Introducción a la Física (2014)

Universidad Industrial de Santander

- Unidad: 02
- Clase: 07
- Fecha: 20140710J
- Contenido: Trabajo y fuerzas
- Web: http://halley.uis.edu.co/fisica_para_todos/
- Archivo: 20140710J-HA-fuerzas.pdf

En el episodio anterior…

En el episodio anterior

A long
time ago
in a galaxy
far, far away...

STAR
WARS


EPISODIO IV
UNA NUEVA ESPERANZA
VIVEFÚTBOL


EPISODIO V
EL IMPERIO CONTRAATACA


EPISODIO VI
EL RETORNO DEL JEDI

Bienvenidos a Introducción a la Física

- - ¡Bienvenidos ingresantes! ¡Hoy comienzan las clases!
- - Profe, ¡empezaron hace dos meses!
- - Ah... como me dijeron que no hicieron las tareas, pensaba que recién empezábamos

Recordatorio

En el episodio anterior

$$\boxed{\Delta E_{g12} = -G\,M\,m_2\left(\frac{1}{(R+h)} - \frac{1}{R}\right) = \frac{-1}{2} m_2\left(v_2^2 - v_1^2\right) = -\Delta E_{k12}}$$

- Imaginemos lo siguiente: $v_2 = 0$ y $h \rightarrow \infty$
- Luego, si $h \rightarrow \infty$, $1/(R+h) \rightarrow 0$. Entonces,

$$-G\,M\,m_2\left(\frac{-1}{R}\right) = \frac{-1}{2} m_2\left(-v_1^2\right)$$

$$\frac{G\,M}{R} = \frac{1}{2} v_1^2$$

$$v_1^2 = \frac{2\,G\,M}{R}$$

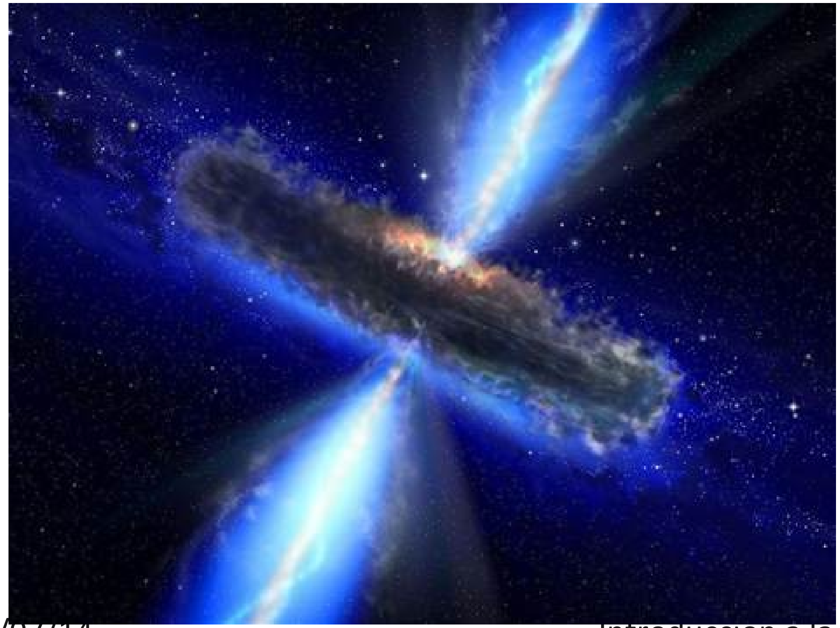
$$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2\,G\,M}{R}} \equiv v_e}$$

v_e es la **velocidad de escape**: hay que darle esa velocidad a un cuerpo para que sea capaz de liberarse de la atracción gravitatoria de un planeta y **llegar al infinito con velocidad 0**.

