

Теория конечных графов

Максимальный поток в графе

Лектор: к.ф.-м.н., доцент кафедры
прикладной информатики и теории вероятностей РУДН

Маркова Екатерина Викторовна

markova_ev@pfur.ru

Литература

1. **Зарипова Э.Р., Кокотчикова М.Г. Лекции по дискретной математике: Теория графов. Учебное пособие. М., изд-во: РУДН, 2013, 162 с.**
2. Харари Ф. «Теория графов», М.: КомКнига, 2006. – 296 с.
3. Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. «Элементы дискретной математики». Учебник. М.: Инфра-М; Новосибирск: НГТУ, 2003. – 280 с.
4. Шапорев С.Д. «Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий». СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 400 с.: ил.
5. Сайт кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН (информационный ресурс). Режим доступа: <http://api.sci.pfu.edu.ru/> – свободный.
6. Учебный портал кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН (информационный ресурс) Режим доступа: <http://stud.sci.pfu.edu.ru> – для зарегистрированных пользователей.
7. Учебный портал РУДН, раздел «Теория конечных графов» <http://web-local.rudn.ru/web-local/prep/rj/index.php?id=209&p=26342>

Максимальный поток в графе

Задача о максимальном потоке состоит в поиске способа пересылки максимального количества единиц потока из источника в сток.

Алгоритм поиска максимального потока в графе

Начало. Дан граф $G = \langle V, E \rangle$, $|V| = n$. Заданы источник V_s и сток V_T .

Шаг 1. Проверить, существует ли в графе $G = \langle V, E \rangle$ поток из источника V_s в сток V_T , удовлетворяющий условиям существования потока 1–3.

Шаг 2. Применить к графу $G = \langle V, E \rangle$ алгоритм поиска увеличивающей цепи.

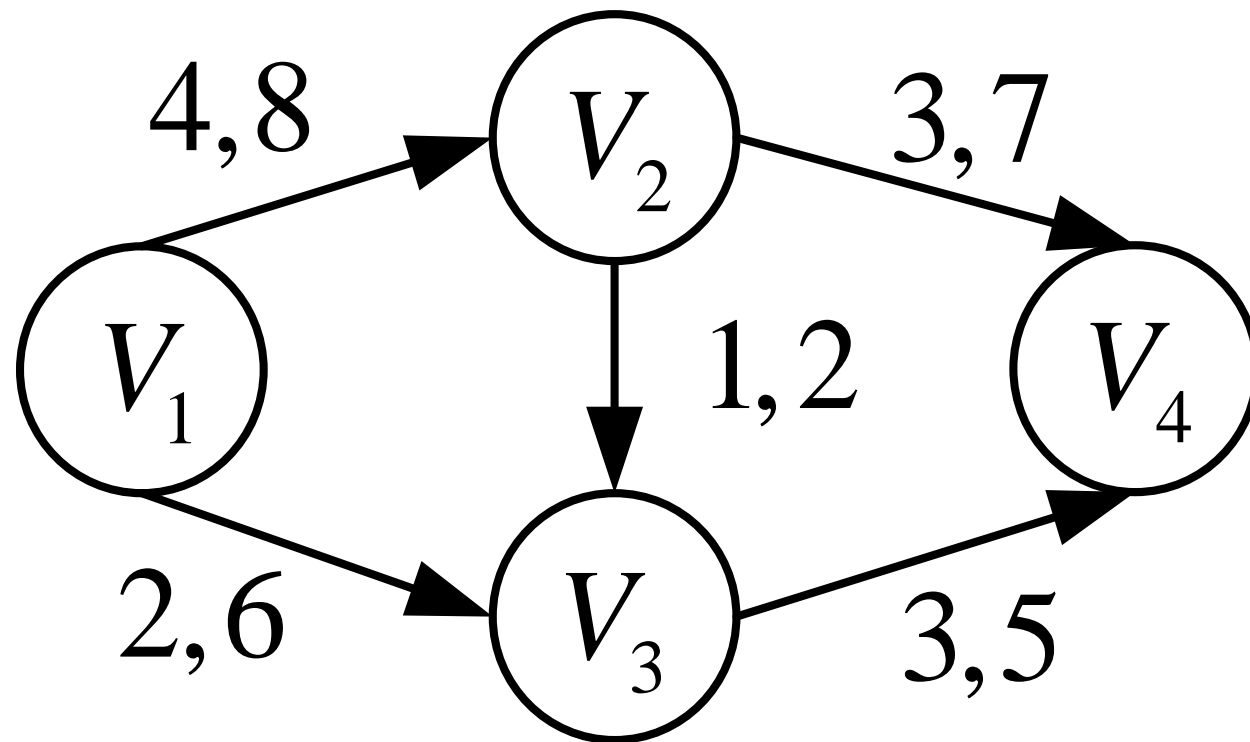
Шаг 3. Если увеличивающая цепь найдена, то увеличить поток вдоль найденной цепи по правилам увеличения потока и вернуться к началу шага 2.

Иначе, алгоритм закончить, максимальный поток найден.

$$K_{\max} = \sum_{V_j \in V} f(V_s, V_j) = \sum_{V_j \in V} f(V_j, V_T).$$

Конец алгоритма. Максимальный поток найден.

Пример поиска максимального потока в графе



Пример 1. Проверить, существует ли в графе поток?

