

Задача 10. Эволюция Вселенной

Замечание. Выполнение кейса предполагает проведение экспериментов.
Оборудование: два воздушных шарика, маркер, бумага, клей, ножницы.

И.Ньютон рассматривал Вселенную как бесконечно существующую и неизменную. А. Эйнштейн ввел модель бесконечной во времени и конечной в пространстве Вселенной. Но логика рассуждений привела к двум космологическим парадоксам.

1. Сформулируйте (упрощенно) первый **гравитационный парадокс**: если в стационарной Вселенной имеется только гравитация, то все объекты в силу закона Всемирного тяготения, со временем должны

Решение парадокса Эйнштейном: в стационарной Вселенной помимо гравитации (притяжения) должна существовать антигравитация (отталкивание) и отрицательная масса. Но антигравитация запрещена принципом эквивалентности и ОТО.

Принцип эквивалентности: $m_i = m_g$.

Масса проявляется в природе двумя качественно разными способами:

•инертная m_i - характеризует инертность тел и фигурирует во II законе Ньютона: $F = m_i a$;

•гравитационная m_g - проявляется через вес тела, входит в закон всемирного тяготения: $F = \gamma \frac{m_{g1} m_{g2}}{r^2}$, где $\gamma = 6,6743 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$ - гравитационная постоянная, r — расстояние между телами с гравитационными массами m_{g1} и m_{g2} , бывает пассивной - показывает, с какой силой тело взаимодействует с внешними полями тяготения, и активной – показывает какое гравитационное поле создаёт само тело.

2. Первая проверка принципа эквивалентности выполнена Галилеем, изучавшим свободное падение двух ядер. Запишите

А) в опыте Галилея масса, проявляющаяся через вес ядра за счет притяжения Земли – это ...; масса падающего ядра, проявляющаяся в его ускоренном движении – это ...;

Б) формулировку закона свободного падения;

В) формулу связи между инертной и гравитационной массами;

Г) вывод о соотношении между инертной и гравитационной массами с учетом формулировки закона свободного падения и принципа эквивалентности;

Д) величину ускорения свободного падения тела ($m_3=5,97 \cdot 10^{24}$ кг) на экваторе и на полюсе Земли (рис. 10.1);

Е) свой вес на экваторе и на полюсе;

Ж) динамику изменения своего веса при движении от Северного полюса к Южному,

З) величину ускорения свободного падения на геостационарной орбите, находящейся на расстоянии 35786 км от уровня моря.

Эйнштейн вспоминал:
«Я сидел в кресле в бернском патентном бюро, как вдруг мне в голову пришла мысль: “В свободном падении человек не ощущает своего веса!” Эта простая мысль произвела на меня огромное впечатление. Развив ее, я пришел к теории тяготения»

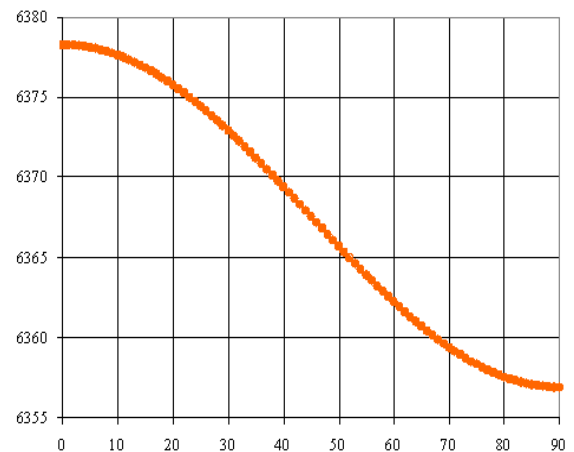


Рис. 10.1. Зависимость земного радиуса в км от широты

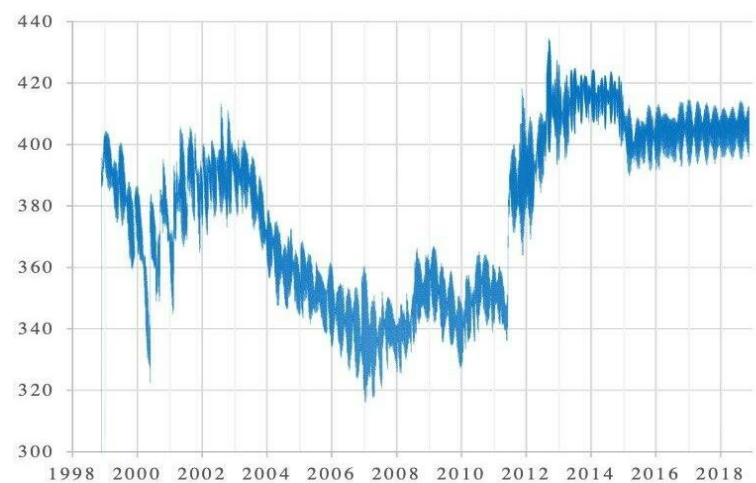


Рис. 10.2. График изменения высоты орбиты МКС

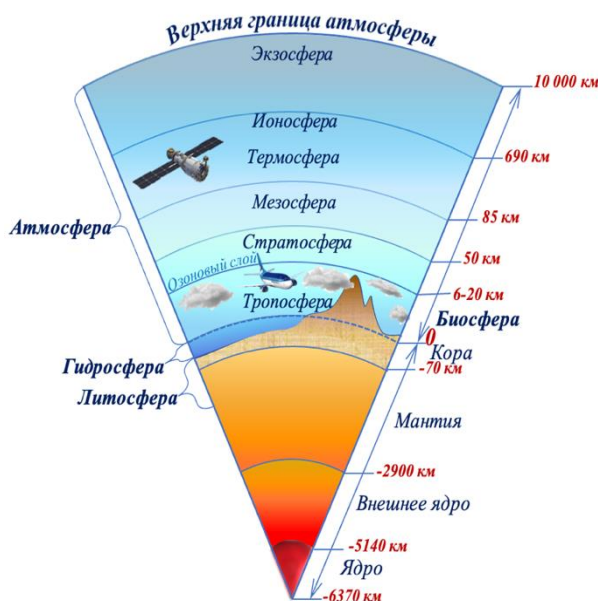


Рис. 10.4. Оболочки Земли

3.



