هدية من شبكة رواد التميز السودانية

امتحانات الشهادة السودانية
المرحلة الثانويــة
القسم العلمي
مارس 2010م

الرياضيات المتخصصة

مارس 2010م

أكبر موقع لامتحانات السودان (أساس – ثانوي)
www.rowadaltamayoz.com

بسم الله الرحمن الرحيم

جمهورية السودان

وزارة التعليم العام

امتحانات الشهادة الثانوية – مارس ٢٠١٠م

المادة : الرياضيات المتخصصة **الزمن : ثلاث ساعات**

أجب عن جميع الأسئلة

السؤال الأول : (٢٠ درجة)

(أ)١/ أكمل ما يأتي :

مبدأ الاستنتاج الرياضي ينص على الآتي :

إذا كان ق(ن) جملة رياضية تعتمد على ن

في صحتها وخطئها حيث ن ∈ ط وكان :

(i) ق(١) صحيحة

(ii) ق(ر) صحيحة ⇐ ق(ر+١) صحيحة

∀ ر ∈ ط

فإن ق(ن) صحيحة ∀ ن ∈ ط

٢/ اختصر ما يأتي :

|س+١ − |س

س+١ |س − |س

= |س [س+١ − ١]

= س |س

٣/ جد قيمة س التي تحقق الآتي :

$^{٥}ق_{س} = {}^{٣}ل_{٠}$

$^{٣}ل_{٠} = ١$

$^{٥}ق_{س} = ١$

اما س = ٠

او س = ٥

٤/ لدى طالب ٦ كتب مختلفة في الرياضيات ، ٤ كتب مختلفة في الكيمياء . بكم طريقة يمكنه أن يرتب ٥ كتب منها على رف مكونة من ٣ كتب رياضيات وكتابين كيمياء ؟

عدد الطرق = $^{٦}ق_{٣} \times {}^{٤}ق_{٢} \times ٥!$

$= \frac{٦\times٥\times٤}{\cancel{٣\times٢\times١}} \times \frac{٤\times٣}{١\times٢} \times (٥\times٤\times٣\times٢\times١)$

= ٢٠ × ٦ × ١٢٠

= ١٤٤٠٠ طريقة

٥/ جد الحد العام ثم جد رتبة الحد الذي يشتمل على $ص^{٢}$ في مفكوك $(س^{٢} + ص)^{٩}$

$ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}\, س^{ن-ر}\, م^{ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{٩}ق_{ر}\, (س^{٢})^{٩-ر}\, (ص)^{ر}$

$= {}^{٩}ق_{ر}\, س^{١٨-٢ر} \times ص^{ر}$

لكي يشتمل الحد على $ص^{٢}$ لابد أن

ر = ٢

$\therefore ح_{٣} = {}^{٩}ق_{٢}\, س^{١٤}\, ص^{٢}$

$= \frac{٩\times٨}{١\times٢}\, س^{١٤}\, ص^{٢}$

$= ٣٦\, س^{١٤}\, ص^{٢}$

(ب) ١/ عرّف المصفوفة .

هي مجموعة من الأعداد مرتبة على شكل مستطيل مكونة من عدد من الصفوف و الأعمدة

٢/ أكمل ما يأتي :

(i) لكلّ مصفوفة أبعادها م × ن عنصر محايد جمعي عبارة عن مصفوفة صفرية أبعادها م × ن

(ii) إذا كانت أ مصفوفة أبعادها ٣ × ٢ ، ب مصفوفة أبعادها ٢ × ٥ ، فإن أبعاد المصفوفة أ ب = ٣ × ٥

٣/ جد قيمة س إذا كان :

$$٣ \times \begin{bmatrix} ١ & (س-١) \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٤ & -١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & (٢س+١) \\ ١١ & ٦ \end{bmatrix}$$

٣(س - ١) + ٤ = ٢س + ١

٣س - ٣ + ٤ = ٢س + ١

٣س - ٢س = ١ - ١

س = ٠

(جـ)١/ أكمل ما يأتي :

نقول أن الحادثتين أ ، ب متنافيتان (أو منفصلتان) إذا فقط إذا كان

أ ∩ ب = ∅

٢/ في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين ، اكتب حادثة أن يكون مجموع العددين الظاهرين ≤ ١ .

