Sajam društvenih igara

Svake godine se u Kluž-Napoki organizuje veliki sajam društvenih igara na kome se prikazuje velika kolekcija novih igara. Ove godine je glavna atrakcija igra koja se zove TablaManija.

U redu se nalazi n igrača, koji čekaju da probaju novu igru. Igrači su numerisani brojevima od 0 do $n-1$ u redosledu u kome se nalaze u redu. Igrač 0 je na početku reda, dok je igrač $n-1$ na kraju reda.

Pored toga postoji m *različitih* **prijateljskih veza** između m parova igrača koji se nalaze u redu (i oni definišu **relaciju prijateljstva**). Preciznije, za svako i između 0 i $m-1$, uključujući i njih, igrač $x[i]$ i igrač $y[i]$ su prijatelji. Za ove brojeve važi uslov $0 \leq x[i] < y[i] < n$. Relacija prijateljstva je simetrična.

Posmatrajmo niz od k *uzastopnih* igrača u redu počevši od igrača broj s (za neke s i k takve da važi $0 \leq s < n$ i $1 \leq k \leq n-s$). Ovaj niz igrača obrazuje **grupu prijatelja** veličine k ako su svaka dva od njih povezani sekvencom prijateljskih veza. Preciznije, igrači $s, s+1, \ldots, s+k-1$ obrazuju grupu prijatelja veličine k ako, za svako u i v takve da je $s \leq u < v < s+k$, postoji niz igrača $p[0], \ldots, p[l-1]$ tako da važi:

- $l \geq 2$;
- $s \leq p[j] < s+k$ za svako j između 0 i $l-1$, uključujući i njih;
- $p[0] = u$ i $p[l-1] = v$;
- igrači $p[j]$ i $p[j+1]$ su prijatelji za svako j između 0 i $l-2$, ukjučujući i njih.

Primetite da ako je $k=1$, igrač s sam za sebe formira grupu veličine 1.

TablaManiju može da igra sa proizvoljno mnogo igrača. Međutim, da bi igru učinili zanimljivijom, organizatori su dozvolili da igraju samo grupe prijatelja.

U bilo kom trenutku može igrati samo jedna grupa. U svakoj igri, formira se grupa prijatelja koja počinje od igrača koji se nalazi na početku reda i oni počinju igru. Svi igrači koji se nalaze u formiranoj grupi se izbacuju iz reda. Ovaj proces se ponavlja sve dok red ne postane prazan. Formalno, kažemo da red **može biti podeljen u** g **grupa prijatelja** ako postoji niz veličina grupa, $K = [K[0], K[1], \ldots, K[g-1]]$, tako da je svaki od sledećih uslova zadovoljen.

- $g > 0$ i $K[j] > 0$ (za svako j tako da važi $0 \leq j < g$);
- $K[0] + K[1] + \ldots + K[g-1] = n$;
- za svako j između 0 i $g-1$, uključujući i njih, igrači $s[j], s[j]+1, \ldots, s[j]+K[j]-1$ obrazuju grupu prijatelja veličine $K[j]$, gde je $s_0 = 0$, a za ostale vrednosti j je $s_j = K[0] + K[1] + \ldots + K[j-1]$.

Organizatori žele da *minimizuju* broj grupa prijatelja koji igraju igru. Tačnije, oni žele da podele red u g grupa prijatelja tako da nije moguće podeliti red u $g-1$ (ili manje) grupa prijatelja.

Tvoj zadatak je da odrediš podelu reda igrača u minimalni broj grupa prijatelja i da vratiš niz sa veličinama grupa.

Detalji implementacije

Ti treba da implementiraš sledeće procedure.

```
std::vector< int> partition_players(int n, int m, std::vector< int> X, std::vector< int> Y)
```

gde je

- n: broj igrača u redu.
- m: broj veza - parova prijatelja.
- x, y: nizovi dužine m koji opisuju relaciju prijateljstva.
- Ova procedura treba da vrati niz sa veličinama grupa, koji predsavlja podelu reda igrača u minimalni broj grupa prijatelja.
- Ova procedura se poziva tačno jednom za svaku test instancu.

