



- Unidad: 02
- Clase: 11
- Fecha: 20140724J
- Contenido: Fuerzas y Kepler
- Web: http://halley.uis.edu.co/fisica_para_todos/
- Archivo: 20140724J-HA-fuerzas-y-kepler.pdf



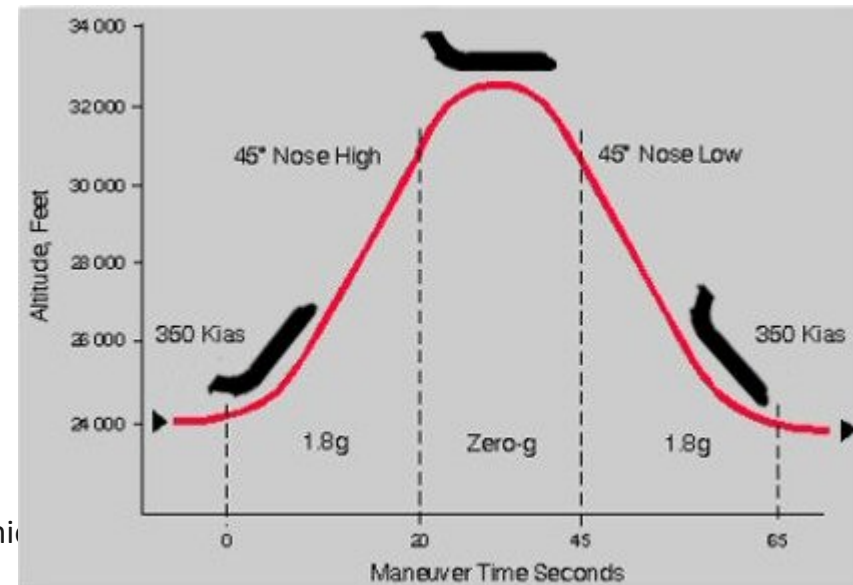
En el episodio anterior...



En el episodio anterior...



Zero-G



Un poco de matemática...

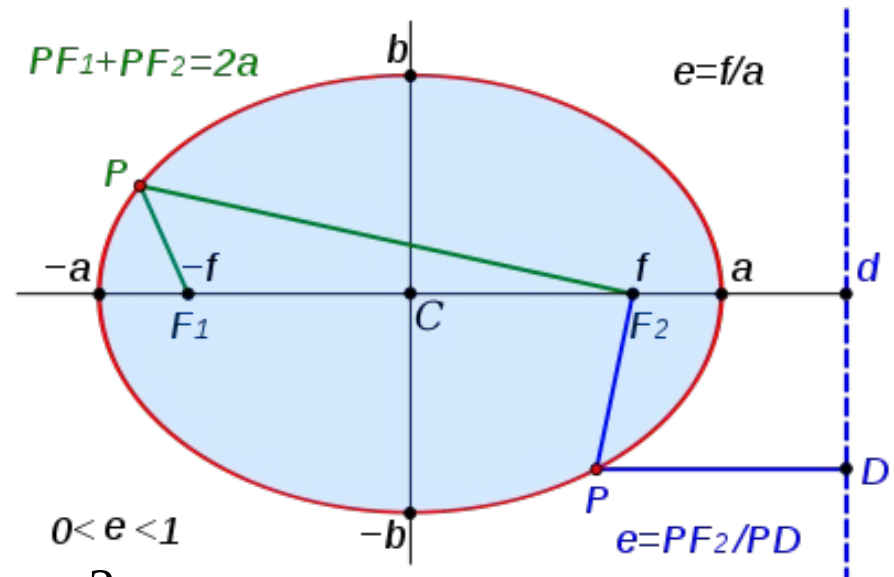
Recordemos que

- Elipse: Conjunto de puntos cuya suma de distancia a dos puntos dados es constante

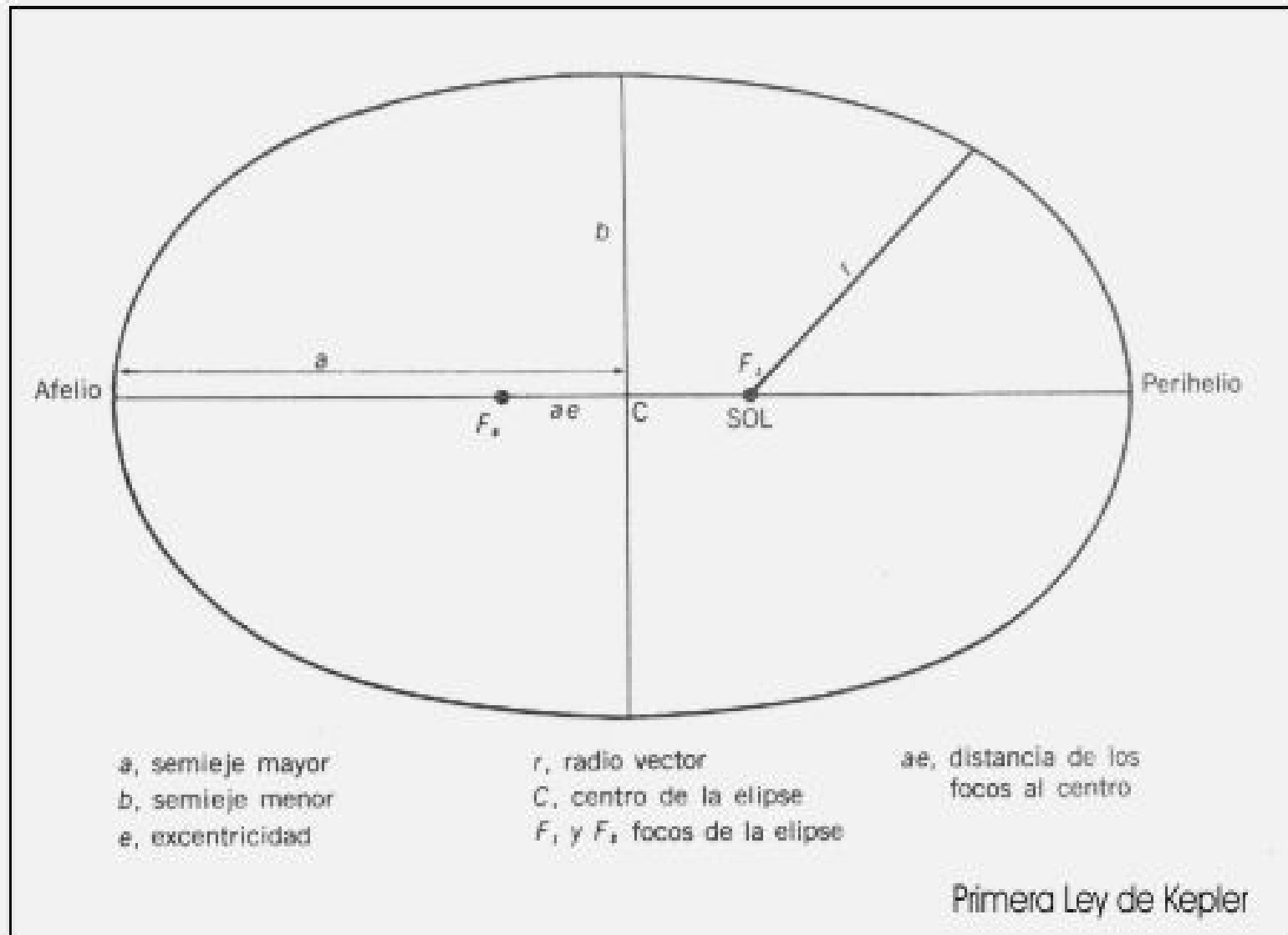
$$\text{Elipse} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{Hipérbola} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

