



Escuela José Antonio Balseiro 2016

Nuevas Tendencias en Investigación en Física Médica

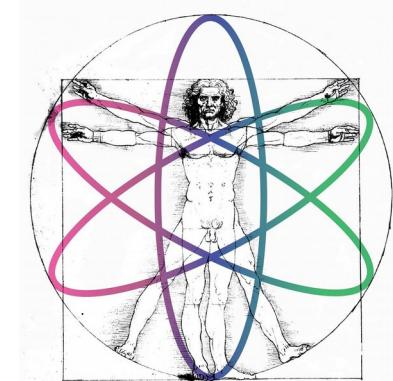
Introducción a muchas cosas

Jueves: Física Nuclear 2da parte y Aceleradores

Hernán Asorey

asoreyh@cab.cnea.gov.ar

Laboratorio Detección Partículas y Radiación
Centro Atómico Bariloche



<https://github.com/asoreyh/intro-nuclear-fisica-medica>

 asoreyh	Clase 01 lista	Latest commit db0d282 2 days ago
 clases	Clase 01 lista	2 days ago
 README.md	Commit inicial	4 days ago



Curso de Introducción a Física Nuclear y Detectores

Escuela José Antonio Balseiro - Nuevas Tendencias en Investigación en Física Médica

Octubre 2016 - Centro Atómico Bariloche e Instituto Balseiro

(C) 2016 - Hernán Asorey ([@asoreyh](https://twitter.com/asoreyh))

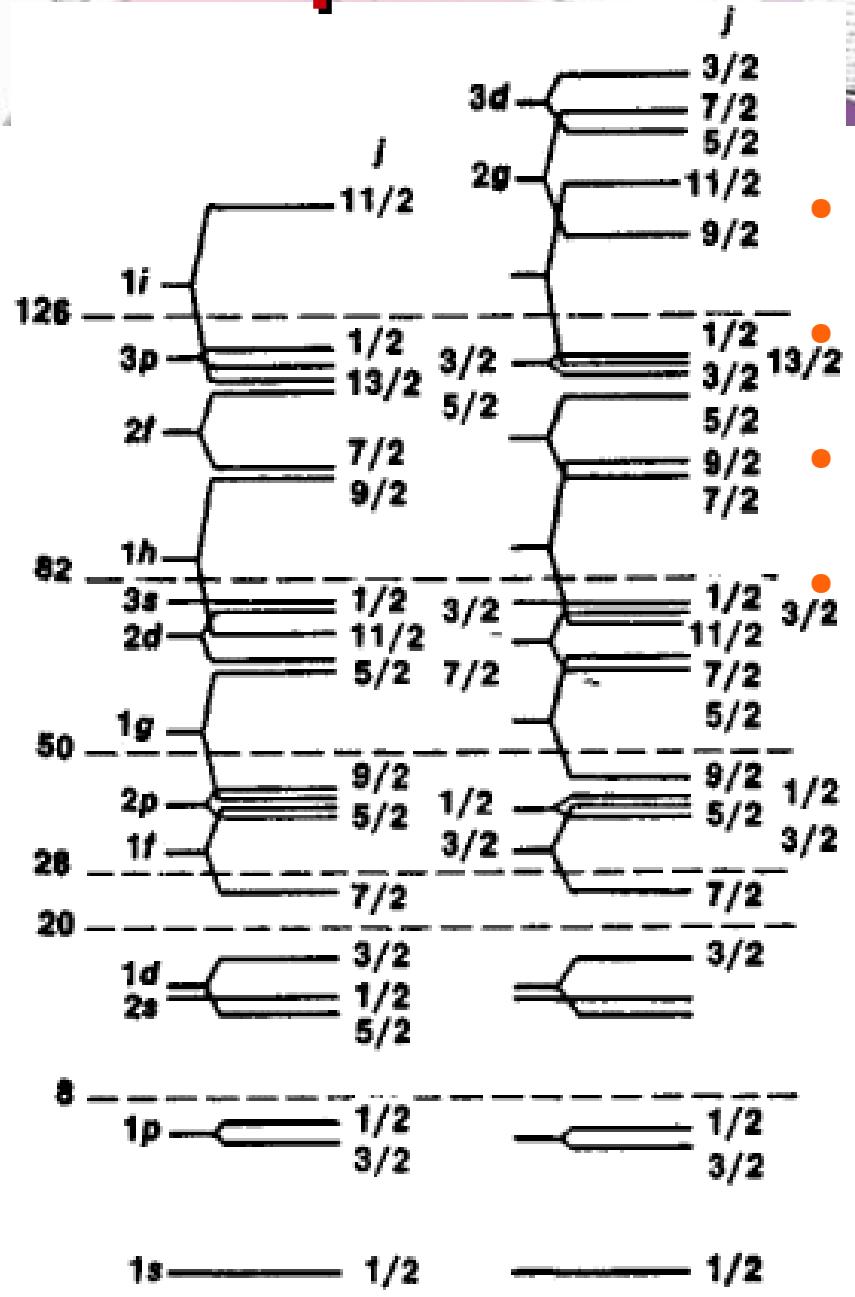


Este trabajo se distribuye en forma gratuita bajo la [Licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

p

n

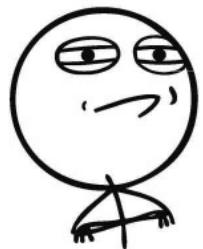
p y n, diferentes capas



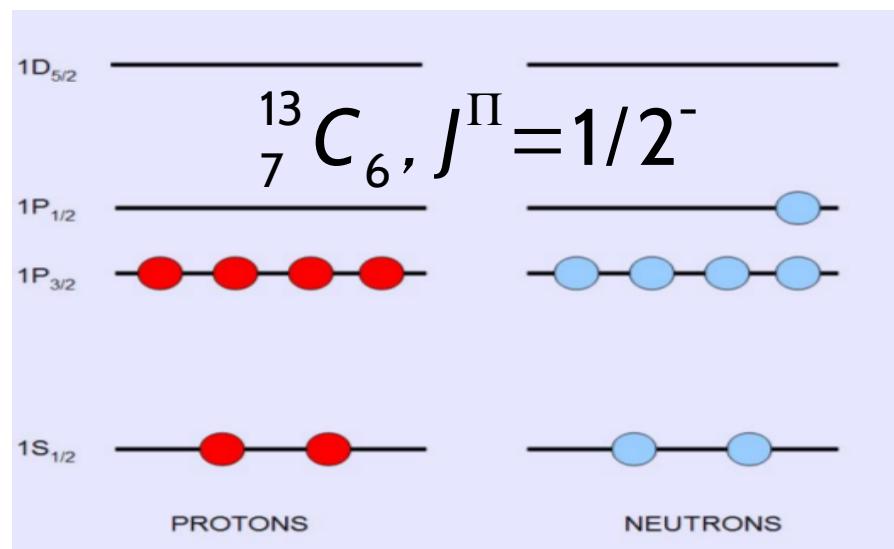
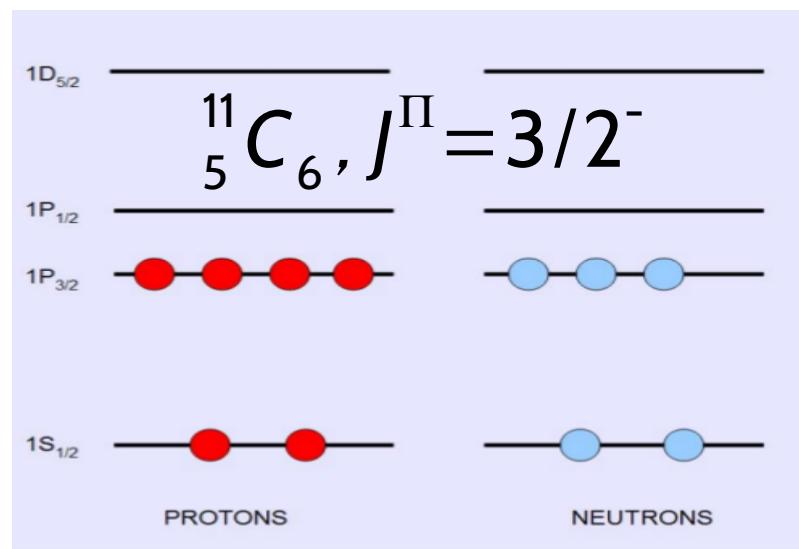
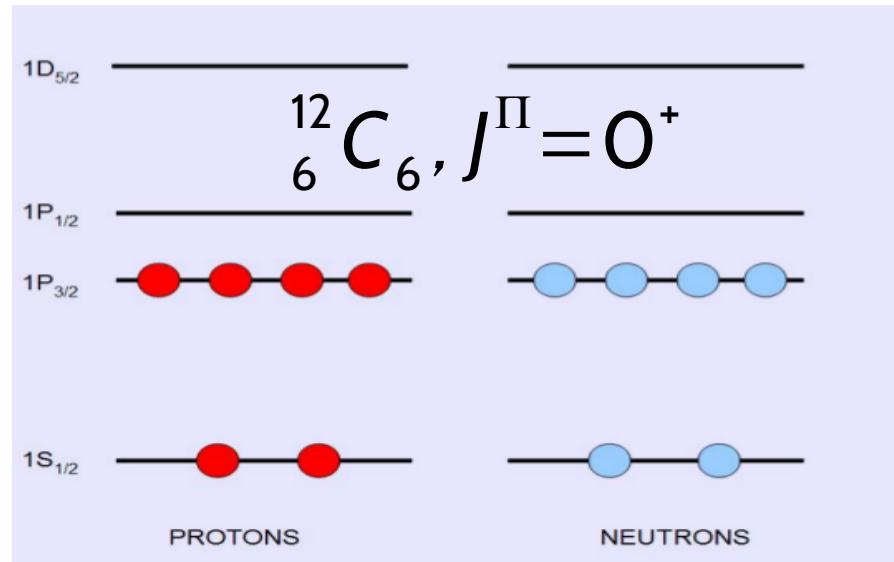
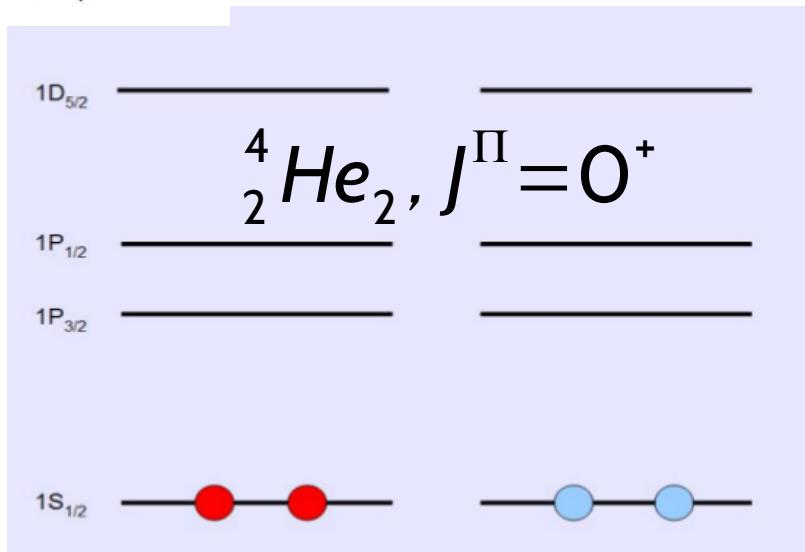
- En un nivel l entran $2(2l+1)$ nucleones
- La paridad de ese nivel es $(-1)^l$.
- En un nivel J entran $2J+1$ nucleones
- El estado fundamental de un núcleo
- Par-Par es O^+
- Par-Impar es el del orbital que ocupa el nucleón despareado, y su paridad es $(-1)^l$.
- Impar-impar es complicado, corresponde a la suma (cuántica) de los momentos angulares del protón, j_p , y del neutrón, j_n :

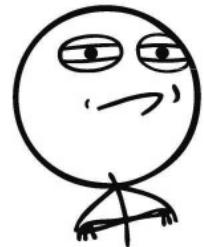
$$|j_p - j_n| \leq J \leq |j_p + j_n| \quad \Pi = (-1)^{l_p + l_n}$$