∅

٣/ إذا كان أ ، ب حادثتين في فضاء العينة لتجربة عشوائية .

(i) عبّر لفظياً بلغة الاحتمالات عن الحادثة

أ ∩ ب'

وقوع أ و عدم وقوع ب

حل آخر : وقوع أ فقط

(ii) عبّر رمزياً بلغة المجموعات عن حادثة وقوع إحدى الحادثتين فقط .

(أ - ب) ∪ (ب - أ) ≡ (أ ∩ ب') ∪ (ب ∩ أ')

٤/ إذا كانت أ ، ب حادثتين متنافيتين في فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان ح (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ح(ب) = $\frac{٢}{٥}$. جد احتمال عدم وقوع أ وعدم وقوع ب .

ح (أ' ∩ ب') = ح (أ ∪ ب)' = ١ - ح (أ ∪ ب)

ح (أ ∪ ب) = ح (أ) + ح (ب) = $\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٥} = \frac{٩}{١٠}$

∴ ح (أ ∪ ب)' = ١ - $\frac{٩}{١٠}$ = $\frac{١}{١٠}$

٥/ اختير عدد بطريقة عشوائية من مجموعة الأعداد الطبيعية من ٩ إلى ٢٠ ، جد احتمال أن يقبل القسمة على ٥ .

عدد عناصر ع = ١٢ ، أ = {٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠}

عدد عناصر أ = ٤

ح(أ) = $\frac{٤}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$

السؤال الثاني : (٢٠ درجة)

(أ) ١/ جد مجال تعريف الدالة د(س) = $\sqrt{\text{س} + ١}$

س + ١ ≥ ٠ ⟸ س ≥ -١

∴ مجال التعريف

= {س : س ≥ -١ ، س ∈ ح}

٢/ أكمل ما يأتي :

نقول أنّ الدالة د(س) متصلة على الفترة [أ ، ب] إذا كانت د(س) متصلة عند كل نقطة من نقاط الفترة [أ، ب]

٣/ جد قيمة $\text{نها}_{\text{س} \to ٥} \frac{٥\text{س} - \text{س}^٢}{\text{س} - ٥}$

= $\text{نها}_{\text{س} \to ٥} \frac{\text{س}\,(\cancel{٥ - \text{س}})}{-(\cancel{٥ - \text{س}})}$

= $\text{نها}_{\text{س} \to ٥} -\text{س} = -٥$

٤/ أثبت أن $\text{نها}_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{ظا س}}{\text{س}} = ١$

الطرف الأيمن = $\text{نها}_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{جا س}}{\text{س جتا س}}$

= $\text{نها}_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{جا س}}{\text{س}} \times \text{نها}_{\text{س} \to ٠} \frac{١}{\text{جتا س}}$

= $١ \times \frac{١}{١} = ١ \times ١ = ١$ #

(ب) ١/ مستخدماً المبادىء الأولية جد قيمة :

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ إذا كان ص = د(س) = ٥ + ٢$\text{س}^{\frac{٥}{٢}}$

∴ $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{نها}_{\text{٥س} \to ٠} \frac{\text{د(س + ٥س)} - \text{د(س)}}{\text{٥س}}$

∴ $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{نها}_{\text{٥س} \to ٠} \frac{\cancel{٥} + ٢(\text{س} + ٥\text{س})^{\frac{٥}{٢}} - \cancel{٥} - ٢\text{س}^{\frac{٥}{٢}}}{\text{٥س}}$

= $\text{نها}_{\text{س + ٥س} \to \text{س}} \frac{(\text{س} + ٥\text{س})^{\frac{٥}{٢}} - \text{س}^{\frac{٥}{٢}}}{\text{س + ٥س} - \text{س}}$

= $٢ \times \frac{٥}{٢} \text{س}^{\frac{٥}{٢} - ١}$

= $٥\text{س}^{\frac{٣}{٢}}$

٢/ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ إذا كان ص = جا (س ص)

