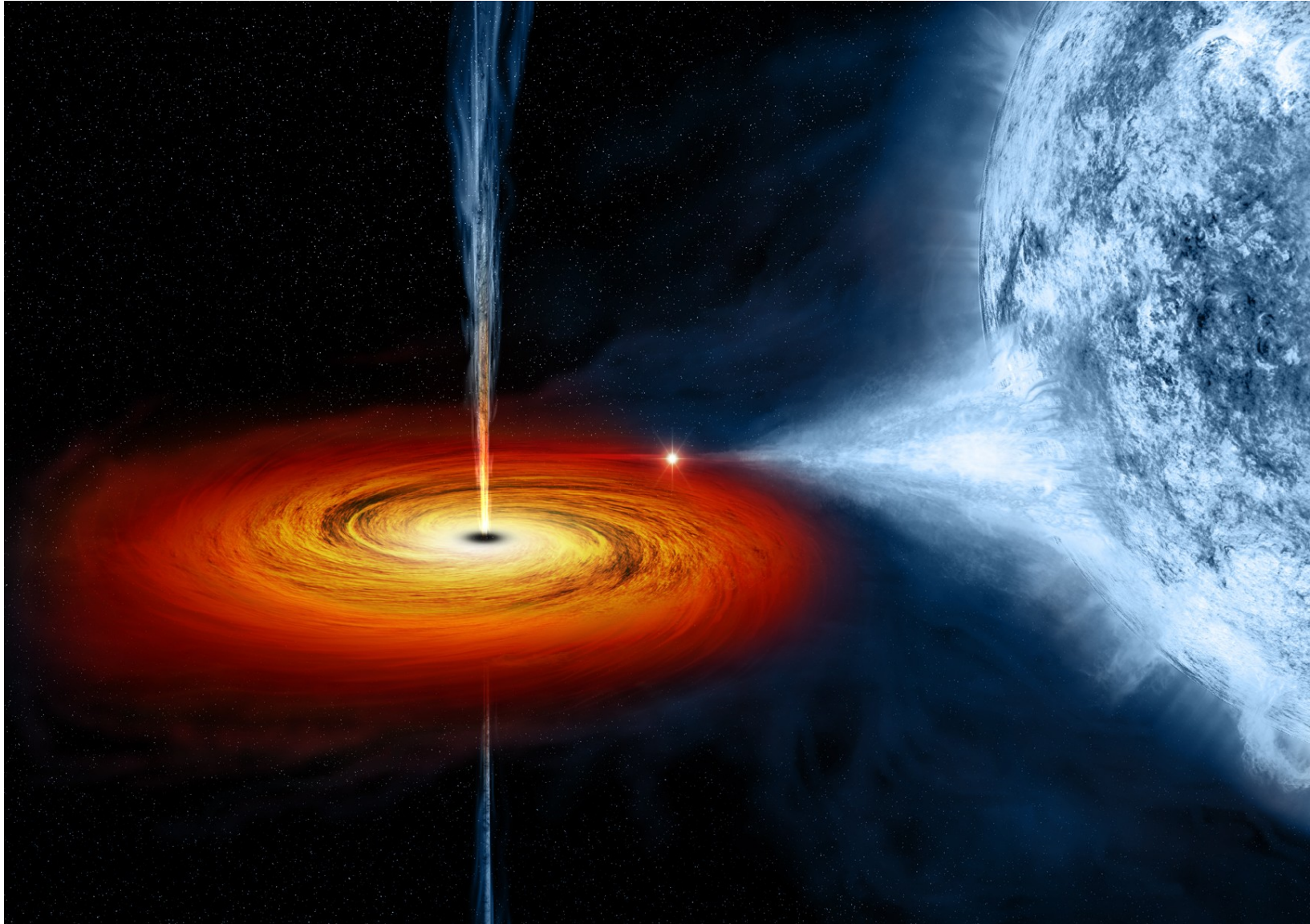




Introducción a la Física (2013)

- Unidad: 01
- Clase: 11
- Fecha: 20130620J
- Contenido: Cant de movimiento y Kepler
- Web: http://halley.uis.edu.co/fisica_para_todos/
- Archivo: 20130620J-HA-movimiento.pdf

En el episodio anterior...



En el episodio anterior...