CHALLENGE ACCEPTED



Por ejemplo



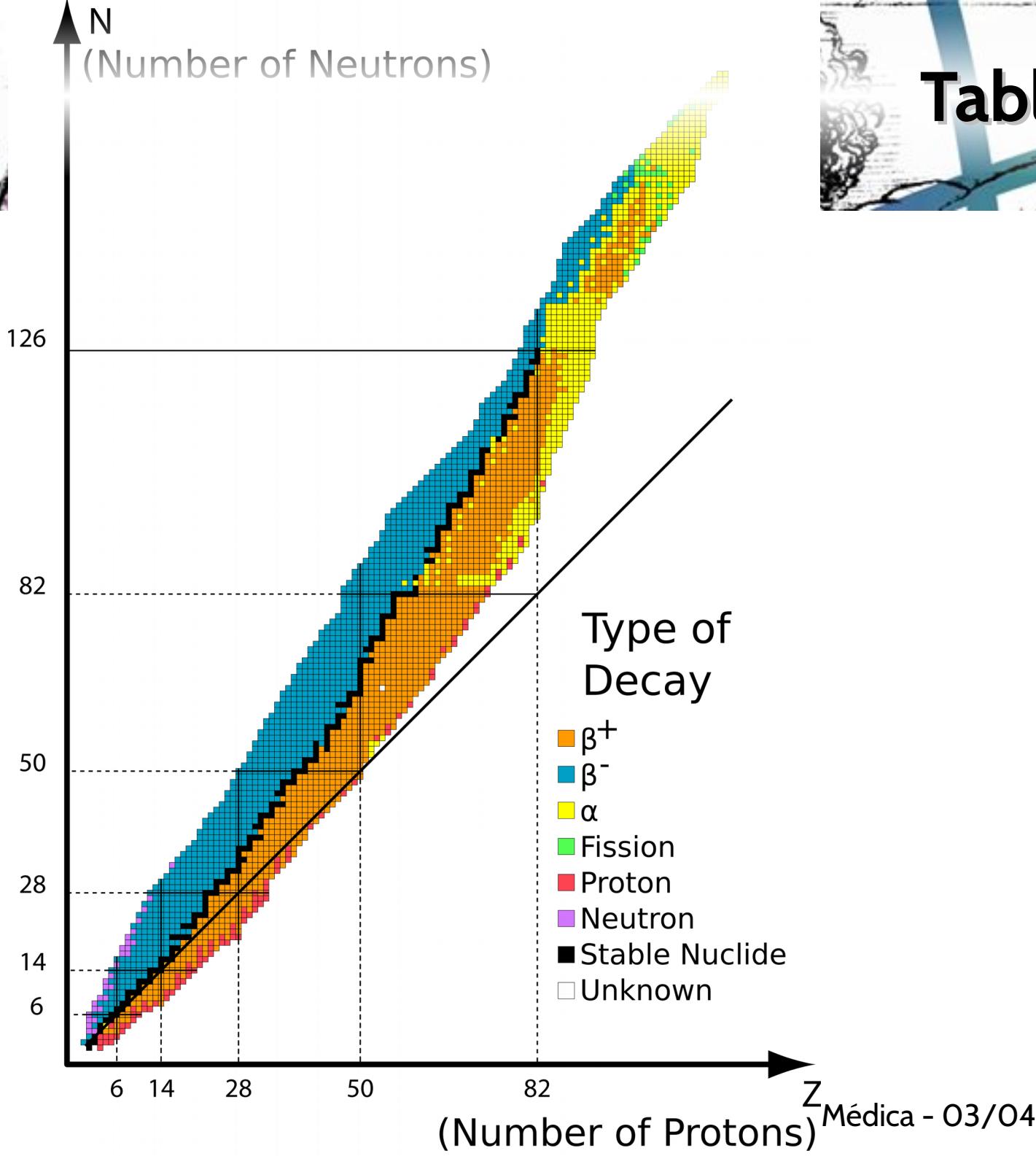


J y paridad de los núcleos

Nuclear Wallet Cards

Nuclide Z E1 A	Jπ	Δ (MeV)	T½, Γ, or Abundance	Decay Mode
5 B 15		28.96	9.93 ms 7	β_- , β -n 93.6%, β -2n 0.4%
16	0-	37.12	<190 ps	n
17	(3/2-)	43.8	5.08 ms 5	β_- , β -n 63%, β -2n 11%, β -3n 3.5%, β -4n 0.4%
18	(4-)	51.9s	<26 ns	n?
19	(3/2-)	58.8s	2.92 ms 13	β_- , β -n 72%, β -2n 16%
20		67.1s		
21		75.7s		
6 C 8	0+	35.08	230 keV 50	p, α
9	(3/2-)	28.909	126.5 ms 9	ε , εp 61.6%, $\varepsilon\alpha$ 38.4%
10	0+	15.608	10.308 s 4	ε
11	3/2-	10.650	20.334 m 24	ε
12	0+	0.000	98.93% 8	
13	1/2-	3.125	1.07% 8	
14	0+	3.020	5700 y 30	β_-
15	1/2+	9.873	2.449 s 5	β_-
16	0+	13.694	0.747 s 8	β_- , β -n 99%
17	3/2+	21.03	193 ms 13	β_- , β -n 32%
18	0+	24.92	92 ms 2	β_- , β -n 31.5%
19	1/2+	32.41	49 ms 4	β_- , β -n 61%
20	0+	37.6	14 ms +6-5	β_- , β -n 72%
21	(1/2+)	45.6s	<30 ns	n?
22	0+	52.1s	6.1 ms +14-12	β_- , β -n 61%, β -2n<37%
23		62.7s		

Tabla de nucléidos





Tipos de decaimiento

- **Emisión de partículas cargadas** (alfa, beta, protón, fisión, fragmentación): implican cambios en el número atómico
- **Emisión de neutrones**: cambios en el número másico
- **Emisión de fotones**: desexcitación nuclear
- En todo decaimiento **se libera energía, Q** , usualmente en forma de energía cinética de los productos del decaimiento. **El decaimiento ocurre si y sólo si $Q>0$**
- En general, **Q es igual a la diferencia de masa entre reactivos y productos (cuidado, ¡son masas nucleares!).**

$$Q = (m_{\text{reactivos}} - m_{\text{productos}}) c^2$$



Ley de decaimiento radiactivo

- **Suceso cuántico y estadístico:** no podemos saber cuando un átomo particular decaerá.
- Se observa que para un elemento la **tasa de decaimiento es constante, λ .**

$$[\lambda] = \text{s}^{-1}$$



Ley de decaimiento radiactivo

+ Sea una muestra con N_0 núcleos inestables.

+ El núcleo tiene una tasa de decaimiento λ , $[\lambda] = \text{s}^{-1}$

$$\Rightarrow N_0 \xrightarrow{t} N(t) \quad N(t) < N_0 \quad y \quad N(t) = N_0 + c \cdot t \Rightarrow dN < 0$$

Luego, en un tiempo dt :

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = -\lambda N} \quad \left(\frac{dN}{dt} < 0 \right)$$

Aprendamos el procedimiento usual para esta ecuación diferencial:

$$\Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt \Rightarrow \int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt \Rightarrow \ln N = -\lambda t + C$$

Sea C la constante de integración. Luego:

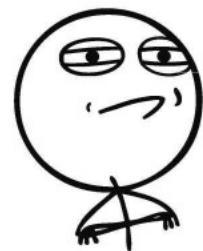
$$e^{\ln N} = e^{-\lambda t + C} \Rightarrow N(t) = e^{-\lambda t} e^C \quad y \quad \text{para } t=0, N(t)=N_0 \Rightarrow$$

$$N_0 = e^{-\lambda 0} e^C \Rightarrow e^C = N_0. \quad \text{Finalmente:}$$

$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}$$

Ley de Deamiento
Radiativo.

CHALLENGE ACCEPTED





Ley de decaimiento radiactivo

- **Suceso cuántico y estadístico:** no podemos saber cuando un átomo particular decaerá.
- Se observa que para un elemento la **tasa de decaimiento es constante, λ .** $[\lambda] = s^{-1}$
- Luego, en una muestra con N átomos radiactivos, la tasa de decaimiento dN/dt será proporcional a N :

$$\frac{-dN}{dt} = -\lambda N \rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt \rightarrow \int \frac{dN}{N} = \int -\lambda dt$$

$$\rightarrow \ln N = -\lambda t + C \rightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$



Ley de Decaimiento exponencial

- Ocurre con una **tasa de decaimiento constante λ**

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad [\lambda] = s^{-1}$$

- A partir de λ , definimos la **vida media τ**

$$\tau \equiv \frac{1}{\lambda} \Rightarrow N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad [\tau] = s$$

- Y además, el **período de semi-desintegración**, como el **tiempo que debe transcurrir para que la cantidad del elemento en una muestra se reduzca a la mitad**

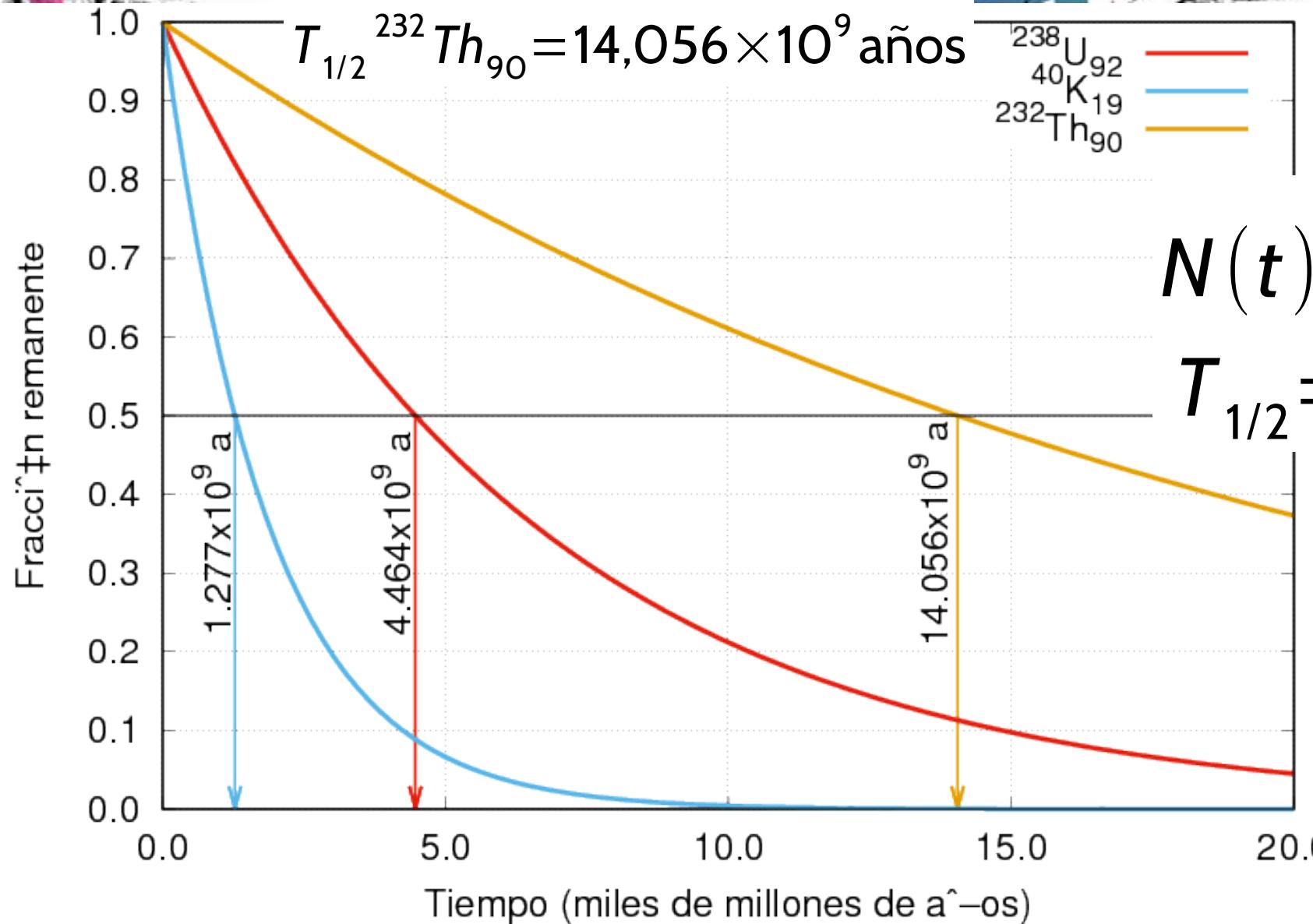
$$T_{1/2} \text{ es tal que } N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\frac{T_{1/2}}{\tau}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{T_{1/2}}{\tau}}$$
$$\Rightarrow T_{1/2} = \ln(2) \tau$$



$$T_{1/2}^{40}K_{19} = 1,277 \times 10^9 \text{ años}$$

$$T_{1/2}^{238}U_{92} = 4,464 \times 10^9 \text{ años}$$

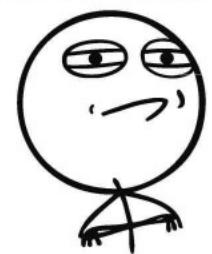
$$T_{1/2}^{232}Th_{90} = 14,056 \times 10^9 \text{ años}$$



$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$T_{1/2} = \ln(2)\tau$$

CHALLENGE ACCEPTED



Abundancia relativa y períodos de semidesintegración, según corresponda

Nuclear Wallet Cards

Nuclide Z E1 A	Jπ	Δ (MeV)	T½, Γ, or Abundance	Decay Mode
5 B 15		28.96	9.93 ms 7	β^- , β^-n 93.6%, β^-2n 0.4%
	16	0-	<190 ps	n
	17	(3/2-)	5.08 ms 5	β^- , β^-n 63%, β^-2n 11%, β^-3n 3.5%, β^-4n 0.4%
	18	(4-)	<26 ns	n?
	19	(3/2-)	58.8 s	β^- , β^-n 72%, β^-2n 16%
	20		67.1 s	
	21		75.7 s	
	6 C 8	0+	230 keV 50	p, α
		(3/2-)	126.5 ms 9	ε , εp 61.6%, $\varepsilon \alpha$ 38.4%
7 N 14	10	0+	15.608	ε
	11	3/2-	10.650	20.334 m 24
	12	0+	0.000	98.93% 8
	13	1/2-	3.125	1.07% 8
	14	0+	3.020	5700 y 30
	15	1/2+	9.873	2.449 s 5
	16	0+	13.694	0.747 s 8
	17	3/2+	21.03	193 ms 13
	18	0+	24.92	92 ms 2
	19	1/2+	32.41	49 ms 4
	20	0+	37.6	14 ms +6-5
	21	(1/2+)	45.6 s	<30 ns
	22	0+	52.1 s	6.1 ms +14-12
	23		62.7 s	β^- , β^-n 61%, β^-2n <37%

En un mol de $^{232}_{90}\text{Th}$, ¿Cuántos decaimientos se producen en un segundo?



+ Sea un mol de $^{232}_{90}\text{Th}$ ($\Rightarrow N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ átomos de Thorio)

+ La masa del mol es 232 g.

$$+ T_{1/2} = 14,056 \times 10^9 \text{ s} = 4,43 \times 10^{17} \text{ s}$$

$$+ T_{1/2} = \ln(2) \tau \Rightarrow \tau = T_{1/2} / \ln(2) \Rightarrow \tau = 6,39 \times 10^{17} \text{ s}$$

Con lo cual $\lambda = \frac{1}{\tau} = 1,56 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$

+ Luego cada segundo esperamos medir $\Delta N = N_0 \cdot \lambda$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = N_0 \cdot 1,56 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1} \quad \text{para el primer segundo}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = 6,02 \times 10^{23} \cdot 1,56 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

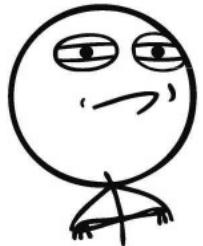
Aproximación válida si
 $\Delta t \ll \tau$

$$\Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} \approx -10^6 \text{ at/s} \quad \text{para el primer segundo.}$$

para tiempos largos $\Rightarrow N(t) = N_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow \Delta N = N(t) - N_0$

$$\Rightarrow \Delta N = N_0 (e^{-t/\tau} - 1) \Rightarrow \Delta N \approx -10^{16} \text{ at para } t = 1 \text{ s.}$$