Рис. 10.3. Астронавт К. Хартфилд и свободно плавающие в невесомости помидоры.

Источник: nasa.gov

Объясните,

А) на примерах, что означает термин «свободное падение»,

Б) на примерах, что означает термин «невесомость»,

В) почему предметы на МКС (рис. 10.2), находятся в состоянии невесомости (рис. 10.3)?

Г) причины колебания орбиты МКС, если шаттл с максимальной полезной нагрузкой поднимается до высоты примерно 350 км (рис. 10.4).

4. Определите,

А) почему, если все массивные тела создают гравитационные поля, то сформулируйте принцип, где в системе Земля - Солнце тело может «не падать», а быть неподвижно.

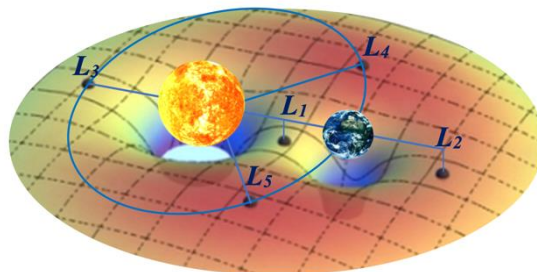


Рис. 10.5. Точки Лагранжа

Б) по рис. 10.5, где в системе двух массивных тел изображены точки Лагранжа - точки, в которых тело с пренебрежимо малой массой может оставаться неподвижным,

В) определите (и объясните выбор), в какой точке логично поместить космическую обсерваторию, изучающую Солнце,

Г) определите (и объясните выбор), в какой точке логично поместить космическую обсерваторию, изучающую солнечный ветер,

Д) определите (и объясните выбор), в какой точке логично поместить космическую обсерваторию, изучающую звезды и реликтовое излучение.

И.Ньютон доказал, что принцип эквивалентности $m_i = m_g$ выполняется с точностью до $\sim 0,1\%$. Орбитальный эксперимент на специально созданном спутнике MICROSCOPE, движущемся по орбите вокруг Земли на высоте около 710 км, подтвердил принцип эквивалентности $m_i = m_g$ с точностью до 10^{-14} .

5. Объясните,

А) для чего ученым требуется установить истинность принципа эквивалентности $m_i = m_g$?

Б) почему проверки проводят в космосе?

В) причину невесомости на такой высоте?

6. Проведите умозрительный эксперимент. Пусть внутри движущихся в различных условиях лифтов находятся одинаковые чемоданы (рис. 10.6). Проставьте у всех чемоданов направления сил и заполните табл. 10.1.

Замечание. Сила – величина векторная, которая характеризуется модулем, направлением и точкой приложения.

Таблица 10.1. Сравнение сил

	Лифт 1	Лифт 2	Лифт 3
Вид силы, действующая на чемодан			
Сравнение сил			

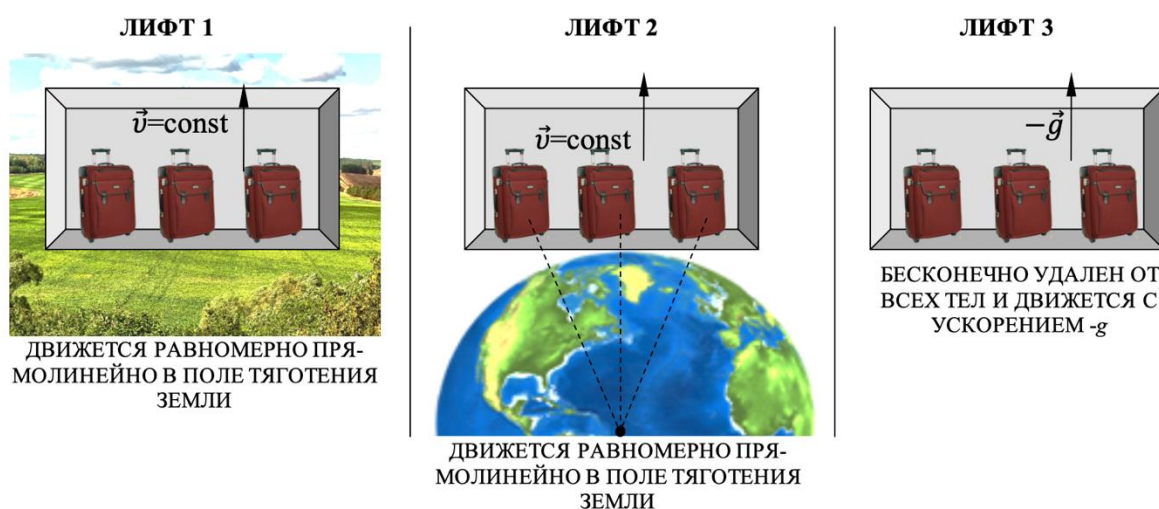


Рис. 10.6. «Лифты Эйнштейна»

7. Запишите,

А) примеры, подтверждающие и опровергающие принцип эквивалентности;

Б) если $m_i \neq m_g$, то принцип эквивалентности ..., и ... существование отрицательной массы и антигравитации;

В) в табл. 10.2 сравнение законов всемирного тяготения и Кулона при наличии антигравитации (рис. 10.7);