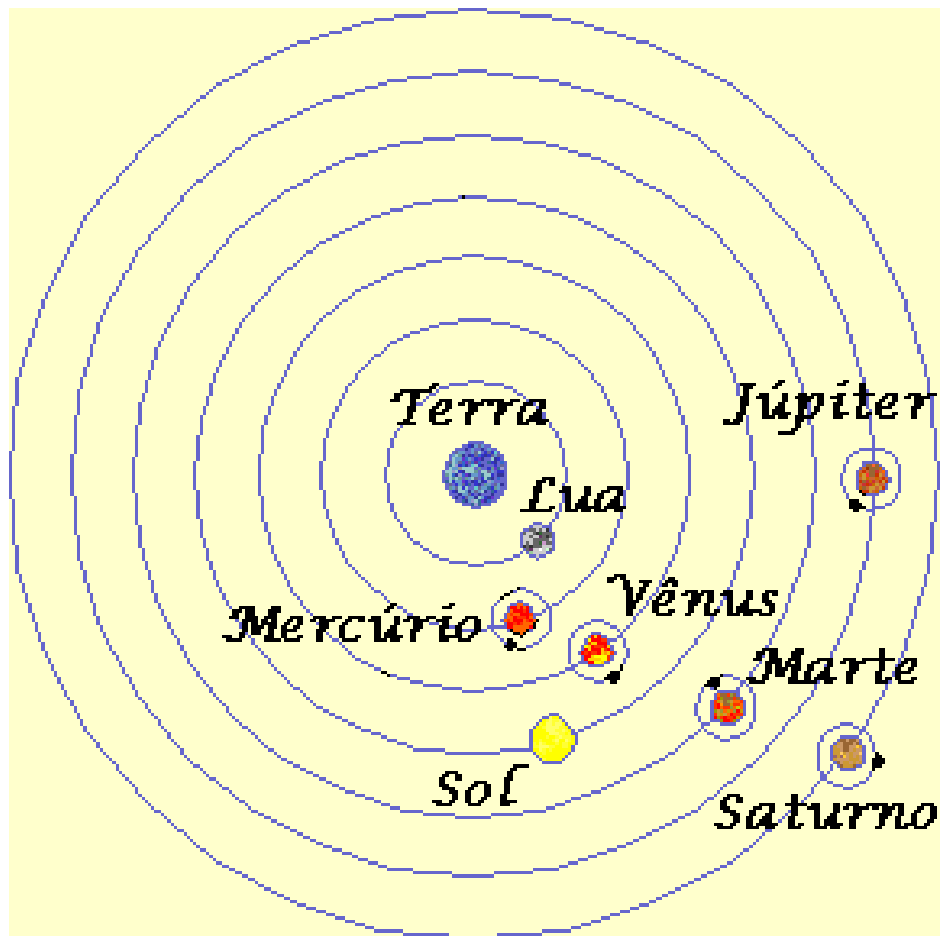
$$\text{Parábola} \Rightarrow y - y_0 = 4p(x - x_0)^2$$



Propiedades de la elipse



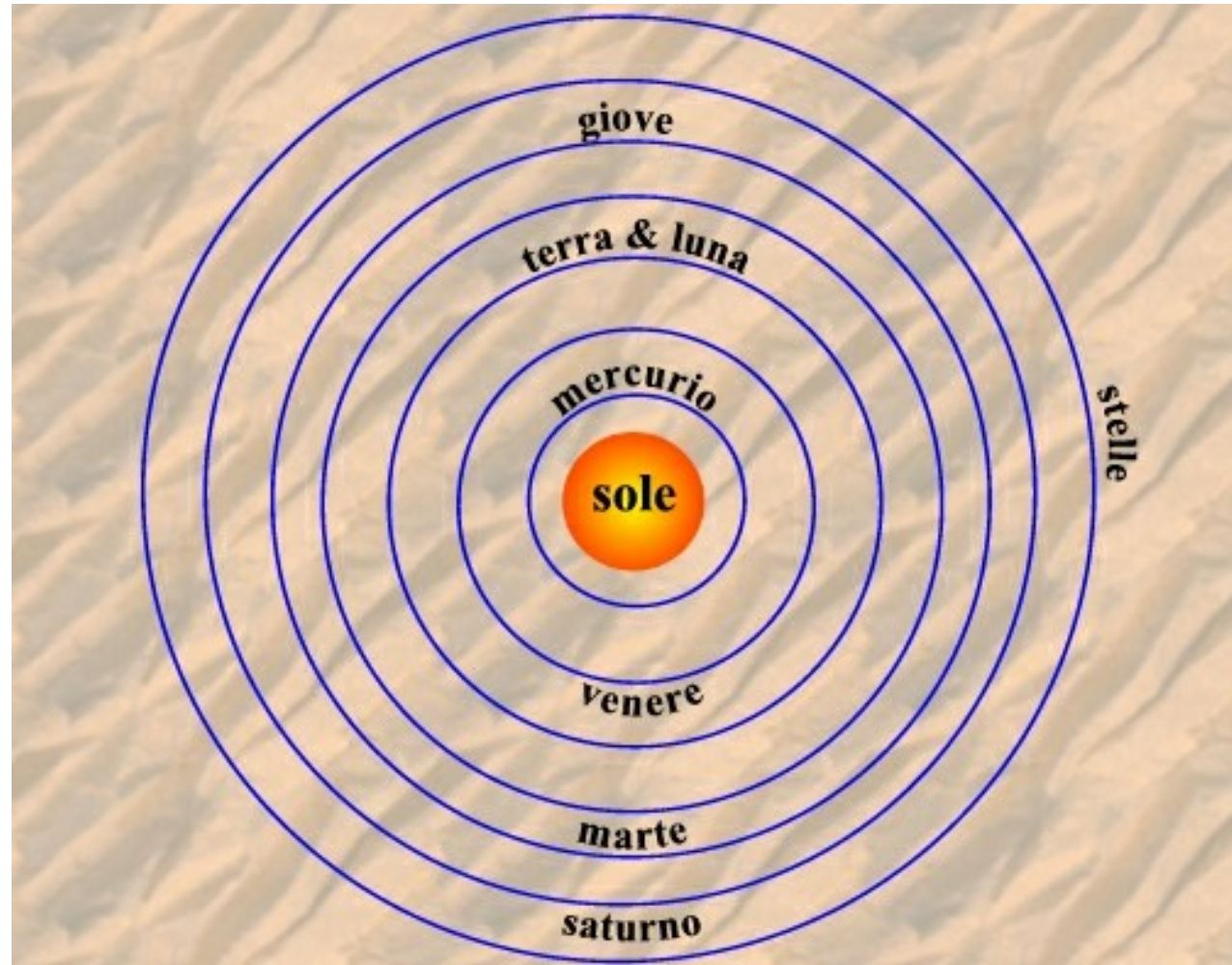
Ptolomeo(100 - 170)



