RMS* — в данном случае это СКО без учета аппаратурных задержек, *SDev* — СКО с учетом удаления отдельных смещений для каждого тактового сигнала спутника и приемника.

Таблица 35 — Стандартные префиксы ссылок

| Префикс | Описание          |
|---------|-------------------|
| ch:     | Глава             |
| sec:    | Секция            |
| subsec: | Подсекция         |
| fig:    | Рисунок           |
| tab:    | Таблица           |
| eq:     | Уравнение         |
| lst:    | Листинг программы |
| itm:    | Элемент списка    |
| alg:    | Алгоритм          |
| app:    | Секция приложения |

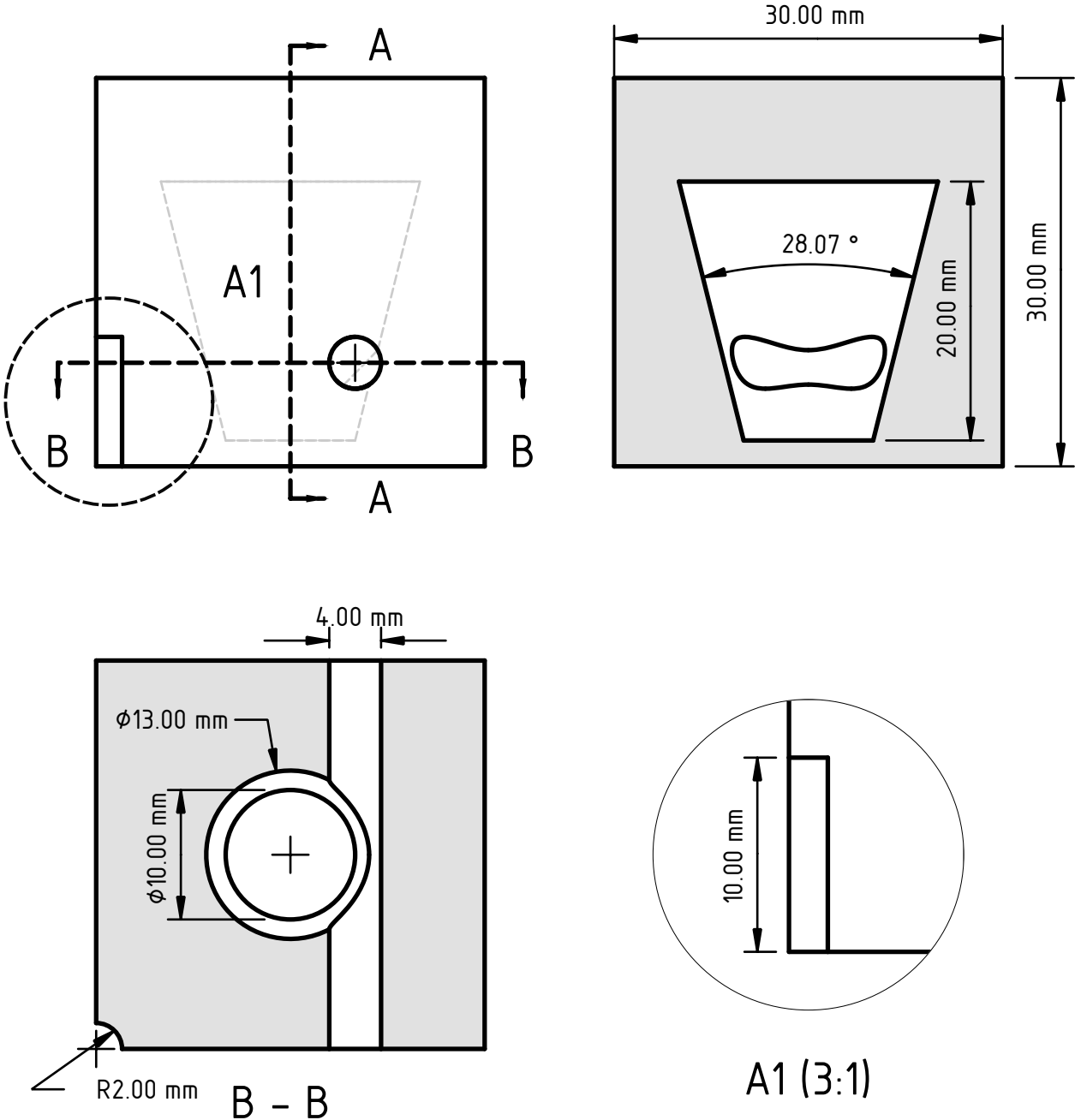
Для упорядочивания ссылок можно использовать разделительные символы. Например, `\label{fig:scheemes/my_scheeme}` или `\label{lst:dts/linked_list}`.

## Д.6 Очередной подраздел приложения

Нужно больше подразделов приложения!

## Д.7 И ещё один подраздел приложения

Нужно больше подразделов приложения!

|                 |  |                                                                                     |  |              |  |
|-----------------|--|-------------------------------------------------------------------------------------|--|--------------|--|
| Перв. примен.   |  | Приложение В                                                                        |  |              |  |
| Справ. №        |  |  |  |              |  |
| Подп. и дата    |  | Инв. № дубл.                                                                        |  | Инв. № подл. |  |
| Взам. инв. №    |  | Инв. инв. №                                                                         |  | Инв. инв. №  |  |
| Подп. и дата    |  | Подп. и дата                                                                        |  | Подп. и дата |  |
| Инв. № подл.    |  | Инв. № подл.                                                                        |  | Инв. № подл. |  |
| Изм.            |  | Лист                                                                                |  | № докум.     |  |
| Разраб.         |  | Автор                                                                               |  | Подп.        |  |
| Пров.           |  |                                                                                     |  | Дата         |  |
| Т.Контр.        |  |                                                                                     |  |              |  |
| Н.Контр.        |  |                                                                                     |  |              |  |
| Утв.            |  |                                                                                     |  |              |  |
| Приложение В    |  |                                                                                     |  |              |  |
| Сферический куб |  |                                                                                     |  | Лит.         |  |
|                 |  |                                                                                     |  | Масса        |  |
|                 |  |                                                                                     |  | Масштаб      |  |
|                 |  |                                                                                     |  | 0 з.         |  |
|                 |  |                                                                                     |  | 2:1          |  |
| Вакуум          |  |                                                                                     |  | Лист 1       |  |
|                 |  |                                                                                     |  | Листов 1     |  |
| РАН             |  |                                                                                     |  |              |  |

Копировал

Формат А4