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \left[\text{س} \times \frac{\text{دص}}{\text{دس}} + \text{ص}\right] \text{جتا (س ص)}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} - \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{س جتا (س ص)} = \text{ص جتا (س ص)}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} \left[١ - \text{س جتا (س ص)}\right] = \text{ص جتا (س ص)}$

∴ $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{ص جتا (س ص)}}{١ - \text{س جتا (س ص)}}$

(ج) ١/ جد قيمة أ بحيث يكون المستقيم ص = ٢س + ٣ مماساً للمنحنى ص = $\text{س}^٢$ + أ

ميل المستقيم = ٢

ميل المماس $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٢\text{س}$

∴ ٢س = ٢ ⟸ س = ١

نعوض في معادلة المستقيم لإيجاد ص،

ص = ٢×١ + ٣ ⟸ ص = ٥

نعوض في معادلة المنحنى لإيجاد أ،

٥ = ١ + أ ⟸ أ = ٤

٢/ جد قيم س التي توجد عندها نقط حرجة للدالة :

ص = $\text{س}^٣ + ٣\text{س}^٢ - ٩\text{س} + ٥$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٣\text{س}^٢ + ٦\text{س} - ٩$

ضع $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٠$

∴ $٣\text{س}^٢ + ٦\text{س} - ٩ = ٠$ (أقسم على ٣)

$\text{س}^٢ + ٢\text{س} - ٣ = ٠$

(س - ١) (س + ٣) = ٠

∴ إما س = ١

أو س = -٣

السؤال الرابع :

(ب)١/ اكتب اثنين من الأهداف الرئيسية لعلم الإحصاء .

١/ جمع البيانات .

٢/ عرض البيانات .

٢/ ماذا يقيس الانحراف المتوسط ؟

يقيس التشتت

٣/ اكتب أحد مميزات الوسيط .

غير مضلل في حالة وجود قيم متطرفة .

(جـ)١/ إذا كان متوسط خمسة أعداد يساوي س ومتوسط أربعة أعداد أخرى يساوي ص .

جد بدلالة س ، ص متوسط الأعداد التسعة .

$$\bar{س} = \frac{ن_١ \bar{س}_١ + ن_٢ \bar{س}_٢}{ن_١ + ن_٢}$$

$$\bar{س} = \frac{٥س + ٤ص}{٩}$$

٢/ من مجموعة القيم :

١٧ ، ١٣ ، ٢٥ ، ١٧ ، ٢٣ جد :

(i) المدى . ٢٥ − ١٣ = ١٢

(ii) الانحراف المعياري .

$$\bar{س} = \frac{١٧+١٣+٢٥+١٧+٢٣}{٥} = \frac{٩٥}{٥} = ١٩$$

$$\sum (س - \bar{س})^٢ = ٤+٣٦+٣٦+٤+١٦ = ٩٦$$

$$ع = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^٢}{ن}} = \sqrt{\frac{٩٦}{٥}} = \sqrt{١٩٫٢}$$

(د) من الجدول التكراري التالي :

الفئة	١٨-	٢٥-	٣٢-	٣٩-	٤٦-
التكرار	٢	٦	٩	٥	٤

(i) عيّن الفئة المنوالية . ٢٣ —

(ii) كوّن جدول التكرار المتجمع الصاعد .

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢٥	٢
أقل من ٣٢	٨
أقل من ٣٩	١٧
أقل من ٤٦	٢٢
أقل من ٥٣	٢٦

السؤال الخامس :

(جـ)١/ إذا كان $\overline{أب}$ قطر في دائرة حيث أ ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب ($س_٢$ ، $ص_٢$) اكتب معادلة هذه الدائرة .

$$(س - س_١)(س - س_٢) + (ص - ص_١)(ص - ص_٢) = ٠$$

٢/ دائرة معادلتها :

$س^٢ + ص^٢ = ٦س + ٨$ ، جد ما يلي :

(i) طول نصف قطر الدائرة .

