

Nota: Los problemas marcados con un asterisco (*) forman parte de la tercera entrega de la materia y su entrega será calificada. Los problemas marcados con dos asteriscos (**) son de entrega optativa. Les recomendamos resolver todos los problemas para una mejor comprensión de los temas planteados. La escritura del documento deberá hacerse utilizando \LaTeX . La metodología de entrega será la misma que para la entrega anterior (ver Guía 05).

23. Campo gravitatorio (**)

El campo gravitatorio es el campo vectorial producido por la presencia de una masa o una distribución de masa. En la aproximación de masa puntual, el campo gravitatorio de un cuerpo de masa M situada en el origen es:

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \left(\frac{GM}{|\mathbf{r}|^2} \right) \hat{\mathbf{r}},$$

donde \mathbf{r} es el punto del espacio donde se está calculando el valor del campo, y por ende $\hat{\mathbf{r}}$ es el correspondiente vector unitario, y G es la constante de Newton.

Calcule el vector campo gravitatorio sobre la superficie de la Tierra, y a una altura de 1000 km sobre la superficie de la misma.

24. Sistema Tierra-Luna (**)

Repitiendo las cuentas realizadas en la clase 20130725J calcule la distancia d' , medida desde el centro de la Tierra, a la cual se anula el campo gravitatorio del Sistema Tierra-Luna. Imagine que situamos el origen de coordenadas en el centro de la Tierra, de manera que el eje x coincida con la dirección Tierra-Luna. Recuerde que la distancia Tierra-Luna es $d_{TL} = 3,84 \times 10^8$ m.

Luego calcule el valor del campo gravitatorio Lunar, el campo gravitatorio Terrestre, y utilizando el principio de superposición el campo gravitatorio del Sistema Tierra-Luna en los siguientes puntos del espacio:

- a) $\mathbf{r} = (R_{\oplus}; 0; 0);$
- b) $\mathbf{r} = (0; R_{\oplus}; 0);$
- c) $\mathbf{r} = (-R_{\oplus}; 0; 0);$
- d) $\mathbf{r} = (d_{TL}/2; 0; 0);$
- e) $\mathbf{r} = (d'; 0; 0);$
- f) $\mathbf{r} = (d'; 10^7; 0);$
- g) $\mathbf{r} = (d_{TL}/2; 0; 0);$
- h) $\mathbf{r} = (d_{TL} - R_L; 0; 0);$
- i) $\mathbf{r} = (d_{TL} + R_L; 0; 0);$

25. Sistema Sol-Júpiter (*)

Los cuerpos más masivos del Sistema Solar son, por mucho, el Sol y el planeta Júpiter. Estudiaremos el Sistema Sol-Júpiter despreciando la existencia de todos los demás cuerpos del Sistema Solar. Bajo esta aproximación, encuentre el punto del espacio donde el

campo gravitatorio total se anula. Verifique si en esa zona se encuentra algún objeto (u objetos) del Sistema Solar. Aventure una posible explicación para el origen de dicho objeto (u objetos).

Utilizando los códigos vistos en clase, escriba un código en python que calcule el campo gravitatorio sobre el plano que contiene la órbita de Júpiter. Suponga que el Sol se encuentra en el origen, y que la dirección del eje x coincide con la dirección que une al Sol y Júpiter. Midiendo las distancias en unidades astronómicas (UA), la posición del Sol será $\mathbf{r}_\odot = (0; 0; 0)$ y la de Júpiter $\mathbf{r}_j = (5,143; 0; 0)$ UA.

Calcule el vector campo gravitatorio del sistema en todos los puntos de una cuadrícula (xy) , con x e y variando en el rango $[-0,5; 5,5]$, cada 0,25 UA. Para cada punto de la cuadrícula, imprima las tres coordenadas del vector posición y las tres coordenadas del vector campo gravitatorio (Verifique que la grilla consta de 169 puntos).

Junto con la solución de este ítem, debe entregar el código en python y el archivo con los 169 vectores posición y campo. Opcionalmente, realice una figura de los vectores campo como los vistos en clase.

26. Gravedad versus Electrostática I (**)

Imagine dos cuerpos de masas $m_1 = m_2 = 1$ kg, que se encuentran a una distancia $|\mathbf{r}| = 1$ m. Los cuerpos poseen una carga $q_1 = q_2 = 1$ C. Calcule la relación entre las energías potenciales gravitatoria $E_g = -G m_1 m_2 / |\mathbf{r}|$ y eléctrica $E_e = -k_e q_1 q_2 / |\mathbf{r}|$. Luego, calcule el valor del potencial eléctrico $V(\mathbf{r})$ en el punto medio entre las dos cargas.