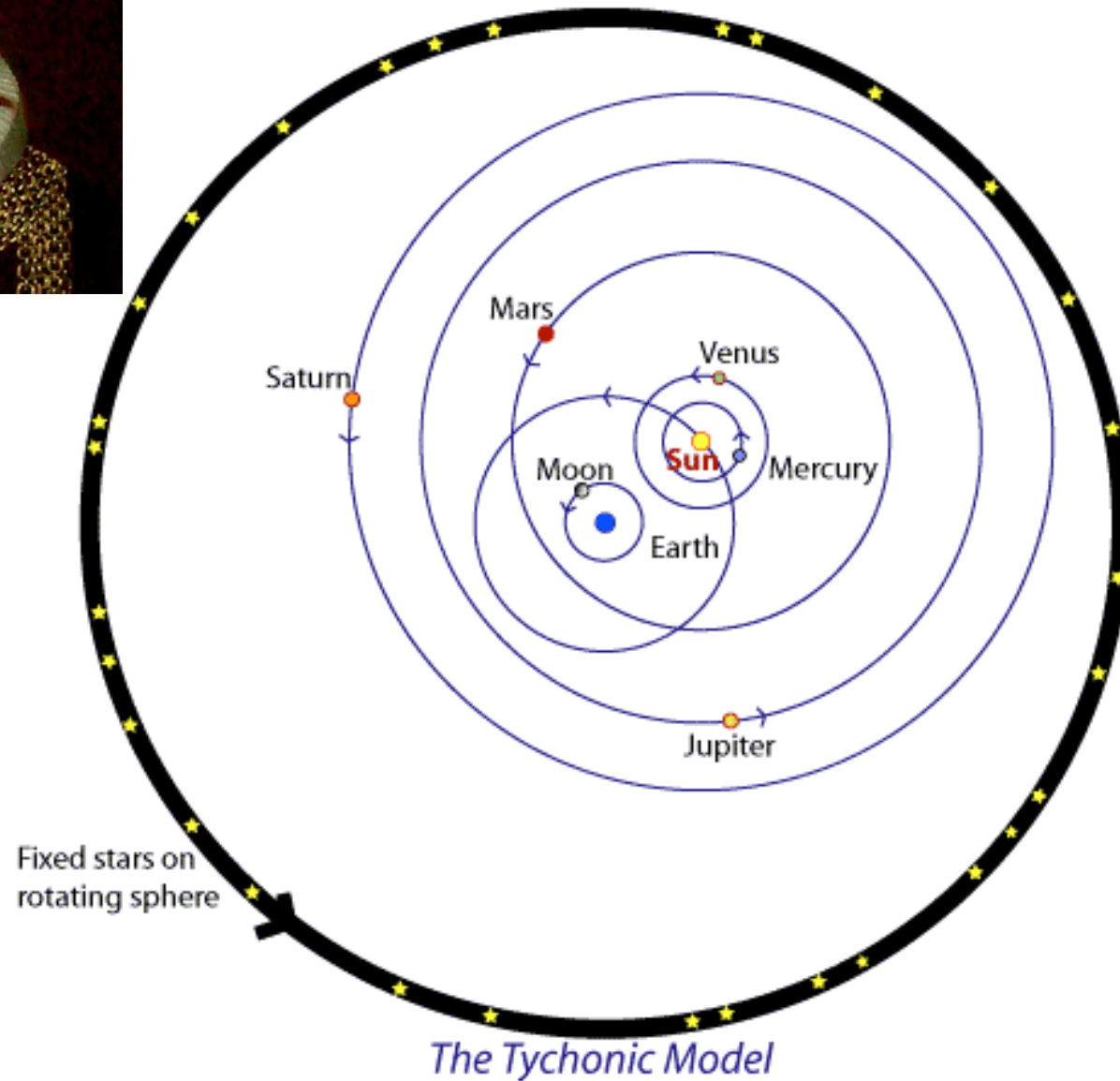
Giordano Bruno(1548 - 1600)



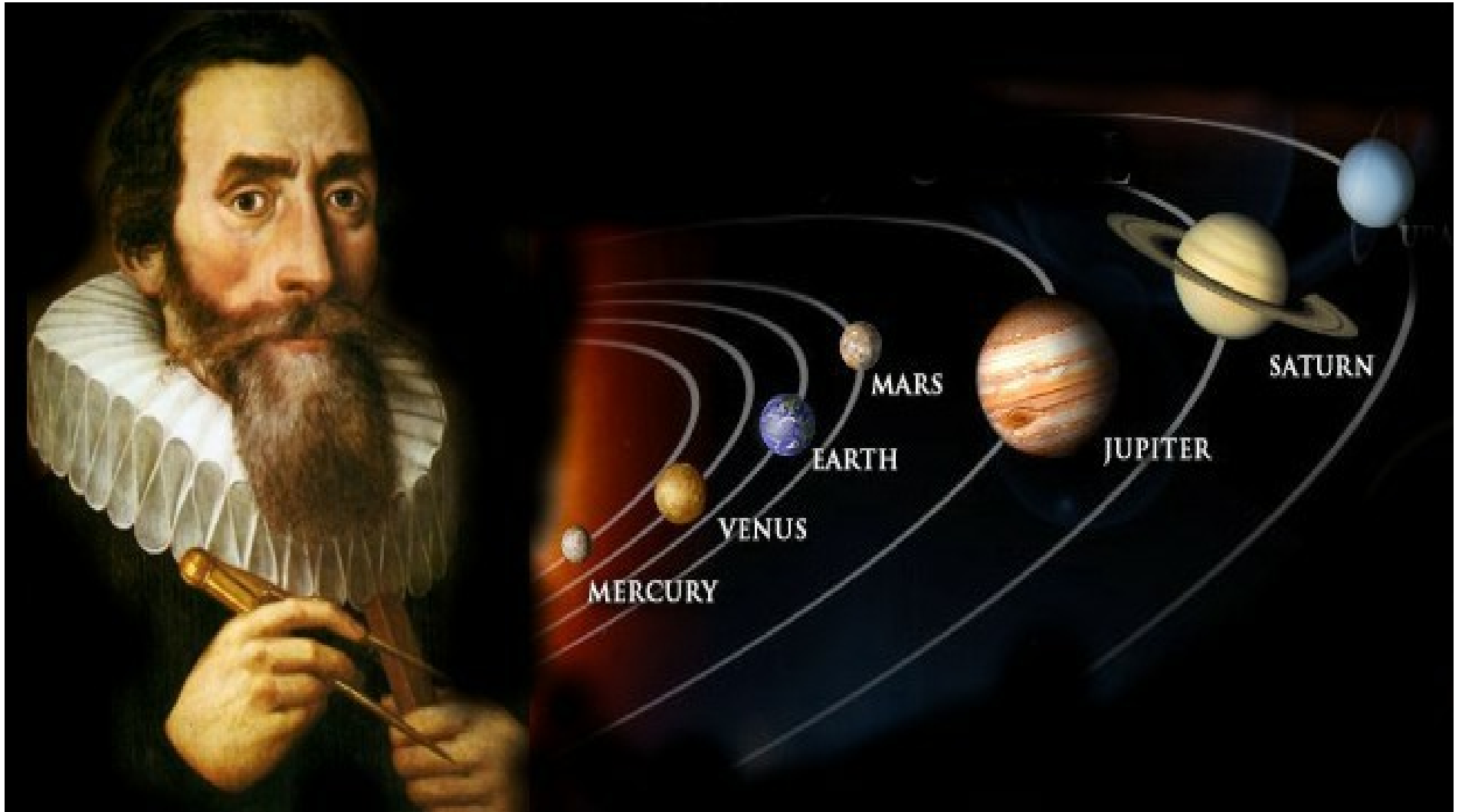
Copernico(1473 - 1543)