Таблица 10.2. Сравнение законов Кулона и Всемирного тяготения

	Закон Кулона	Закон всемирного тяготения
Формула		
Характеризует действие поля...		
Поле создается вокруг тела		
Сила взаимодействия между телами зависит от... (укажите вид функциональной зависимости)		
Сила положительна, если...		
Сила отрицательна, если...		
Обнаружены ли положительные и отрицательные заряды и массы у тел, известных науке		

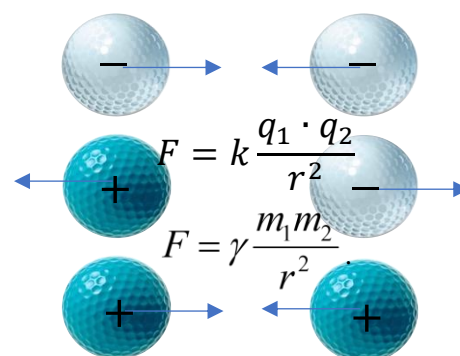


Рис. 10.7. Закон Кулона и закон Всемирного тяготения для положительных и отрицательных зарядов/масс

Г) в каких направлениях (рис. 10.8) будет ускоряться объект с положительной и отрицательной инертной массой;

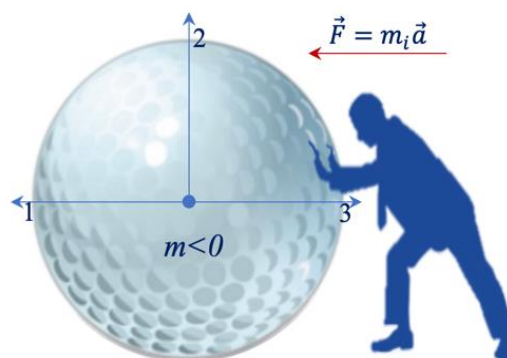


Рис. 10.8. Движение тела

Д) комментарий для модели гравитации и антигравитации, изображенные на рис. 10.9.

Эйнштейн в своё уравнение для поля тяготения ввел компенсирующий член Λ - характеристику силы «отрицательной» гравитации, которая зависит от массы m отталкивающегося тела и его координаты r :

$$F(r) = \Lambda r m c^2.$$

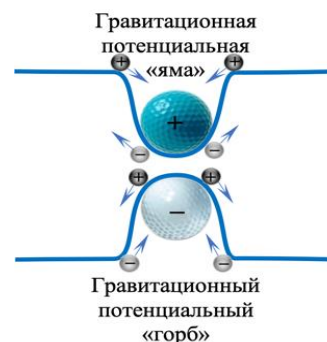


Рис. 10.9. Модель гравитации

В 1922 г. Фридман математически решил уравнения Эйнштейна и получил, что Вселенная со временем должна расширяться или сжиматься, и никакого гравитационного парадокса нет. Эйнштейн согласился с решением Фридмана.

8. Проведите опыт с воздушными шариками: на одном из слабонадутых шариков нарисуйте галактики и соедините некоторые из них волнистой линией, на второй из слабонадутых шариков точно приклейте вырезанные из бумаги галактики и так же соедините некоторые из них по поверхности шарика волнистой линией. Постепенно надувайте шарик и следите за измерением рисунков.

А) Опишите наблюдения в табл. 10.3.

Таблица 10.3. Модель расширяющейся вселенной

Модель	Шарик с нарисованными галактиками	Шарик с приклеенными галактиками
Расстояния между галактиками при надувании...		
Размеры галактик при надувании...		
Расстояние между соседними «горбами» волнистой линии (длина волны)		

Б) Выскажите аргументированные предположения какая из моделей больше соответствует действительности,

В) Выскажите аргументированные предположения как изменится длина и цвет волны, пока она идет через расширяющееся пространство от одной галактики к другой,

Г) Выскажите аргументированные предположения как изменится длина и цвет волны в стационарной Вселенной, если галактика, испускающая волны, будет удаляться от галактики, в которой расположен приемник волн,

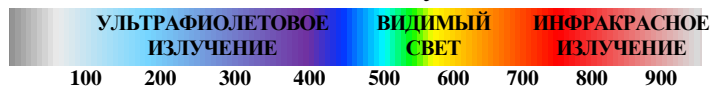


Рис. 10.10. Длины волн в нм

Д) Выскажите аргументированные предположения как изменится длина волны в расширяющейся Вселенной, если галактика, испускающая волны, будет двигаться относительно галактики, в которой расположен приемник волн,

Е) Выскажите аргументированные предположения с учетом кейса 4 объясните причины красного смещения (доплеровское, космологическое, гравитационное).

9. Предложите, как можно определить, приближается к наблюдателю галактика, или удаляется от него (рис. 10.10, кейс 4).

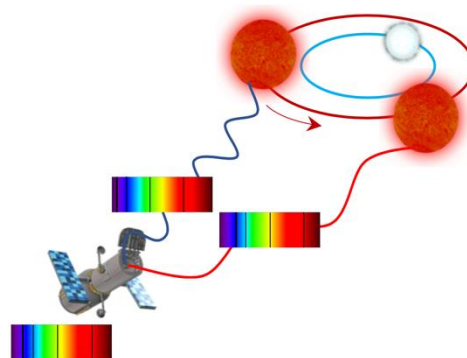


Рис. 10.11. Красное и синее смещение

Величина красного смещения характеризуется параметром

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0},$$

где $z > 0$, если длина волны принимаемого сигнала λ больше, чем излучённого λ_0 .

Если v близка c , то из СТО

$$\lambda_0 = \lambda \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1 - \frac{v}{c} \cdot \cos \theta}$$

где $\theta = \pi$, если источник радиально удаляется от наблюдателя, $\theta = 0$, если приближается.

