

## Modalidad de Entrega

- Modalidad de trabajo: grupal, en grupos con un mínimo de dos (2) y un máximo de tres (3) personas por grupo. No se admitirán trabajos individuales ni de grupos con más de tres integrantes.
- El trabajo será entregado utilizando el enlace dispuesta para tal fin en el blog de la materia, teniendo en cuenta lo siguiente:
  - la resolución de al menos uno de los ejercicios (a elección de cada grupo) deberá ser entregada en un pdf obtenido utilizando  $\text{\LaTeX}$ .
  - la resolución del resto de los ejercicios puede ser realizada “a mano”, pero todas las hojas deberán ser escaneadas
  - se conformará un único archivo zip o rar, nombrándolo con los apellidos de los autores del trabajo en orden alfabético, separados por guiones, por ejemplo: *janeway-kirk-picard.zip*, o *cuadrado-gutierrez-yepes.rar*. Este archivo contendrá el pdf obtenido en  $\text{\LaTeX}$ , y las hojas escaneadas, y constituye el único entregable de este trabajo, que deberá ser subido al blog.
- Para esta entrega, valen todas las indicaciones dadas para la entrega de la guía 3.
- El cumplimiento de todas las indicaciones será tenido en cuenta.
- **Fecha límite de entrega: Lunes 14/Julio/2014 a las 23:59:59.**

## Cinemática

Resuelva los siguientes ejercicios, recuerde siempre utilizar notación vectorial al resolver los ejercicios.

- 1) Una barca, que lleva una velocidad de  $3 \text{ m s}^{-1}$ , cruza un río perpendicularmente a la dirección del agua. El río fluye a  $5 \text{ m s}^{-1}$  y su cauce tiene 60 metros de ancho. Hallar el ángulo y la distancia desviada. Determina la velocidad resultante, el tiempo empleado en cruzar el río y la distancia recorrida.
- 2) El vector de posición de un cuerpo viene dado por:

$$\vec{r} = (t^2 + 4t + 1)\hat{i} + (1 - 5t)\hat{j} \quad (1)$$

donde  $t$  representa al tiempo y los vectores unitarios  $\hat{i} = (1, 0)$  y  $\hat{j} = (0, 1)$  son los de la base canónica de  $\mathbb{R}^2$ . Obtener:

- 1) la ecuación de la trayectoria,  $\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$ ;
- 2) la velocidad y aceleración medias del cuerpo entre los instantes  $t_1 = 2 \text{ s}$  y  $t_2 = 4 \text{ s}$ ;
- 3) la velocidad y aceleración medias del cuerpo entre los instantes  $t_3 = 4 \text{ s}$  y  $t_4 = 6 \text{ s}$ ;

- 3) Un avión vuela desde su campamento base al lago A una distancia 280 km en dirección  $20^\circ$  al norte del oriente. Después de lanzar abastecimientos, vuela al lago B que esta 190 km y  $30^\circ$  al oeste del norte del lago A. Entonces:
- 1) determine gráficamente la distancia;
  - 2) determine analíticamente el desplazamiento;
  - 3) determine gráfica y analíticamente la posición del lago B respecto al campamento base.
- 4) Una bola de golf es golpeada desde un *tee* en el borde de un risco. Se conoce la evolución en el tiempo  $t$  de las coordenadas de los vectores posición de la pelota, que siguen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}x(t) &= 18t \\y(t) &= t - 49t^2.\end{aligned}\tag{2}$$

Entonces:

- 1) escriba una expresión vectorial para la posición de la bola como función del tiempo, utilizando para ello los vectores unitarios  $\hat{i}$  y  $\hat{j}$ ;
  - 2) calcule el desplazamiento entre  $t = 1$  s y  $t = 5$  s;
  - 3) calcule la velocidad media en mismo intervalo de tiempo;
  - 4) calcule la aceleración en el mismo intervalo tiempo;
- 5) Un cuerpo se mueve con rapidez inicial de  $|\vec{v}| = 3 \text{ m s}^{-1}$ , y con una aceleración constante  $|\vec{a}| = 4 \text{ m s}^{-2}$ . En este caso, se sabe que el vector aceleración es paralelo al vector velocidad, y ambos tienen el mismo sentido. ¿Cuál es la rapidez del cuerpo y la distancia recorrida luego de transcurrido un tiempo de 7 s?
- 6) Resuelva ahora el problema anterior, sólo que suponiendo que la aceleración es paralela a la velocidad, pero tienen sentidos opuestos.
- 7) Escriba para los dos problemas anteriores, la expresión del desplazamiento como función del tiempo.
- 8) Un auto parte del reposo con una aceleración de  $|\vec{a}| = 1 \text{ m s}^{-2}$ , la cuál se mantiene constante durante 1 s. Transcurrido ese tiempo, se apaga el motor y el auto desacelera, debido a la fricción, durante 10 s con una desaceleración promedio  $|\vec{a}| = -5 \text{ cm s}^{-2}$ . Entonces se aplican los frenos y el auto se detiene luego de otros 5 s adicionales. Calcular la distancia total recorrida por el auto. Hacer los gráficos de  $x(t)$ ,  $|\vec{v}(t)|$  y  $|\vec{a}(t)|$  como función del tiempo  $t$ .

## Energía

### 9) Energía potencial gravitatoria

- 1) La energía potencial gravitatoria entre dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  separados por una distancia  $r$  está dada por:

$$E_g = -\frac{G m_1 m_2}{r}.$$

De esta forma, la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $m$  sobre la superficie de un planeta de masa  $M$  y radio  $R$  es:

$$E_g = -\frac{GMm}{R}.$$

Verifique que al elevar ese cuerpo a una altura  $h$  sobre la superficie del planeta, la variación de la energía potencial gravitatoria es:

$$\Delta E_g = -GMm \left( \frac{1}{R+h} - \frac{1}{R} \right).$$

- 2) Calcule la variación de energía potencial gravitatoria para un astronauta de masa  $m = 70$  kg, que originalmente se encontraba sobre la superficie terrestre ( $h = 0$ ) y luego a una altura de  $h = 370$  km, correspondiente a la órbita media de la estación espacial internacional (ISS). Luego, compare ese valor con el que hubiera obtenido utilizando la expresión aproximada  $\Delta E_g = mgh$ , donde  $g$  corresponde al valor de la aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre,  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ . ¿Cuál es la diferencia porcentual obtenida al utilizar la fórmula aproximada?

#### 10) Pesos.

A partir de la definición de la aceleración de la gravedad  $g \equiv |\vec{g}|$  sobre la superficie de un cuerpo de masa  $M$  y radio  $R$ ,

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

- 1) calcule el valor de  $g$  y determine cuál es el peso de un cuerpo de masa  $m = 70$  kg en la Tierra, el Sol, Júpiter, Marte y la Luna (use los datos para  $M$  y  $R$  reproducidos al final de esta guía).
- 2) Repita las cuentas realizadas en clase y, utilizando la segunda Ley de Newton  $\vec{F} = m\vec{a}$  verifique que el peso de un cuerpo de masa  $m$  como función de la altura  $h$  sobre la superficie del cuerpo de masa  $M$  y radio  $R$  es:

$$|\vec{F}_p(h)| = m \left( \frac{GM}{(R+h)^2} \right) = mg(h).$$

Observe que a partir de esta expresión, el módulo de la fuerza peso depende de la altura sobre la superficie del cuerpo de masa  $M$ , y se puede expresar en general como  $F_p(h) = mg(h)$ . En este caso, la dirección de la fuerza peso es radial, y el sentido hacia el centro del objeto de masa  $M$ .

- 3) Obtenga a que altura  $h_2$  sobre la superficie el peso de un cuerpo vale la mitad respecto a su peso sobre la superficie ( $h = 0$ ).