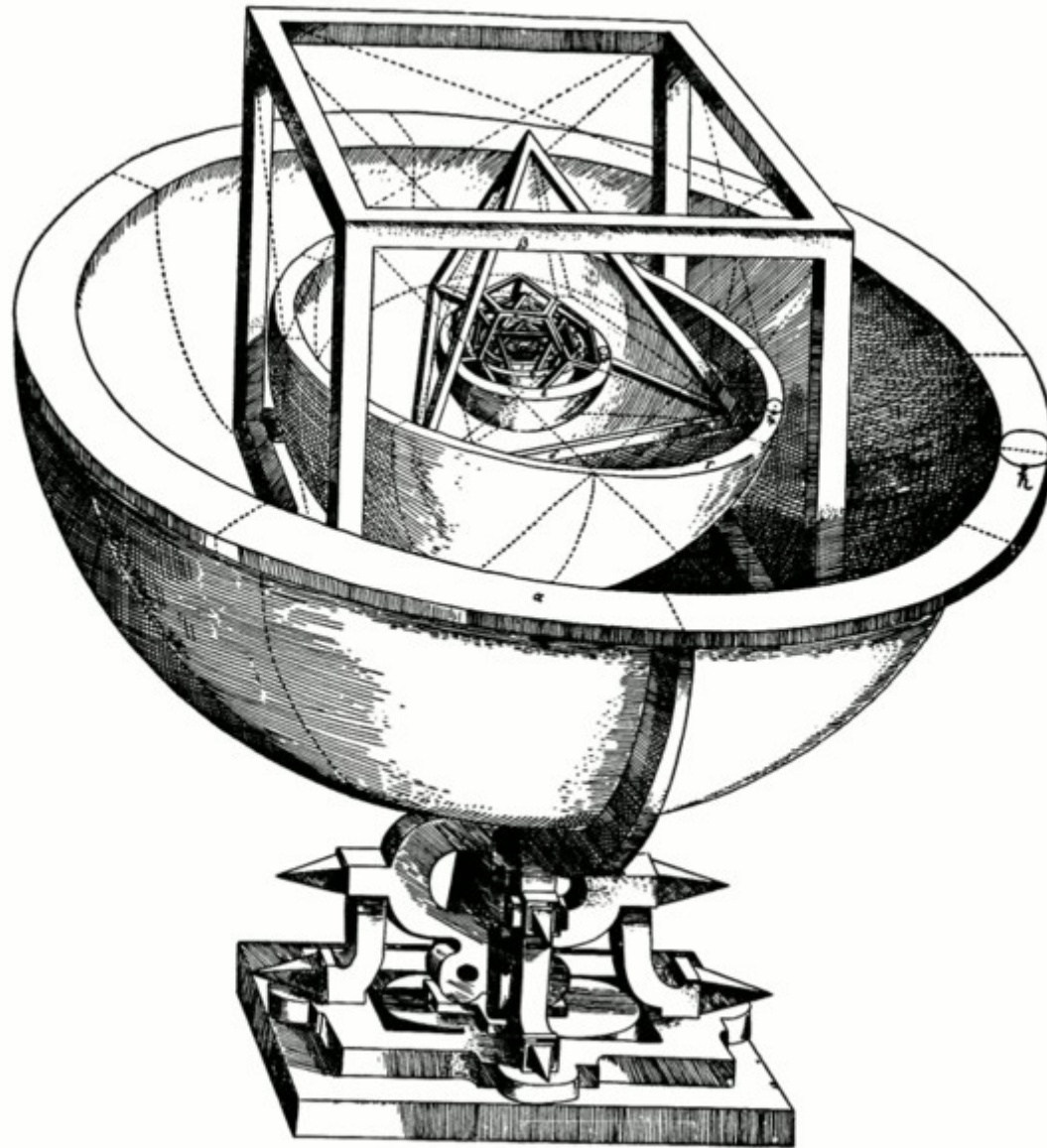
Thyco Brahe(1546 - 1601)



Kepler(1571 - 1630)

