

## Boardgame Expo

În fiecare an în Cluj-Napoca are loc o mare expoziție de Boardgame-uri, prezentând o selecție largă de noi jocuri. Cel mai așteptat joc de anul acesta se cheamă BoardOina.

Pentru a încerca noul joc, s-au așezat la coadă  $n$  jucători. Jucătorii sunt numerotați de la 0 la  $n - 1$  în ordinea lor din coadă. Jucătorul 0 se află la începutul cozii iar jucătorul  $n - 1$  se află la sfârșitul acesteia.

Există  $m$  **relații de prietenie** *distincte* între  $m$  perechi de jucători din coadă. Mai exact, pentru fiecare  $i$  de la 0 la  $m - 1$  inclusiv, jucătorul  $x[i]$  și jucătorul  $y[i]$  sunt prieteni, unde  $0 \leq x[i] < y[i] < n$ . Relațiile de prietenie sunt simetrice.

Fie o secvență de  $k$  jucători *consecutivi* din coadă pornind de la jucătorul  $s$  (pentru orice  $s$  și  $k$  cu proprietatea că  $0 \leq s < n$  și  $1 \leq k \leq n - s$ ). Această secvență de jucători formează un **grup de prieteni** de mărime  $k$  dacă pentru toate perechile de doi jucători cei doi sunt conectați de o secvență de relații de prietenie. Mai exact, jucătorii  $s, s + 1, \dots, s + k - 1$  formează un grup de prieteni de mărime  $k$  dacă, pentru oricare  $u$  și  $v$  astfel încât  $s \leq u < v < s + k$ , există o secvență de jucători  $p[0], \dots, p[l - 1]$  astfel încât:

- $l \geq 2$ ;
- $s \leq p[j] < s + k$  pentru fiecare  $j$  de la 0 la  $l - 1$  inclusiv;
- $p[0] = u$  și  $p[l - 1] = v$ ;
- jucătorii  $p[j]$  și  $p[j + 1]$  sunt prieteni pentru fiecare  $j$  de la 0 la  $l - 2$  inclusiv.

A se observa că în cazul  $k = 1$ , jucătorul  $s$  formează de unul singur un grup de prieteni de mărime 1.

BoardOina se poate juca în oricâți jucători. În schimb, ca jocul să devină cât mai de succes, organizatorii vor permite doar grupuri de prieteni să îl joace.

Jocul poate fi jucat doar de câte un grup deodată. În fiecare joc, un grup de prieteni va fi format pornind de la jucătorul de la începutul cozii și va începe să joace acest joc. Jucătorii din acest grup de prieteni vor fi înlăturați din coadă. Acest procedeu va fi repetat până când coada va fi golită. În alte cuvinte, vom spune că coada **poate fi partiționată în  $g$  grupuri de prieteni** dacă există un șir de mărimi de grup,  $K = [K[0], K[1], \dots, K[g - 1]]$ , astfel încât fiecare din următoarele condiții este îndeplinită .

- $g > 0$  and  $K[j] > 0$  (pentru fiecare  $j$  astfel încât  $0 \leq j < g$ );
- $K[0] + K[1] + \dots + K[g - 1] = n$ ;
- pentru fiecare  $j$  între 0 și  $g - 1$  inclusiv, jucătorii  $s[j], s[j + 1], \dots, s[j + K[j] - 1]$  formează un grup de prieteni de mărime  $K[j]$ , unde  $s[0] = 0$  și în rest  $s[j] = K[0] + K[1] + \dots + K[j - 1]$ .

Organizatorii doresc să *minimizeze* numărul de grupuri de prieteni care vor juca jocul. Așadar, ei doresc să partiționeze coada în  $g$  grupuri de prieteni astfel încât nu este posibilă partiționarea cozii în  $g - 1$  (sau mai puține) grupuri de prieteni.

Misiunea ta este să găsești o partiționare a cozii într-un număr minim de grupuri de prieteni, și să comunicî șirul mărimilor grupurilor.

## Detalii de implementare

Trebuie să implementați următoarea funcție:

```
std::vector< int> partition_players(int n, int m, std::vector< int> X, std::vector< int> Y)
```

- $n$ : numărul de jucători din coadă.
- $m$ : numărul de relații de prietenie.
- $x, y$ : șirurile de lungime  $m$  descriind relațiile de prietenie.
- Această funcție va returna un șir de mărimi de grupuri, reprezentând o partiție a cozii jucătorilor într-un număr minim de grupuri de prieteni.
- Această funcție este apelată exact odată pentru fiecare test.