#### 11) Rebotes.

Una pelota de goma de masa  $m = 2,0$  kg es lanzada hacia arriba en forma vertical. La rapidez inicial es de  $v = 5 \text{ m s}^{-1}$ .

- 1) Calcule la altura máxima que alcanza la pelota en su trayectoria;
- 2) suponiendo que no hay pérdidas de energía debidas al rozamiento, calcule la rapidez al momento del impacto y la altura alcanzada luego del rebote.
- 3) Suponga que, a diferencia del punto anterior, como consecuencia del rebote un 20% de la energía mecánica se transforma en calor y sonido. Calcule la altura que alcanzará la pelota luego de tres choques contra el piso.

## 12) Resortes

La energía potencial elástica está dada por:

$$E_e = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

donde  $k$  es la constante elástica del resorte y  $\Delta x$  representa a la variación de la longitud del resorte en condiciones de compresión o expansión. Imagine entonces que usted debe diseñar el sistema de protección de resortes de un ascensor en un edificio ( $h = 50,0$  m), y que los mismos pueden comprimirse un máximo de 0,5 m. Sabiendo que la masa del ascensor y su carga es de  $m = 600$  kg,

- 1) calcule la constante  $k$  del resorte;
- 2) si el ascensor tiene un freno de seguridad capaz de transformar el 20 % de la energía cinética, calcule el  $k$  del resorte necesario en este caso;
- 3) Rehaga los cálculos anteriores pero suponiendo que en lugar de un único gran resorte se disponen cuatro resortes más pequeños.

## 13) Velocidad de escape

Se define como *velocidad de escape* a aquella velocidad  $v_c$  para la cual un cuerpo de masa  $m$  (cuerpo A) puede escapar de la atracción gravitatoria de otro cuerpo (cuerpo B).

Imaginemos que el cuerpo B es un planeta de radio  $R$  y masa  $M$ , y colocamos al cuerpo A sobre su superficie. Entonces,

- 1) Obtenga una expresión para el cálculo de la velocidad de escape, y muestre que la misma es una propiedad inherente del planeta.
- 2) Grafique la dependencia de la velocidad de escape como función:
  - del radio  $R$  del planeta.
  - de la masa  $M$  del planeta.
- 3) Calcule el valor de la velocidad de escape sobre la superficie de
  - 1) el planeta Tierra,
  - 2) la Luna,
  - 3) el planeta Marte,
  - 4) el Sol.
- 4) Luego, verifique que la expresión para el  $R$  de un objeto de masa  $M$  para que la velocidad de escape sobre su superficie sea igual a la velocidad de la luz  $c$ ,

$$R_c = \frac{2GM}{c^2}.$$

Con esta expresión, calcule el valor del radio crítico  $R_c$  para la Tierra, el Sol, y un objeto con masa  $M = 10M_{\text{Sol}}$ .

## 14) Impacto.









La extinción de los dinosaurios al final del período Jurásico es atribuida al impacto de un cometa o meteorito de dimensiones considerables. Imagine entonces que un cometa esférico de radio  $r = 5$  km y densidad media  $d = 5 \text{ g cm}^{-3}$  se acerca a la Tierra desde el infinito. Entonces,

- 1) Calcule la masa  $m_c$  del cometa.
- 2) Calcule la energía cinética y la velocidad al momento del impacto.
- 3) Exprese la energía liberada en el impacto en megatones, teniendo en cuenta que  $1 \text{ Mton} = 4,184 \times 10^{15} \text{ J}$ .
- 4) Si debido a la interacción atmosférica el satélite se divide en dos partes de masas  $m_1 = 0,7m_c$  y  $m_2 = 0,3m_c$ . Calcule la energía cinética y la velocidad de cada parte al momento del impacto. ¿Dependerá el resultado de la altura a la cual el cometa se parta? Justifique.