Лучевая скорость движения:

$$v = cz.$$

10. Оцените, возможно ли данную формулу использовать при $z > 1$.

11*. Выведите формулу доплеровского красного смещения при скорости, близкой к скорости света.

Релятивистскую формулу необходимо применять при $z > 0,3$

$$v = c \cdot \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}.$$

12. Наблюдатель зафиксировал в спектре излучения звезды, которая удаляется со скоростью 30000 км/с, полосу в зеленом спектре. Определите действительный цвет излученной волны.

13. На рис. 10.12 приведен спектр излучения, полученный в лаборатории на Земле (внизу) и спектр от звезды (вверху). Определите

А) звезда приближается или удаляется,

Б) величину z ,

В) лучевую скорость звезды.

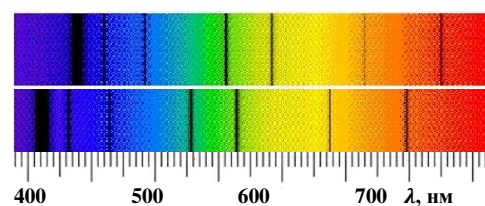


Рис. 10.12. Спектры излучения

14*. Водитель сообщил полицейскому, что проехал на красный свет, поскольку из-за доплеровского смещения воспринял его как зеленый. Прав ли был полицейский, выписав штраф водителю за превышение скорости, если ограничение скорости было 100 км/ч? Куда с такой скоростью мог добраться водитель с аэродрома «Восточный» (табл. 10.4)?

Таблица 10.4. Космические скорости

Номер скорости	Позволяет покинуть	Скорость
1	Поверхность Земли и выйти на околоземную орбиту	7,9 км/с
2	Орбиту Земли	11,2 км/с
3	Пределы Солнечной системы	16,65 км/с
4	Пределы галактики	550 км/с

Э.Хаббл определил, что красное смещение z для далёких галактик больше, чем для близких.

15. Оцените,

А) какой вывод из этого можно сделать?

Б) насколько соответствует данный вывод модели расширяющейся Вселенной на примере воздушного шарика?

В) можно ли на основе того, что удаление галактик от нас происходит во все стороны, сделать вывод, что мы находимся в центре Вселенной (ответ поясните с помощью модели воздушного шарика)?

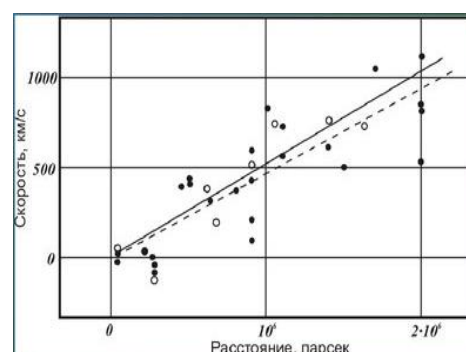


Рис. 10.13. График из работы Э. Хаббла

Г) какой будет картина «разбегания» галактик для наблюдателя из другой галактики?

В 1929 г. Хаббл опубликовал статью "Связь между расстоянием и лучевой скоростью внегалактических туманностей", в которой был рис. 10.11, где по одной оси отложены расстояния в парсеках ($1 \text{ пк} = 30,8568 \text{ трлн км} = 3,2616 \text{ световых года}$), а по другой – скорость в км/с.

16. Определите по рис. 10.13

А) вид зависимости лучевой скорости v от расстояния D до наблюдаемой галактики и запишите вид зависимости,

Б) размерность коэффициента пропорциональности для зависимости скорости от расстояния,

В) величину коэффициента пропорциональности в (км/с)/Мпк,

«Закон Хаббла»: $v = H \cdot D$,

где H – параметр Хаббла, который изменяется со временем, но в каждый данный момент времени во всех точках Вселенной величина H одинакова.

Величина, обратная H (хаббловское время $t_H = 1/H$), имеет смысл характерного времени расширения Вселенной на текущий момент.

17. Пользуясь логикой, сформулируйте гипотезу: если галактики разбегаются, то в «начале времен» существовала ...

18. Оцените,

А) когда было «начало времен»,

Б) полученное значение в сравнении с известным геологам возрастом Земли ($4,54 \pm 0,05$ млрд лет),

В) причины несоответствия возрастов.

На 2019 год по результатам наблюдения за галактиками с помощью космического телескопа "Хаббл", $H = 74,03 \pm 1,42$ (км/с)/Мпк. По результатам изучения параметров реликтового излучения, полученным на космической обсерватории «Планк», $H = 67,4 \pm 0,5$ (км/с)/Мпк. Усложняет оценку параметра Хаббла наличие собственных скоростей движения галактик, помимо космологических скоростей, обусловленных расширением Вселенной.

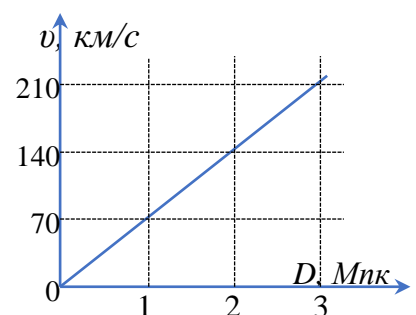


Рис. 10.14. Зависимость скорости галактики от расстояния

Г) величину параметра Хаббла в (км/с)/Мпк по рис. 10.14

Д) время расширения Вселенной (Хаббловский возраст Вселенной);

Постоянная Хаббла - один из трех компонентов для вычисления возраста Вселенной и оценки ее будущего. Необходимо определить еще массу содержащегося во Вселенной вещества и параметры расширения Вселенной. Сейчас считается, что Вселенной $13,799 \pm 0,021$ млрд. лет.