Ograničenja

- $2 \leq n \leq 100\,000$
- $0 \leq m \leq 200\,000$
- $0 \leq x[i] < y[i] < n$ (za svako i tako da je $0 \leq i < m$)
- Parovi prijatelja su različiti. Drugim rečima, $x[i] \neq x[j]$ ili $y[i] \neq y[j]$ (za svako i i j tako da važi $0 \leq i < j < m$).
- Ako postoji više rešenja sa minimalnim brojem grupa, možete vratiti bilo koje ispravno rešenje.

Podzadaci

1. (5 bodova) $y[i] = x[i] + 1$ za svako i između 0 i $m - 1$, uključujući i njih.
2. (7 bodova) $y[i] \leq x[i] + 2$ za svako i između 0 i $m - 1$, uključujući i njih.
3. (6 bodova) $n \leq 300$ i $m \leq 600$
4. (15 bodova) $n \leq 2\,000$ i $m \leq 4\,000$
5. (34 boda) Ne postoje veze prijateljstva koje su *ciklične*. Naime, za svaki niz *različitih* igrača $p[0], p[1], \ldots, p[l-1]$, tako da je $l \geq 3$ i za svako $0 \leq j < l - 1$ igrači $p[j]$ i $p[j+1]$ jesu prijatelji, igrači $p[0]$ i $p[l-1]$ **nisu** prijatelji.
6. (33 boda) Nema dodatnih ograničenja.

Primeri

Primer 1

Posmatrajmo sledeći poziv procedure:

```
partition_players(5, 3, [0, 1, 3], [1, 4, 4])
```

U ovom primeru, igrači 0 i 1, igrači 1 i 4, i igrači 3 i 4 su prijatelji.

Igrač 2 nema prijatelja u redu, i zato se mora formirati grupa u kojoj je samo igrač 2, što znači da je minimalni broj grupa prijatelja $g = 3$. S druge strane, igrači 0 i 1, kao i igrači 3 i 4 mogu formirati grupe veličine 2.

Tako zaključujemo da red može biti podeljen u 3 grupe prijatelja čije su veličine 2, 1 i 2, pa procedura može da vrati niz $[2, 1, 2]$.

Primer 2

Posmatrajmo sledeći poziv procedure:

```
partition_players(7, 6, [0, 4, 2, 1, 2, 3], [1, 5, 4, 5, 5, 6])
```

U ovom primeru, igrači 0 i 1, igrači 4 i 5, igrači 2 i 4, igrači 1 i 5, igrači 2 i 5 i igrači 3 i 6 su prijatelji.

Jedini prijatelj igrača 3 je igrač 6, tako da grupa prijatelja koja sadrži igrača broj 3 je

- grupa veličine 1 koja sadrži samo igrača 3, ili
- grupa koja sadrži i igrača 3 i igrača 6.

Grupa igrača u drugoj varijanti bi morala da sadrži i igrače 4 i 5. Ali to nije moguće, jer je jedini prijatelj igrača 6 igrač 3, tako da igrač 3 nije povezan sa igračima 4 i 5 nizom koji predstavlja niz prijateljstava.

Zbog toga, igrač 3 mora biti smešten u grupu veličine 1. Slično, igrač 6 mora biti stavljen u grupu veličine 1, pa je zato broj grupa prijatelja bar 4.

Igrači 0, 1 i 2 ne mogu da obrazuju grupu veličine 3, jer nijedan od igrača 0 i 1 nije povezan sa igračem 2 sekvencom parova prijatelja. To ne bi bio slučaj da je 5 u grupi, ali pošto će 3 i 4 definitivno biti u različitim grupama, to se nikad neće desiti. Zbog toga je broj grupa u podeli bar 5.

S druge strane, igrači 0 i 1, i igrači 4 i 5 formiraju dve grupe veličine 2. Tako red može biti podeljen u 5 grupa prijatelja pri čemu su veličine grupa 2, 1, 1, 2 i 1. Tako procedura može vratiti niz $[2, 1, 1, 2, 1]$.

Priloženi grejder

Grejder koji imate na raspolaganju čita ulaz u sledećem formatu:

- red 1: $n \; m$
- red $2 + i$ ($0 \leq i < m$): $x[i] \; y[i]$

Neka su elementi niza koji je vratila procedura `partition_players` brojevi $K[0], K[1], \ldots, K[g-1]$ za neko nenegativno g. Izlaz koji ispisuje grejder ima sledeći format:

- red 1: g
- red 2: $K[0] \; K[1] \; \ldots \; K[g-1]$