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t} = 0 = mv_m \frac{\Delta v}{\Delta t} + mg \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta E_m}{\Delta t} = 0 = mv_m \frac{\Delta v}{\Delta t} + \frac{\Delta U(y)}{\Delta y} \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

$$ma = - \frac{\Delta U(y)}{\Delta y} = F_U$$

$$ma = \sum_{i=1}^n F_{U_i} + \sum_{i=1}^n F_{NU_i}$$

Fuerza de gravedad

- Empecemos

- Y entonces:
$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r} = \frac{-G M_{\oplus} m}{\Delta r} \left(\frac{1}{R_{\oplus}} - \frac{1}{(R_{\oplus} + \Delta r)} \right)$$

- Y si hacemos $\Delta r \rightarrow 0$, y recordamos $F_U = -\Delta U / \Delta r$

$$\frac{\Delta E_g}{\Delta r} = -G M_{\oplus} m \left(\frac{1}{R_{\oplus} (R_{\oplus} + \Delta r)} \right)$$

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\Delta E_g}{\Delta r} = \left(\frac{G M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} \right) m = F_G \longrightarrow F_G(r) = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- Reordenando...

$$\Delta E_g = \Delta E_g \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta \vec{r}} = \frac{\Delta E_g}{\Delta \vec{r}} \Delta \vec{r} \simeq -\vec{F}_G \cdot \Delta \vec{r}$$

- Definimos trabajo de la fuerza de gravedad a la magnitud escalar:

$$W = \vec{F}_G \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}_G| |\Delta \vec{r}| \cos \theta$$

- Y en general el trabajo de la fuerza F es

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

**La variación neta de la
energía total de un
sistema es igual al trabajo
realizado por un agente
externo para lograr dicho
cambio**

¿Hacia donde “va” la energía?

- Sabemos que la energía es un escalar
- No tiene ni dirección ni sentido
- ¿Cuánto cambia la energía cinética frente a un cambio en la energía?
 - Si cambia sólo la dirección de la velocidad → Nada
 - ¿Si cambia la magnitud de la velocidad?
- Calculemos eso para un cambio muy pequeño en la velocidad

Tómese un momento y defina la cantidad de movimiento

$$\lim_{\Delta v \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta E_k}{\Delta v} \right) = m v$$

- Pero v es un vector: tiene dirección y sentido
- Definimos entonces a la magnitud vectorial:

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}$$

Cantidad de movimiento

El impulso es una magnitud conservada

- Unidades

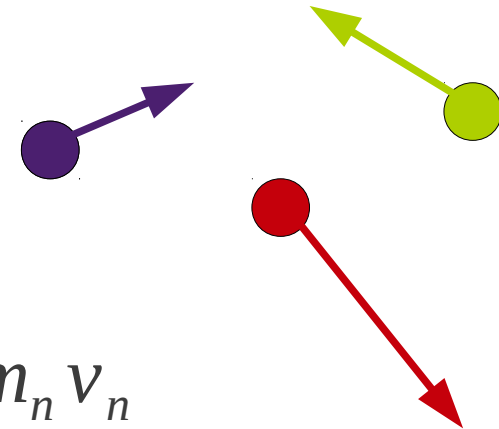
$$[p] = [m][v] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{N s}$$

- Es aditivo:

$$p_t = \sum_i^n m_i v_i = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n$$

- Se conserva

$$p_i = p_f$$



Impulso y energía cinética

- Han caído en las manos de un físico maléfico, el satánico Dr. No, y les ofrece enfrentarse a uno de estos peligros:

El cañón de melones

$m_1 = 1 \text{ kg}$

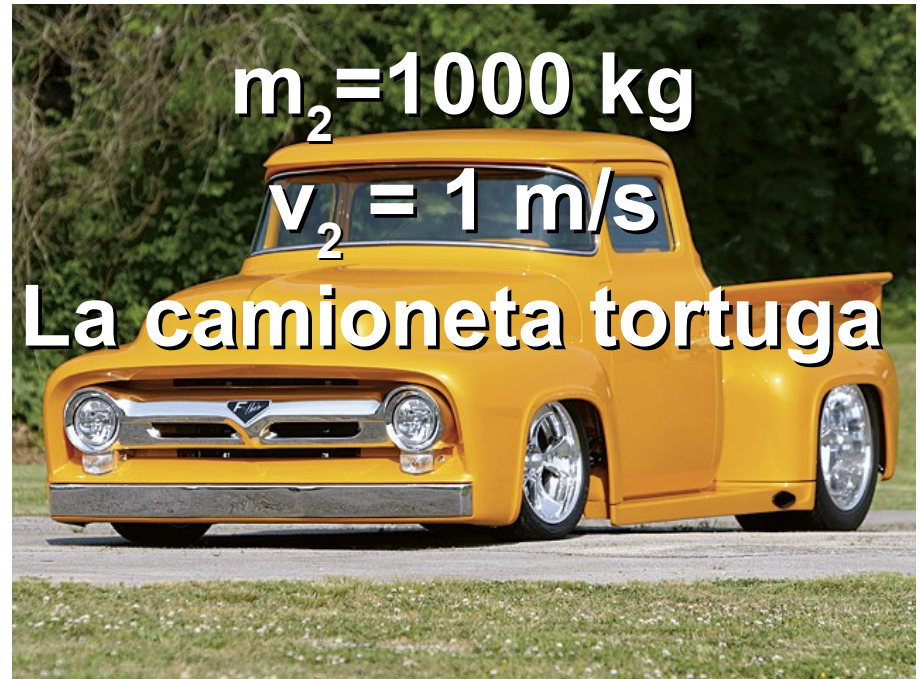
$v_1 = 1000 \text{ m/s}$



$m_2 = 1000 \text{ kg}$

$v_2 = 1 \text{ m/s}$

La camioneta tortuga



- ¿Cuál elijen? (Calcular p y E_k en cada caso)

Relación entre p y E_k

- Existe una relación

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \left(\frac{m}{m} \right) = \frac{1}{2} \frac{(m^2 v^2)}{m} = \frac{1}{2} \frac{(m v)^2}{m} = \frac{p^2}{2m}$$

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

Conservación del impulso

Inicial



$$M_r = 0.99 \text{ kg}$$

$$M_b = 0.01 \text{ kg}$$

Final



$$v_b = 300 \text{ m/s}$$

$$v_r = ?$$

$$p_i = p_f$$

Por eso en la vida real...



... pasa esto



Cantidad de movimiento angular

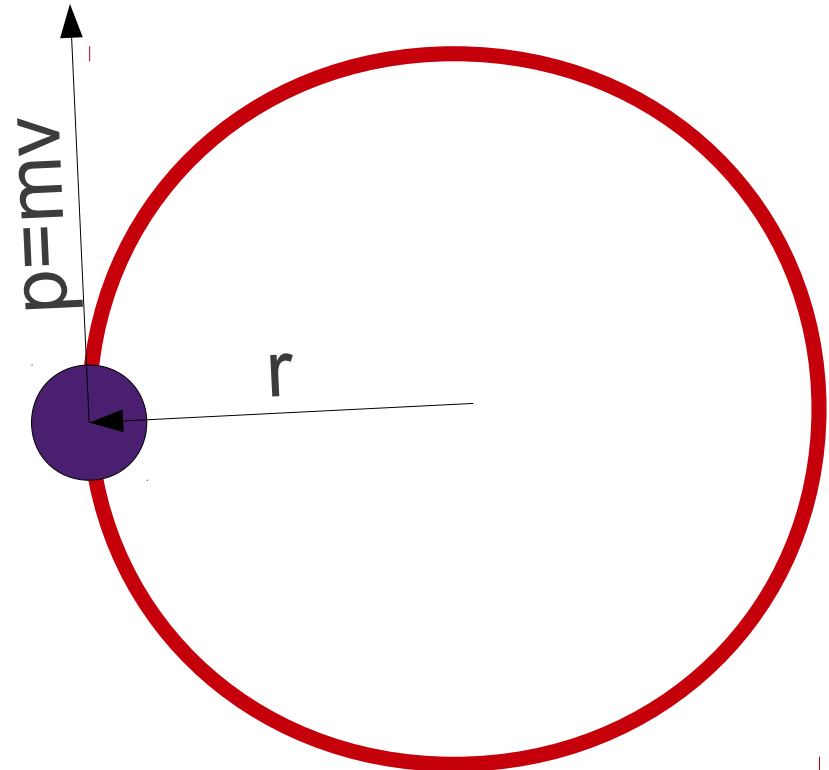
- Si el objeto está girando con velocidad v y radio r :