Е) скорость удаления галактики, расположенной на расстоянии 10 Мпк от Земли;

Ж) скорость удаления галактики, расположенной на расстоянии 100 Мпк от Земли;

З) начиная с какого расстояния галактика будет удаляться от нас со сверхсветовой скоростью?

Сфера Хаббла — область расширяющейся Вселенной, окружающей наблюдателя, за пределами которой объекты удаляются от наблюдателя со скоростью $v > c$.

И) не противоречит ли данный вывод теории относительности?

19. Оцените, через какое время после Большого Взрыва возникла

А) галактика, удаленная от Земли на 13,1 млрд. св. лет ($z=8,6$);

Б) галактика, удаленная от Земли на 13,42 млрд. св. лет ($z=11,9$).

20. Оцените,

А) расстояние в световых годах до галактики по ее красному смещению $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 5$ нм линии $\lambda_0 = 500$ нм;

Б) какой мы видим данную галактику по местоположению и конфигурации (какой она является сейчас, или как она выглядела в прошлом);

В) существовал ли на земле человек в эпоху, которой соответствует современный вид этой галактики;

Г) лучевую скорость удаления галактики;

Д) когда произошел взрыв сверхновой звезды в этой галактике, если телескопы зафиксировали его в 2020 году;

Е) лучевую скорость и расстояние до галактики, имеющей космологическое красное смещение $z=3,53$.

Замечание. На таких расстояниях сказываются специфические космологические эффекты — нестационарность и кривизна пространства-времени. Поэтому в качестве характеристики расстояния до столь удалённых объектов пользуются просто величиной красного смещения

21. Оцените,

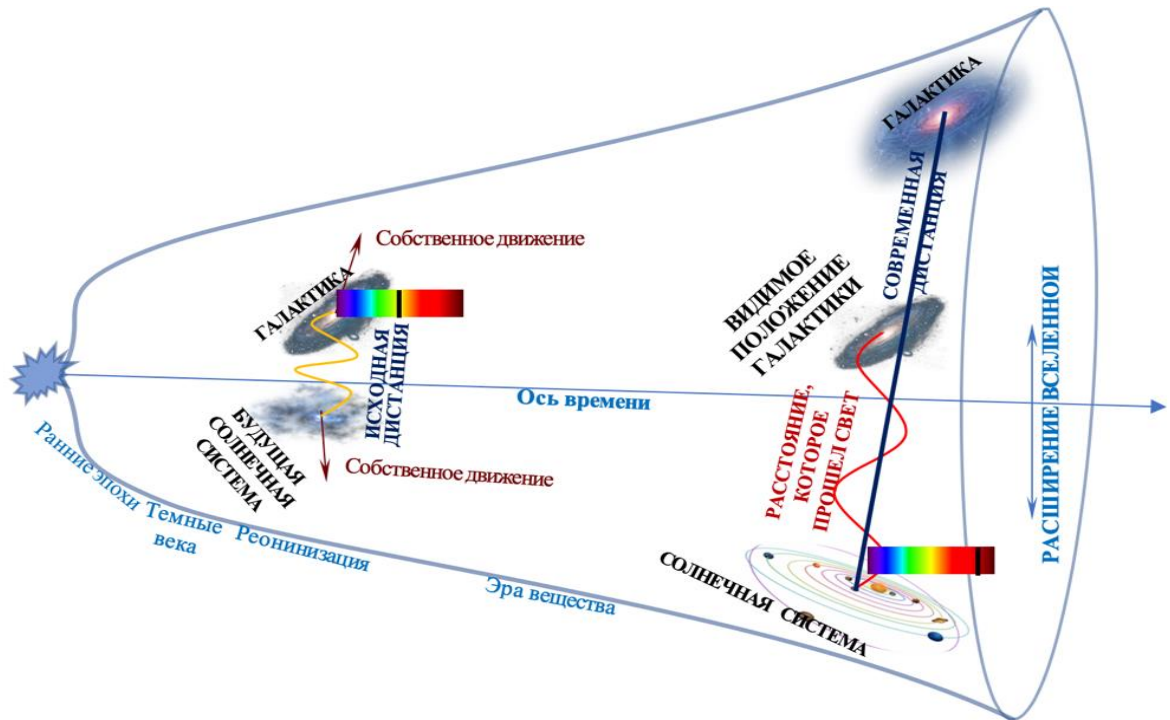


Рис. 10.15. Определение расстояний до дальних галактик

А) сколько времени может идти к нам свет от самых далёких галактик, которые мы в принципе можем наблюдать (в световых годах);

Б) возможное расстояние до самых далеких галактик с учетом рис. 10.15;

В) есть ли шанс, что спустя время мы увидим более далекие галактики в современные (а не более совершенные будущие) телескопы?

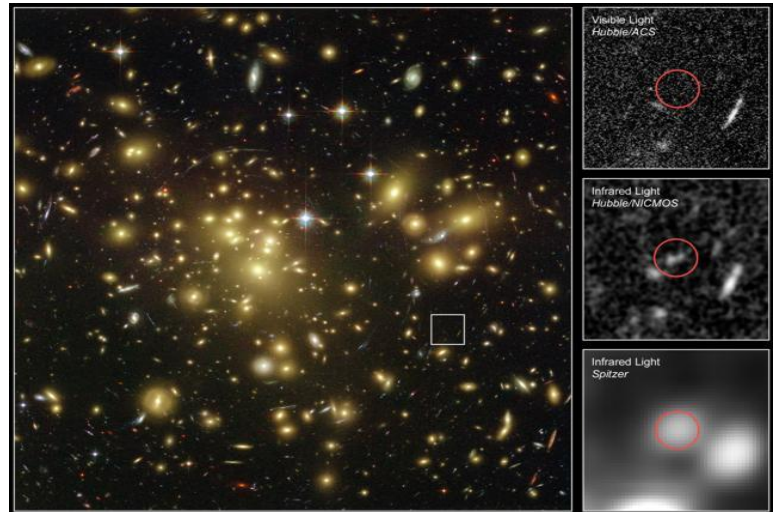


Рис. 10.16. A1689-ZD1 в инфракрасном и видимом свете. Источник фото: НАСА, ЕКА, Л. Брэдли, Х. Форд (Университет Дж.Хопкинса), Р. Боувенс, Дж. Иллингворт (Университет Калифорнии в Санта-Круз)

