

**DSU.** Будем снова решать задачу разбиения графа на компоненты связности.

Только на этот раз поиск компонент связности сделаем за константное время, не зависящее от количества вершин в графе!

Конечно, чтобы добиться такого неожиданного результата, надо чем-то пожертвовать, а именно: мы запретим удалять из графа ребра, их можно только добавлять.

Для этого используем структуру Disjoined Set Union (объединение непересекающихся множеств).

Алгоритм прост: представим себе что у нас есть много Splay-деревьев (ничего общего с рассматриваемым графом они почти не имеют), и будем считать, что две вершины в одной компоненте связности, если они в одном Splay-дереве.

- добавление ребра: если мы соединяем вершины 1 и 2 ребром, то если они были в одной компоненте связности, то не надо ничего делать, а если в разных, то надо объединить эти компоненты в одну. Делаем так: берем Splay-дерево вершины 1 и ищем в нем корень  $r_1$ , берем Splay-дерево вершины 2 и ищем в нем корень  $r_2$ . Если корни совпали, то 1 и 2 в одном и том же дереве и ничего делать не надо. Если корни не совпали, то надо слить эти два Splay-дерева, вот и все.

- определить, являются ли вершины в одной компоненте связности: найти у обеих корень их Splay-деревьев и сравнить.

- найти корень — это значит подняться по ребрам до корня, это будет происходить за  $\ln(n)$ , поэтому добавление ребра будет занимать  $\ln(n)$ , зато поиск количества компонент связности ничего не занимает, потому что оно итак известно.

**Задание 1.** Написать DSU с функциями:

- конструктор, задающий дерево без ребер
- AddEdge – добавление ребра
- CheckUnited принимает две вершины и определяет в одной ли они компоненте связности за  $\ln(n)$ .
- GetComponentNumber – выдает количество компонент связности.

**Задание 2.** Отлично, теперь есть две программы, которые считают одно и то же — количество компонент связности, что надо сделать?... Тестировать, что они возвращают одинаковый результат на произвольных деревьях.