Universidad Industrial de Santander - Escuela de Física

Introducción a la Física (Asorey-Sarmiento-Pinilla)

Guía 01: Vectores 1ra Parte

2014

1) Sean $\vec{a}=(1,3,6)$, $\vec{b}=(4,-3,3)$ y $\vec{c}=(2,1,5)$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$. Obtenga:

    1) $\vec{a}+\vec{b}$
    2) $\vec{a}-\vec{b}$
    3) $\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$
    4) $7\vec{a}-2\vec{b}-3\vec{c}$
    5) $2\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c}$
    6) $-\frac{5}{4}\vec{a}+\frac{2}{9}\vec{b}-\frac{7}{2}\vec{c}$
    7) $\pi\vec{a}+\frac{\pi}{2}\vec{b}-\frac{\pi}{3}\vec{c}$
    8) $\pi\vec{a}+0{,}2\vec{b}-\frac{3}{4}\vec{c}$

2) Sean $\vec{a}=(2,1)$ y $\vec{b}=(1,3)$ dos vectores de $\mathbb{R}^2$

    1) Dibuje un sistemas de coordenadas para $\mathbb{R}^2$ y dibuje los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.
    2) En la misma figura anterior, dibuje los vectores $\vec{c}$, obtenidos a partir de $\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$, donde t va tomando los siguientes valores: $t=\frac{1}{3}$; $t=\frac{1}{2}$; $t=\frac{3}{4}$; $t=1$; $t=2$; $t=-1$; $t=-2$.

3) Repita el ejercicio anterior pero ahora suponiendo que $\vec{c}=t\vec{a}+\vec{b}$.

4) Sean $\vec{a}=(2,1)$ y $\vec{b}=(1,3)$, y $\vec{c}=s\vec{a}+t\vec{b}$ tres vectores de $\mathbb{R}^2$, donde s y t son números reales ($\mathbb{R}$).

    1) Dibuje un sistemas de coordenadas para $\mathbb{R}^2$ y dibuje el vector $\vec{c}$ para cada uno de los siguientes pares de valores para s y t: $s=t=\frac{1}{2}$; $s=\frac{1}{4}, t=\frac{3}{4}$; $s=2, t=-1$; $s=-\frac{1}{2}, t=\frac{3}{2}$.
    2) De una idea del conjunto de todos los vectores $\vec{c}$ que se obtendrían si s y t pueden variar en forma independiente en los intervalos $0\leq s\leq 1$ y $0\leq t\leq 1$, y haga un esquema del conjunto.

5) Dibujando vectores en el plano $\mathbb{R}^2$, ilustre el significado geométrico de las dos leyes distributivas:

    1) $(s+t)\vec{a}=s\vec{a}+t\vec{a}$
    2) $s(\vec{a}+\vec{b}=s\vec{a}+s\vec{b}$

6) Sea en $\mathbb{R}^2$ el cuadrilátero con vértices $OABC$, donde los puntos A y C son los vértices opuestos del cuadrilátero y el punto O corresponde al origen de coordenadas. Muestre que los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$, y $\vec{c}$, asociados respectivamente a los puntos A, B y C, verifican la siguiente relación:

$$\vec{a}+\frac{1}{2}(\vec{c}-\vec{a})=\frac{1}{2}\vec{b}.$$

7) Sean $\vec{a}=(1,1,1)$, $\vec{b}=(0,1,1)$ y $\vec{c}=(1,1,0)$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$, y sea $\vec{d}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$, donde x, y y z son números reales, y sea $S=\left\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\right\}$

1) Verifique que el conjunto S es un conjunto de generadores de $\mathbb{R}^3$

2) Verifique que los vectores del conjunto S forman un conjunto linealmente independiente.

3) El conjunto S, ¿es una base de $\mathbb{R}^3$? Justifique

4) Encuentre los valores de x y y z para el obtener el vector $\vec{d} = (1,2,3)$.

8) Sean $\vec{a} = (1,1,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ y $\vec{c} = (2,1,1)$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$, y sea $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$, donde x, y y z son números reales, y sea el conjunto $S = \left\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\right\}$.

   1) Muestre que no es posible obtener el vector $\vec{d} = (1,2,3)$ como una combinación lineal de los vectores de S.

   2) En función del resultado anterior, diga si S es un conjunto de generadores de $\mathbb{R}^3$

   3) Verifique si los vectores de S forman un conjunto linealmente independiente

   4) Responda: el conjunto S, ¿es una base de $\mathbb{R}^3$? Justifique

9) Diga si los vectores del conjunto $B = \{\vec{u} = (1,1,1); \vec{v} = (1,1,0); \vec{w} = (1,0,0)\}$ forman una base de $\mathbb{R}^3$.

10) Verificar si los siguientes conjuntos forman bases de $\mathbb{R}^3$. Justifique su respuesta:

   1) $A = \{\vec{u} = (1,1,1); \vec{v} = (1,1,0); \vec{w} = (1,0,0)\}$

   2) $B = \{\vec{u} = (0,1,0); \vec{v} = (0,0,1); \vec{w} = (1,0,0)\}$

   3) $C = \{\vec{u} = (0,0,0); \vec{v} = (0,1,0); \vec{w} = (0,0,1)\}$

   4) $D = \{\vec{u} = (1,1,1); \vec{v} = (1,2,3); \vec{w} = (4,5,1)\}$

   5) $E = \{\vec{u} = (1,1,1); \vec{v} = (1,2,3); \vec{w} = (4,5,6)\}$