22. Объясните, как для галактики A1689-zD1 (рис. 10.16), обнаруженной в 2008 г. с помощью космического

телескопа Хаббл и Спитцер космического телескопа, ученые выяснили, что

А) красное смещение $z \sim 7,6$; при таком красном смещении, волны какого диапазона зафиксировал телескоп Хаббл;

Б) лучевая скорость галактики $v=291\,794$ км/с;

В) свет от галактики шел $t_{св}=13$ млрд. лет;

Г) галактика родилась примерно через $t_{возникновения}=700$ млн. лет после Большого взрыва;

Б) свет, который до нас дошел, галактика испустила, когда находилась от нас на расстоянии в $r_{начальное}=3,35$ млрд. св. лет;

В) реальное расстояние до галактики $r_{современное}=30$ млрд св. лет;

Г) диаметр галактики $d\sim 10000$ св. лет.

23*. Рассчитайте недостающие параметры и запишите в табл. 10.5

Таблица 10.5. Параметры галактики

z	ν	$t_{св}$	$t_{возникновения}$	$r_{начальное}$	$r_{современное}$	d
11,1					32 млрд. св. лет	8000 ± 4000 св. лет

24. Считалось, что Вселенная стала очищаться от водородного тумана (водород стал расщепляться на протоны и электроны) и стала прозрачной для фотонов (то есть закончились темные века») примерно через 800 миллионов лет после Большого взрыва. Выскажите предположение, как повлияло обнаружение дальних галактик на эти представления?

Часто ширину Вселенной сравнивают с её же возрастом, который составляет 13,79 млрд. лет. При этом не учитывается, что вселенная расширяется с ускорением. По приблизительным подсчетам, диаметр видимой Вселенной составляет 93 млрд. световых лет. Но существует и невидимая часть Вселенной.

25. Сформулируйте, как выглядит наблюдаемая Вселенная (форма, размер, центр).

Классическая физика затрудняется объяснить, почему ночью темно.

26. По рис. 10.17 сформулируйте **фотометрический парадокс**: «если звезды имеются повсюду, то в любом направлении взгляда наблюдателя в луч его зрения должно попасть ... число звезд, и поверхность неба должна быть»

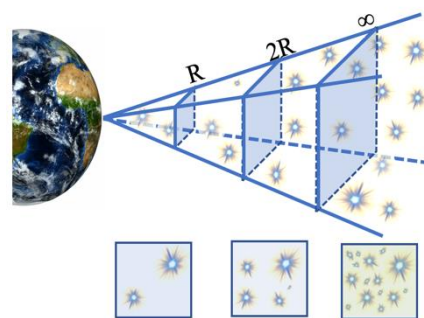


Рис. 10.17.

Фотометрический парадокс

27. Оцените,

А) верность утверждения, лежащего в основе фотометрического парадокса, что звёзды расположены на любых, сколь угодно больших расстояниях от нас;

Б) изменение энергии каждого фотона $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$, исходящего от далёкой, быстро удаляющейся галактики, при достижении Земли;

В) во сколько раз и как изменяется длина волны, принимаемых на Земле от дальних галактик, красное смещение которых равно z ;

Г) во сколько раз и как изменяется энергия фотонов, принимаемых на Земле от дальних галактик, красное смещение которых равно z ;

Д) интервал между принятием двух фотонов на Земле, вылетевших из галактики с красным смещением z с интервалом времени Δt , с учетом гравитационного замедления времени ($\Delta t_0 = (1 + z)\Delta t$);

Е) изменение интенсивности принятого света от галактики с красным смещением z ;

Ж) изменение величины суммарной энергии, поступающей к нам от галактики с красным смещением z относительно суммарной энергии, поступившей к нам в случае, чем если бы эта галактика не удалялась от нас.

28. Сформулируйте разрешение фотометрического парадокса.

Галактики состоят из звезд, изучение которых основывается на определении их физических параметров, которые взаимосвязаны.

Основной доступный для изучения параметр - спектр излучения звезды. Он близок к излучению абсолютно чёрного тела с температурой, равной температуре её фотосферы, которую можно оценить по закону смещения Вина $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$ (рис. 10.18). Более точным методом, особенно для удаленных звезд, является наблюдение в спектрах звёзд линий поглощения.