$$v_{e\oplus} = \sqrt{\frac{2\,G\,M_\oplus}{R_\oplus}}$$

Calcular v_e para la Tierra

Agujeros negros



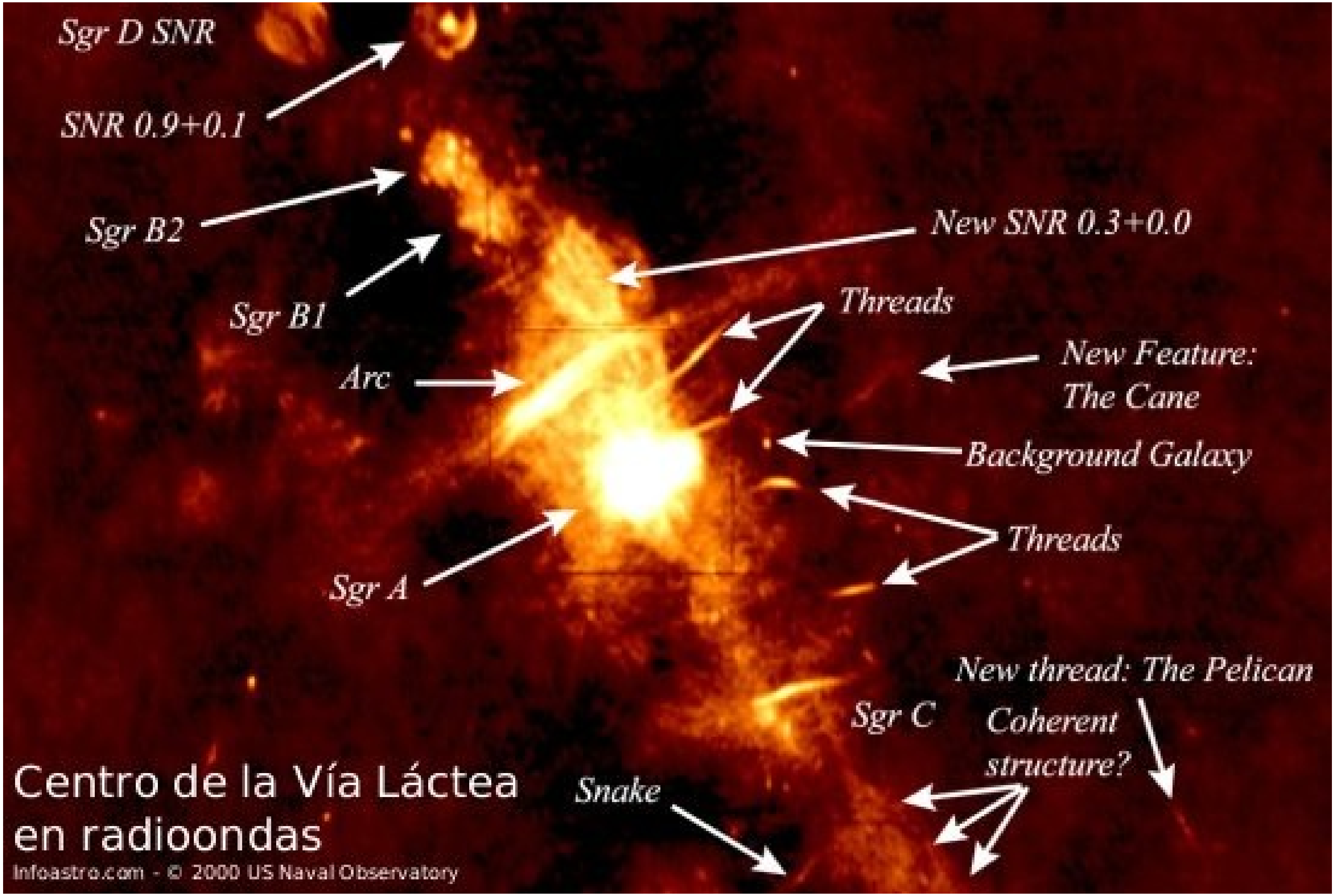
- Sí la velocidad de escape de un cuerpo es igual a la de la luz → Agujero negro