27. Rayos y centellas (**)

Se estima que la corriente eléctrica durante una descarga atmosférica (rayo eléctrico) puede llegar a 120 kA. Sabiendo que la misma dura aproximadamente 3 ms, calcule la cantidad de carga que se transfiere desde la nube hacia la Tierra durante la descarga. Calcule el valor del potencial eléctrico sobre la superficie de la Tierra si toda esa carga se distribuye en forma puntual sobre la base de la nube de tormenta, a una altura de 2000 m sobre la superficie.

28. Gravedad versus Electrostática II (*)

Trabajemos con el sistema Tierra-Luna. Suponga que pudiéramos cargar eléctricamente a la Tierra y la Luna, ambas con cargas positivas. Calcule la carga neta Q que la Tierra y la Luna deberían tener para que la fuerza de repulsión eléctrica entre ambos cuerpos iguale a la fuerza de atracción gravitatoria entre los mismos. Sabiendo que la carga de un protón es $p = 1,602 \times 10^{-19}$ C y que el número de Avogadro es $N_A = 6,022 \times 10^{23}$, diga cuantos moles de protones son necesarios para alcanzar el valor de Q .

29. Configuración de cargas I (*)

Imagine la siguiente configuración de cuatro cargas:

i	Q_i	\mathbf{r}_i
1	+0,5 C	(+1; 0; 0)
2	+1,5 C	(-1; 0; 0)
3	-2,4 C	(0; +1; 0)
4	+0,4 C	(0; -1; 0)

a) Calcule lo siguiente:

- 1) la carga neta del sistema;
- 2) la energía potencial eléctrica de esta configuración de cuatro cargas;

- 3) el potencial y el campo eléctrico en $\mathbf{r} = (0; 0; 0)$;
 - 4) el potencial y el campo eléctrico en $\mathbf{r} = (1; 1; 1)$;
 - 5) el potencial y el campo eléctrico en $\mathbf{r} = (200; 200; 200)$;
 - 6) explique la razón del resultado obtenido en el punto e);
 - 7) escriba un código en python que determine el valor del potencial y del vector campo eléctrico en el espacio circundante a las cargas. Para ello, disponga un vector $\mathbf{r} = (x; y; z)$ para x , y y z variando en el rango $[-2; 2]$ cada 0,5 m ($9^3 = 729$ puntos). El código debe imprimir las coordenadas del vector posición, las coordenadas del campo eléctrico en dicho punto, el módulo del vector campo eléctrico y el valor del potencial eléctrico. Debe entregar el código y el archivo con los resultados obtenidos. Opcionalmente puede agregar una figura como las vistas en clase para ejemplificar sus resultados;
 - 8) (**) grafique la función potencial eléctrico $V(\mathbf{r})$ sobre el plano $z = 0$.
- b) Ahora, suponga que un agente externo trae una carga de prueba $q = +0,7$ C desde el infinito hasta la posición $\mathbf{r} = (0,5; 1; 1)$. Calcule:
- 1) el potencial y el campo eléctrico en ese punto;
 - 2) la energía eléctrica de la configuración obtenida y el vector fuerza \mathbf{F} que aparece sobre la carga de prueba en ese punto;
 - 3) el trabajo realizado por el agente externo.
- c) Finalmente, suponga que el agente externo desplaza la carga de prueba q desde $\mathbf{r} = (0,5; 1; 1)$ hasta $\mathbf{r} = (-0,5; -1; -1)$. Calcule:
- 1) el potencial y el campo eléctrico en ese nuevo punto;
 - 2) la energía eléctrica de la nueva configuración y el vector fuerza \mathbf{F} que aparece sobre la carga de prueba en ese nuevo punto;
 - 3) el trabajo realizado por el agente externo.

30. Configuración de cargas II (*)

Imagine la siguiente configuración de dos cargas:

i	Q_i	\mathbf{r}_i
1	+1,0 C	(+0,1; 0; 0)
2	-1,0 C	(-0,1; 0; 0),

esto es lo que se conoce como un dipolo eléctrico. Utilice el código desarrollado en el punto anterior para realizar los siguientes cálculos:

- a) la carga neta del sistema;
- b) el potencial y el campo eléctrico en $\mathbf{r} = (0; 0; 0)$;
- c) el potencial y el campo eléctrico en $\mathbf{r} = (0; 1; 0)$;
- d) el potencial y el campo eléctrico en $\mathbf{r} = (50; 50; 50)$;
- e) el valor del potencial y del vector campo eléctrico en el espacio circundante a las cargas. Para ello, disponga un vector $\mathbf{r} = (x; y; z)$ para x , y y z variando en el rango $[-3; 3]$ cada 0,5 m ($13^3 = 2197$ puntos). El código debe imprimir las coordenadas del vector posición, las coordenadas del campo eléctrico en dicho punto, el módulo del vector campo eléctrico y el valor del potencial eléctrico. Debe entregar el código y el archivo con los resultados obtenidos. Opcionalmente puede agregar una figura como las vistas en clase para ejemplificar sus resultados.