

# Boardgame Expo

Svake godine na Krku održavaju se brojna natjecanja, bilo da se radi o ping-pongu, Estimathonu ili Clash Royaleu. Glavna atrakcija ove godine je igra nazvana MalnarOina.

$n$  igrača stoji u redu, čekajući da isprobaju igru. Igrači su označeni brojevima od  $0$  do  $n - 1$  redom u kojem stoje. Igrač  $0$  nalazi se na početku reda, dok je igrač  $n - 1$  na njegovu kraju.

Postoji  $m$  različitih **prijateljstava** između  $m$  parova igrača u redu. Točnije, za svaki  $i$  od  $0$  do  $m - 1$ , igrač  $x[i]$  i igrač  $y[i]$  su prijatelji, pri čemu vrijedi  $0 \leq x[i] < y[i] < n$ . Prijateljstva su simetrična.

Razmotrimo niz od  $k$  uzastopnih igrača u redu, počevši od igrača  $s$  (za bilo koje  $s$  i  $k$  takve da  $0 \leq s < n$  i  $1 \leq k \leq n - s$ ). Taj niz igrača čini **prijateljsku grupu** veličine  $k$  ako su bilo koja dva od njih povezana nizom prijateljstava. Točnije, igrači  $s, s + 1, \dots, s + k - 1$  čine prijateljsku grupu veličine  $k$  ako za svaki  $u$  i  $v$  takve da  $s \leq u < v < s + k$ , postoji niz igrača  $p[0], \dots, p[l - 1]$  takav da vrijedi:

- $l \geq 2$ ;
- $s \leq p[j] < s + k$  za svaki  $j$  od  $0$  do  $l - 1$ , uključivo;
- $p[0] = u$  i  $p[l - 1] = v$ ;
- igrači  $p[j]$  i  $p[j + 1]$  su prijatelji za svaki  $j$  od  $0$  do  $l - 2$ , uključivo.

Napomena: u slučaju kada je  $k = 1$ , igrač  $s$  sam čini prijateljsku grupu veličine  $1$ .

MalnarOina se može igrati s bilo kojim brojem igrača. Nakon trijumfalne pobjede u Clash Royaleu, Dino je odlučio organizirati turnir u ovoj igri. Kako bi stvari bile zanimljivije, ovu igru smiju igrati samo prijateljske grupe.

U svakom trenutku igra samo jedna grupa. Za svaku igru, formira se prijateljska grupa koja počinje s igračem na početku reda i započinje igru. Igrači iz te prijateljske grupe uklanjaju se iz reda. Taj se postupak ponavlja sve dok red ne postane prazan. Formalno, kažemo da se red može **podijeliti na  $g$  prijateljskih grupa** ako postoji niz veličina grupa  $K = [K[0], K[1], \dots, K[g - 1]]$  takav da vrijede svi sljedeći uvjeti:

- $g > 0$  i  $K[j] > 0$  (za svaki  $j$  takav da  $0 \leq j < g$ );
- $K[0] + K[1] + \dots + K[g - 1] = n$ ;
- za svaki  $j$  između  $0$  i  $g - 1$ , uključivo, igrači  $s[j], s[j] + 1, \dots, s[j] + K[j] - 1$  čine prijateljsku grupu veličine  $K[j]$ , gdje je  $s[0] = 0$ , a inače  $s[j] = K[0] + K[1] + \dots + K[j - 1]$ .

Dino želi *minimizirati* broj prijateljskih grupa koje će igrati igru. Drugim riječima, želi podijeliti red na  $g$  prijateljskih grupa tako da nije moguće red podijeliti na  $g - 1$  (ili manje) grupa.

Tvoj zadatak je pronaći takvu podjelu reda u najmanji mogući broj prijateljskih grupa i ispisati niz veličina tih grupa.

## Detalji implementacije

Vaš je zadatak implementirati sljedeću proceduru:

```
std::vector<int> partition_players(int n, int m, std::vector<int> X,  
                                std::vector<int> Y)
```

- $n$ : broj igrača u redu.
- $m$ : broj prijateljstava.
- $x, y$ : nizovi duljine  $m$  koji opisuju prijateljske veze.
- Ova procedura treba vratiti niz veličina grupa koji predstavlja podjelu reda igrača u najmanji mogući broj prijateljskih grupa.
- Ova se procedura poziva točno jednom za svaki testni primjer.