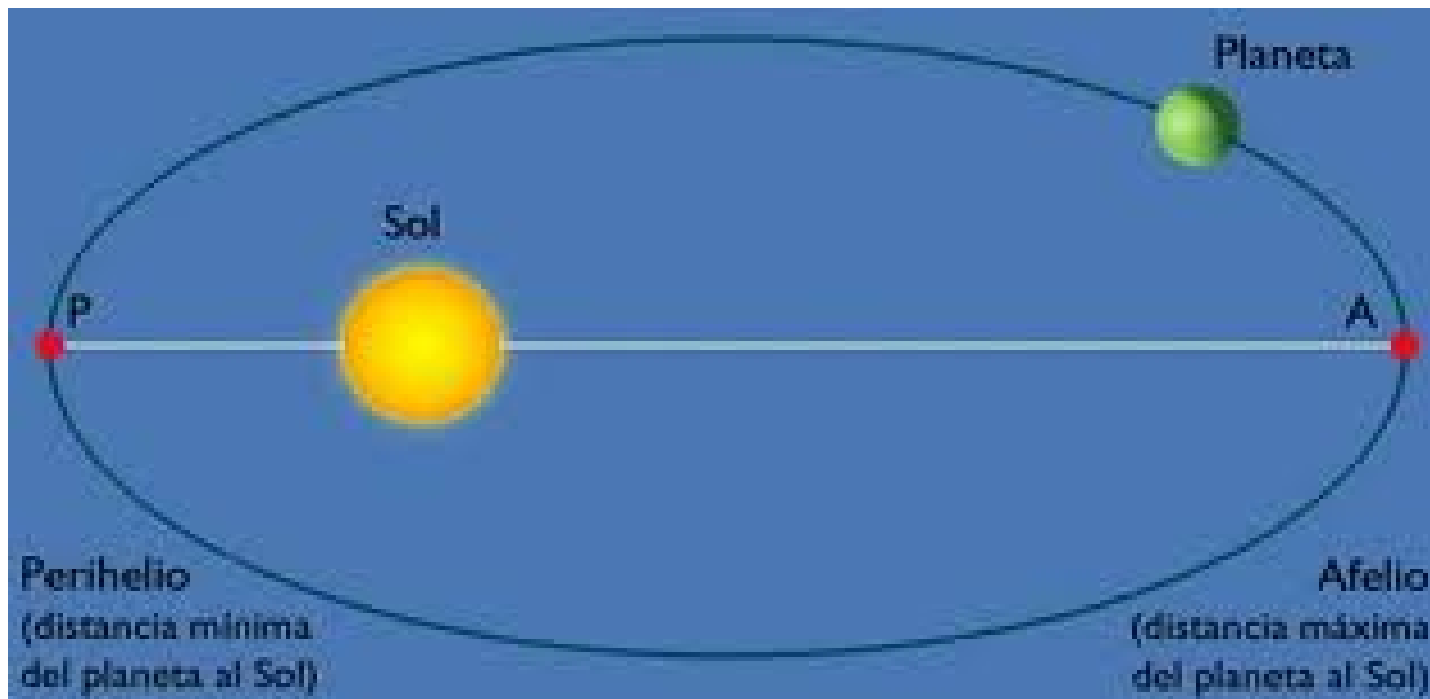


Modelo de Kepler basado en los cinco sólidos pitagóricos



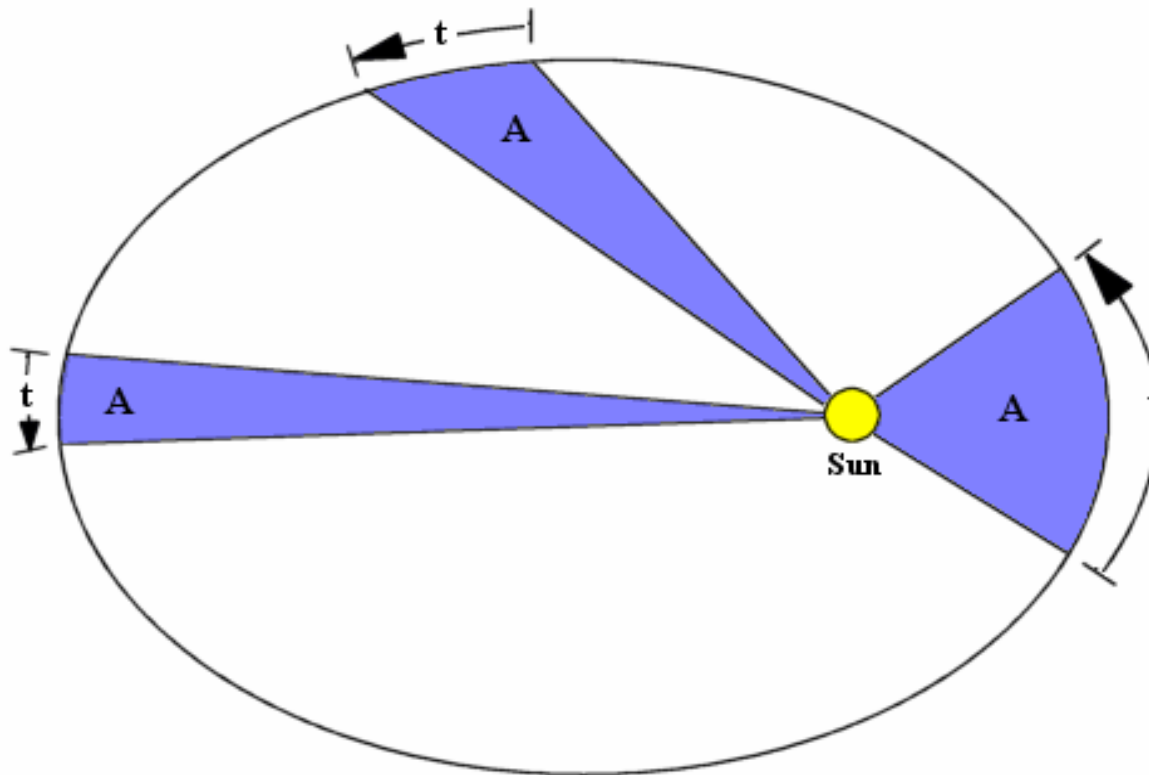
Primera ley

Primera Ley (1609): Los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas. El Sol se sitúa en uno de los focos.



Segunda ley

Segunda Ley (1609): El radio vector que une el planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales





Tercera Ley

Tercera Ley (1618): El cuadrado del período orbital (tiempo que tarda en dar una vuelta alrededor del Sol) es directamente proporcional al cubo de la distancia media al Sol.

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

Ecuación “vis-viva”

- Si P=periastro y A=apoastro, se puede ver (hacerlo!!!) que

$$r_P v_P = r_A v_A \rightarrow v_P = (r_A / r_P) v_A$$

- En la órbita, la E_m se conserva:

$$E_m = E_k + E_g = \text{cte}$$

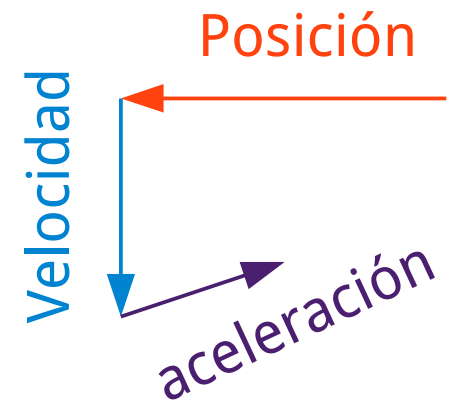
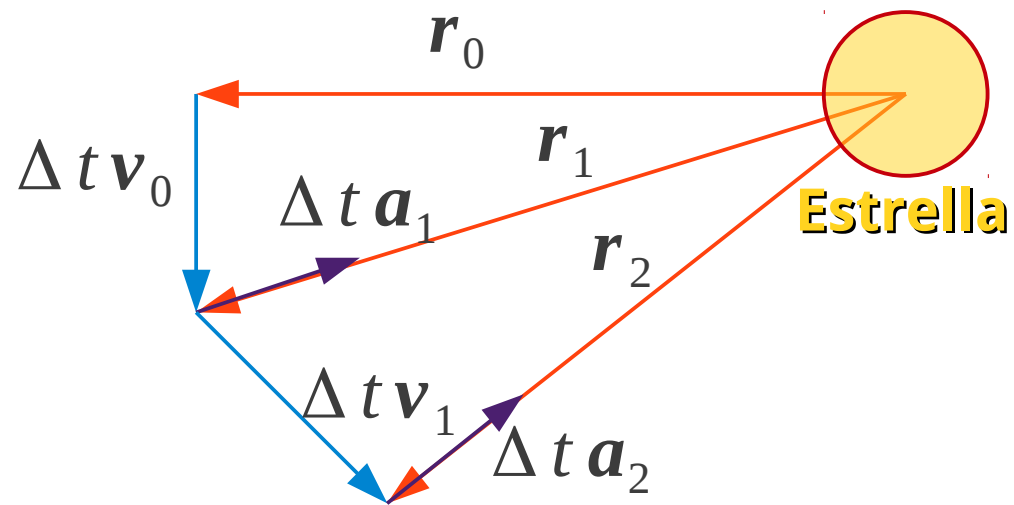
- Planteamos la conservación en el perihelio y en el afelio

$$\frac{v_A^2}{2} - \frac{GM}{r_A} = \frac{v_P^2}{2} - \frac{GM}{r_P}$$

- Resolvemos para v_A (maxima) y usamos $a = (P+A)/2$

$$v(r)^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \rightarrow v_A = \sqrt{GM \left(\frac{2}{A} - \frac{1}{a} \right)}$$

Algoritmo "Newton-Hooke"





Algoritmo general

- Trabajo en cartesianas, el origen en el foco (estrella).
- El tiempo avanza en pasos discretos: $i=1,2,3..1000$
 - En python: **`for i in range(1,1001):`**
- El intervalo temporal es $\Delta t=(T/1000)$
- Entonces, el tiempo transcurrido desde el inicio hasta el paso i -ésimo es

$$t_i = t_0 + i \Delta t \text{ ; si } t_0 = 0, \text{ entonces } t_i = i \Delta t$$