Cant. de movimiento angular

$$\bar{L} = m(\bar{r} \times \bar{v})$$

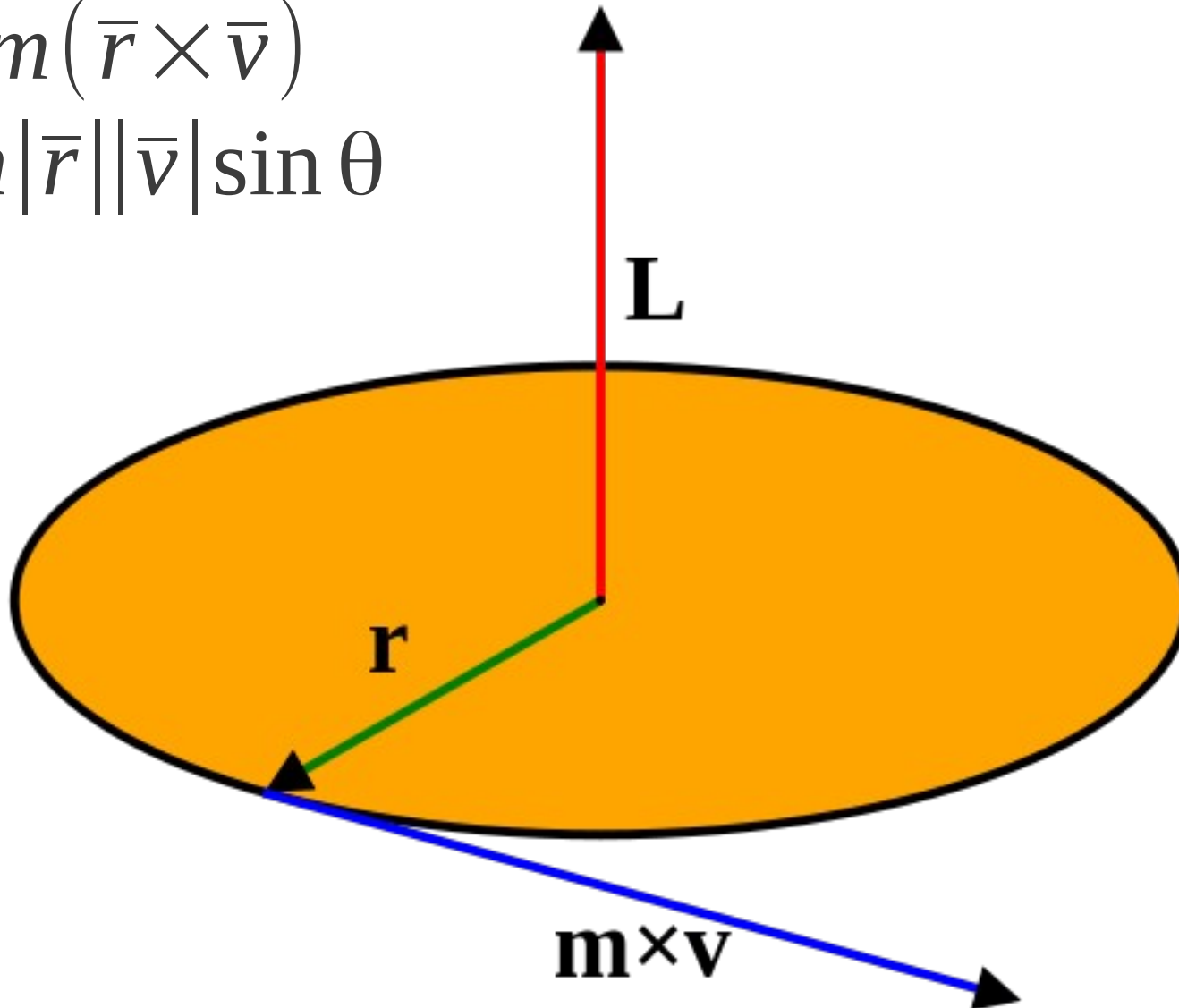
- El impulso angular también se conserva

$$L_i = L_f$$



“Pseudo”-vector (mano derecha)

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$
$$|\vec{L}| = m|\vec{r}||\vec{v}|\sin\theta$$



Patinaje sobre hielo



Un poco de matemática...