## Ograničenja

- $2 \leq n \leq 100\,000$
- $0 \leq m \leq 200\,000$
- $0 \leq x[i] < y[i] < n$  (za svaki  $i$  takav da  $0 \leq i < m$ )
- Prijateljstva su različita. Drugim riječima,  $x[i] \neq x[j]$  ili  $y[i] \neq y[j]$  (za svake  $i$  i  $j$  takve da  $0 \leq i < j < m$ ).
- Ako postoji više rješenja s najmanjim mogućim brojem grupa, možete vratiti bilo koje.

## Bodovanje

1. (5 bodova)  $y[i] = x[i] + 1$  za svaki  $i$  od 0 do  $m - 1$ , uključivo.
2. (7 bodova)  $y[i] \leq x[i] + 2$  za svaki  $i$  od 0 do  $m - 1$ , uključivo.
3. (6 bodova)  $n \leq 300$  i  $m \leq 600$
4. (15 bodova)  $n \leq 2\,000$  i  $m \leq 4\,000$
5. (34 boda) Nema prijateljstava koja su *ciklična*. To jest, za bilo koji niz *različitih* igrača  $p[0], p[1], \dots, p[l - 1]$ , gdje je  $l \geq 3$  i za svaki  $0 \leq j < l - 1$  igrači  $p[j]$  i  $p[j + 1]$  su prijatelji, igrači  $p[0]$  i  $p[l - 1]$  **nisu** prijatelji.
6. (33 boda) Nema dodatnih ograničenja.

## Primjeri

### Primjer 1

Razmotrimo sljedeći poziv:

```
partition_players(5, 3, {0, 1, 3}, {1, 4, 4})
```

U ovom primjeru, igrači 0 i 1, igrači 1 i 4, te igrači 3 i 4 su prijatelji.

Igrač 2 nema prijatelja u redu, stoga mora postojati prijateljska grupa koju čini samo igrač 2, što znači da je minimalan broj prijateljskih grupa  $g = 3$ . S druge strane, igrači 0 i 1, kao i igrači 3 i 4, mogu formirati prijateljske grupe veličine 2.

Prema tome, red se može podijeliti u 3 prijateljske grupe veličina 2, 1 i 2, pa procedura može vratiti  $[2, 1, 2]$ .

## Primjer 2

Razmotrimo sljedeći poziv:

```
partition_players(7, 6, {0, 4, 2, 1, 2, 3}, {1, 5, 4, 5, 5, 6})
```

U ovom primjeru, igrači 0 i 1, igrači 4 i 5, igrači 2 i 4, igrači 1 i 5, igrači 2 i 5 te igrači 3 i 6 su prijatelji.

Jedini prijatelj igrača 3 je igrač 6, pa bilo koja prijateljska grupa koja sadrži igrača 3 može biti:

- prijateljska grupa veličine 1 koja sadrži samo igrača 3, ili
- prijateljska grupa koja sadrži i igrače 3 i 6.

Grupa iz drugog slučaja bi također morala sadržavati igrače 4 i 5. To nije moguće jer je jedini prijatelj igrača 6 upravo igrač 3, pa igrač 3 nije povezan nizom prijateljstava s igračima 4 i 5.

Prema tome, igrač 3 mora biti u prijateljskoj grupi veličine 1. Slično, i igrač 6 mora biti u grupi veličine 1, pa je broj prijateljskih grupa u podjeli najmanje 4.

Igrači 0, 1 i 2 ne čine prijateljsku grupu veličine 3, jer niti igrač 0 niti igrač 1 nisu povezani s igračem 2 nizom prijateljstava unutar grupe. To ne bi bio slučaj da je igrač 5 u grupi, no to nije tako. Dakle, broj prijateljskih grupa u podjeli je najmanje 5.

S druge strane, igrači 0 i 1, kao i igrači 4 i 5, čine dvije prijateljske grupe veličine 2. Prema tome, red se može podijeliti u 5 prijateljskih grupa veličina 2, 1, 1, 2 i 1. Procedura može vratiti  $[2, 1, 1, 2, 1]$ .

## Probni ocjenjivač

Probni ocjenjivač čita ulaz u sljedećem formatu:

- redak 1:  $n$   $m$
- redak  $2 + i$  ( $0 \leq i < m$ ):  $x[i]$   $y[i]$

Neka su elementi niza kojeg vraća funkcija `partition_players`  $K[0], K[1], \dots, K[g-1]$  za neki nenegativni  $g$ . Izlaz primjernog ocjenjivača je u sljedećem formatu:

- redak 1:  $g$
- redak 2:  $K[0] \ K[1] \ \dots \ K[g-1]$