
Front matter

title: "Отчёт по лабораторной работе №2"
subtitle: "Задача о погоне, вариант 26"
author: "Маслова Анастасия Сергеевна"

Generic otions

lang: ru-RU
toc-title: "Содержание"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib
csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Pdf output format

toc: true # Table of contents
toc-depth: 2
lof: true # List of figures
lot: true # List of tables
fontsize: 12pt
linestretch: 1.5
papersize: a4
documentclass: scrreprt

I18n polyglossia

polyglossia-lang:
name: russian
options:
- spelling=modern
- babelshorthands=true
polyglossia-otherlangs:
name: english

I18n babel

babel-lang: russian
babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: PT Serif
romanfont: PT Serif
sansfont: PT Sans
monofont: PT Mono

mainfontoptions: Ligatures=TeX
romanfontoptions: Ligatures=TeX
sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase
monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true
biblio-style: "gost-numeric"
biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис."
tableTitle: "Таблица"
listingTitle: "Листинг"
lofTitle: "Список иллюстраций"
lotTitle: "Список таблиц"
lolTitle: "Листинги"

Misc options

indent: true
header-includes:

- \usepackage{indentfirst}
- \usepackage{float} # keep figures where there are in the text
- \floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text

Цель работы

Построение математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 15,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Теоретическое введение



Выполнение лабораторной работы

Выполнение лабораторной работы

Вывод уравнения

Запишем уравнение описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). Примем за $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, ($x_{k0} = k$) - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров (x_{k0}) ($\theta = x_{k0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение.

Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k-x$ (или $k+x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{k-x}{4.5v}$ (во втором случае $\frac{k+x}{4.5v}$).

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда расстояние можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{4.5v} \text{ -- в 1 случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{4.5v} \text{ -- во 2 случае}$$

Мы нашли два значения $x_1 = \frac{k}{5.5}$ и $x_2 = \frac{k}{3.5}$, для двух случаев.

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$.

Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $r \frac{d\theta}{dt}$.

$$v_\tau = \sqrt{20.25v^2 - v^2} = \sqrt{19.25}v$$

Так:

$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{29.25}v$$

Решение задачи сводится к решению системы:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{19.25}v \end{cases}$$

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

Или для второго:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

\$

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{19.25}}$$

Начальные условия остаются. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Поиск точки пересечения

Найдем точку пересечения траектории катера и лодки. Для этого нам нужно аналитическое решение дифф. ур., задающего траекторию движения катера.

Мы будем предполагать, что угол, под которым движется лодка, будет $\frac{3\pi}{4}$. Так как уравнение прямой задано через тангенс, а тангенс этого угла отрицательный, то для 1 случая подставим угол $\frac{7\pi}{4}$, а для 2 - $-\frac{\pi}{4}$

$$r = \frac{15.5}{5.5} e^{\frac{1}{\sqrt{19.25}} \theta} \quad \text{-- для случая (1)}$$

$$r = \frac{77.5}{22.5} e^{\left(5\pi \frac{1}{\sqrt{299}} + \frac{1}{\sqrt{19.25}}\right) \theta} \quad \text{-- для случая (2)}$$

В результате получим, что точки пересечения равны $(\frac{7\pi}{4}, 9.866586187954175)$ - при условии (1) и $(-\frac{\pi}{4}, 45.920933646372056)$ при условии (2).

Построение траектории

Ниже представлена реализация всего написанного выше на языке Julia.

```
using OrdinaryDiffEq
using Plots
#вариант 26

s = 15.5 #начальное расстояние от лодки до катера
fi = 3*pi/4

#функция, описывающая движение катера береговой охраны
f(u,p,t) = u/sqrt(19.25)

#начальные условия в случае 1 и 2 соответственно

r0_1 = s/5.5
r0_2 = s/3.5

tetha1 = (0.0, 2*pi)
tetha2 = (-pi, pi)

#определение и решение задачи Коши в обоих случаях
```

```

r1 = ODEProblem(f, r0_1, tetha1)
r2 = ODEProblem(f, r0_2, tetha2)

sol1 = solve(r1, Tsit5(), saveat=0.01)
sol2 = solve(r2, Tsit5(), saveat=0.01)

#функция, описывающая движение лодки браконьеров
f2(t) = tan(fi)*t
t = 0:0.01:15

#движение катера

plot(sol1.t, sol1.u,
proj=:polar,
lims=(0,13)
)

#движение лодки

plot!(fill(fi,length(t)), f2.(t))

solution1(t) = (r0_1)*exp(1/sqrt(19.25)*t)

solution2(t) = (r0_2*5)*exp(5*pi*sqrt(299)/299)*exp(1/sqrt(19.25)*t)

intersection_r1 = solution1(7*pi/4)
intersection_r2 = solution2(-pi/4)

println(intersection_r1)
println(intersection_r2)

#точка пересечения для первого случая - 9.866586187954175
#точка пересечения для второго случая - 45.920933646372056

```

В результате у меня получились две траектории движения катера для двух случаев (рис. 1 и 2).

	{ #fig:004 width=70%}
	{ #fig:005 width=70%}

Итог

В результате выполнения данной лабораторной работы я смогла построить математическую модель для выбора правильной стратегии в задаче о погоне.

Список литературы{.unnumbered}

::: {#refs}
:::