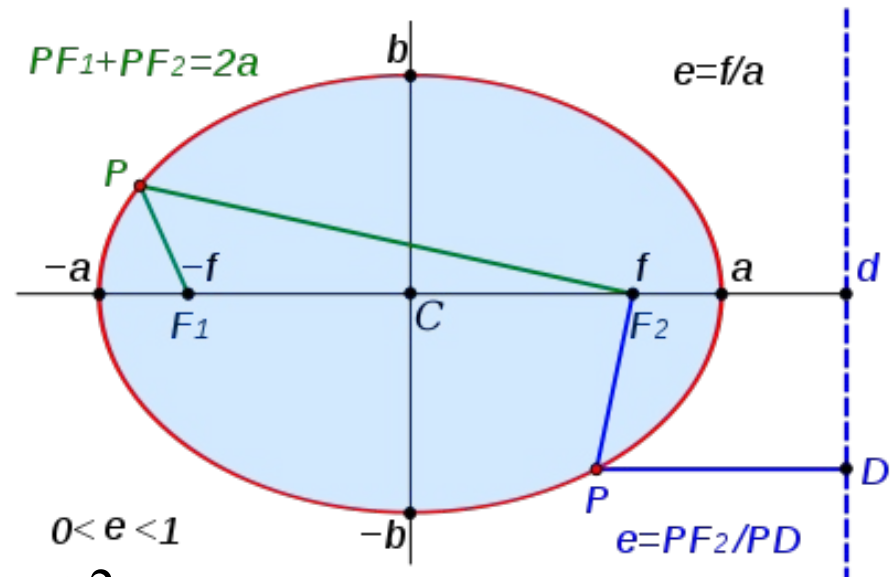
Recordemos que

- Elipse: Conjunto de puntos cuya suma de distancia a dos puntos dados es constante

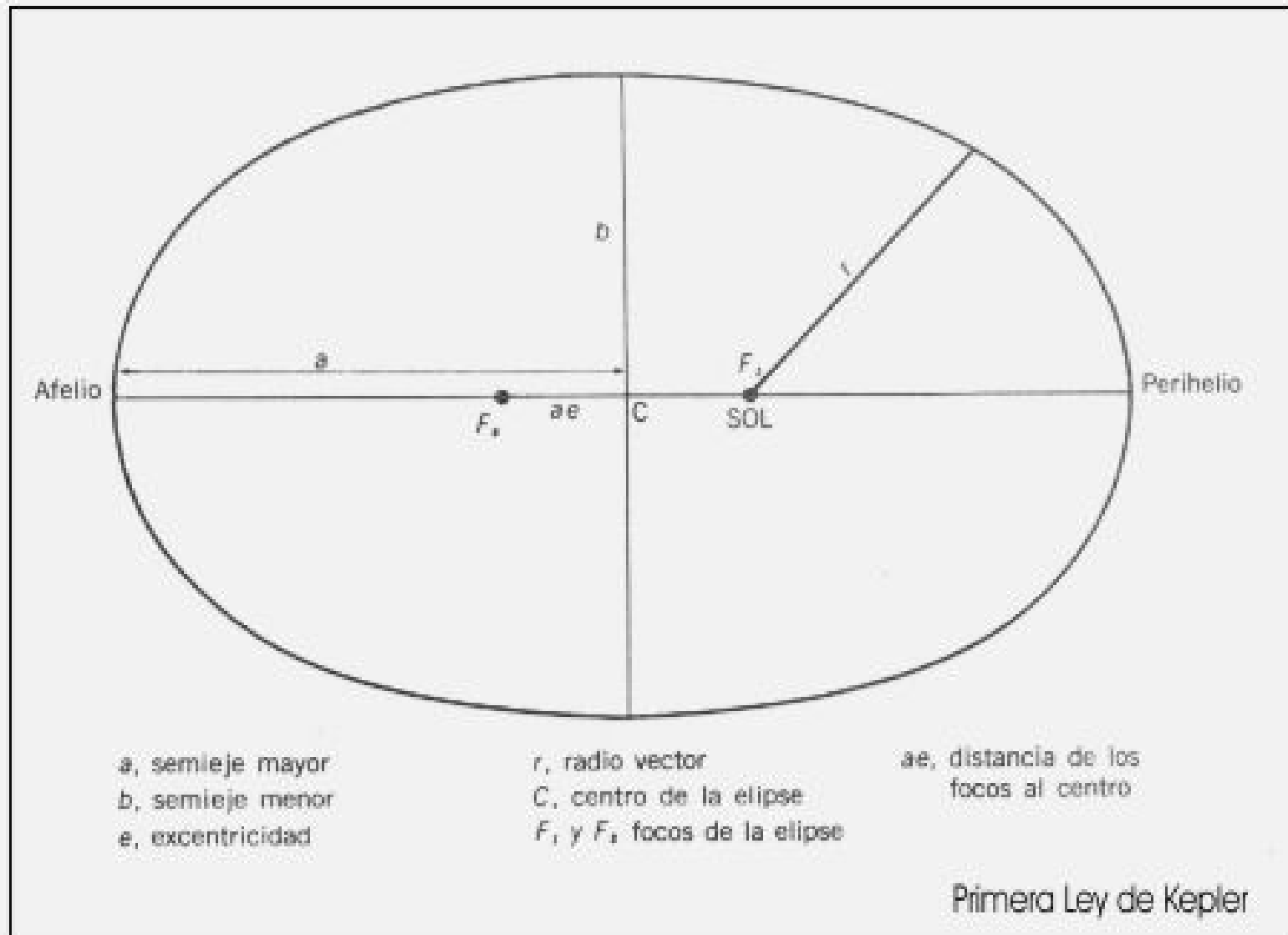
$$\text{Elipse} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{Hipérbola} \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