**15) El Principito**

El Principito ( $m = 40 \text{ kg}$ ) vive en un planeta pequeño, el asteroide B612. Supongamos que posee un radio  $R = 1 \text{ km}$  con una densidad igual a la de la Tierra ( $d = 5,5 \text{ g cm}^{-3}$ ). Calcule

- 1) el valor de  $g$  y el peso del Principito en B612;
- 2) si en la Tierra el Principito logra subir a una silla de  $h = 0,5 \text{ m}$  de un salto, a que altura llegará con el mismo salto sobre la superficie de B612.
- 3) la velocidad máxima a la cual el Principito puede caminar sin riesgo de abandonar el planeta para siempre

Imagen	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
								
Símbolo Astronómico	☿	♀	⊕	♂	♃	♄	♅	♆
Distancia media al Sol	57.909.175 km 0.38709893 UA	108.208.930 km 0.72333199 UA	149.597.870 km 1	227.936.640 km 1.52366231 UA	778.412.010 km 5.20336301 UA	1.426.725.400 km 9.53707032 UA	2.870.972.200 km 19.19126393 UA	4.498.252.900 km 30.06896348 UA
Radio medio	2.439.64 km 0.3825 $\cdot 10^3$	6.051.59 km 0.9488 $\cdot 10^4$	6.378.15 km 1	3.397.00 km 0.53226 $\cdot 10^4$	71.492.68 km 11.209 $\cdot 10^4$	60.267.14 km 9.449 $\cdot 10^4$	25.557.25 km 4.007 $\cdot 10^5$	24.766.36 km 3.883 $\cdot 10^5$
Superficie/Área	75.000.000 km <sup>2</sup> 0.1471 $\cdot 10^{10}$	460.000.000 km <sup>2</sup> 0.9010 $\cdot 10^{11}$	510.000.000 km <sup>2</sup> 1	140.000.000 km <sup>2</sup> 0.2745 $\cdot 10^{11}$	64.000.000.000 km <sup>2</sup> 125.5 $\cdot 10^{15}$	43.800.000.000 km <sup>2</sup> 86.27 $\cdot 10^{14}$	8.130.000.000 km <sup>2</sup> 15.88 $\cdot 10^{13}$	7.700.000.000 km <sup>2</sup> 15.10 $\cdot 10^{13}$
Volumen	6.083 $\cdot 10^{10}$ km <sup>3</sup> 0.056 $\cdot 10^{23}$	9.28 $\cdot 10^{11}$ km <sup>3</sup> 0.87 $\cdot 10^{24}$	1.083 $\cdot 10^{12}$ km <sup>3</sup> 1	1.6318 $\cdot 10^{11}$ km <sup>3</sup> 0.151 $\cdot 10^{23}$	1.431 $\cdot 10^{15}$ km <sup>3</sup> 1.3213 $\cdot 10^{27}$	8.27 $\cdot 10^{14}$ km <sup>3</sup> 763.59 $\cdot 10^{26}$	6.254 $\cdot 10^{13}$ km <sup>3</sup> 63.086 $\cdot 10^{25}$	6.254 $\cdot 10^{13}$ km <sup>3</sup> 57.74 $\cdot 10^{26}$
Masa	3.302 $\cdot 10^{23}$ kg 0.055 $\cdot 10^{25}$	4.8690 $\cdot 10^{24}$ kg 0.815 $\cdot 10^{26}$	5.9742 $\cdot 10^{24}$ kg 1	6.4191 $\cdot 10^{23}$ kg 0.107 $\cdot 10^{25}$	1.8987 $\cdot 10^{27}$ kg 318 $\cdot 10^{27}$	5.6851 $\cdot 10^{26}$ kg 95 $\cdot 10^{27}$	8.6849 $\cdot 10^{25}$ kg 14 $\cdot 10^{27}$	1.0244 $\cdot 10^{26}$ kg 17 $\cdot 10^{27}$