- Luego, cuando $i=1000$ entonces $t_i=T$

Condiciones iniciales

- Es más simple empezar en el apoastro:

$$\bar{\mathbf{r}} = (-(a + f), 0)$$

- En el el apoastro, la velocidad es perpendicular al vector posición y el modulo \rightarrow “Vis Viva”
- La aceleración siempre tiene dirección radial, sentido hacia la estrella (negativo):

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\bar{\mathbf{F}}}{m} = - \left(\frac{GM}{|\bar{\mathbf{r}}|^2} \right) \hat{\mathbf{r}} \quad (\text{notar que } \hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{|\bar{\mathbf{r}}|} \bar{\mathbf{r}} \rightarrow |\hat{\mathbf{r}}| = 1)$$

- Media vuelta después, el vector posición debe ser
 $\bar{\mathbf{r}} = ((a - f), 0)$

- El tiempo avanza y entonces, para calcular la posición en el tiempo (i+1)

$$\mathbf{r}_{i+1}^- = \mathbf{r}_i^- + \Delta t \mathbf{v}_i^-$$

- Imprimo las coordenadas de \mathbf{r} en la nueva pos.
- Calculo la aceleración en \mathbf{r}_{i+1} , y entonces:

$$\mathbf{v}_{i+1}^- = \mathbf{v}_i^- + \Delta t \mathbf{a}_{i+1}^-$$

- Y este bucle continua hasta $i=1000$ ($t=T$)
- Sugerencia: suponga $a=b=r$ y verifique que la trayectoria corresponde a una órbita circular. Luego vuelva a SU exoplaneta

Algoritmo "Newton-Hooke"

$$\Delta t = \frac{T}{1000} = \text{cte}$$

Datos: $\mathbf{r}_{i=0}; \mathbf{v}_{i=0}$

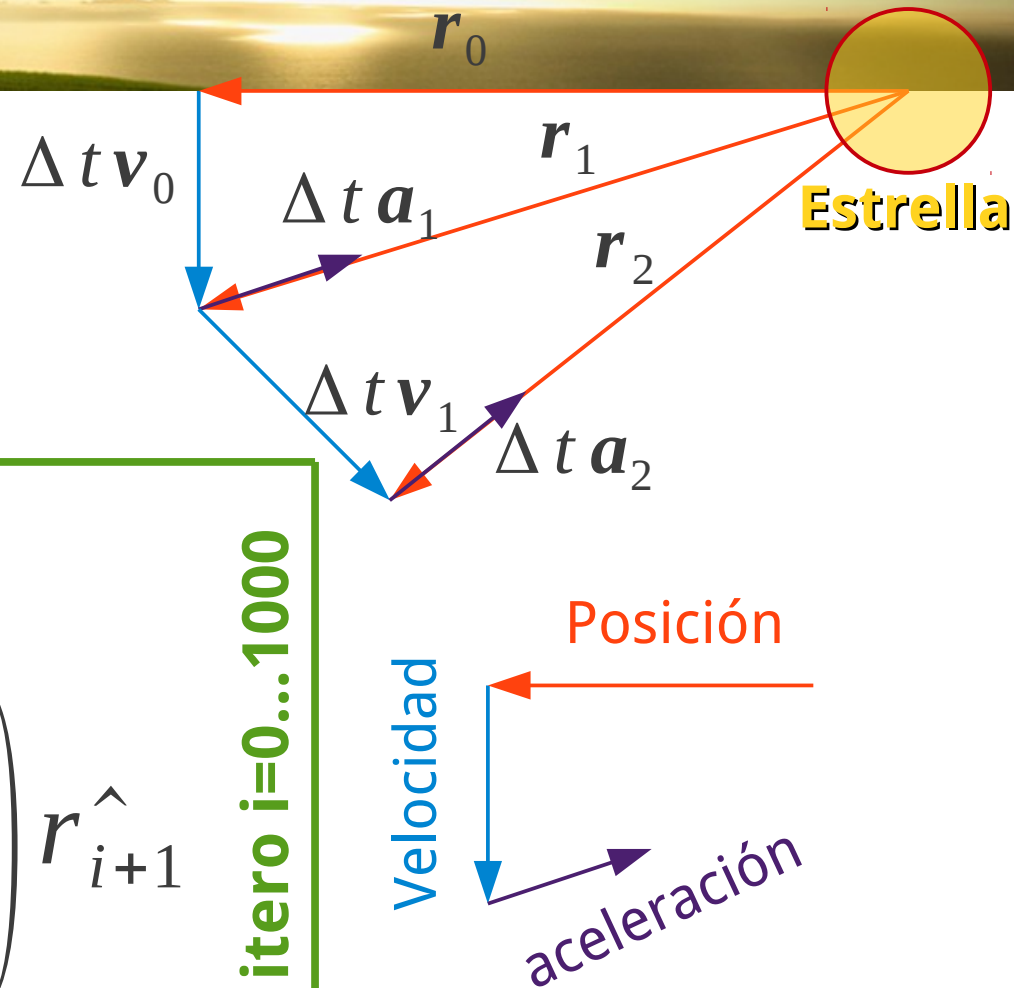
Imprimo \mathbf{r}_i

Calculo: $\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \Delta t \mathbf{v}_i$

$$\text{Calculo: } \mathbf{a}_{i+1} = - \left(\frac{GM}{|\mathbf{r}_{i+1}|^2} \right) \hat{\mathbf{r}}_{i+1}$$

$$\text{Calculo: } \mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_i + \Delta t \mathbf{a}_{i+1}$$

$$\text{Notar: } \mathbf{a}_{i+1} = - \left(\frac{GM}{|\mathbf{r}_{i+1}|^3} \right) \mathbf{r}_{i+1}$$



