Výstava deskovek

V Kluži se každoročně koná velká Výstava deskovek, na které si návštěvníci mohou vyzkoušet širokou škálu nejnovějších deskových her. Letos je hlavním tahákem hra s názvem BoardOina.

Ve frontě čeká n natěšených hráčů, kteří si hru chtějí vyzkoušet. Hráči jsou očíslování od 0 do $n-1$ podle jejich pořadí ve frontě. Hráč 0 je na začátku fronty a hráč $n-1$ je na konci.

Existuje m *různých* **přátelství** mezi m páry hráčů ve frontě. Konkrétně se pro každé i mezi 0 a $n-1$ včetně hráč $x[i]$ a hráč $y[i]$ přátelí, kde $0 \leq x[i] < y[i] < n$. Přátelství jsou symetrická.

Uvažujme posloupnost k *po sobě jdoucích* hráčů ve frontě začínající hráčem s (pro libovolné s a k takové, že $0 \leq s < n$ a $1 \leq k \leq n-s$). Tato posloupnost hráčů tvoří **skupinu přátel** velikosti k, pokud je každá dvojice hráčů spojená posloupností přátelství uvnitř této skupiny přátel. Konkrétně tvoří hráči $s, s+1, \ldots, s+k-1$ skupinu přátel velikosti k, pokud pro každé u a v splňující $s \leq u < v < s+k$ existuje posloupnost hráčů $p[0], \ldots, p[l-1]$ taková, že:

- $l \geq 2$,
- $s \leq p[j] < s+k$ pro každé j od 0 do $l-1$ včetně,
- $p[0] = u$ a $p[l-1] = v$, a
- hráči $p[j]$ a $p[j+1]$ jsou přátelé pro každé j od 0 do $l-2$ včetně.

Všimněte si, že v případě, že $k=1$, tak hráč s sám o sobě tvoří skupinu přátel velikosti 1.

BoardOinu může hrát jakýkoliv počet hráčů. Protože ale organizátoři chtějí, aby hra byla úspěšná, tak ji nechávají hrát pouze skupiny přátel.

V jednu chvíli může hrát jen jedna skupina. Pro každou hru se utvoří skupina přátel začínající hráčem na začátku fronty, a tato skupina začne hrát. Hráči v této skupině přátel tedy frontu opustí. Tento proces se následně opakuje, dokud se fronta nevyprázdní. Formálně řekneme, že se fronta **dá rozdělit na g skupin přátel**, pokud existuje pole velikostí skupin $K = [K[0], K[1], \ldots, K[g-1]]$ takové, že:

- $g > 0$ a $K[j] > 0$ (pro každé j takové, že $0 \leq j < g$),
- $K[0] + K[1] + \ldots + K[g-1] = n$, a
- pro každé j mezi 0 a $g-1$ včetně hráči $s[j], s[j]+1, \ldots, s[j]+K[j]-1$ tvoří skupinu přátel velikosti $K[j]$, kde $s[0] = 0$ a dále $s[j] = K[0] + K[1] + \ldots + K[j-1]$.

Organizátoři chtějí počet skupin přátel, co si hru zahrají, *minimalizovat*. To je, chtějí frontu rozdělit na g skupin přátel tak, že není možné frontu rozdělit na $g-1$ (nebo méně) skupin přátel.

Vaším úkolem je najít rozdělení fronty na minimální počet skupin přátel a vrátit pole velikostí skupin.

Implementační podrobnosti

Máte implementovat následující funkci:

```
std::vector<int> partition_players(int n, int m, std::vector<int> X,
      std::vector<int> Y)
```

- n je počet hráčů ve frontě.
- m je počet přátelství.
- x a y jsou pole délky m popisující přátelství.
- Tato funkce má vrátit pole velikostí skupin, které reprezentuje rozdělení fronty na nejmenší možný počet skupin přátelství.
- Tato funkce bude zavolána právě jednou za každé spuštění programu.

Omezení

- $2 \leq n \leq 100\,000$
- $0 \leq m \leq 200\,000$
- $0 \leq x[i] < y[i] < n$ (pro každé i takové, že $0 \leq i < m$)
- Přátelství jsou různá. Jinými slovy, $x[i] \neq x[j]$ nebo $y[i] \neq y[j]$ (pro každé i a j takové, že $0 \leq i < j < m$).
- Pokud existuje více řešení s minimálním počtem skupin, tak můžete vrátit libovolné z nich.