$$س^٢ + ص^٢ - ٦س - ٨ = ٠$$

$$ل = \frac{-٦}{٢} = -٣ \quad ، \quad ك = ٠$$

$$نق = \sqrt{ل^٢ + ك^٢ - جـ}$$

$$نق = \sqrt{٩ + ٠ + ٨} = \sqrt{١٧} \text{ وحدة}$$

(ii) معادلة المماس المرسوم للدائرة عند النقطة (٢ ، ٤) .

$$س س_١ + ص ص_١ + ل(س + س_١) + ك(ص + ص_١) + جـ = ٠$$

$$٢س + ٤ص - ٣(س + ٢) - ٨ = ٠$$

$$٢س + ٤ص - ٣س - ٦ - ٨ = ٠$$

$$-س + ٤ص - ١٤ = ٠$$

$$س - ٤ص + ١٤ = ٠$$

السؤال السادس : (١٥ درجة)

(أ)١/ جد ما يلي :

(i) $\int$ جا^{٣} س جتاس د س .

$= \int$ د(س) × د̄(س) . دس $= \frac{[\text{د(س)}]^{٢}}{٢} + ث$

$\therefore \int$ جا^{٣}س جتاس . دس

$= \frac{١}{٤}$ جا^{٤}س + ث

(ii) $\int_{٠}^{١}$ (٢س + ١)^{٣} د س .

$= \left[\frac{(٢س+١)^{٤}}{٢ \times ٤}\right]_{٠}^{١}$

$= \frac{٨١}{٨} - \frac{١}{٨} = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$

٢/ يتحرك جسم في خط مستقيم من السكون عند الانطلاق بعجلة قدرها (٨ − ٤ ن) متر/ث^{٢}

جد أقصى سرعة للجسم .

معطى جـ = ٨ − ٤ن

$\therefore$ ع = $\int$ (٨ − ٤ن) . دن

ع = ٨ن − ٢ن^{٢} + ث

عند السكون ، ع = ٠ ، ن = ٠

٠ = ٠ − ٠ + ث ⟸ ث = ٠

$\therefore$ ع = ٨ن − ٢ن^{٢}

عند أقصى سرعة جـ = ٠

٨ − ٤ن = ٠ ⟸ ٤ن = ٨

ن = ٢ ث

$\therefore$ أقصى سرعة هي ،

ع = ٨ × ٢ − ٢ × ٤

= ١٦ − ٨ = ٨ مترات

٣/ احسب المساحة المحصورة بين منحنى الدالة ص = د (س) = ١٢ − ٣ س^{٢} ، والمحور السيني بين س = −٢ ، س = ٢ .

المساحة = $\int_{-٢}^{٢}$ (١٢ − ٣س^{٢}) . دس

= [١٢س − س^{٣}]$_{-٢}^{٢}$

= (٢٤ − ٨) − (−٢٤ + ٨)

= ١٦ + ١٦ = ٣٢ وحدة مربعة

(ب)١/ إذا كان العدد المركب ع = $\frac{٢ت}{٣ - ت}$

جد مرافق ع .

ع = $\frac{٢ت}{٣-ت} \times \frac{٣+ت}{٣+ت} = \frac{-٢+٦ت}{٩+١}$

ع = $\frac{-٢}{١٠} + \frac{٦}{١٠}$ت = $-\frac{١}{٥} + \frac{٣}{٥}$ت

$\therefore$ ع̄ = $-\frac{١}{٥} - \frac{٣}{٥}$ت

٢/ إذا كان :

٢س − ٥ ت = ٦ + (س + ٤ ص) ت

جد قيمة كلٍّ من س ، ص .

بمساواة الأجزاء الحقيقية ،

٢س = ٦ ⟸ س = ٣

بمساواة الأجزاء التخيلية ،

س + ٤ص = −٥

٣ + ٤ص = −٥

٤ص = −٨ ⟸ ص = −٢

٣/ اكتب العدد المركب

٦ (جتا ٢٧٠° + ت جا ٢٧٠°) في الصورة أ + ب ت .

= ٦ (٠ + ت × −١)

= ٠ − ٦ت