CHALLENGE ACCEPTED





Actividad

- Cuando tengo 1 núcleo, hablo de probabilidades
- Pero tengo muchos → Ley de los grandes números → valores medios.
- **La actividad de una muestra está dada por el número de decaimientos por unidad de tiempo:**

$$A(t) = \lambda N(t)$$

$$[A(t)] = \text{decaimientos } s^{-1} = \text{Bq (bequerel)}$$

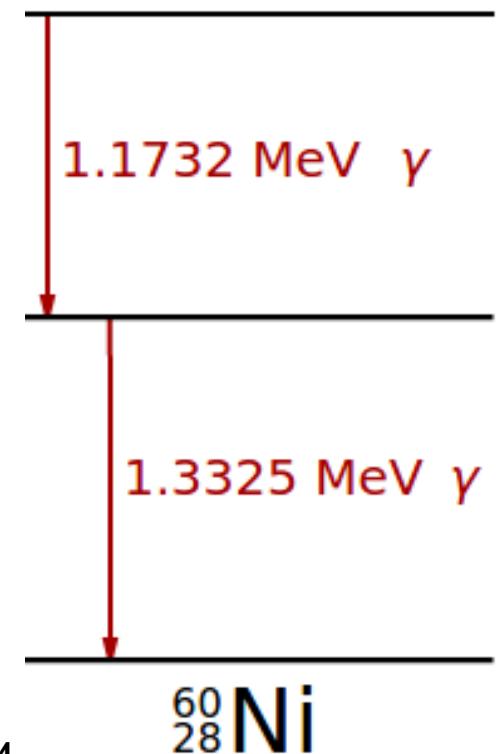
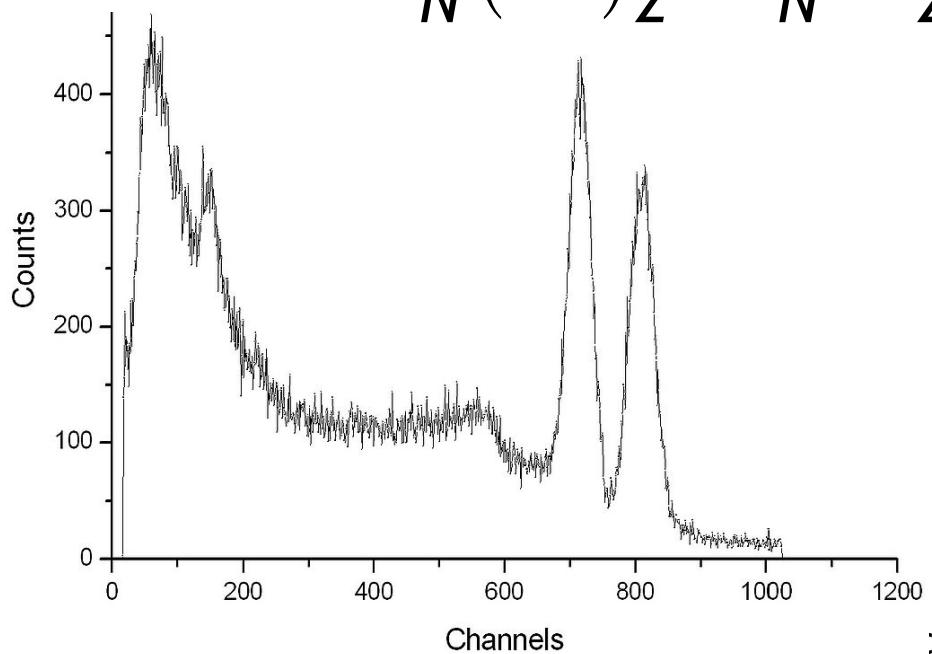
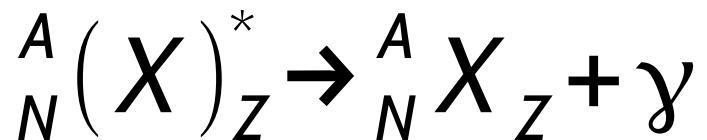
$$1 \text{ Bq} = 27 \text{ pCi} \quad 1 \text{ Ci} = 37 \text{ GBq}$$

- Se puede pensar en que masa se necesita para 1 Bq



Emisión Gamma

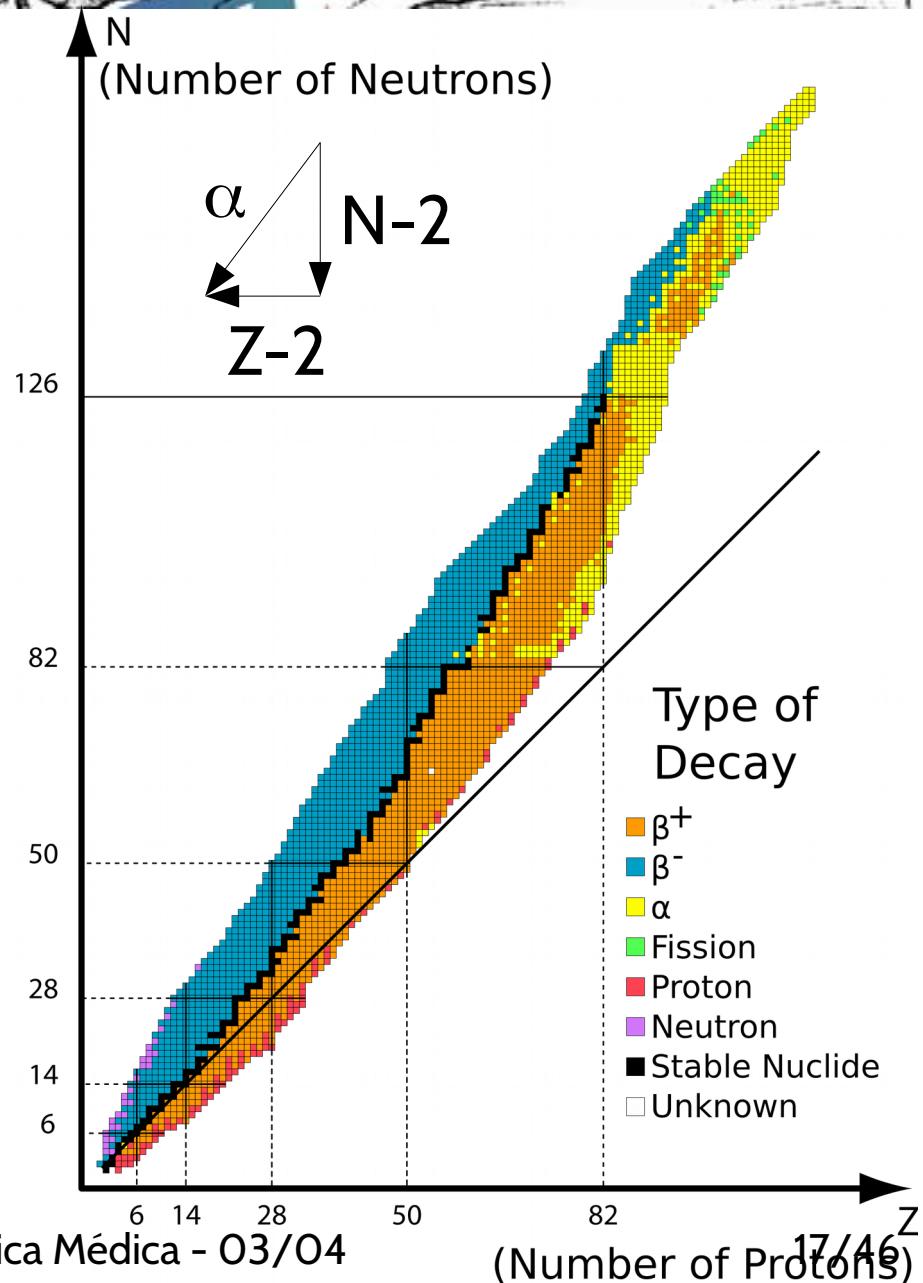
- El núcleo tiene niveles de energía
- El núcleo en un estado excitado se desexcita a través de la emisión de un fotón (gamma) con energía igual a la diferencia de energía entre los estados inicial y final





Decaimiento alfa

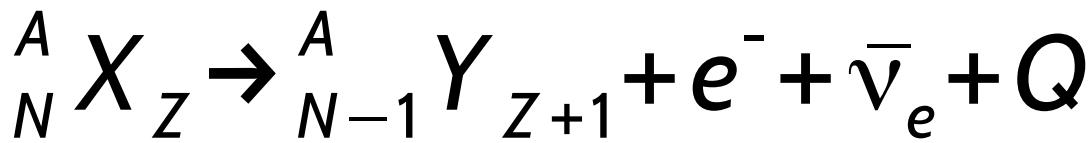
- Corresponde a la emisión espontánea de un núcleo de Helio ${}^4\text{He}_2$ (partícula alfa, 2 neutrones, 2 protones)
- El núcleo pierde dos protones \rightarrow ¡otro elemento!



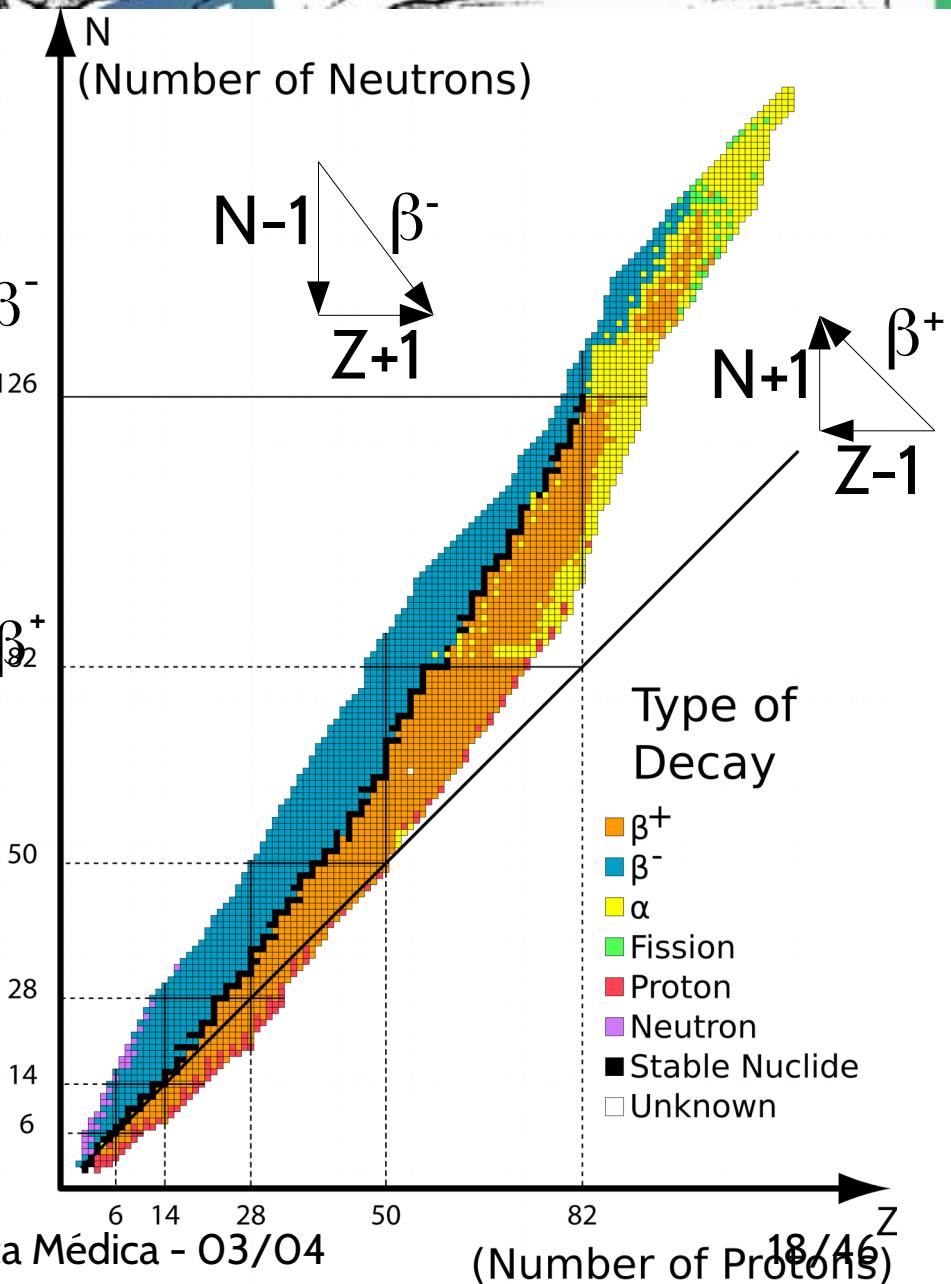
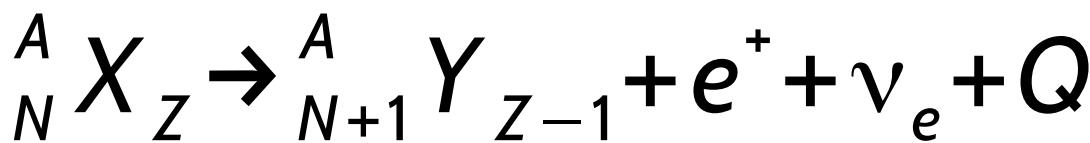


Decaimiento beta

- β^- : emisión de un **electrón**

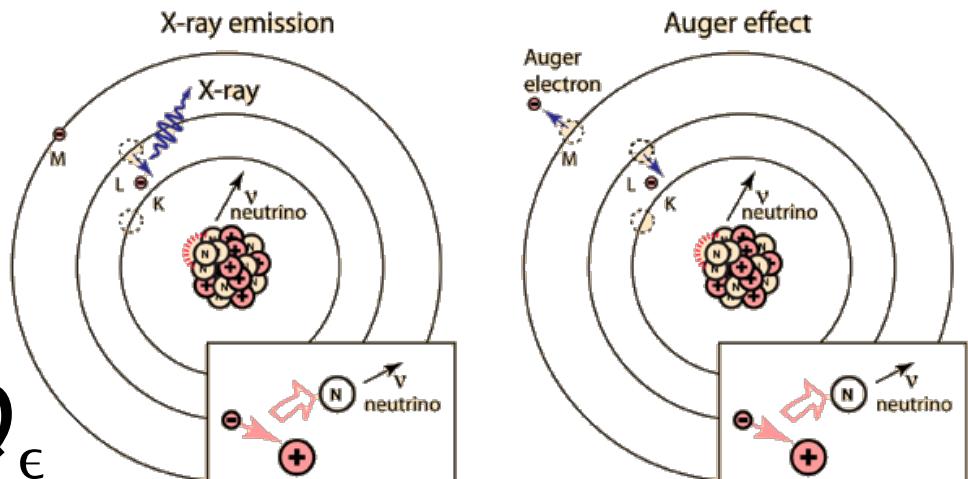
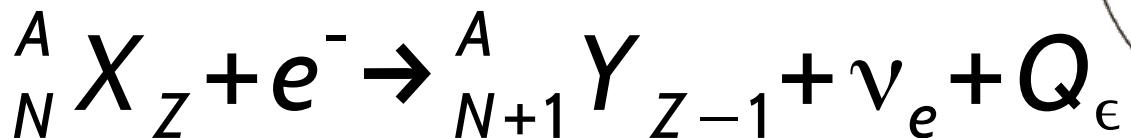


- β^+ : emisión de un **positrón**



Captura electrónica

- En algunos núcleos inestables con exceso de protones, $DE < 2m_e$, el decaimiento beta no es posible (p. ej ^{11}C , ^7Be)
- Otros núcleos pueden decaer vía beta+ y/o captura
- Un electrón interno es capturado por el núcleo



Modos de decaimiento

Nuclear Wallet Cards

Nuclide Z E1 A			Δ (MeV)	T $\frac{1}{2}$, Γ , or Abundance	Decay Mode
5 B 15	16	0-	28.96	9.93 ms 7	β^- , β^-n 93.6%, β^-2n 0.4%
	17	(3/2-)	37.12	<190 ps	n
	18	(4-)	43.8	5.08 ms 5	β^- , β^-n 63%, β^-2n 11%, β^-3n 3.5%, β^-4n 0.4%
	19	(3/2-)	51.9s	<26 ns	n?
	20		58.8s	2.92 ms 13	β^- , β^-n 72%, β^-2n 16%
	21		67.1s		
			75.7s		
	6 C 8	0+	35.08	230 keV 50	p, α
	9	(3/2-)	28.909	126.5 ms 9	ε , εp 61.6%, $\varepsilon \alpha$ 38.4%
	10	0+	15.608	10.308 s 4	ε
	11	3/2-	10.650	20.334 m 24	ε
	12	0+	0.000	98.93% 8	
	13	1/2-	3.125	1.07% 8	
	14	0+	3.020	5700 y 30	β^-
	15	1/2+	9.873	2.449 s 5	β^-
	16	0+	13.694	0.747 s 8	β^- , β^-n 99%
	17	3/2+	21.03	193 ms 13	β^- , β^-n 32%
	18	0+	24.92	92 ms 2	β^- , β^-n 31.5%
	19	1/2+	32.41	49 ms 4	β^- , β^-n 61%
	20	0+	37.6	14 ms +6-5	β^- , β^-n 72%
	21	(1/2+)	45.6s	<30 ns	n?
	22	0+	52.1s	6.1 ms +14-12	β^- , β^-n 61%, β^-2n <37%
	23			62.7s	