$$v_e=\sqrt{\frac{2GM}{R}}=c\rightarrow c^2=\frac{2GM}{R_c}$$

$$R_c=\frac{2GM}{c^2}$$

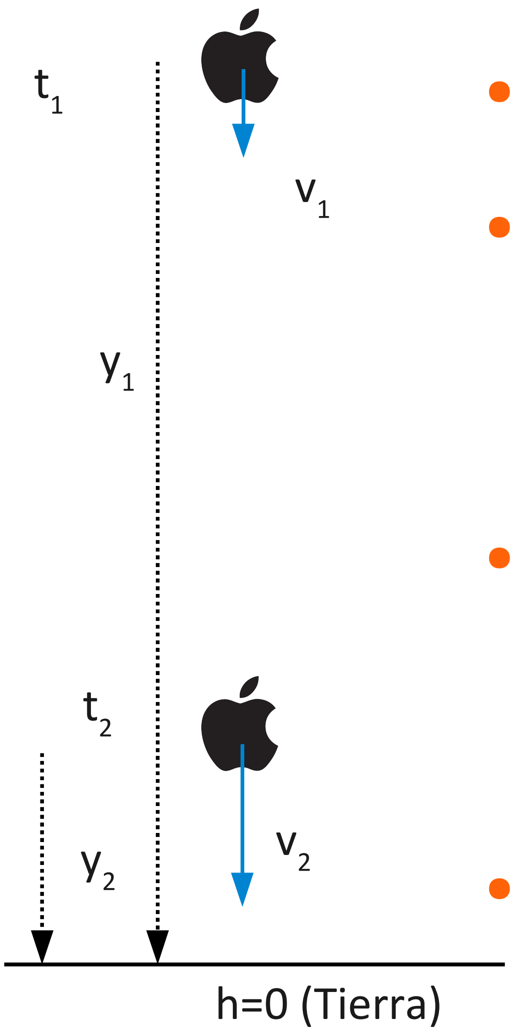
- R_c es el Radio de Schwarzschild
- Es el radio del Horizonte de Sucesos del Agujero Negro

El nuestro: SgrA (Sagitario A)



El nuestro: SgrA (Sagitario A)

Es la misma interacción que hace caer una manzana hacia la Tierra



- Energía mecánica $E_m = E_k + E_g$
- En el entorno de la Tierra (h→ 0) $g \equiv |\vec{g}| = \dfrac{GM}{R^2}$

$$E_{m,1} = \frac{1}{2} m v_1^2 + m g y_1 \text{ y } E_{m,2} = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g y_2$$

- Luego, la variación de la energía mecánica

$$\Delta E_m = E_{m,2} - E_{m,1} = \frac{1}{2} m \left(v_2^2 - v_1^2\right) + m g \left(y_2 - y_1\right)$$

- Pero... $\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \left(v_2 - v_1\right)\left(v_2 + v_1\right) = 2 \Delta v \langle v \rangle$

$$\Delta E_m = m \Delta v \langle v \rangle + m g \Delta y$$

La Energía se conserva

- La variación temporal de la energía mecánica

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \langle v \rangle + m g \frac{\Delta y}{\Delta t} = 0 \quad \text{(¡porque la } E_m \text{ se conserva!)}$$

- Y como $\dfrac{\Delta y}{\Delta t} = \langle v \rangle \rightarrow m \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \langle v \rangle + m g \langle v \rangle = 0$

$$m \vec{a} = \left(m \vec{g} \right) = \text{¡Fuerza peso!}$$

- (notar que el signo se fue dentro del vector g, ¡va hacia abajo!)