Densidad	5.43 g/cm <sup>3</sup>	5.24 g/cm <sup>3</sup>	5.515 g/cm <sup>3</sup>	3.940 g/cm <sup>3</sup>	1.33 g/cm <sup>3</sup>	0.697 g/cm <sup>3</sup>	1.29 g/cm <sup>3</sup>	1.76 g/cm <sup>3</sup>
Gravedad Ecuatorial	3.70 m/s <sup>2</sup>	8.87 m/s <sup>2</sup>	9.81 m/s <sup>2</sup>	3.71 m/s <sup>2</sup>	23.12 m/s <sup>2</sup>	8.96 m/s <sup>2</sup>	8.69 m/s <sup>2</sup>	11.00 m/s <sup>2</sup>
Velocidad de escape	4.25 km/s	10.36 km/s	11.18 km/s	5.02 km/s	59.54 km/s	35.49 km/s	21.29 km/s	23.71 km/s
Periodo de rotación	58.646225 días <sup>3</sup>	-243.0187 <sup>4</sup> días <sup>3</sup>	0.99726968 días <sup>3</sup>	1.02595675 días <sup>3</sup>	0.41354 días <sup>3</sup>	0.44401 días <sup>3</sup>	-0.71833 <sup>4</sup> días <sup>3</sup>	0.67125 días <sup>3</sup>
Velocidad de rotación ecuatorial	0.0030 km/s	0.0018 km/s	0.4651 km/s	0.2408 km/s	12.5720 km/s	10.0179 km/s	2.5875 km/s	2.8869 km/s
Periodo orbital	0.2408467 años <sup>3</sup>	0.61519726 años <sup>3</sup>	1.0000174 años <sup>3</sup>	1.880476 años <sup>3</sup>	11.862615 años <sup>3</sup>	29.447498 años <sup>3</sup>	84.016846 años <sup>3</sup>	164.79132 años <sup>3</sup>
Velocidad orbital media	47.8725 km/s	35.0214 km/s	29.7859 km/s	24.1309 km/s	13.0697 km/s	9.6724 km/s	6.8352 km/s	5.4778 km/s
Excentricidad <sup>5</sup>	0.20563069	0.00677323	0.01671022	0.09341233	0.04839266	0.05415080	0.04716771	0.00858587
Inclinación	7.00487 G	3.39471 G	0.00005 G	1.85061 G	1.30530 G	2.48446 G	0.76986 G	1.76917 G
Inclinación axial	G 0.0	177.3 G	23.45 G	25.19 G	3.12 G	26.73 G	97.86 G	29.58 G
Temperatura media en superficie	K 440	730 K	288 / 293 K	186 / 268 K	152 K	134 K	76 K	53 K
Temperatura media en superficie	C 166.85	456.85 C	14.85 / 19.85 C	-87.15 / -5.15 C	-121.15 C	-139.15 C	-197.15 C	-220.15 C
Temperatura media del aire <sup>6</sup>	K		288 K		165 K	135 K	76 K	73 K
Temperatura media del aire <sup>6</sup>	C		14.85 C		-108.15 C	-138.15 C	-197.15 C	-200.15 C
Composición de la Atmósfera	He Na <sup>+</sup> P <sup>+</sup>	96% CO <sub>2</sub> 3% N <sub>2</sub> 0.1% H <sub>2</sub> O	78% N <sub>2</sub> 21% O <sub>2</sub> 1% Ar	95% CO <sub>2</sub> 3% N <sub>2</sub> 1.6% Ar	90% H <sub>2</sub> 10% He	96% H <sub>2</sub> 3% He 0.5% CH <sub>4</sub>	84% H <sub>2</sub> 14% He 2% CH <sub>4</sub>	75% H <sub>2</sub> 25% He 1% CH <sub>4</sub>
Número de lunas conocidas	0	0	1	2	63	61	27	13
Anillos	No	No	No	No	Si	Si	Si	Si
Discriminante planetario <sup>7</sup>	9,1 $\cdot 10^4$	1,35 $\cdot 10^6$	1,7 $\cdot 10^6$	1,8 $\cdot 10^5$	6,25 $\cdot 10^5$	1,9 $\cdot 10^5$	2,9 $\cdot 10^4$	2,4 $\cdot 10^4$