Núcleos radiactivos

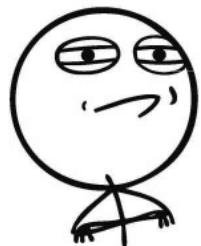
Nuclear Wallet Cards for Radioactive Nuclides

March 2004

Jagdish K. Tuli
National Nuclear Data Center
(www.nndc.bnl.gov)

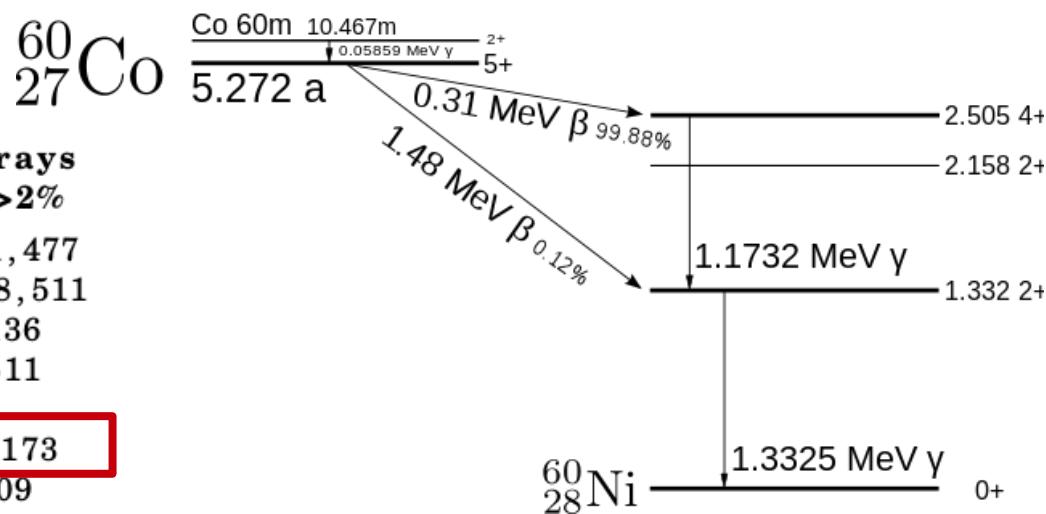
- Propiedades de núcleos radiactivos con
 - $T_{1/2} > 1\text{h}$
 - $Z < 100$
- Contiene:
 - Nucléido,
 - $T_{1/2}$,
 - principales modos
 - Principales líneas gamma

<http://www.nndc.bnl.gov/wallet/wchome.html>

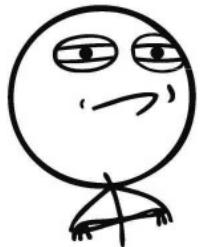


Cobalto-60: $^{60}\text{Co}_{27}$

Nuclide	Half-life	Major Radiations	Major γ -rays (keV) I γ >2%
$^{27}\text{Co}\ 55$	17.53 h	γ	511, 931, 477
56	77.23 d	γ	847, 1238, 511
57	271.7 d	γ	122, 136
58	70.86 d	γ	811, 511
58m	9.04 h	γ	
60	5.271 y	β^-, γ	1332, 1173
61	1.65 h	β^-, γ	67, 909



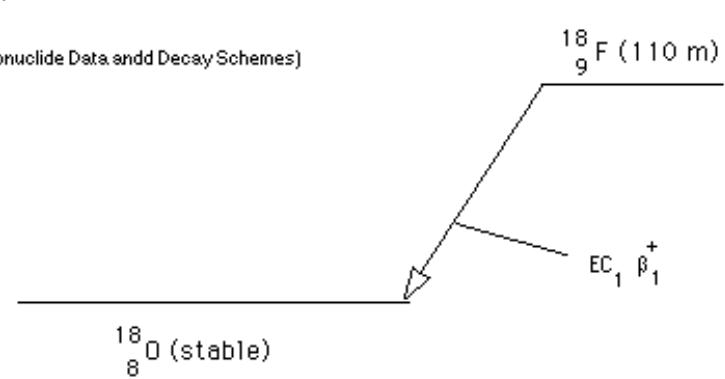
- Beta- a ^{60}Ni . Emisión de dos líneas muy intensas
- Irradiación de n en ^{59}Co en CANDU (Argentina!)
- Gran importancia industrial y médica: esterilización de equipo médico, radiografía industrial, cobalto-terapia, pesticida



Fluor-18: $^{18}\text{F}_{9}$

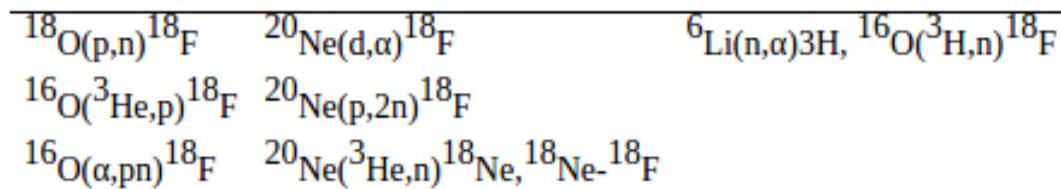
FLUORINE-18
ELECTRON CAPTURE AND
POSITRON DECAY

(source: MIRD Radionuclide Data and Decay Schemes)

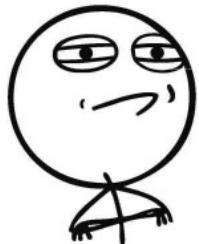


6 C 14	5700 y	β^-
9 F 18	1.829 h	γ
11 Na 22	2.602 y	γ

511, 1275



- Se produce en ciclotrones (CAB!) irradiando protones sobre muestras de agua enriquecida con ^{18}O : $^{18}\text{O}(\text{p},\text{n})^{18}\text{F}$
- La destrucción de pares e^+/e^- produce 2 gammas de 511 keV
- Reemplaza un OH⁻ en azúcares, p ej, fludeoxiglucosa (2-[^{18}F]fluoro-2-deoxy-D-glucosa) para estudios PET



40-Potasio: $^{40}\text{K}_{19}$

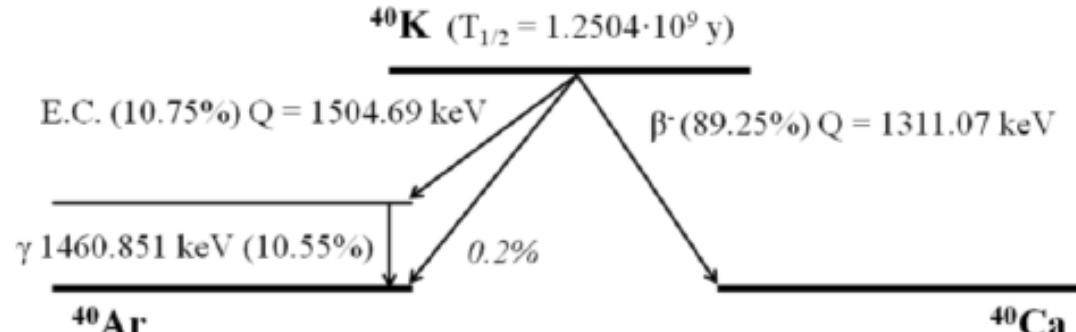
- Isótopo de vida media muy larga (1.251 Gyr)

- 0.012% en el K natural

- En el cuerpo humano hay 160g de K $\rightarrow \sim 19$ mg $^{40}\text{K} \rightarrow$ 4.9 kBq de por vida

- Tres modos:

- β^- a ^{40}Ca (89.3%)
- β^+ a ^{40}Ar (0.001%)
- ϵ a ^{40}Ar (10.7%)

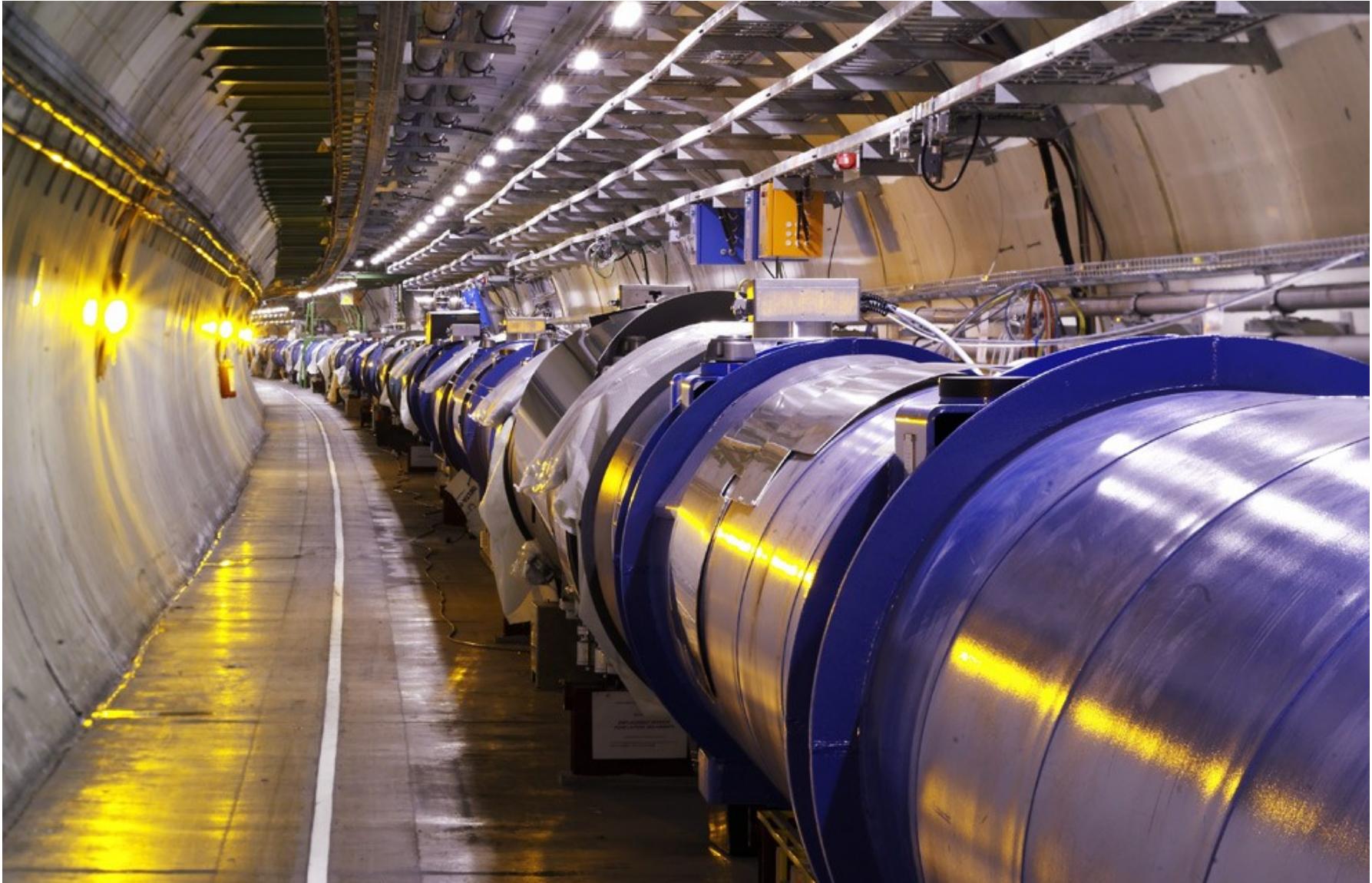


^{40}K	19	40	1.265×10^9 y	β^-, γ	1461
	42		12.36 h	β^-, γ	1525
			22.3 h	β^-, γ	373,617,397





Aceleradores



Campos electromagnéticos

- Sea una carga q. ¿Cómo hacer para incrementar su energía?

$$E = \gamma m \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$$

- **Campos magnéticos para confinar y campos eléctricos para acelerar.**

$$f_{\mu} \equiv \frac{dp^{\mu}}{d\tau} = q F^{\mu\nu} u_{\nu}$$

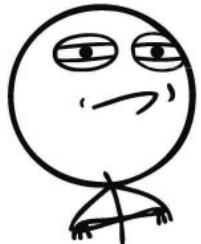
$$p^{\mu} = (\gamma mc, p_x, p_y, p_z)$$

$$u_{\mu} = (c, -v_x, -v_y, -v_z)$$

$F^{\mu\nu}$ es el tensor de Maxwell

$$F'^{\rho\sigma} = \Lambda_{\mu}^{\rho} \Lambda_{\nu}^{\sigma} F^{\mu\nu}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$



Radio de giro

- La componente magnética de la fuerza de Lorentz es perpendicular a la dirección de movimiento:

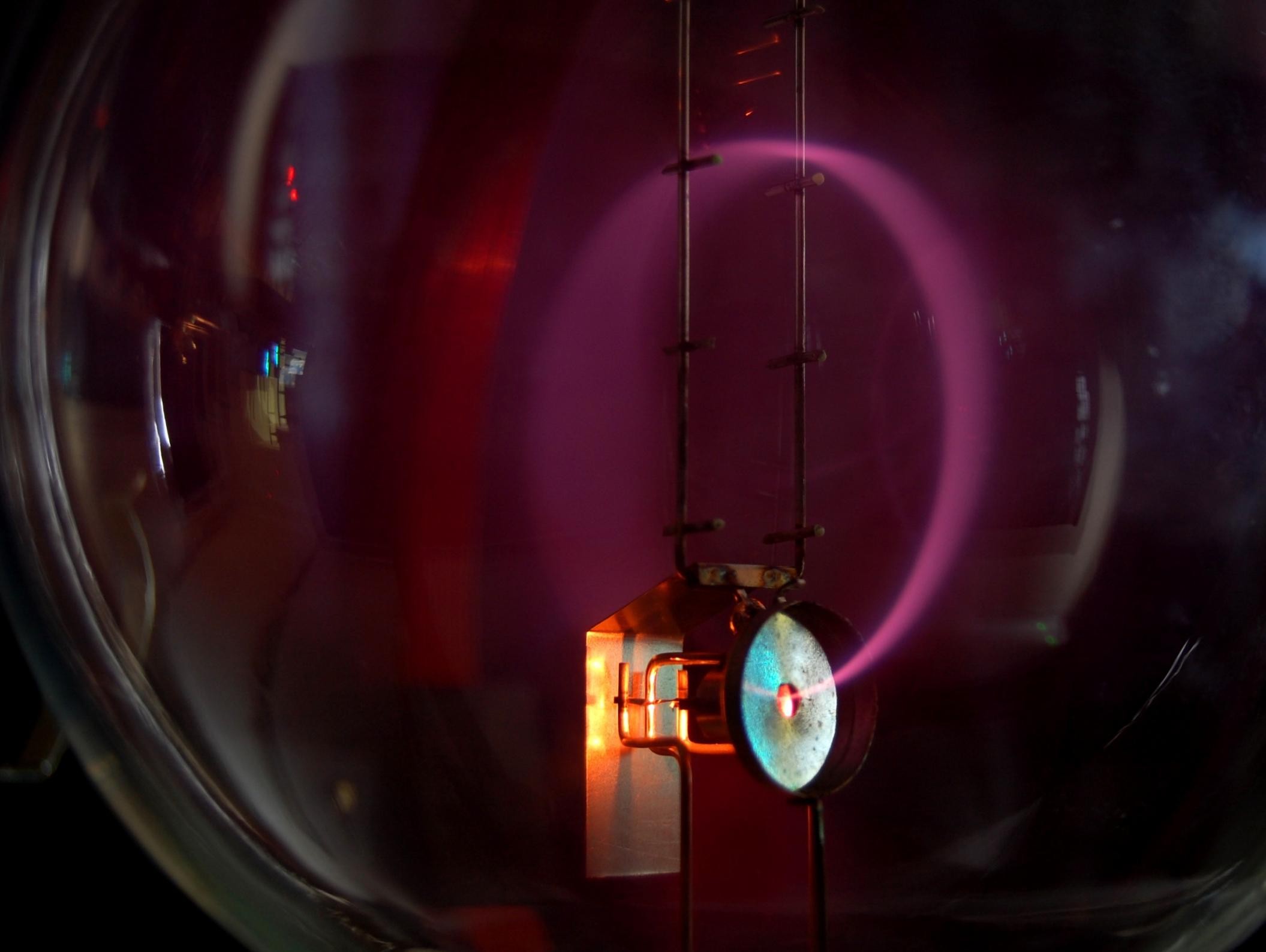
$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

- Movimiento circular, aceleración centrípeta (¡usar γm para el caso relativista! Gracias Feynmann)

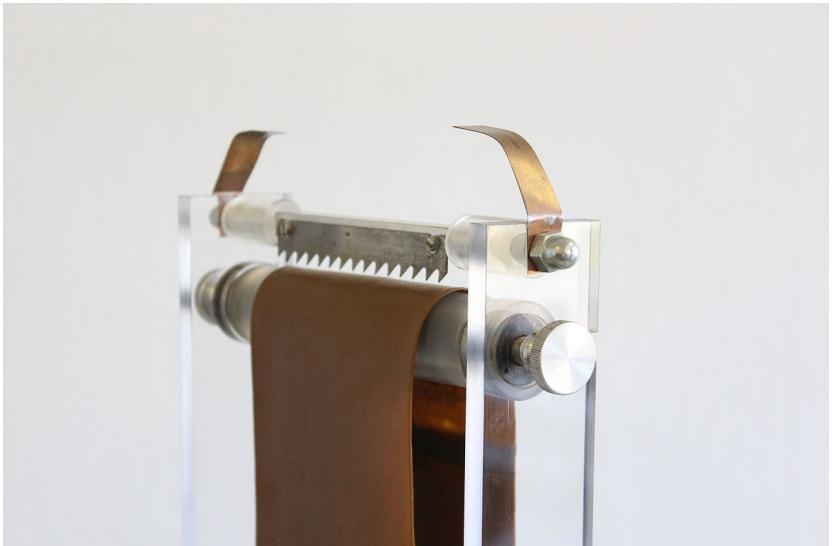
$$r_g = \left(\frac{\gamma m}{|q|} \right) \left(\frac{v_{\perp}}{B} \right)$$

- El período es entonces:

$$t_g = \frac{2\pi\gamma m}{|q|B}$$

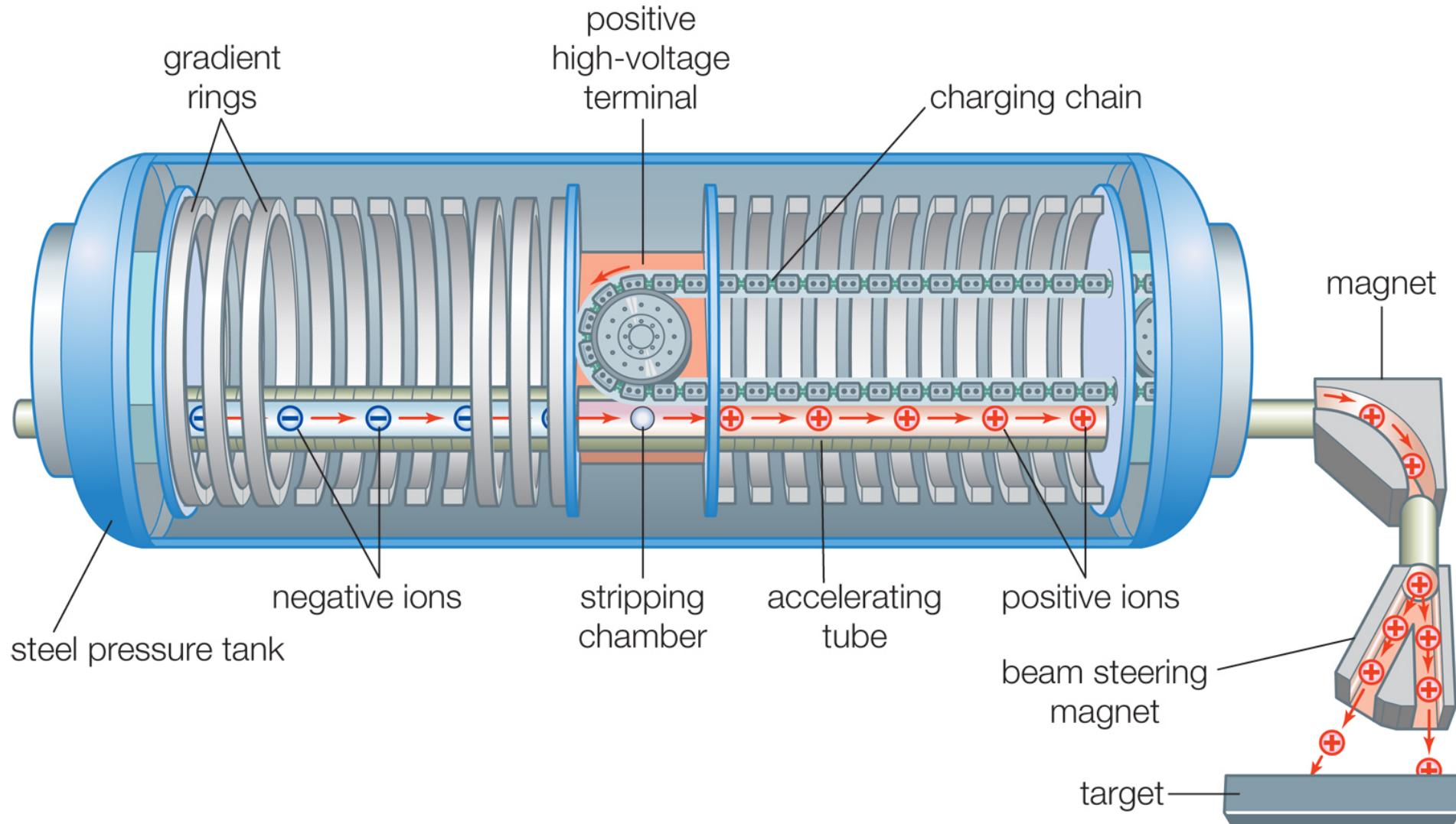


Generador de Van de Graaff



- Generador electrostático
- Fricción
- Limitado por la aislación (aire
~ 30 kV/cm)
- Potenciales típicos
 - aire, $V < 2 \text{ MV} - 5 \text{ MV}$
 - Otros gases (SF_6) $V \sim 14 \text{ MV}$
- Tandem (hasta 30 MV)

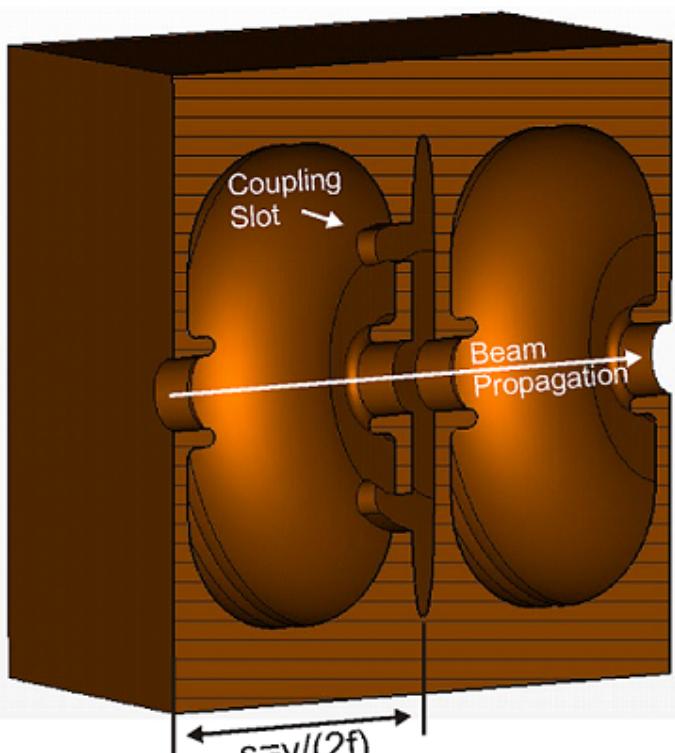
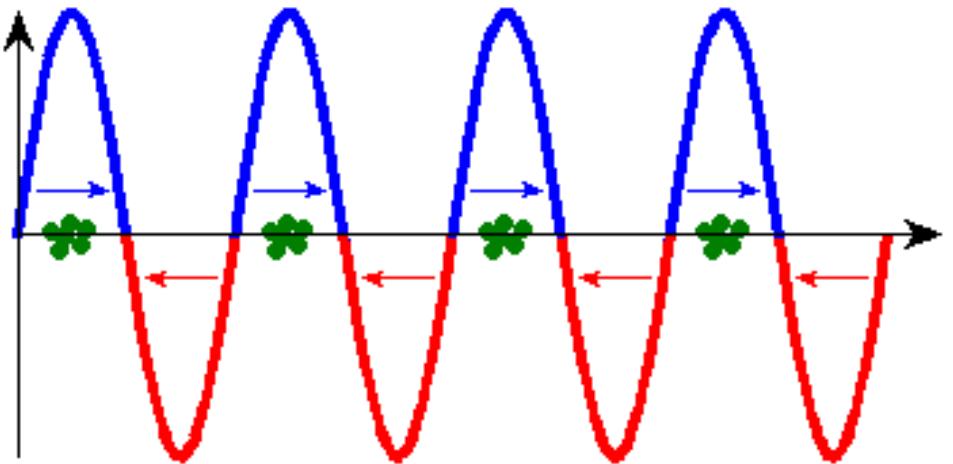
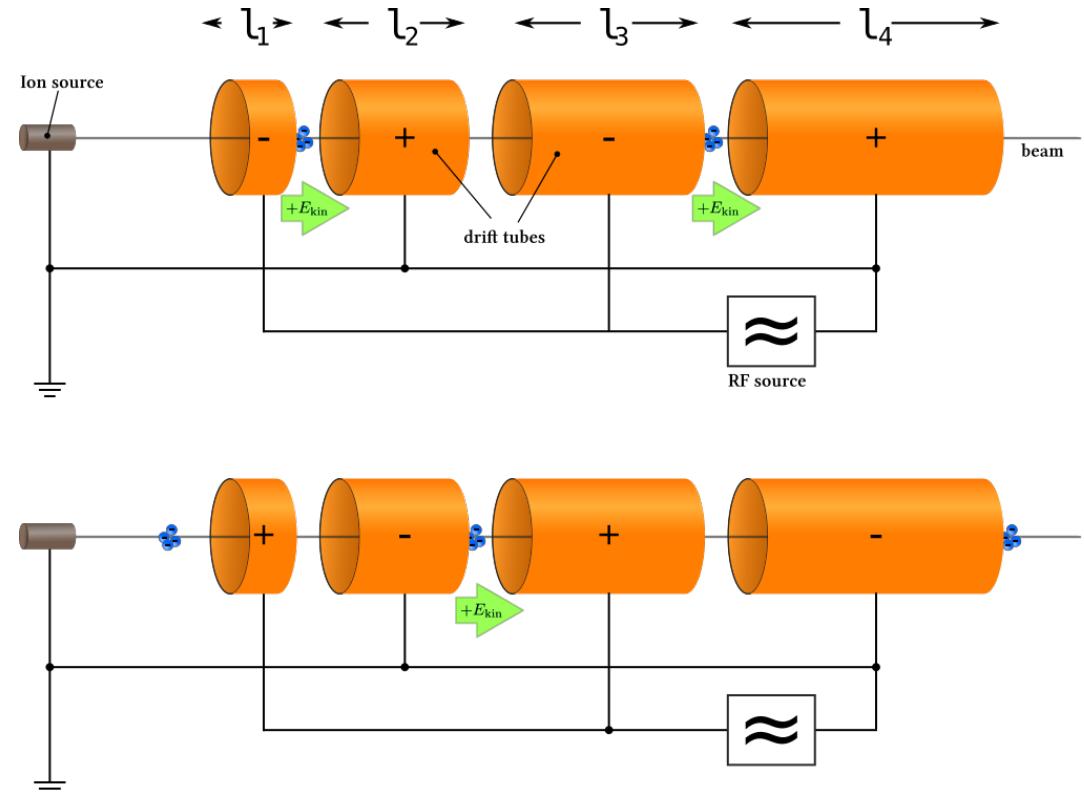
Acelerador Tandem (@CAB 1.7 MV)



Campos eléctricos para acelerar

- Acelerador lineal (LinAc)

