

## Формула полной вероятности, формула Байеса

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) P(A|H_i) \quad \begin{array}{l} H_i - \text{гипотеза}; \quad H_i H_j = \emptyset \quad i \neq j; \\ \bigcup_{i=1}^n H_i = \Omega \\ (\sum P(H_i) = 1) \end{array}$$

Формула Байеса:

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i) \cdot P(A|H_i)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) P(A|H_i)} \quad \begin{array}{l} - \text{вероятность} \\ \text{верги гипотезы} \end{array}$$

Задача 11. В группе 3 студента учатся отлично, 5 - хорошо и 12 - слабо.

Отличник с равной вероятностью может получить 5 или 4.  
Хорошист - с равной вероятностью 5, 4 или 3.  
Третий слабо успевающий - с равной вероятностью 3 или 2.  
Какова вероятность, что наудачу выбранный студент получил 4?

Какова вероятность, что он хорошо учился в семестре?

$H_1$  - выбран отличник

$H_2$  - выбран хорошист

$H_3$  - выбран третьи

$$P(H_i) = 1/3$$

$$P(A|H_1) = 1/2 \quad A = \{ \text{студент получил 4} \} \quad P(A|H_2) = 1/3 \quad P(A|H_3) = 0$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + P(H_3) \cdot P(A|H_3) = \\ = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{5}{18}$$

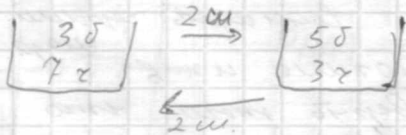
$$P(H_2|A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{5}{18}} = \frac{2}{5}$$

общая вероятность

Задача 12. В первой урне 3 б. и 7 ч. шаров, во второй - 5 б. и 3 ч.  
Из первой урны во вторую перекладывают 2 шара. Затем из второй урны в первую снова перекладывают 2 шара.  
Какова вероятность того, что в 1 урне снова 3 б. и 7 ч. шаров

Решение

$H_i$  - набор шаров, перекладываемый из 1 в 2



$$H_0 = \{ 0 \text{ белых} \} \quad P(H_0) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{21}{45}$$

$$H_1 = \{ 1 \text{ белый} \} \quad P(H_1) = \frac{C_3^1 C_7^1}{C_{10}^2} = \frac{21}{45}$$

$$H_2 = \{ 2 \text{ белых} \} \quad P(H_2) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}$$

$$P(A|H_0) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{10}{45}$$

$$P(A|H_1) = \frac{C_6^1 C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{24}{45}$$

$$P(A|H_2) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{21}{45}$$

$$P(A) = \frac{10}{45} \cdot \frac{21}{45} + \frac{24}{45} \cdot \frac{21}{45} + \frac{21}{45} \cdot \frac{3}{45} = \frac{777}{2025}$$

(6 сес. раз НН-201)

№13 Прибор состоит из 2х измерительных выключенных узлов.

Надежность первого узла = 0,9, второго - 0,8.

За время испытания зафиксирован отказ прибора.

Найти вероятность шд. событий:

а) отказом только первого узла

б) отказом одним узлом

в) отказом оба узла.

Решение



$H_0$  = 2 оба узла работают

$H_1$  = 1 отказал 1-й узел, второй работает

$H_2$  = 1 отказал 2-й узел, первый работает

$H_3$  = 2 отказали оба узла

$$P(H_0) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$$

$$P(A|H_0) = 0$$

$$P(H_1) = 0,1 \cdot 0,8 = 0,08$$

$$P(A|H_1) = 1$$

$$P(H_2) = 0,9 \cdot 0,2 = 0,18$$

$$P(A|H_2) = 1$$

$$P(H_3) = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02$$

$$P(A|H_3) = 1$$

$$P(A) = 0,72 \cdot 0 + 0,08 \cdot 1 + 0,18 \cdot 1 + 0,02 = 0,28$$

$$а) P(H_1/A) = \frac{0,08 \cdot 1}{0,28} = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}$$

$$б) P(H_2/A) + P(H_1/A) = \frac{8}{28} + \frac{18}{28} = \frac{26}{28} = \frac{13}{14}$$

$$в) P(H_3/A) = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

(6 сес. раз НН-202)

Задача 14 Три стрелки выстрелили одновременно по мишеням. Две пули попали.

Найти вероятность того, что третий стрелок попал в мишень, если вероятности попадания стрелками равные 0,6, 0,54, 0,4 соот-но.

Решение.  $A$  = 3 в мишень попал 2 пули

$H_0$  = 1 все три стрелки промазали  $P(H_0) = 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = 0,12$

$H_1$  = 1 1-попал, 2 и 3 - промазали  $P(H_1) = 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = 0,18$

$H_2$  = 2 2-попал, 3 и 1 - промазали  $P(H_2) = 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = 0,12$

$H_3$  = 3 3-попал, 1 и 2 - промазали  $P(H_3) = 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,4 = 0,08$

$H_4$  = 1 1 и 2 попали, 3 - промазал  $P(H_4) = 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = 0,18$

$H_5$  = 2 1 и 3 попали, 2 - промазал  $P(H_5) = 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,12$

$H_6$  = 3 2 и 3 попали, 1 - промазал  $P(H_6) = 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,4 = 0,08$

$H_7$  = 4 все три попали  $P(H_7) = 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,4 = 0,12$

$$P(A|H_0) = P(A|H_1) = P(A|H_2) = P(A|H_3) = 0$$

$$P(A|H_4) = P(A|H_5) = P(A|H_6) = P(A|H_7) = 1$$

$$P(A) = \sum_{i=0}^7 P(H_i) \cdot P(A|H_i) = 0,18 + 0,12 + 0,8 + 0,12 = 0,5$$

$$B = \{ \text{попал третий стрелок} \} = P(H_5/A) + P(H_6/A) + P(H_7/A)$$

$$P(H_5/A) = \frac{0,12 \cdot 1}{0,5} = \frac{12}{50} \quad P(H_6/A) = \frac{8}{50} \quad P(H_7/A) = \frac{12}{50}$$

$$P(B) = \frac{32}{50} = \frac{16}{25}$$

(4)