CWS™ v RTB

Každý deň do Cluj-Napoca pricestujú tisíce pútnikov z celého sveta s jediným cieľom, a to navštíviť preslávený Rumunský Taco Bell. Každý deň v Cluj-Napoca v rade stojí, čaká a hladujú tisíce pútnikov. Stojí to za to.

V rade nedočkavo čaká n pútnkov, ktorí si chcú dať Crunchwrap Supreme™. Pútnici sú očíslovaní od 0 po $n-1$ v poradí, v akom čakajú; pútnik 0 je prvý na rade a pútnik $n-1$ posledný.

Veľa pútnikov nenavštevuje *RTB* po prvý krát a už sa navzájom poznajú. Existuje m *rôznych* spirituálnych spojení (pút) medzi pútnikmi. Konkrétne, pre každé i od 0 po $m-1$ (vrátane) existuje puto medzi pútnikom x_i a y_i, kde $0 \leq x_i < y_i < n$. Putá sú symetrické: ak a je spútaný s b, tak aj b je spútaný s a.

Súvislá postupnosť pútnikov $s, s+1, \ldots, s+k-1$ voláme **bratstvom** veľkosti k, ak každá dvojica pútnikov v tejto množine je prepojená nejakou postupnosťou pút v rámci tejto množiny. Konkrétne, pre každé u, v kde $s \leq u < v < s+k$ musí existovať postupnosť pútnikov $p[0], \ldots, p[l-1]$ taká, že:

- $l \geq 2$;
- $s \leq p[j] < s+k$ pre každé j od 0 po $l-1$, vrátane;
- $p[0] = u$ a $p[l-1] = v$;
- pútnik $p[j]$ a $p[j+1]$ majú medzi sebou puto, pre každé j od 0 po $l-2$, vrátane.

Všimnite si, ľubovoľná jednoprvková postupnosť pútnikov tvorí bratstvo veľkosti 1.

Vilko prišiel k *RTB*. Trochu neskoro, ale tiež by si rád kúpil Crunchwrap Supreme™. Naneštatie je v rade zakázané sa predbiehať, a teda je otázne, či sa mu vôbec oplatí do radu stavať.

Objednanie Crunchwrap Supreme™ je veľmi špeciálny proces a vie si ho v jeden moment objednávať iba jeden človek. Aby sa Vilko stihol dostať na rad, bolo by fajn minimalizovať počet objednávok. Naštastie si ľudia ktorí sú spolu v bratstve dôverujú a prvý človek v rade vie zaplatiť a nakúpiť Crunchwrap Supreme™ pre všetkých členov bratstva naraz. Následne toto bratstvo opustí radu. Tento proces sa opakuje, až kým sa rada nevyprázdni.

Zistite, ako rozdeliť ľudí do bratstiev tak, aby sa vykonalo čo najmenej objednávok a aby bola na konci rada prázdna.

Formálne, hovoríme, že rada **sa dá rozdeliť na g bratstiev**, ak existuje postupnosť $K = [K[0], K[1], \ldots, K[g-1]]$ taká, že platí:

- $g > 0$ a $K[j] > 0$ (pre každé j také, že $0 \leq j < g$);
- $K[0] + K[1] + \ldots + K[g-1] = n$;
- pre každé j medzi 0 a $g-1$, vrátane, platí že pútnici $s_j, s_j + 1, \ldots, s_j + K[j] - 1$ tvoria bratstvo veľkosti $K[j]$, kde $s_0 = 0$ a inak $s_j = K[0] + K[1] + \ldots + K[j-1]$.

Nájdite najmenšie možné g, pre ktoré sa rada dá rozdeliť na g bratstiev, a vráťte jedno takéto rozdelenie (dané postupnosťou K, t.j. veľkosťami tých bratstiev).

Implementačné detaily

Implementujte nasledovnú funkciu (pútnik po rumunsky = *players*):

```
vector<int> partition_players(int n, int m, vector<int> x, vector<int> y)
```

- n: celkový počet pútnikov v rade.
- m: počet pút medzi pútnikmi.
- x, y: polia dĺžky m popisujúce putá medzi pútnikmi.
- Táto funkcia by mala vrátiť postupnosť $K[0], K[1], \ldots, K[g-1]$, zodpovedajúcu rozdeleniu rady na čo najmenej bratstiev.
- Táto funkcia sa zavolá raz na každom vstupe.