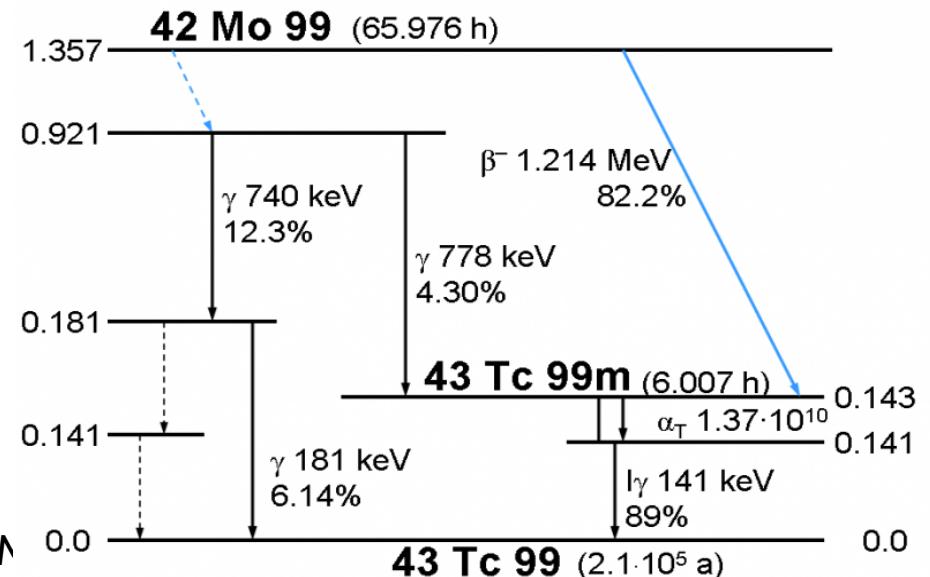
$$E = q V$$



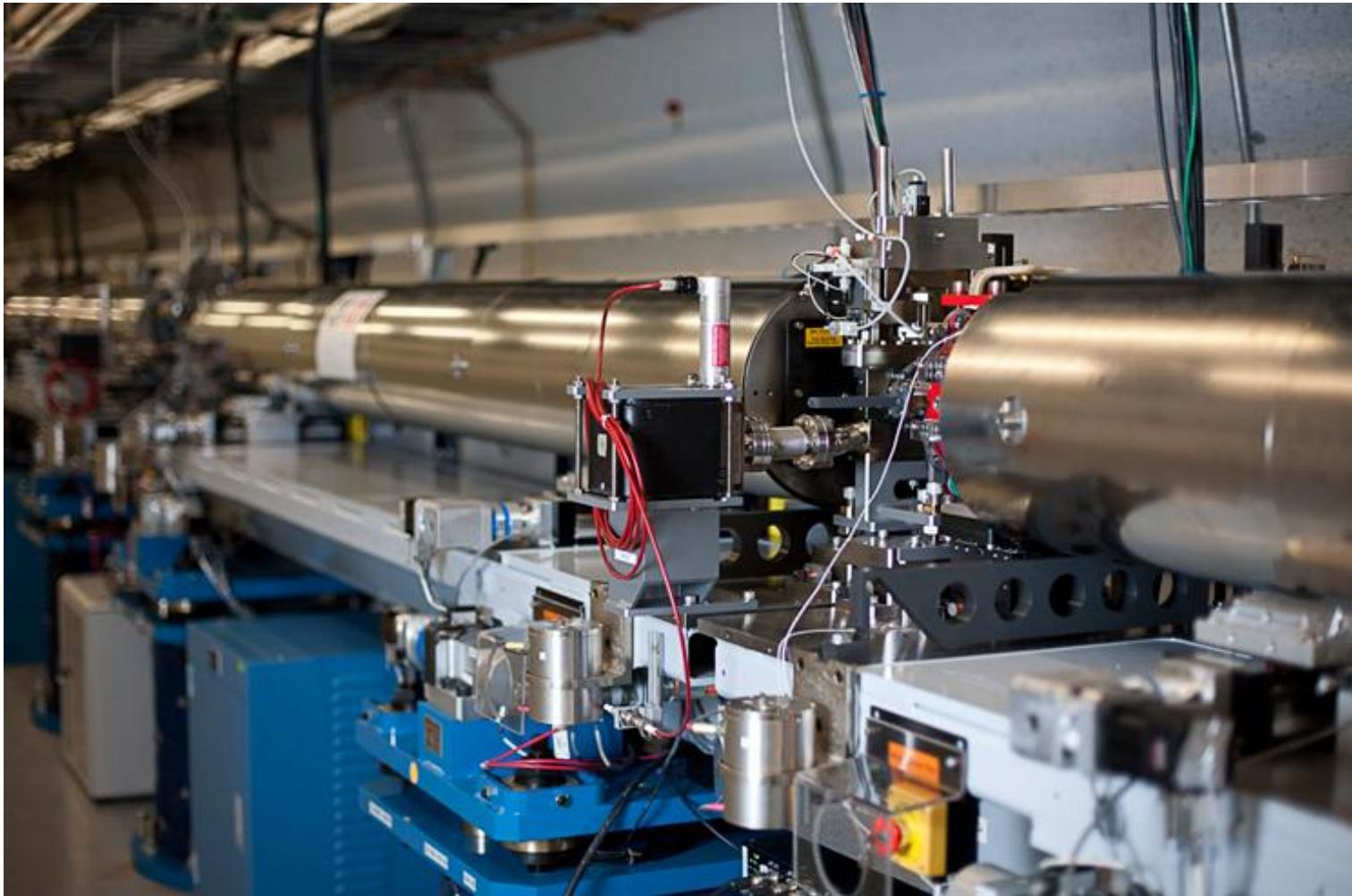
Aplicaciones médicas



- Electrones monoenergéticos (entre 4 MeV y 25 MeV)
- Electrones o RX (producidos con blanco de W refrigerado)
- Producción fotonuclear de ^{99}Mo ($^{99\text{m}}\text{Tc}$):
 - $^{98}\text{Mo}(\text{n},\gamma)^{99}\text{Mo} \leftarrow \text{reactores}$
 - $^{100}\text{Mo}(\gamma,\text{n})^{99}\text{Mo} \leftarrow \text{LinAc } 35\text{MeV}$ (Harvey et al, 2009)

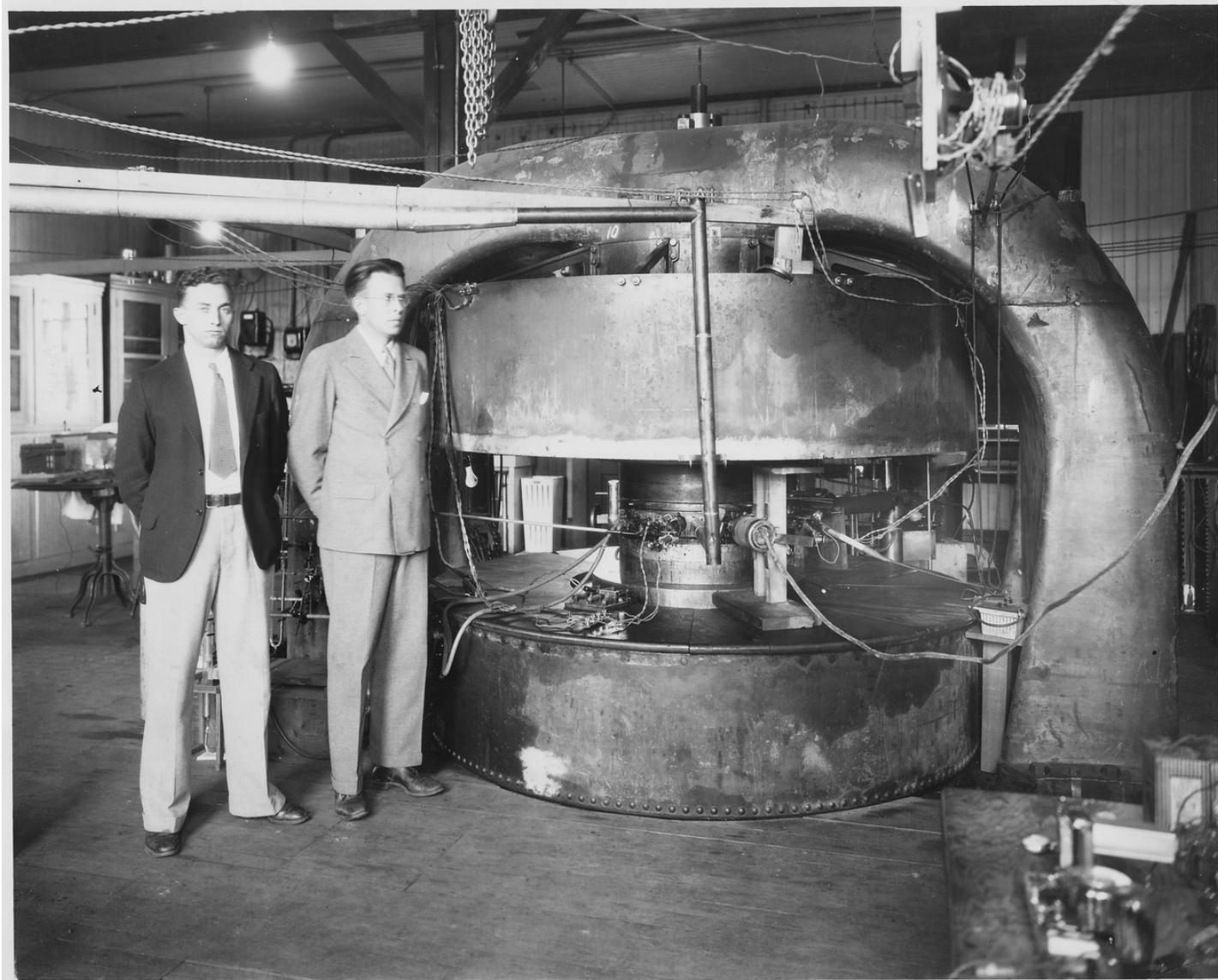


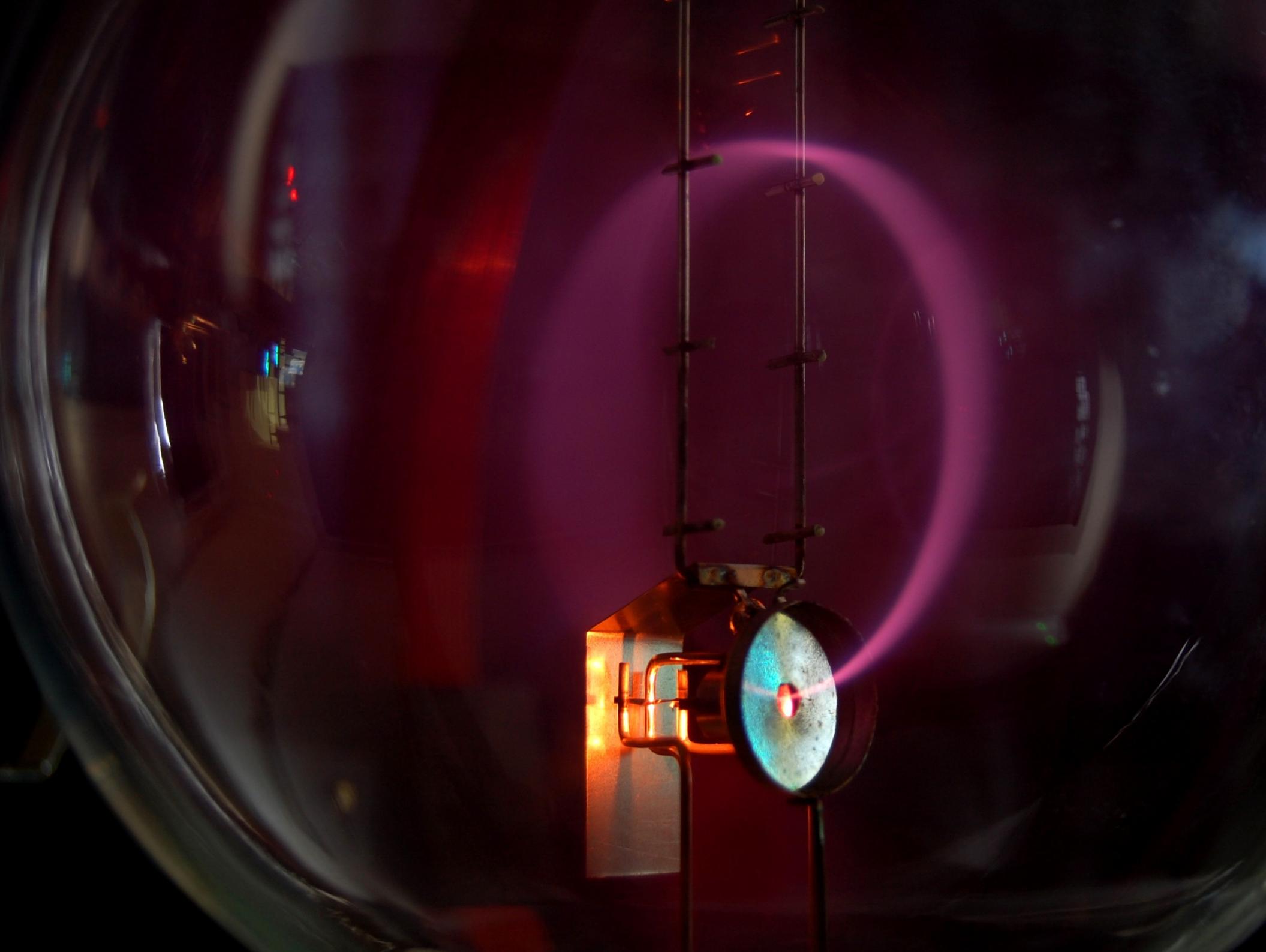
SLAC: 3 Premios Nóbel charm, estructura quarks, leptón tau



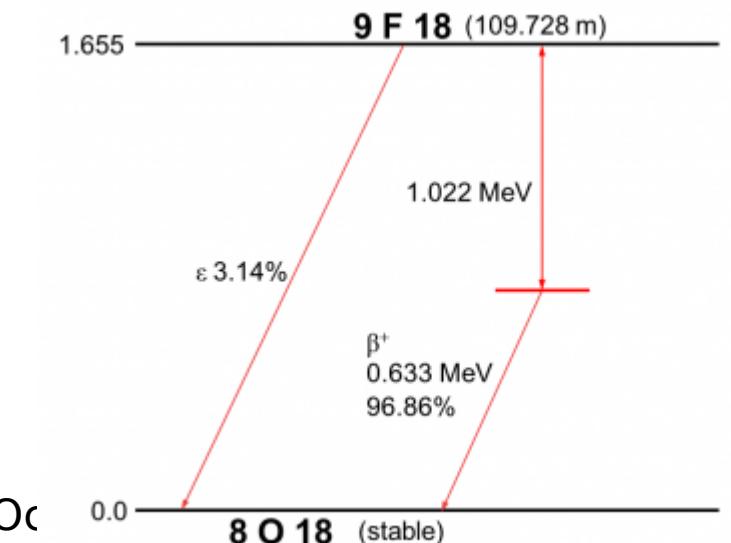
- 3.2 km: e^+ y e^- hasta 50 GeV; $E_{cm} \sim m_Z$ (90 GeV)

Ciclotrón (Lawrence)





Ciclotrón IBA Cyclone 18 (CAB, 18 MeV)



