Mayo 2017

# Física de Astropartículas

## Astropartículas

## 1er semestre 2017

1. Suponiendo que el espectro de rayos cósmicos (RC) sigue una ley de potencias de la forma $j(E) = j_0 E^{\alpha}$, calcule el número total de rayos cósmicos que arriban a la Tierra por año y por km$^2$ en los siguientes rangos de energía:

   *a*) $10^7 \leq E/\text{GeV} \leq 10^8$ con $\alpha = -3{,}3$.
   *b*) $10^7 \leq E/\text{GeV} \leq 10^8$ con $\alpha = -3{,}0$.
   *c*) $10^3 \leq E/\text{GeV} \leq 10^4$ con $\alpha = -2{,}7$.

   en todos los casos obtenga el valor de $j_0$ de los espectros publicados (ver p. ej. espectro en U01).

2. Verifique que la fuerza de Lorentz relativista puede escribirse en forma covariante como

$$\frac{dp^{\mu}}{d\tau} = qF^{\mu\nu}u_{\nu}$$

   donde $p^{\mu}$ es el 4-momento, $p^{\mu} = (\gamma mc, p_x, p_y, p_z)$, $\tau$ es el tiempo propio de la partícula, $F^{\mu\nu}$ es la forma contravariante del tensor de Maxwell y $u_{\nu}$ es la forma covariante de la 4-velocidad, $u_{\nu} = \gamma(c, -v_x, -v_y, -v_z)$. Notar que se usó la métrica usual en partículas, $\eta = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$.

3. Demuestre que el radio de Larmor de una partícula de masa $m$ y carga $q$ que se mueve en presencia de un campo magnético $\vec{B}$ con velocidad $\vec{v}$ formando un ángulo $\theta$ con el campo magnético puede escribirse como

$$r = \frac{\gamma mv \sin\theta}{|q|B}.$$

   Luego, haciendo los cambios de unidades que considere necesarios, pruebe que la expresión anterior puede reescribirse como

$$r = 3{,}3 \left(\frac{\gamma mc^2}{\text{GeV}}\right)\left(\frac{v_{\perp}}{c}\right)\left(\frac{e}{|q|}\right) \quad \text{metros.}$$

   Finalmente, imagine una partícula de carga $q = Ze$, masa $m$ y cantidad de movimiento $p$, moviéndose en las inmediaciones del campo magnético de:

   *a*) la Tierra;
   *b*) un magnetar;
   *c*) la heliósfera;
   *d*) la Vía Láctea;
   *e*) el lóbulo de un AGN.

   En cada caso, calcule la energía $E_p$ y la rigidez magnética, $R = pc/q$, de forma tal que el radio de Larmor de la partícula sea del orden del tamaño de cada uno de esos objetos. Se considera, a orden cero, que esa es la capacidad máxima de aceleración o de confinamiento de cada una de esos objetos. Utilice la bibliografía recomendada o el material de clase para obtener los datos faltantes, y evalúe las expresiones halladas para el caso de un protón, de un núcleo de carbono y de un núcleo de hierro.

4. Usando las variables de Mandelstam, y en particular $s = E^2_{\text{CM}}$, verifique que la energía de la colisión en el LHC (13 TeV) es igual a $\sim 10^5$ TeV en el sistema de laboratorio (una de las partículas está en reposo, aire).

5. El fondo de radiación cósmica (CMB, por sus siglas en inglés) se ajusta de una manera extraordinaria con el espectro de un cuerpo negro a una temperatura de $T = (2{,}718 \pm 0{,}027)$ K (ver p. ej, arXiv:1502.01588[astro-ph.CO]). A partir de los resultados del Planck en 2015, calcule el valor medio y el valor más probable de la energía de los fotones del CMB. Luego, calcule la densidad numérica de fotones del CMB (ayuda: recuerde que para un cuerpo negro la densidad de energía es $(4\sigma/c)T^4$, donde $\sigma$ es la constante de Stefan-Boltzmann y $c$ es la velocidad de la luz).

6. Suponiendo que la capacidad de una fuente le permite acelerar protones hasta una energía de corte $E_c = 4 \times 10^{15}$ eV. Calcule el espectro combinado (H,He,C,Fe) de la fuente suponiendo que el flujo de 1-Hidrógeno es $\mathcal{F}_{\mathrm{H}} = (1{,}15 \times 10^{-5})E^{-2{,}77}\,\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{sr}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{TeV}^{-1}$, el flujo de 4-Helio es $\mathcal{F}_{\mathrm{He}} = (7{,}19 \times 10^{-6})E^{-2{,}64}\,\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{sr}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{TeV}^{-1}$, el flujo de 12-Carbono es $\mathcal{F}_{\mathrm{C}} = (1{,}06 \times 10^{-6})E^{-2{,}66}\,\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{sr}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{TeV}^{-1}$, y el flujo de 56-Hierro es $\mathcal{F}_{\mathrm{Fe}} = (1{,}78 \times 10^{-6})E^{-2{,}6}\,\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{sr}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{TeV}^{-1}$.

7. Siguiendo los lineamientos de Protheroe&Clay, 2004, verifique que en el mecanismo de Fermi de 2do orden predice un incremento medio de energía $\langle \Delta E \rangle \simeq 4/3\beta^2 E$ y un espectro del tipo ley de potencias $J(E) \propto E^{\alpha}$ con $\alpha < -1$. Luego describa los principales inconvenientes de este modelo. Repita lo anterior para el caso del mecanismo de Fermi de primer orden ($\langle \Delta E \rangle \simeq 4/3\beta E$ y $\alpha \simeq -2$).

8. Usando el invariante de Mandelstam $s$, verifique los umbrales de energía de los siguientes procesos:

   **Fotoproducción de piones** $p^+ + \gamma_{\mathrm{CMB}} \to p^+ + \pi^0$, $E_{p^+} \gtrsim 30$ EeV

   **Fotonucleoproducción de piones** $A + \gamma_{\mathrm{CMB}} \to A + \pi^0$, $E_A \gtrsim 30\,(1 + m_\pi/\,(A m_p))$ EeV.

   **Fotoproducción de pares** $p^+ + \gamma_{\mathrm{CMB}} \to p^+ + e^+ + e^-$, $E_{p^+} \gtrsim 3$ EeV

   **Fotonucleoproducción de piones** $A + \gamma_{\mathrm{CMB}} \to A + e^+ + e^-$, $E_A \gtrsim 3\,(1 + m_e/\,(A m_p))$ EeV.

9. Calcule la longitud de decaimiento ($\lambda_\tau = \beta\gamma\tau c$) para un $\pi^0$ con energía $E = 1$ PeV.