La Energía se conserva

- La variación temporal de la energía mecánica

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t} = m\frac{\Delta v}{\Delta t}\langle v\rangle + m\,g\frac{\Delta y}{\Delta t} = 0 \quad \text{(¡porque la } E_m \text{ se conserva!)}$$

- Y como $\quad \dfrac{\Delta y}{\Delta t} = \langle v\rangle \rightarrow m\dfrac{\Delta v}{\Delta t}\langle v\rangle + m\,g\langle v\rangle = 0$

$$m\vec{a} = \left(m\vec{g}\right) = \text{¡Fuerza peso!}$$

- (notar que el signo se fue dentro del vector g, ¡va hacia abajo!)

Energía potencial y Fuerza

- ¿Cuál es la tasa de cambio de la energía potencial gravitatoria ante un cambio en la posición relativa?

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r} = \frac{E_{g2} - E_{g1}}{r_2 - r_1}$$

- Y ahora, dos posibles caminos:
  - a) Hacemos la cuenta
  - b) Ponemos unos números

Ok. Pongamos unos números

- Usamos:

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r} = \frac{-G M m}{h} \left(\frac{1}{(R+h)} - \frac{1}{R} \right)$$

- G = 6.67x10-11 $m^3/(kg\ s^2)$ R ~ 6 x10^6 m m=1 kg
- h=10000m
- h= 1000m
- h= 100m
- Ahora calculen el peso del cuerpo m=1 kg (recordar g=9.81 m/s^2)
- ¿Qué pasó?

Y ahora hagamos la cuenta

- Empecemos

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r} = \frac{-G M m}{(R+h)-R}\left(\frac{1}{(R+h)} - \frac{1}{R}\right)$$

- Y entonces:

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r} = \frac{G M m}{R}\left(\frac{1}{R+h}\right)$$

- Y si hacemos h→0 (¡límite!)

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{\Delta E_g}{\Delta r}\right) = m\left(\frac{G M}{R^2}\right) = m|\vec{g}|$$

Esta es la interacción (**fuerza**) asociada a la energía potencial gravitatoria: el **peso**

Veamos para un potencial en general

- Energía mecánica: cinética + potencial

$$E_{m,1}=\frac{1}{2}m v_1^2+U_1 \text{ y } E_{m,2}=\frac{1}{2}m v_2^2+U_2$$

- La variación temporal $\Delta E_m=m\,\Delta v\langle v\rangle+\Delta U$
- Y entonces en el límite de lo muy pequeño

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t}=m\frac{\Delta v}{\Delta t}\langle v\rangle+\frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t}=m\frac{\Delta v}{\Delta t}\langle v\rangle+\frac{\Delta U}{\Delta r}\frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t}=m\frac{\Delta v}{\Delta t}\langle v\rangle+\frac{\Delta U}{\Delta r}\langle v\rangle=0\rightarrow m\,a=-\frac{\Delta U}{\Delta r}$$

La Fuerza

- Vectorialmente, la fuerza de interacción

$$m\vec{a}=-\left(\lim_{\Delta r\to 0}\frac{\Delta U}{\Delta r}\right)\hat{r}=\vec{F}_U$$

- Si hubiera varias interacciones potenciales

$$\Delta E_m=m\Delta v\langle v\rangle+\Delta U_1+\Delta U_2+\ldots+\Delta U_n$$

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t}=m\frac{\Delta v}{\Delta t}\langle v\rangle+\left(\frac{\Delta U_1}{\Delta r}+\frac{\Delta U_2}{\Delta r}+\ldots+\frac{\Delta U_n}{\Delta r}\right)\left(\frac{\Delta r}{\Delta t}\right)=0$$

- Y entonces $m\vec{a}=\vec{F}_{U_1}+\vec{F}_{U_2}+\ldots+\vec{F}_{U_n}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{U_i}$

$$m\vec{a}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{U_i}$$

- Si hubieran otras fuerzas

$$\boxed{m\vec{a}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{U_i}+\sum_{j=1}^{n}\vec{F}_{NU_j}}$$

Segunda Ley de Newton