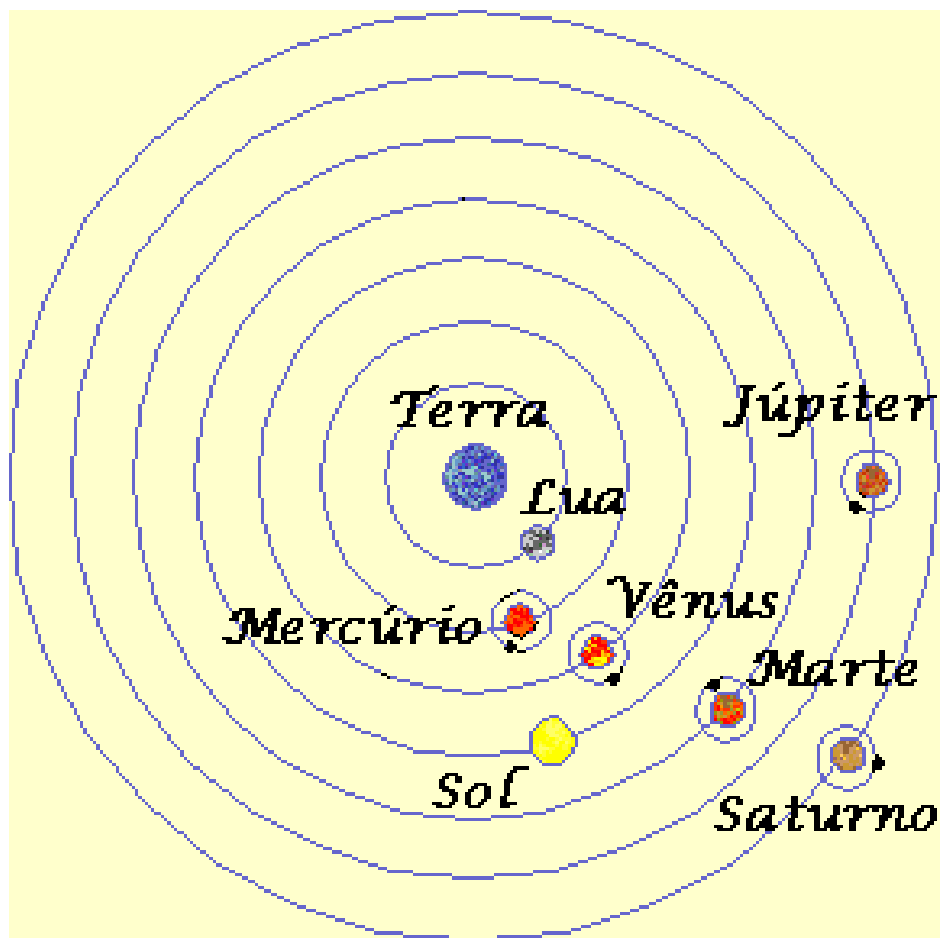
$$\text{Parábola} \Rightarrow y - y_0 = 4p(x - x_0)^2$$



