

# Виставка Настільних Ігор

Щороку в Клуж-Напоці відбувається велика Виставка Настільних Ігор, на якій представлено широкий вибір нових ігор. Головною родзинкою цього року є гра під назвою BoardOina.

У черзі на гру стоїть n гравців. Гравці пронумеровані від 0 до n-1 у порядку черги. Гравець 0 стоїть першим, а гравець n-1 — останнім.

Існує m pізних дружніх зв'язків між <math>m парами гравців у черзі. Зокрема, для кожного i від 0 до m-1 включно, гравці x[i] і y[i] є друзями, де  $0 \le x[i] < y[i] < n$ . Дружба є взаємною.

Розглянемо послідовність з k послідовних гравців у черзі, починаючи з гравця s (для будь-яких s і k, таких що  $0 \le s < n$  і  $1 \le k \le n - s$ ). Ця послідовність утворює **дружню групу** розміру k, якщо для будь-якої пари гравців серед них існує послідовність дружніх зв'язків у межах цієї групи. Зокрема, гравці  $s, s+1, \ldots, s+k-1$  утворюють дружню групу розміру k, якщо для кожних u і v таких, що  $s \le u < v < s+k$ , існує послідовність гравців  $p[0], \ldots, p[l-1]$  така, що:

- l > 2:
- $s \leq p[j] < s+k$  для кожного j від 0 до l-1 включно;
- p[0] = u i p[l-1] = v;
- гравці p[j] і p[j+1] є друзями для кожного j від 0 до l-2 включно.

Зверніть увагу: у випадку k=1 гравець s сам утворює дружню групу розміру 1.

У BoardOina може грати будь-яка кількість гравців. Однак, щоб гра виглядала цікавіше, організатори дозволяють грати лише дружнім групам.

Одночасно може грати лише одна група. Для кожної гри формується дружня група, починаючи з гравця на початку черги, і вона одразу починає гру. Ці гравці видаляються з черги. Процес повторюється, поки черга не спорожніє. Формально, чергу можна розбити на g дружніх груп, якщо існує масив розмірів груп  $K = [K[0], K[1], \ldots, K[g-1]]$ , такий що виконуються всі умови:

- g>0 та K[j]>0 для кожного j такого, що  $0\leq j< g$ ;
- $K[0] + K[1] + \ldots + K[g-1] = n$ ;
- для кожного j від 0 до g-1 включно, гравці  $s[j],s[j]+1,\ldots,s[j]+K[j]-1$  утворюють дружню групу розміру K[j], де s[0]=0, а далі  $s[j]=K[0]+K[1]+\ldots+K[j-1]$ .

Організатори хочуть *мінімізувати* кількість дружніх груп, які гратимуть у гру. Тобто, вони прагнуть розбити чергу на g дружніх груп так, щоб неможливо було зробити це з меншою кількістю груп.

Ваше завдання — знайти розбиття черги на мінімальну кількість дружніх груп і вивести масив розмірів груп.

# Деталі реалізації

Вам слід реалізувати наступну процедуру:

```
std::vector<int> partition players(int n, int m, std::vector<int> X, std::vector<int> Y)
```

- n: кількість гравців у черзі.
- *m*: кількість дружніх зв'язків.
- x, y: масиви довжини m, які описують дружні зв'язки.
- Ця процедура має повернути масив розмірів груп, що задає розбиття черги на мінімальну кількість дружніх груп.
- Ця процедура викликається рівно один раз для кожного тесту.

## Обмеження

- $2 \le n \le 100000$
- $0 \le m \le 200\,000$
- ullet  $0 \leq x[i] < y[i] < n$  для кожного i такого, що  $0 \leq i < m$
- ullet Усі дружні зв'язки різні. Інакше кажучи, x[i] 
  eq x[j] або y[i] 
  eq y[j] для кожного i і j, таких що  $0 \le i < j < m$ .
- Якщо існує декілька коректних розбиттів з мінімальною кількістю груп, можна повернути будь-яке з них.

# Підзадачі

- 1. (5 балів) y[i] = x[i] + 1 для кожного i від 0 до m-1 включно.
- 2. (7 балів)  $y[i] \leq x[i] + 2$  для кожного i від 0 до m-1 включно.
- 3. (6 балів)  $n \leq 300$  і  $m \leq 600$
- 4. (15 балів)  $n \leq 2\,000$  і  $m \leq 4\,000$
- 5. (34 бали) Відсутні дружні зв'язки, які утворюють *цикл*. Тобто, для будь-якої послідовності pізних гравців  $p[0], p[1], \ldots, p[l-1]$ , де  $l \geq 3$  і для кожного  $0 \leq j < l-1$  гравці p[j] і p[j+1] є друзями, гравці p[0] і p[l-1] не є друзями.
- 6. (33 бали) Без додаткових обмежень.

## Приклади

#### Приклад 1

Розглянемо виклик:

```
partition_players(5, 3, {0, 1, 3}, {1, 4, 4})
```

У цьому прикладі гравці 0 і 1, 1 і 4, а також 3 і 4 є друзями.

Гравець 2 не має друзів у черзі, тому мусить бути окрема група лише з гравцем 2, тож мінімальна кількість груп g=3. З іншого боку, 0 і 1, а також 3 і 4 можуть бути групами по двоє.

Отже, чергу можна розбити на 3 групи розмірів 2,1 і 2, тому процедура може повернути [2,1,2].

### Приклад 2

Розглянемо виклик:

```
partition_players(7, 6, {0, 4, 2, 1, 2, 3}, {1, 5, 4, 5, 5, 6})
```

У цьому прикладі гравці 0 і 1, 4 і 5, 2 і 4, 1 і 5, 2 і 5, 3 і 6  $\varepsilon$  друзями.

Єдиний друг гравця 3 — це гравець 6, отже будь-яка група з гравцем 3 — це або:

- група розміром 1, яка містить тільки 3, або
- група з 3 та 6.

У другому випадку група мала б також містити 4 і 5, але це неможливо, бо єдиний друг 6 — це 3, тож 3 не з'єднаний із 4 та 5 послідовністю дружніх зв'язків.

Отже, 3 повинен бути в окремій групі розміром 1. Аналогічно, 6 також повинен бути в окремій групі, тож мінімум 4 групи.

Гравці 0,1 і 2 не можуть утворити групу з 3 осіб, оскільки 0 і 1 не зв'язані з 2 послідовністю дружніх зв'язків в межах цієї групи. Це було б можливо, якби 5-й гравець також був у групі, але оскільки 3 і 4 гарантовано будуть в різних групах, то це неможливо. Отже, мінімум 5 груп.

3 іншого боку, 0 і 1, а також 4 і 5 утворюють дві дружні групи розміром 2. Отже, чергу можна розбити на 5 груп розмірів 2, 1, 1, 2 і 1. Процедура може повернути [2,1,1,2,1].

## Приклад градера

Зчитує вхідні дані у наступному форматі:

- рядок 1: n m
- рядки 2 + i ( $0 \le i < m$ ):  $x[i] \ y[i]$

Нехай елементи масиву, який повертає partition\_players це  $K[0], K[1], \ldots, K[g-1]$  для деякого додатного g. Вивід градера має такий формат:

- рядок 1: q
- рядок  $2:K[0]\ K[1]\ \dots\ K[g-1]$