## Restricții

- $2 \leq n \leq 100\,000$
- $0 \leq m \leq 200\,000$
- $0 \leq x[i] < y[i] < n$  (pentru fiecare  $i$  astfel încât  $0 \leq i < m$ )
- Relațiile de prietenie sunt distincte. În alte cuvinte,  $x[i] \neq x[j]$  sau  $y[i] \neq y[j]$  (pentru fiecare  $i$  și  $j$  astfel încât  $0 \leq i < j < m$ ).
- Dacă există mai multe soluții cu număr minim de grupuri, puteți returna orice soluție validă.

## Subtaskuri

1. (5 puncte)  $y[i] = x[i] + 1$  pentru fiecare  $i$  de la 0 la  $m - 1$  inclusiv.
2. (7 puncte)  $y[i] \leq x[i] + 2$  pentru fiecare  $i$  de la 0 la  $m - 1$  inclusiv.
3. (6 puncte)  $n \leq 300$  și  $m \leq 600$
4. (15 puncte)  $n \leq 2\,000$  și  $m \leq 4\,000$
5. (34 puncte) Nu există relații de prietenie care să fie *ciclice*. Altfel spus, pentru orice secvență de jucători *distincti*  $p[0], p[1], \dots, p[l - 1]$ , astfel încât  $l \geq 3$  și pentru toți  $0 \leq j < l - 1$  jucătorii  $p[j]$  și  $p[j + 1]$  sunt prieteni, jucătorii  $p[0]$  și  $p[l - 1]$  **nu** sunt prieteni.
6. (33 puncte) Fără restricții adiționale.

## Exemple

### Exemplul 1

Considerați următoarea apelare:

```
partition_players(5, 3, {0, 1, 3}, {1, 4, 4})
```

În acest exemplu, jucătorii 0 și 1, jucătorii 1 și 4, și jucătorii 3 și 4 sunt prieteni.

Jucătorul 2 nu are niciun prieten în coadă, așadar trebuie să existe un grup de prieteni format din doar jucătorul 2, ceea ce înseamnă că numărul minim de grupuri de prieteni este  $g = 3$ . Pe de altă parte, jucătorii 0 și 1, la fel ca jucătorii 3 și 4 pot forma un grup de prieteni de mărime 2.

Așadar, coada poate fi partiționată în 3 grupuri de prieteni de mărimi 2, 1 și 2, deci funcția poate returna  $[2, 1, 2]$ .

### Exemplul 2

Considerați următoarea apelare:

```
partition_players(7, 6, {0, 4, 2, 1, 2, 3}, {1, 5, 4, 5, 5, 6})
```

În acest exemplu, jucătorii 0 și 1, jucătorii 4 și 5, jucătorii 2 și 4, jucătorii 1 și 5, jucătorii 2 și 5 precum și jucătorii 3 și 6 sunt prieteni.

Singurul prieten al jucătorului 3 este jucătorul 6, așadar orice grup de prieteni conținând jucătorul 3 este ori

- un grup de prieteni de mărime 1 conținând doar jucătorul 3, sau
- un grup de prieteni conținând jucătorul 3 precum și jucătorul 6.

Un grup de prieteni în al doilea caz trebuie să conțină și jucătorii 4 și 5. Acest lucru nu este posibil deoarece singurul prieten al jucătorului 6 este jucătorul 3, deci jucătorul 3 nu este conectat la jucătorii 4 și 5 printr-o secvență de relații de prietenie.

Așadar jucătorul 3 trebuie să se afle într-un grup de prieteni de mărime 1. În mod similar, jucătorul 6 trebuie să se afle într-un grup de prieteni de mărime 1, așadar numărul de grupuri de prieteni dintr-o partiție este cel puțin 4.

Jucătorii 0, 1 și 2 nu pot forma un grup de prieteni de mărime 3, deoarece nici jucătorul 0 nici jucătorul 1 nu sunt conectați de jucătorul 2 printr-o secvență de relații de prietenie din grup. Acesta nu ar mai fi fost cazul dacă 5 ar fi fost în grup, dar deoarece 3 și 4 vor fi sigur în grupuri diferite asta nu se va întâmpla niciodată. Deci, numărul de grupuri de prieteni al vreunei partiții este cel puțin 5.

Pe de altă parte, jucătorii 0 și 1, și jucătorii 4 și 5 pot forma două grupuri de prieteni de mărime 2. Deci, coada poate fi partiționată în 5 grupuri de prieteni de mărimi 2, 1, 1, 2 și 1. Funcția poate returna [2, 1, 1, 2, 1].

## Grader local

Graderul local citește inputul în formatul următor:

- linia 1:  $n \ m$
- linia  $2 + i$  ( $0 \leq i < m$ ):  $x[i] \ y[i]$

Fie elementele șirului returnat de către `partition_players`  $K[0], K[1], \dots, K[g-1]$  pentru o valoare nenegativă  $g$ . Outputul graderului local va fi în următorul format:

- linia 1:  $g$
- linia 2:  $K[0] \ K[1] \ \dots \ K[g-1]$