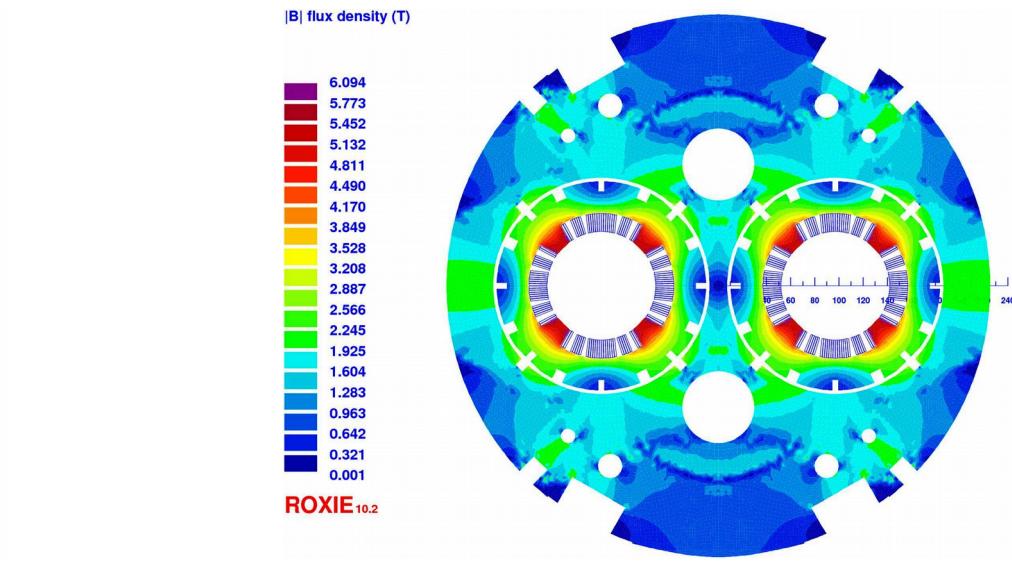
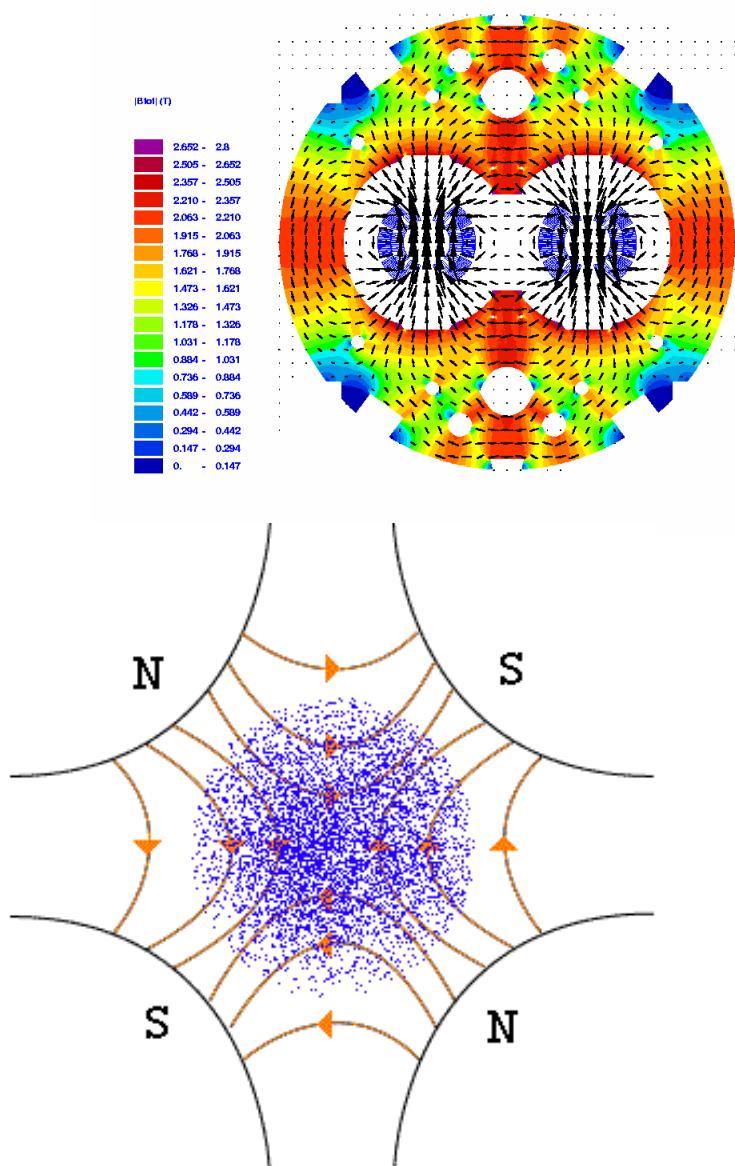
- Acelera iones hasta 18 MeV
- Producción de ^{18}F
$$^{18}\text{O}(\text{p},\text{n})^{18}\text{F}$$

$$^{20}\text{Ne}(\text{d},\alpha)^{18}\text{F}$$
- Energía típica: 12 MeV
- Otras reacciones menos favorables
- $t_{1/2} \ ^{18}\text{F}: 109.73$ minutos

Large Hadron Collider

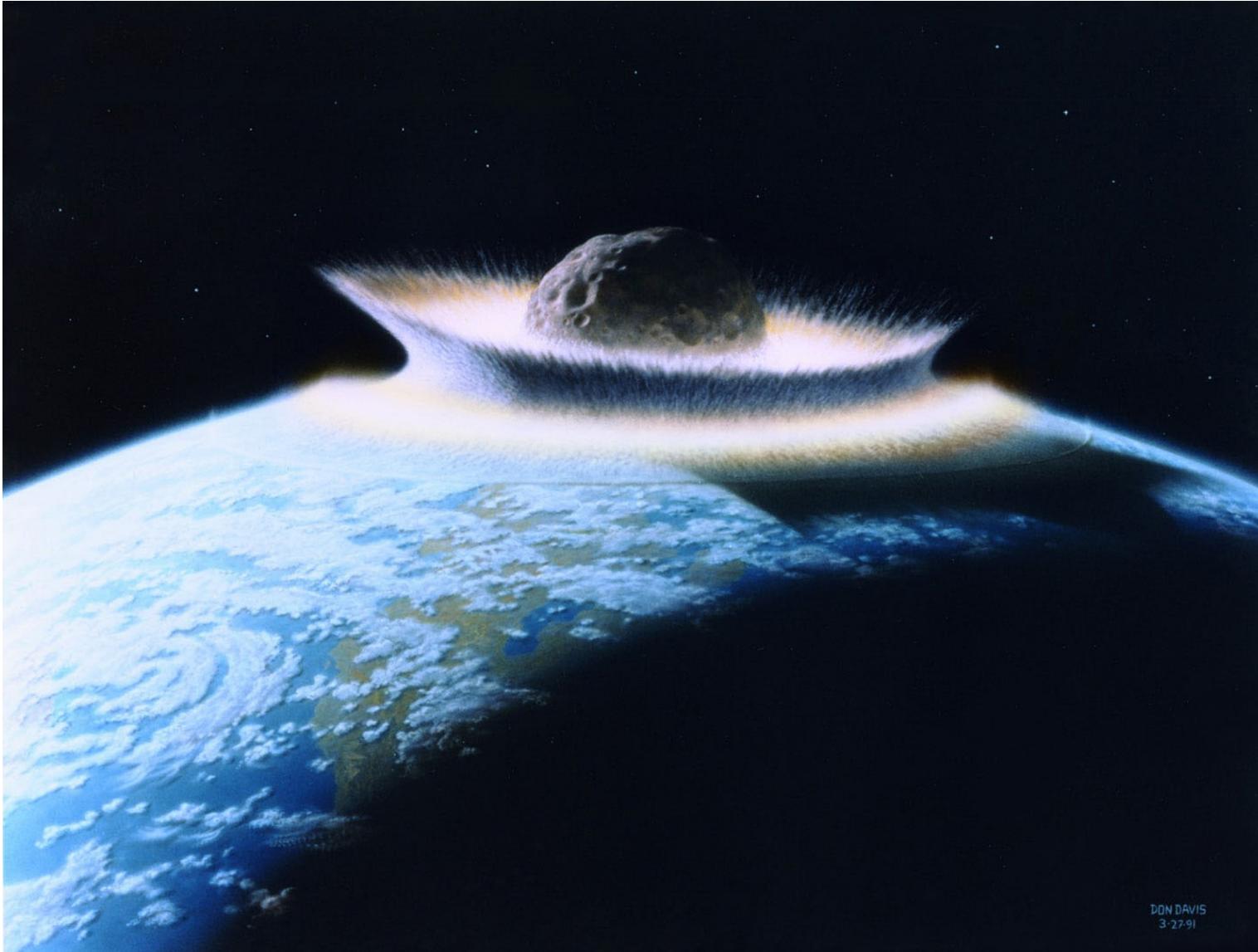


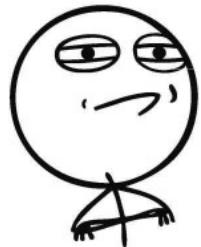
1232 Dipolos (8.3 T) + 506 cuadrupolos (7 T) (y 688 sectupolos y 168 octupolos) en el LHC



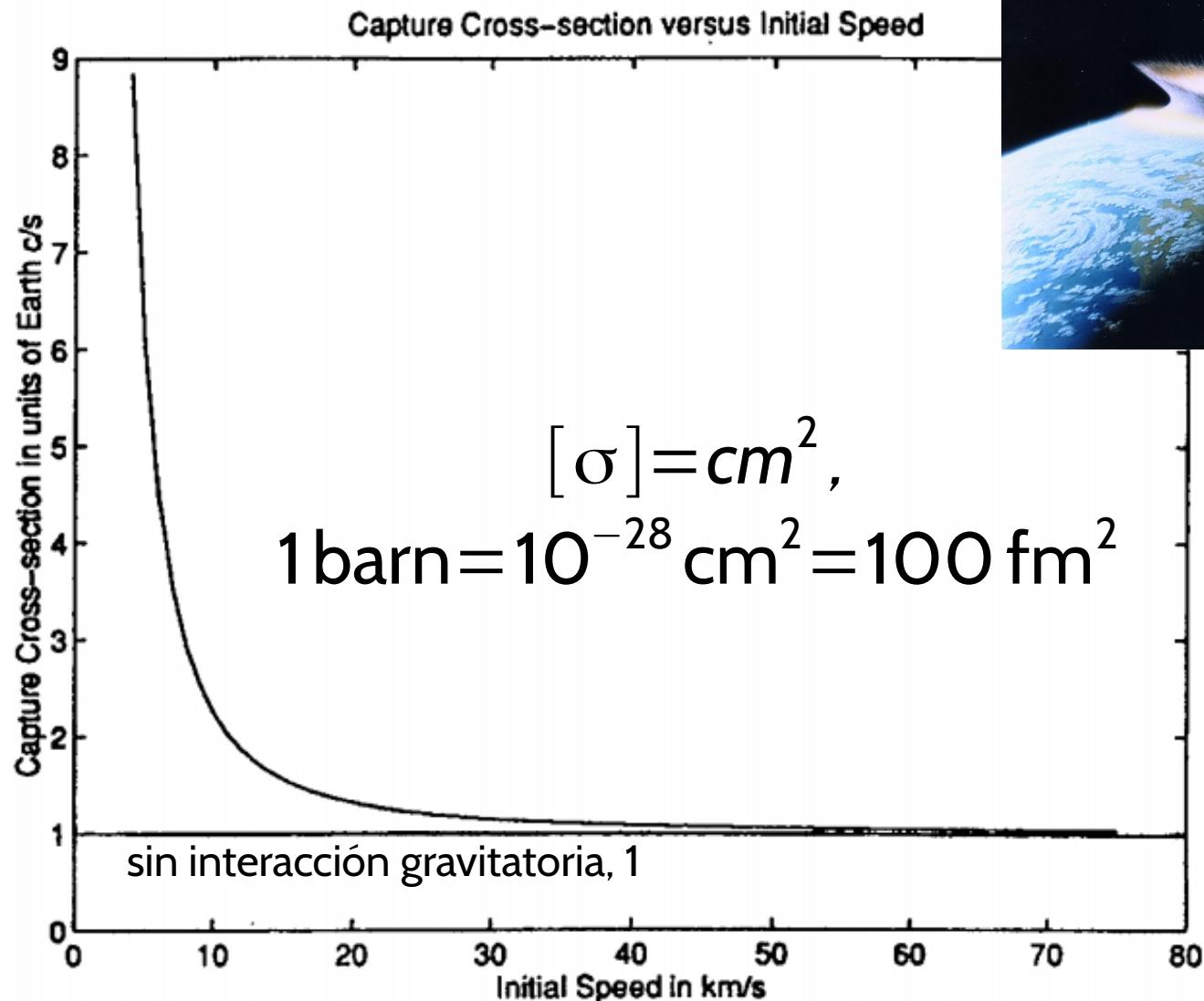
- Strong focussing: FODO
 - F → cuadrupolo, foco vertical
 - O → dipolo, curvatura
 - D → cuadrupolo, foco horizontal
 - O → dipolo, curvatura

Sección eficaz de interacción (σ)





Sección eficaz de captura de asteroides



Luminosidad de un acelerador

- Número de eventos **detectados** (N) como en un cierto tiempo (t) respecto a la sección eficaz de interacción (σ)

$$L = \frac{1}{\sigma} \frac{dN}{dt}, \quad [L] = \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$$

- La luminosidad integrada es la integral en el tiempo:

$$L_{\text{int}} = \int L dt, \quad [L_{\text{int}}] = \text{cm}^{-2}$$

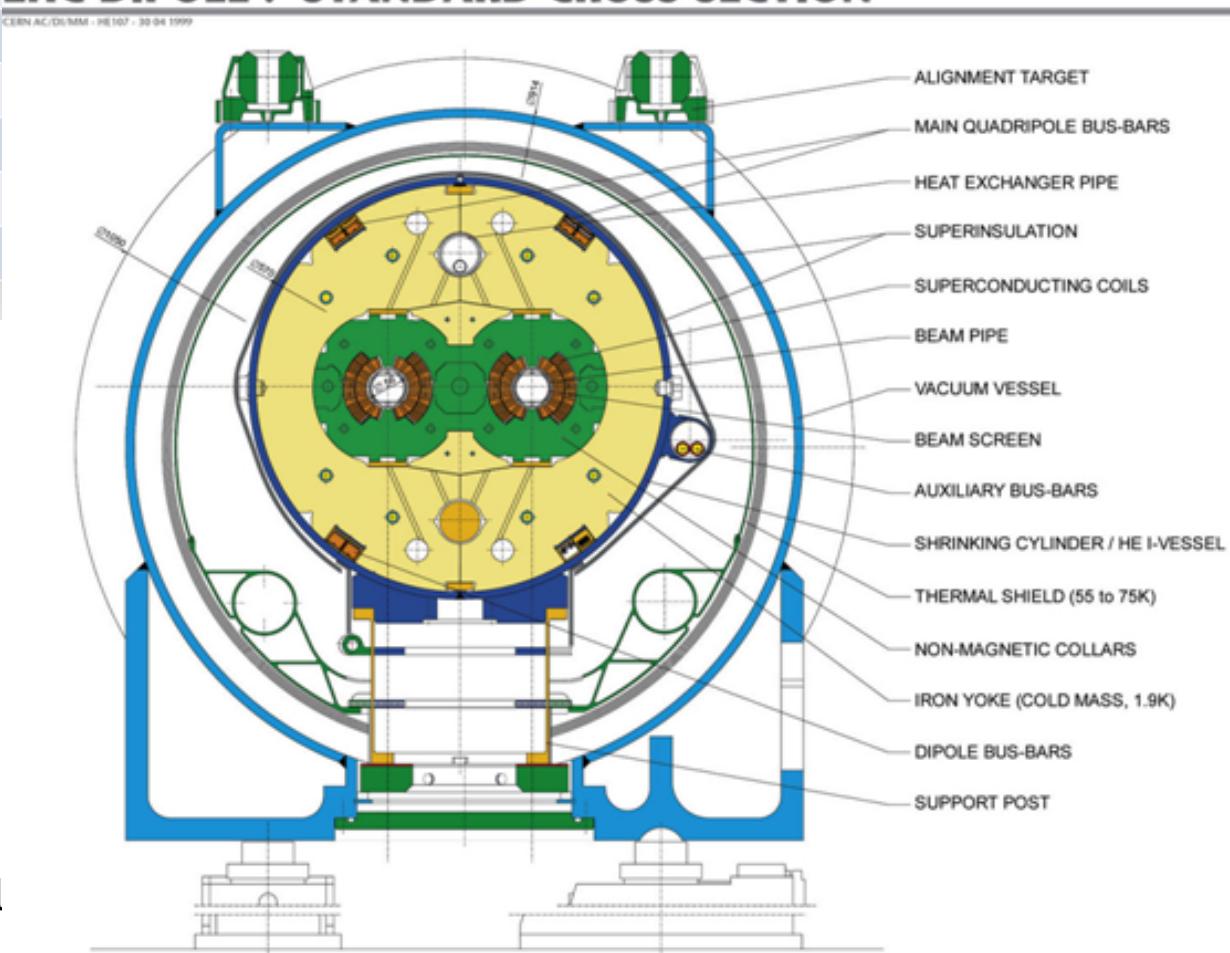
Luminosidad LHC

https://userweb.jlab.org/~parkkj/USC/proposal2009/local_disk/MEIC/lumi_collider.pdf
<http://pdg.lbl.gov/2015/reviews/rpp2015-rev-accel-phys-colliders.pdf>