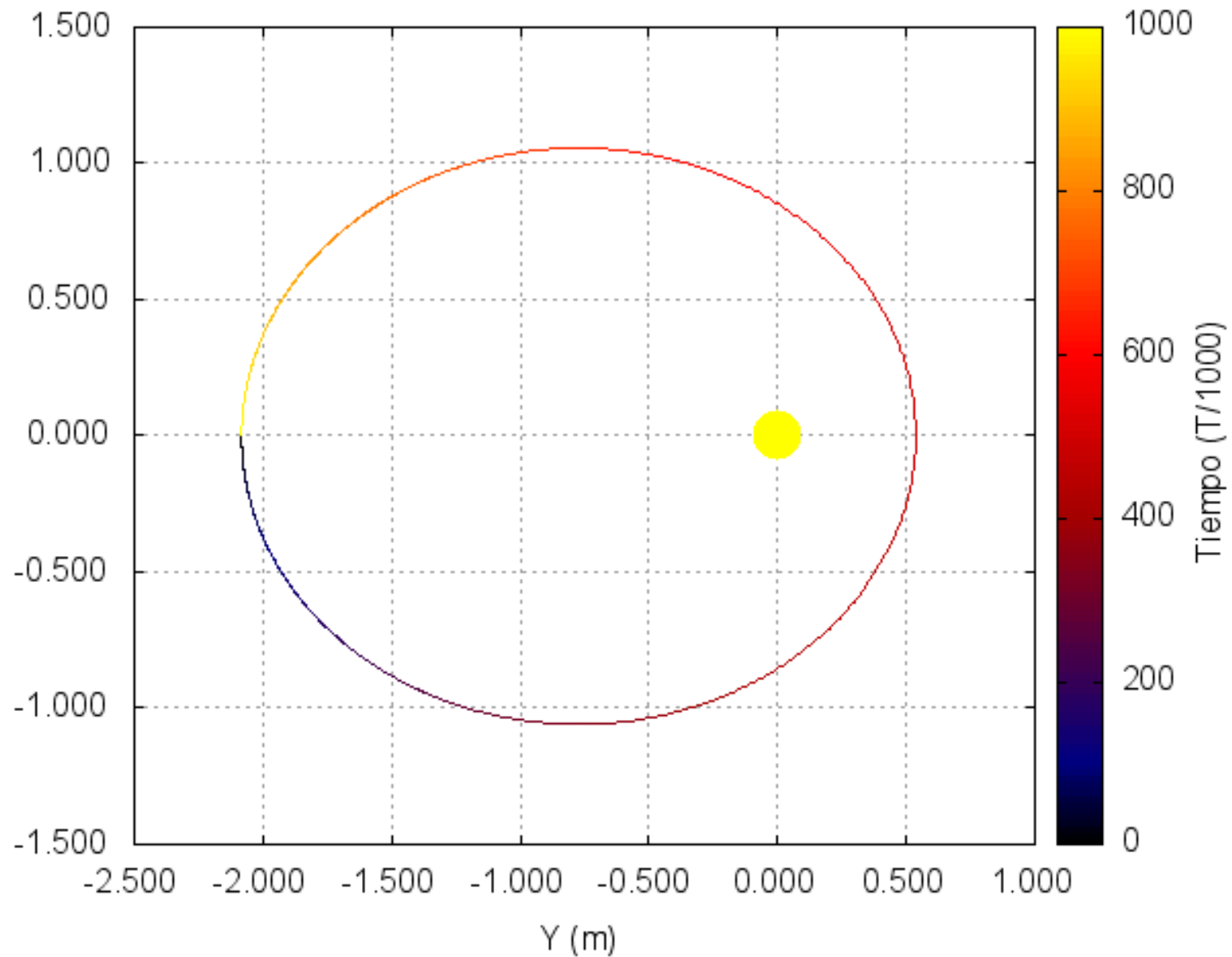
Resultado: órbita de # HD_171028_b

HD 171028 b

Distancia: 380.670 km
Radio: 74.020 km
Diámetro aparente: 18° 44' 17"
Durata del giorno: 12,560 ore
Temperatura: 306 K

<http://arxiv.org/abs/1310.1901>
 $M=0.99 M_{\odot}$
 $m=1.962 m_{\oplus}$
 $a=1.31019 \text{ AU}$
 $E=0.59$