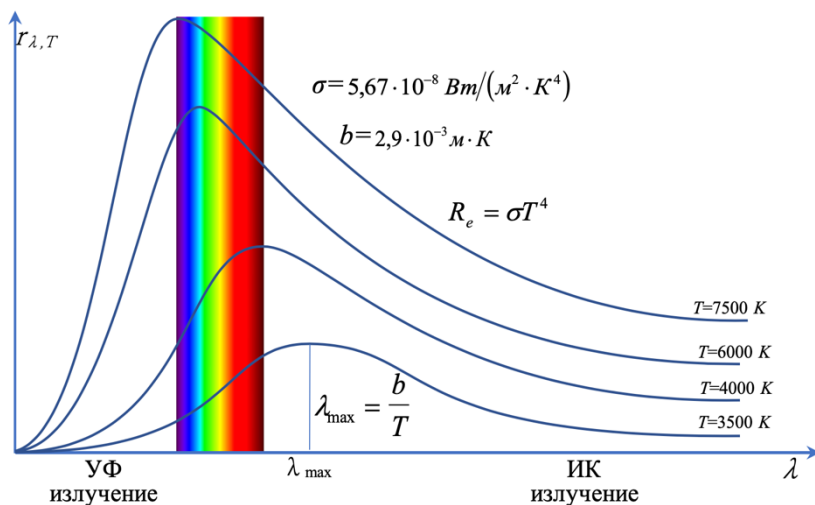


Рис. 10.18. Спектральная плотность энергетической светимости и законы излучения абсолютно черных тел

29. Определите по рис. 10.18

А) при какой температуре тела не излучают в ультрафиолетовой области спектра,

Б) при какой примерно температуре максимум излучения

приходится на видимую область спектра,

В) цвет и длину волны, на которую приходится максимум излучения в спектре излучения абсолютно черного тела (λ_{max}), имеющего температуру $T=5000\text{ K}$.

Механизм излучения звезд зависит от их строения и фазы эволюции. На рис. 10.19 приведена диаграмма, связывающие основные физические параметры звезд. Звезды, находящиеся на главной последовательности (около 90% звезд), находятся в фазе эволюции, связанной с выделением энергии в процессе превращения водорода в гелий.

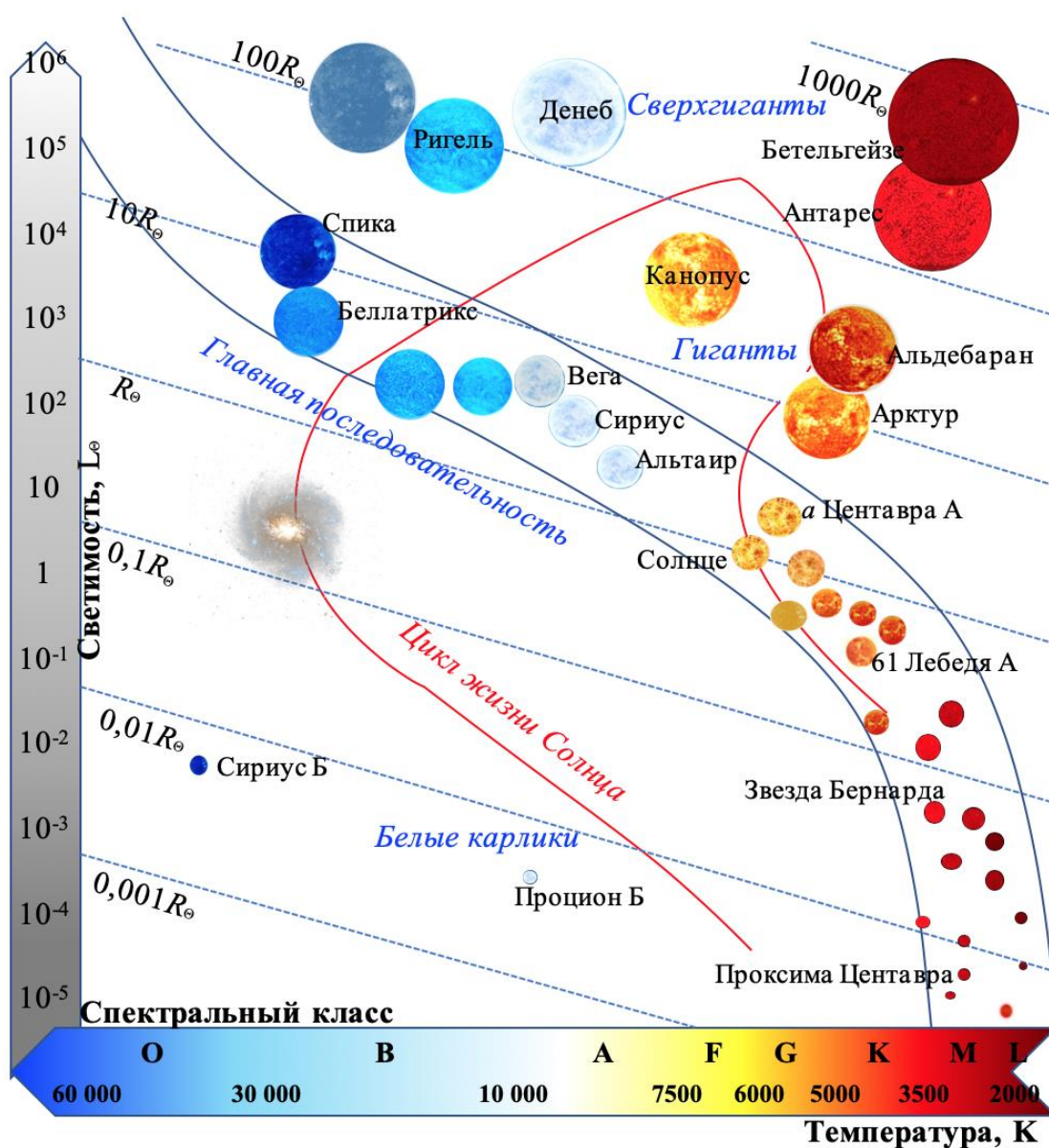


Рис. 10.19. Диаграмма Герцшпрунга — Рассела

30. Определите по рис. 10.19,

А) какие из перечисленных звезд находятся на главной последовательности (ГП): Проксима Центавра, Ригель, Арктур, Антарес, Вега, Солнце,

Б) как, в зависимости от массы, располагаются звезды на ГП, если между размерами звезд и их массами существует зависимость.