Podúlohy

1. (5 bodů) $y[i] = x[i] + 1$ pro každé i od 0 do $m - 1$ včetně.
2. (7 bodů) $y[i] \leq x[i] + 2$ pro každé i od 0 do $m - 1$ včetně.
3. (6 bodů) $n \leq 300$ a $m \leq 600$.
4. (15 bodů) $n \leq 2\,000$ a $m \leq 4\,000$.
5. (34 bodů) Neexistují přátelství, co jsou *cyklické*. To je, pro každou posloupnost *různých* hráčů $p[0], p[1], \ldots, p[l-1]$ taková, že $l \geq 3$ a že pro každé $0 \leq j < l - 1$ jsou hráči $p[j]$ a $p[j+1]$ přátelé, tak hráči $p[0]$ a $p[l-1]$ přátelé **nejsou**.
6. (33 bodů) *Bez dalších omezení.*

Příklady

Příklad 1

Uvažujme následující volání:

```
partition_players(5, 3, {0, 1, 3}, {1, 4, 4})
```

V tomto příkladě se přátelí hráči 0 a 1, hráči 1 a 4 a hráči 3 a 4.

Hráč 2 nemá ve frontě žádné přátele, takže musí existovat skupina přátel složená ze samotného hráče 2, což znamená, že minimální počet skupin přátel je $g = 3$. Na druhou stranu mohou hráči 0 a 1 stejně jako hráči 3 a 4 tvořit skupinu přátel velikosti 2,

Tedy je možné frontu rozdělit na 3 skupiny přátel velikostí 2, 1 a 2, takže funkce může vrátit $[2, 1, 2]$.

Příklad 2

Uvažujme následující volání:

```
partition_players(7, 6, {0, 4, 2, 1, 2, 3}, {1, 5, 4, 5, 5, 6})
```

V tomto příkladě se přátelí hráči 0 a 1, hráči 4 a 5, hráči 2 a 4, hráči 1 a 5, hráči 2 a 5 a hráči 3 a 6.

Jediný přítel hráče 3 je hráč 6, takže každá skupina přátel obsahující hráče 3 je buď:

- skupina přátel velikosti 1 obsahující pouze hráče 3, nebo
- skupina přátel obsahující jak hráče 3 tak hráče 6.

Skupina přátel druhého typu musí obsahovat i hráče 4 a 5. To není možné, protože jediný přítel hráče 6 je hráč 3, takže hráč 3 není spojený s hráči 4 a 5 posloupností přátelství,

Tedy musí hráč 3 být umístěn ve skupině přátel o velikosti 1. Obdobně, hráč 6 musí být také umístěn ve skupině přátel velikosti 1, tedy počet skupin přátel v rozdělení musí být alespoň 4.

Hráči 0, 1 a 2 netvoří skupinu přátel velikosti 3, jelikož ani hráč 0 ani hráč 1 nejsou spojeni s hráčem 2 posloupností přátelství uvnitř skupiny. To by neplatilo, kdyby ve skupině byl hráč číslo 5, ale jelikož hráči 3 a 4 jistě budou v různých skupinách, tak se to stát nemlže. Tedy musí počet skupin přátel v rozdělení být alespoň 5.

Na na druhou stranu, hráči 0 a 1 a hráči 4 a 5 tvoří dvě skupiny přátel velikosti 2. Tedy je možné frontu rozdělit na 5 skupin přátel o velikostech 2, 1, 1, 2 a 1. Funkce tedy může vrátit $[2, 1, 1, 2, 1]$.

Ukázkový grader

Ukázkový grader čte vstup v tomto formátu:

- řádek 1: $n\ m$
- řádek $2 + i$ ($0 \leq i < m$): $x[i]\ y[i]$

Nechť jsou prvky pole vráceného `partition_players` označeny $K[0], K[1], \ldots, K[g-1]$, pro nějaké nezáporné g. Výstup ukázkového graderu je v tomto formátu:

- řádek 1: g
- řádek 2: $K[0]\ K[1]\ \ldots\ K[g-1]$