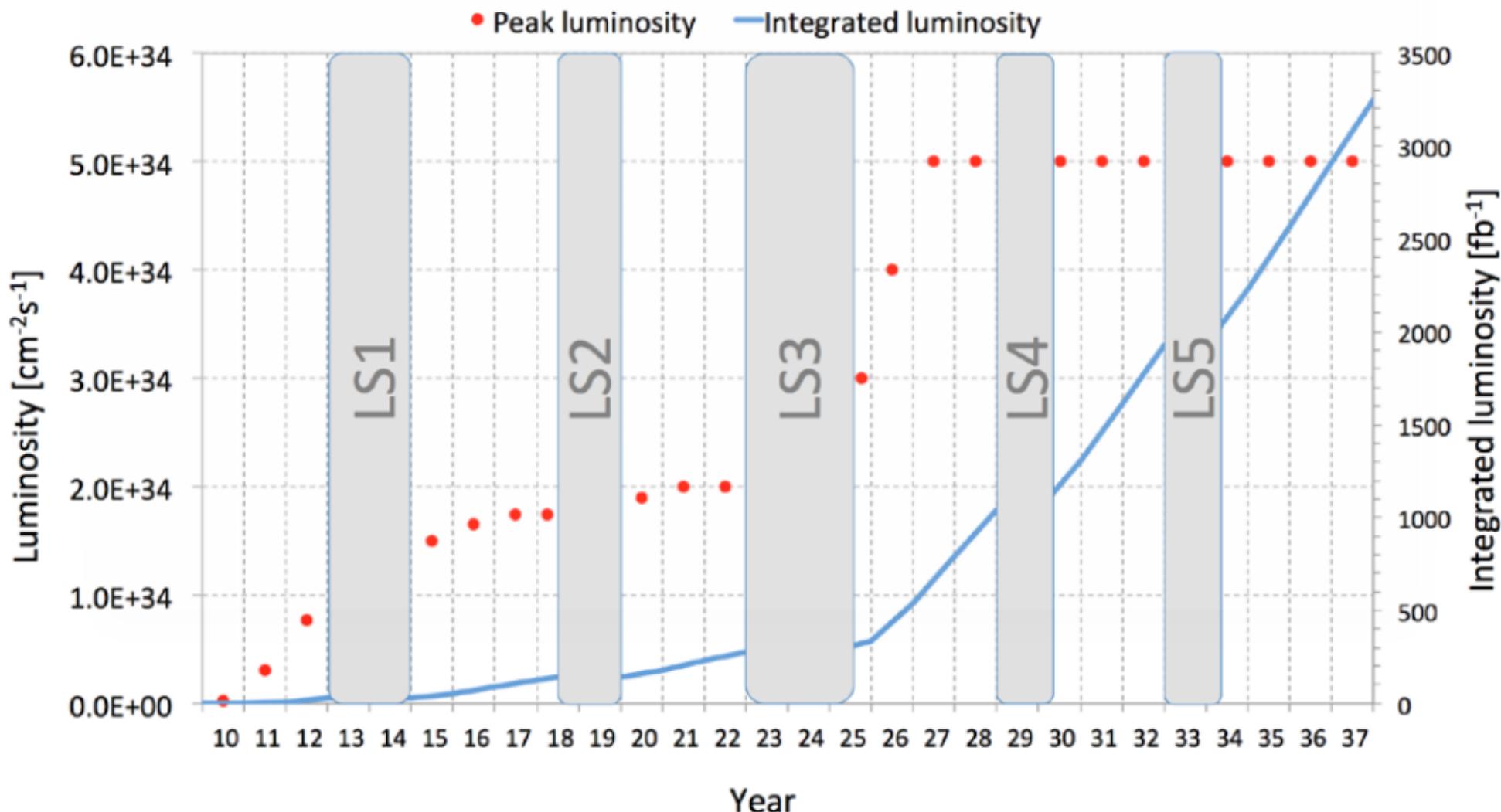
HL-LHC: key 25 ns parameters

Protons per bunch	2.2×10^{11}
Number of bunches	2750
Normalized emittance	2.5 micron
Beta*	15 cm
Crossing angle	590 microrad
Geometric reduction factor	0.305
Virtual luminosity	$2.4 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
Levelled luminosity	$5 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
Levelled <pile-up>	140

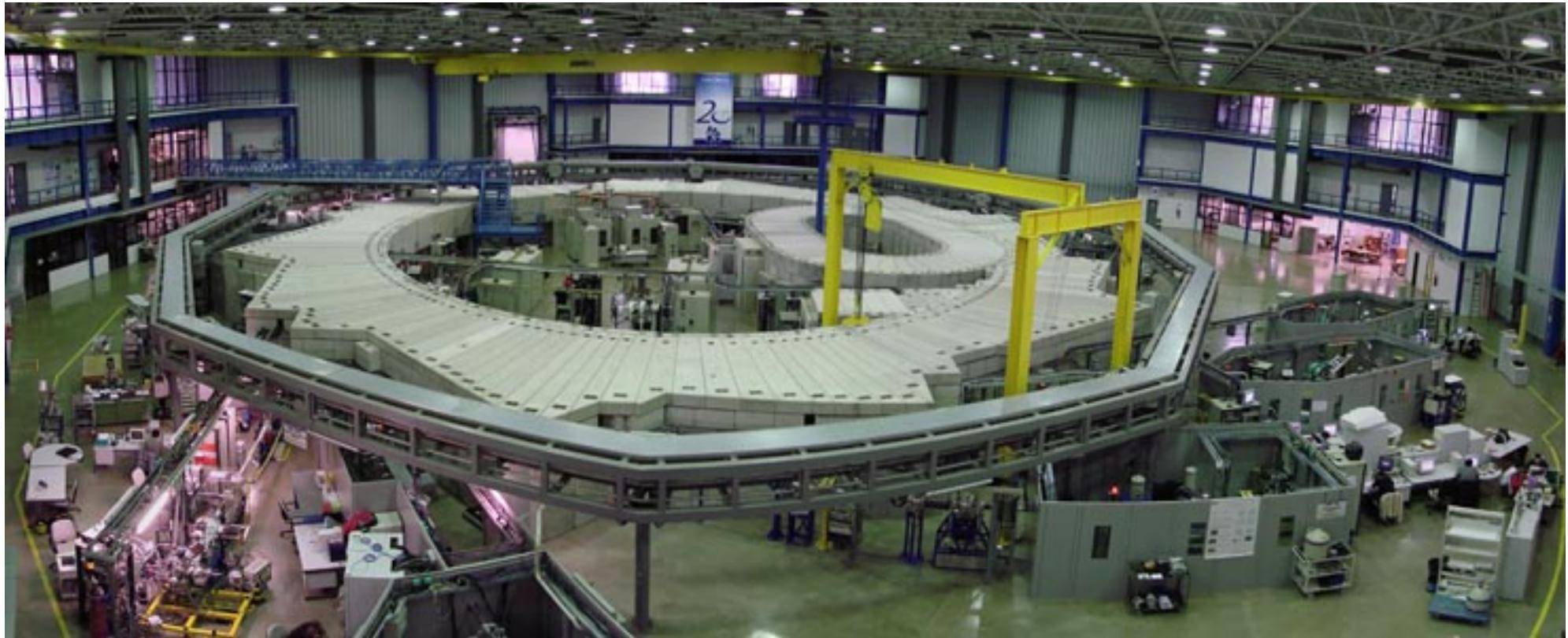
LHC DIPOLE : STANDARD CROSS-SECTION



LHC, luminosidad y luminosidad integrada

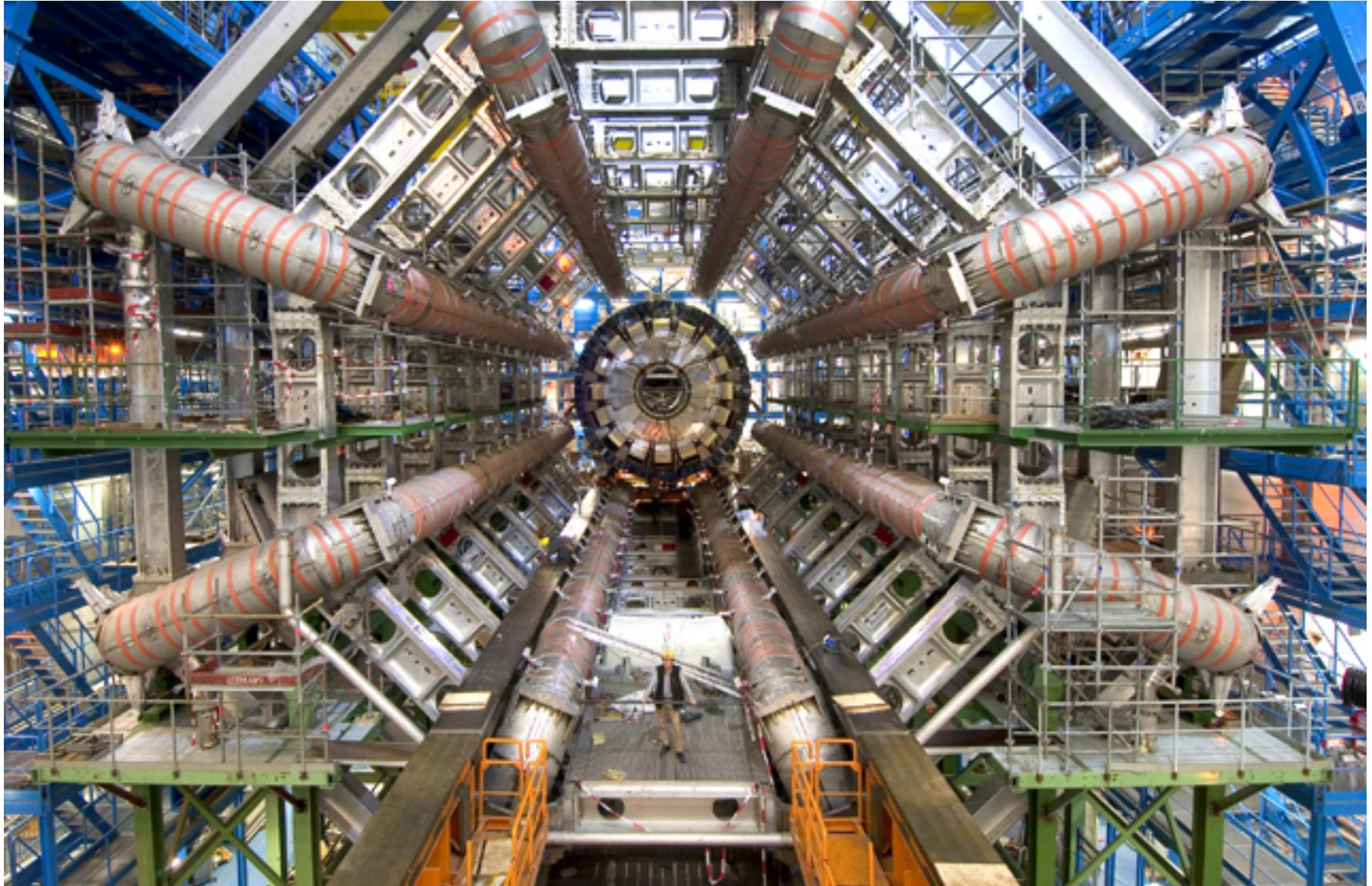


Radiación sincrotrón (LNLS, Brasil)



- electrones; $E=1.37 \text{ GeV}$; $R=29.7 \text{ m}$; $B=1.62 \text{ T}$
- $I=250 \text{ mA}$; RF: 476.066 MHz;

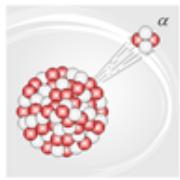
Detectores, porque medir es interactuar



Radiación y Unidades

Radioactivity and Ionizing Radiation

Radioactive decay

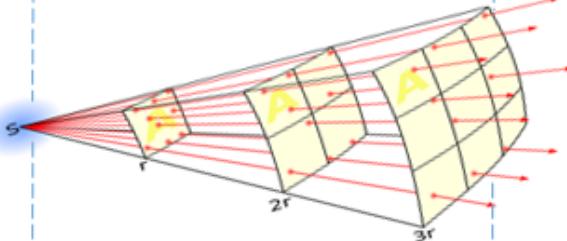


Measurement quantity

- becquerel (Bq)

The becquerel is the SI unit of activity.
1 becquerel = 1 decay per second

Ionizing radiation

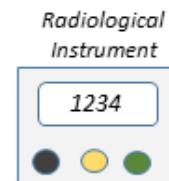


Transmission factors

- Distance (Inverse square law)
- Scattering
- Absorption

Ionizing radiation strength from a point source decreases with the square of distance it travels.
The intervening medium can also absorb and scatter radiation.

Detection



Measurement quantities

Dose

- gray (Gy)
- sievert (Sv)

Particle counts

- per second (cps)
- per minute (cpm)

Both dose and counts are used:
depending on the application and the
radiation type.
Physical dose is measured in grays, and
biological dose in sieverts.