Constraints

- $2 \leq n \leq 100\,000$
- $0 \leq m \leq 200\,000$
- $0 \leq x[i] < y[i] < n$ (pre každé i také, že $0 \leq i < m$)
- Zadané putá sú navzájom rôzne.
- Ak existuje viacero riešení s najmenším možným počtom bratstiev, môžete vrátiť ľubovoľné z nich.

Podúlohy

1. (5 bodov) $y[i] = x[i] + 1$ pre každé i od 0 po $m-1$, vrátane.
2. (7 bodov) $y[i] \leq x[i] + 2$ pre každé i od 0 po $m-1$, vrátane.
3. (6 bodov) $n \leq 300$ a $m \leq 600$
4. (15 bodov) $n \leq 2\,000$ a $m \leq 4\,000$
5. (34 bodov) Neexistuje cyklická postupnosť bratstiev. T.j. ak máme postupnosť rôznych pútnikov $p[0], p[1], \ldots, p[l-1]$ kde $l \geq 3$ a pre každé $0 \leq j < l-1$ majú pútnici $p[j]$ a $p[j+1]$ medzi sebou puto, tak pútnici $p[0]$ a $p[l-1]$ medzi sebou puto **nemajú**.
6. (33 bodov) Žiadne ďalšie obmedzenia.

Príklady

Príklad 1

Uvažujme nasledovný vstup:

```
partition_players(5, 3, [0, 1, 3], [1, 4, 4])
```

V tomto vstupe sú majú puto pútnici 0 a 1, pútnici 1 a 4 a pútnici 3 a 4.

Pútnik 2 nemá žiadne spirituálne putá, takže musí byť v bratstve sám. To znamená, že určite budeme potrebovať aspoň 3 bratstvá. Na druhú stranu, rozdelenie na 3 bratstvá existuje: pútnici 0 a 1 vedia vytvoriť bratstvo, aj dvojica $3, 4$ vie byť bratstvo. Takže korektným výstupom by mohlo byť $[2, 1, 2]$.

Príklad 2

Uvažujme nasledovný vstup:

```
partition_players(7, 6, [0, 4, 2, 1, 2, 3], [1, 5, 4, 5, 5, 6])
```

V tomto vstupe majú puto pútnici 0 a 1, pútnici 4 a 5, pútnici 2 a 4, pútnici 1 a 5, pútnici 2 a 5, a pútnici 3 a 6.

Jediným putom pútnika 3 je pútnik 6, takže jediné možnosti pre bratstvá obsahujúce pútnika 3 sú:

- bratstvo obsahujúce len pútnika 3
- bratstvo obsahujúce aj 3 aj 6

V druhej možnosti by toto bratstvo muselo obsahovať aj 4 aj 5. To sa ale nedá, lebo jediným putom pútnika 3 je pútnik 6, takže 3 nevie byť prepojený s 4 ani s 5. Takže jediná možnosť je, že pútnik 3 tvorí samostatné bratstvo. Podobnou úvahou dospejeme k tomu, že pútnik 6 musí tvoriť samostatné bratstvo. Počet bratstiev musí byť teda aspoň 4.

Hráči $0, 1, 2$ netvoria bratstvo. Takže počet bratstiev musí byť aspoň 5. Na druhú stranu, jedno možné rozdelenie na 5 bratstiev sú bratstvá $[0, 1], [2], [3], [4, 5], [6]$. Takže korektným výstupom by mohlo byť $[2, 1, 1, 2, 1]$.

Hodnotič príkladov

Hodnotič číta vstup v nasledovnom formáte:

- riadok 1: $n\ m$
- riadok $2 + i$ ($0 \leq i < m$): $x[i]\ y[i]$

Výstup hodnotiča je v nasledovnom formáte:

- riadok 1: g (veľkosť rozdelenia rady na bratstvá)
- riadok 2: $K[0]\ K[1]\ \ldots\ K[g-1]$ (veľkosti jednotlivých bratstiev)