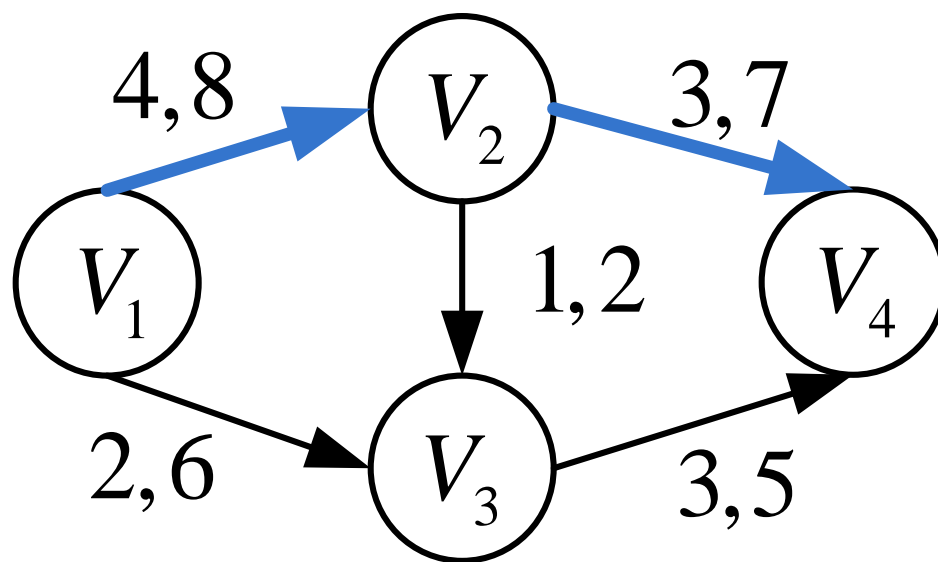
Соблюдены ли условия существования потока?

Существует ли увеличивающая цепь в графе?

Возможно ли увеличить поток в графе?

Пример поиска максимального потока в графе

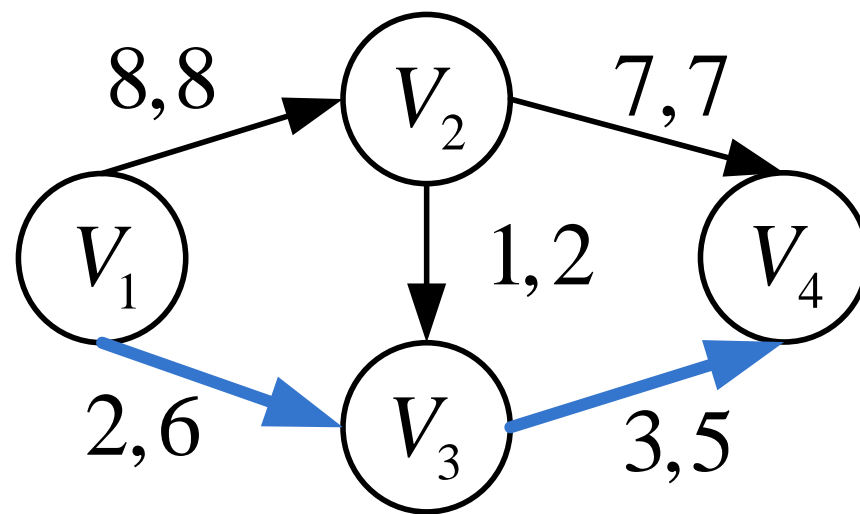
Начальный поток 6 единиц.



Первая увеличивающая цепь: $E_1 = \{ \langle V_1, V_2 \rangle, \langle V_2, V_4 \rangle \}$, $t_1 = 4$
(так как дуги являются прямыми, $t = c(V_i, V_j) - f(V_i, V_j)$).

Пример поиска максимального потока в графе

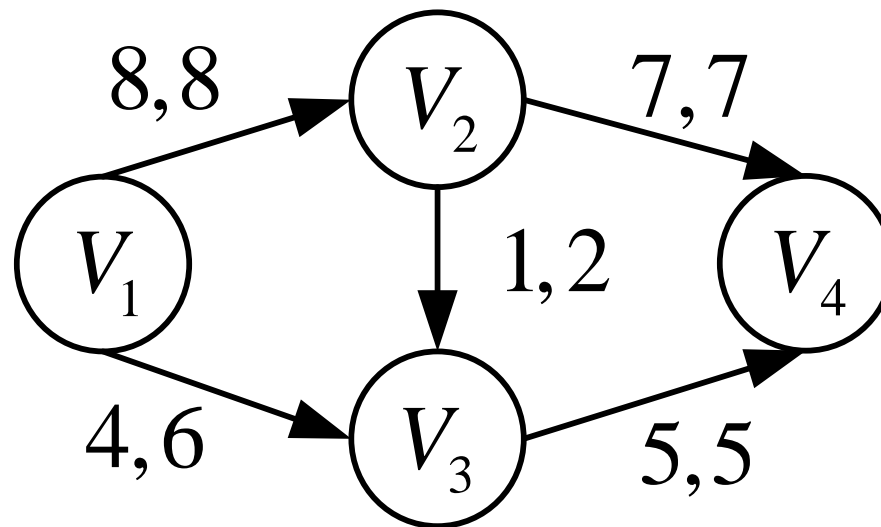
Поток из 10 единиц.



Вторая увеличивающая цепь: $E_2 = \{ \langle V_1, V_3 \rangle, \langle V_3, V_4 \rangle \}$,
 $t_2 = 2$.

Пример поиска максимального потока в графе

Поток из 12 единиц.



Поток в графе еще раз увеличить невозможно, следовательно, $K_{\max} = 12$ единиц потока.

Ответ. Максимальный поток равен 12 единицам, $K_{\max} = 12$.

Тема следующей лекции:

«Поток минимальной стоимости»