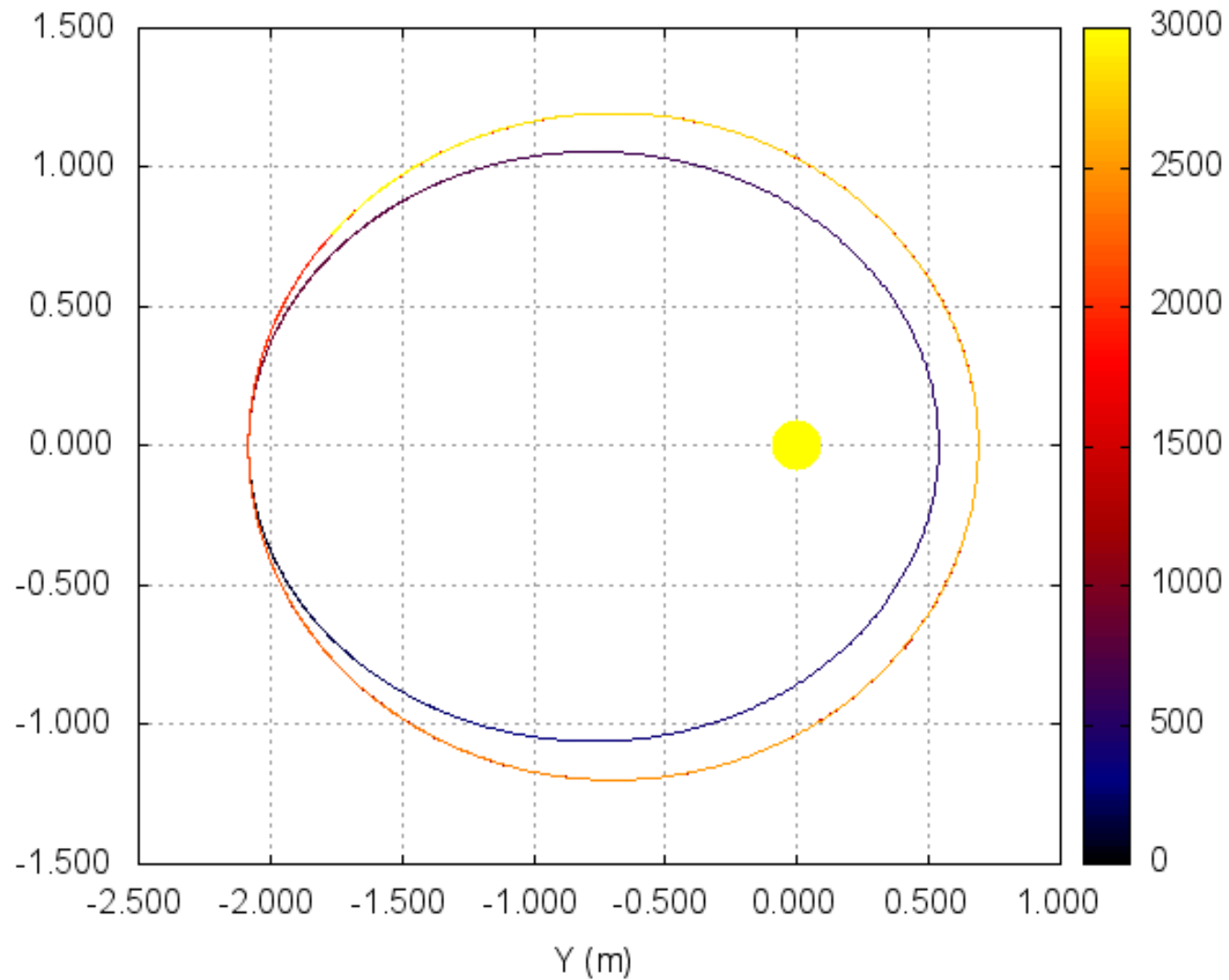
Velocità: 0.00000 m/s



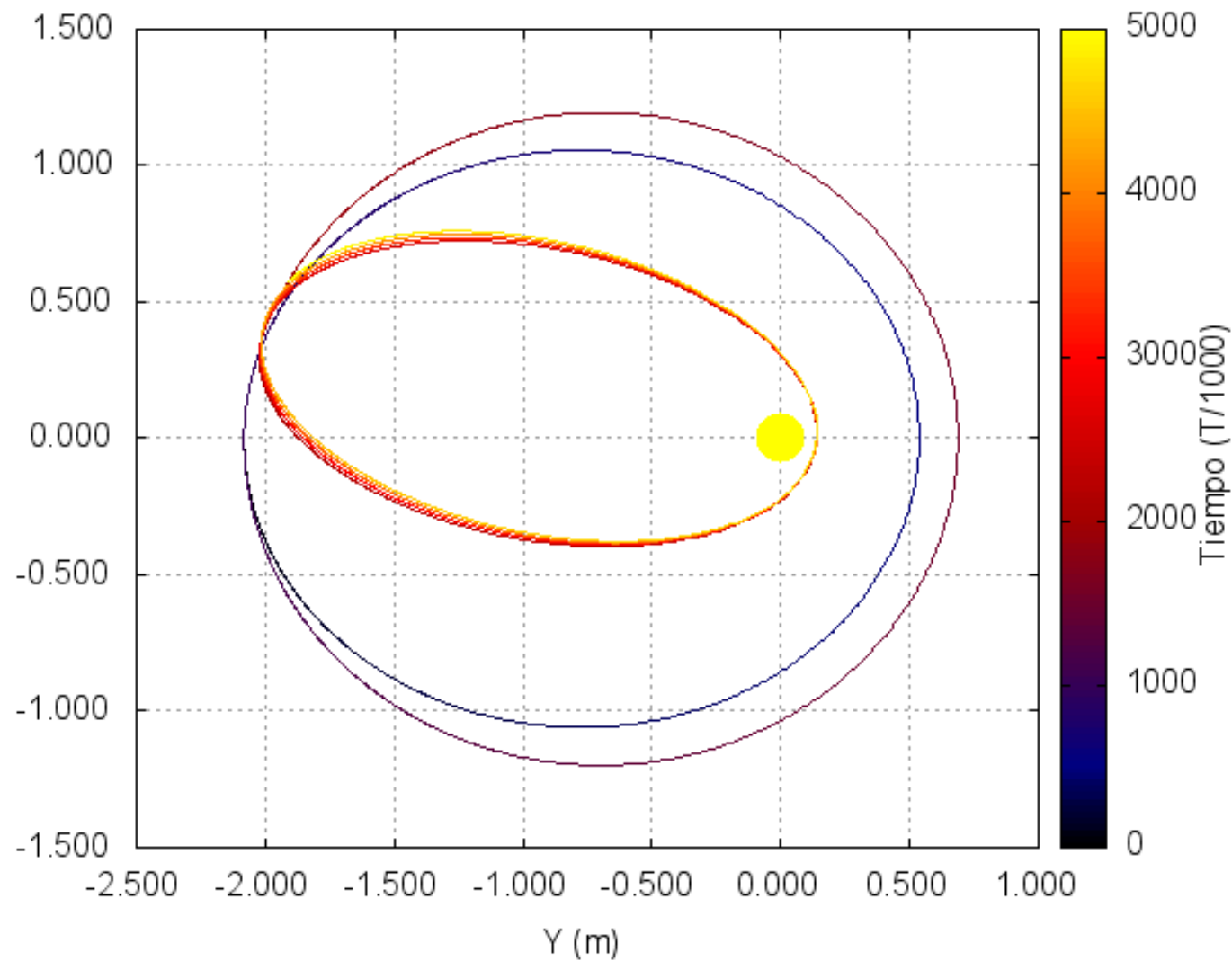
21:50:17 UTC

Segui HD 171028 b
OV: 27° 08' 47.8" (1,00x)

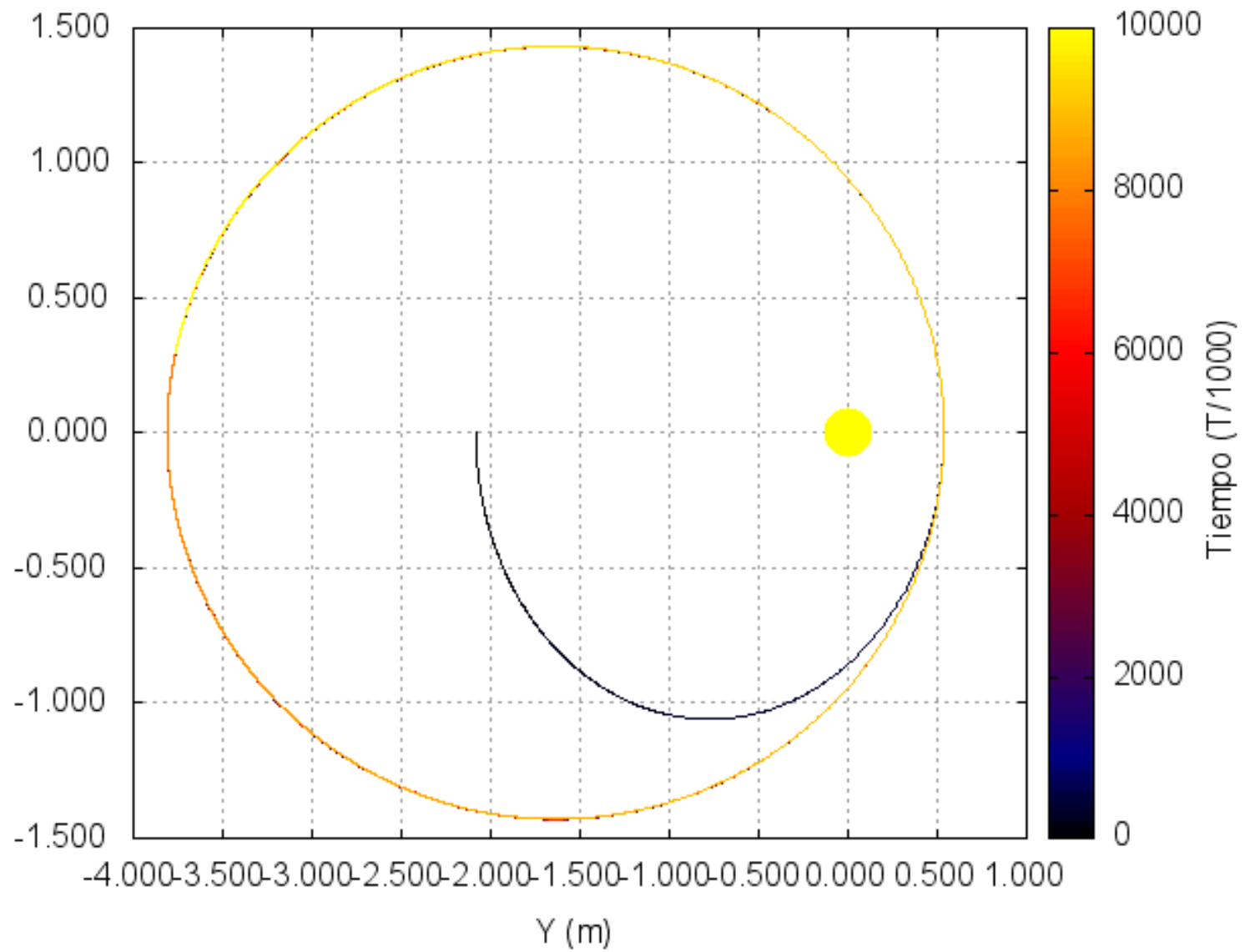
Aumento velocidad en apoastro (+10%)



En apoastro (1^{er} : +10%, 2^{do} -50%)



En el periastro (+5%)



En el periastro (+10%)