Все параметры звезд обычно сравниваются с Солнцем и выражаются через его радиус R_{\odot} , массу m_{\odot} , светимость L_{\odot} и время жизни t_{\odot} .

Таблица 10.6. Физические характеристики Солнца

$\lambda_{\text{max}},$ нм	$T_{\odot},$ К	$R_{\odot},$ млн км	$m_{\odot},$ кг	$L_{\odot},$ Вт	t_{\odot} на ГП, млрд. лет
500		0,7	$2 \cdot 10^{30}$		10

31. Дозаполните табл.10.6, для чего определите

А) светимость Солнца, учитывая, что звезда – шар радиуса R , излучающий со всей площади поверхности ($4\pi R^2$), и его светимость $L = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$;

Солнце образовалось из облака молекулярного водорода и в его ядре, которое составляет 10% от массы Солнца, начались термоядерные реакции превращения водорода в гелий (задача из кейса 5), при этом 0,7% первоначальной массы водорода переходит в энергию, которая излучается Солнцем ($E=mc^2$).

Б) количество энергии, которое может произвести Солнце;

В) время жизни Солнца, если оно излучает $3,8 \cdot 10^{26}$ Дж/с (величина, рассчитанная в кейсе 9).

По мере того, как Солнце расходует запасы водорода, оно становится всё горячее.

Г) на сколько процентов изменится светимость Солнца, если его температура увеличится на 20%? С какой из звезд можно сравнить светимость такого Солнца?

Светимость и масса звезд связана соотношением $\frac{L}{L_{\odot}} = b \left(\frac{m}{m_{\odot}} \right)^a$.

Таблица 10.7. Коэффициенты в формуле связи светимости и массы

	$m < 0,43m_{\odot}$	$0,43m_{\odot} < m < 2m_{\odot}$	$2m_{\odot} < m < 20m_{\odot}$	$20m_{\odot} < m$
a	2,3	4	3,5	1
b	0,23	1	1,5	3200

Звезды проводят большую часть своей жизни на ГП. Более массивные звезды живут более быстрой жизнью, чем менее массивные, поскольку более интенсивно расходуют водород для горения. Энергия, излучаемая звездой за время t , равна произведению светимости на это время: $E = Lt$. Согласно уравнению Эйнштейна: $E = mc^2$.

32*. Выведите формулу для времени жизни звезды на ГП относительно времени жизни Солнца с учетом закона масса-светимость.

Для наиболее массивных звезд по мере увеличения их массы время жизни перестает изменяться и стремится к величине ~ 3.5 млн. лет.

33*. Рассчитайте основные параметры звезд и запишите их в табл. 10.8; сравните их с данными, приведенными на рис. 10.17.

Таблица 10.8. Физические параметры звезд

Звезда	Температура фотосферы	Длина волны, на которую приходится максимум излучения	Радиус	Светимость	Масса	Время жизни на ГП
Проксима Центавра	3000 K		$0,15 R_{\odot}$		$0,12 m_{\odot}$	
Арктур		580 нм		$210 L_{\odot}$		–
Ригель		193 нм	$74 R_{\odot}$		$18 m_{\odot}$	–
Вега	9550 K		$2,8 R_{\odot}$	$40 L_{\odot}$	$2,1 m_{\odot}$	$0,1 t_{\odot}$
Спика	22400 K		$7,8 R_{\odot}$	$13400 L_{\odot}$		

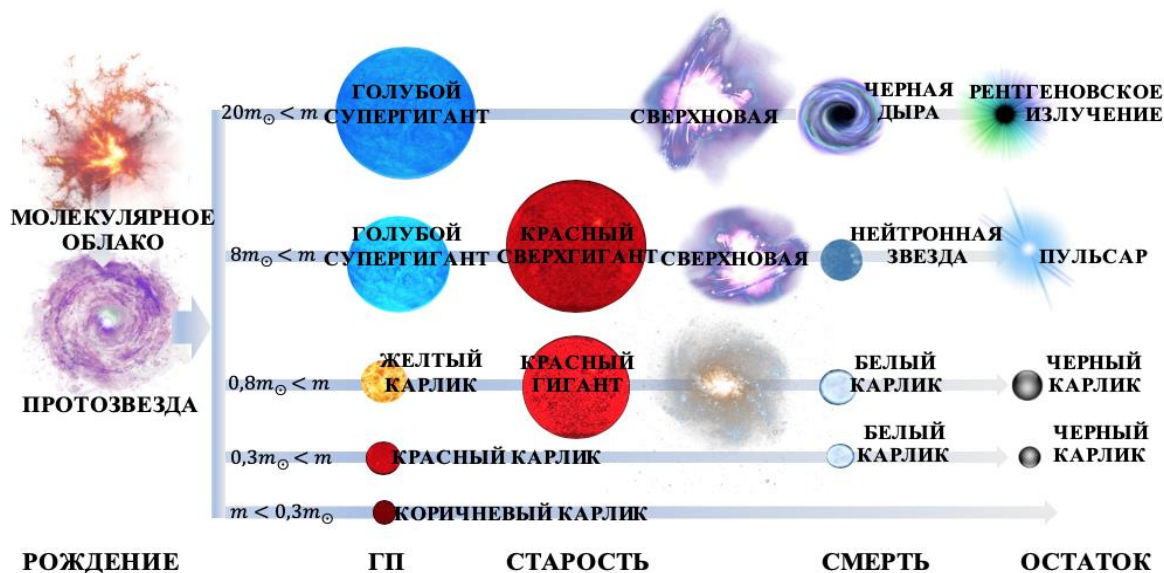


Рис. 10.20. Эволюция звезд

34. Опишите эволюцию для Солнца и звезд, указанных в табл. 10.8, с помощью рис. 10.20.