Propiedades de la elipse



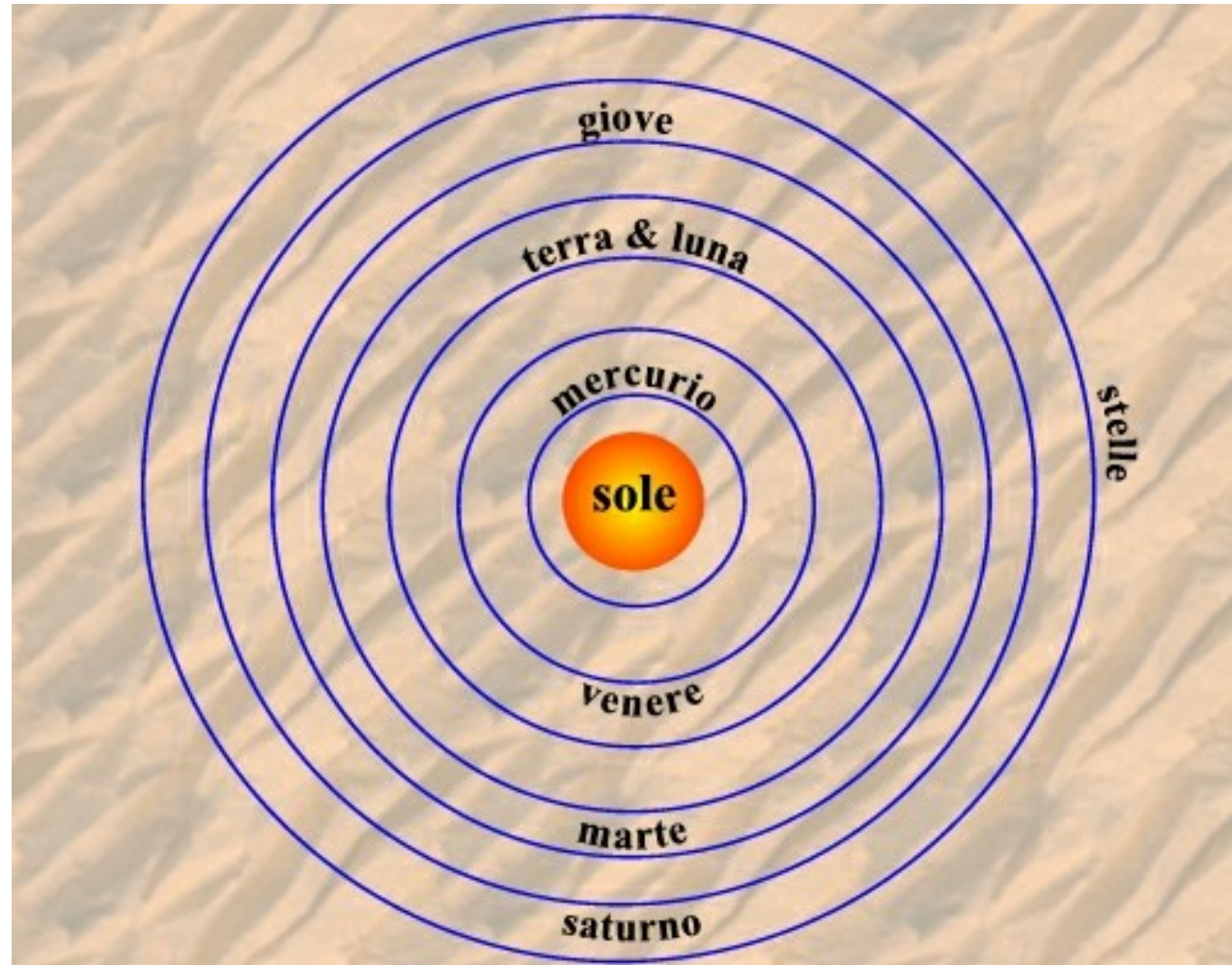
Ptolomeo(100 - 170)



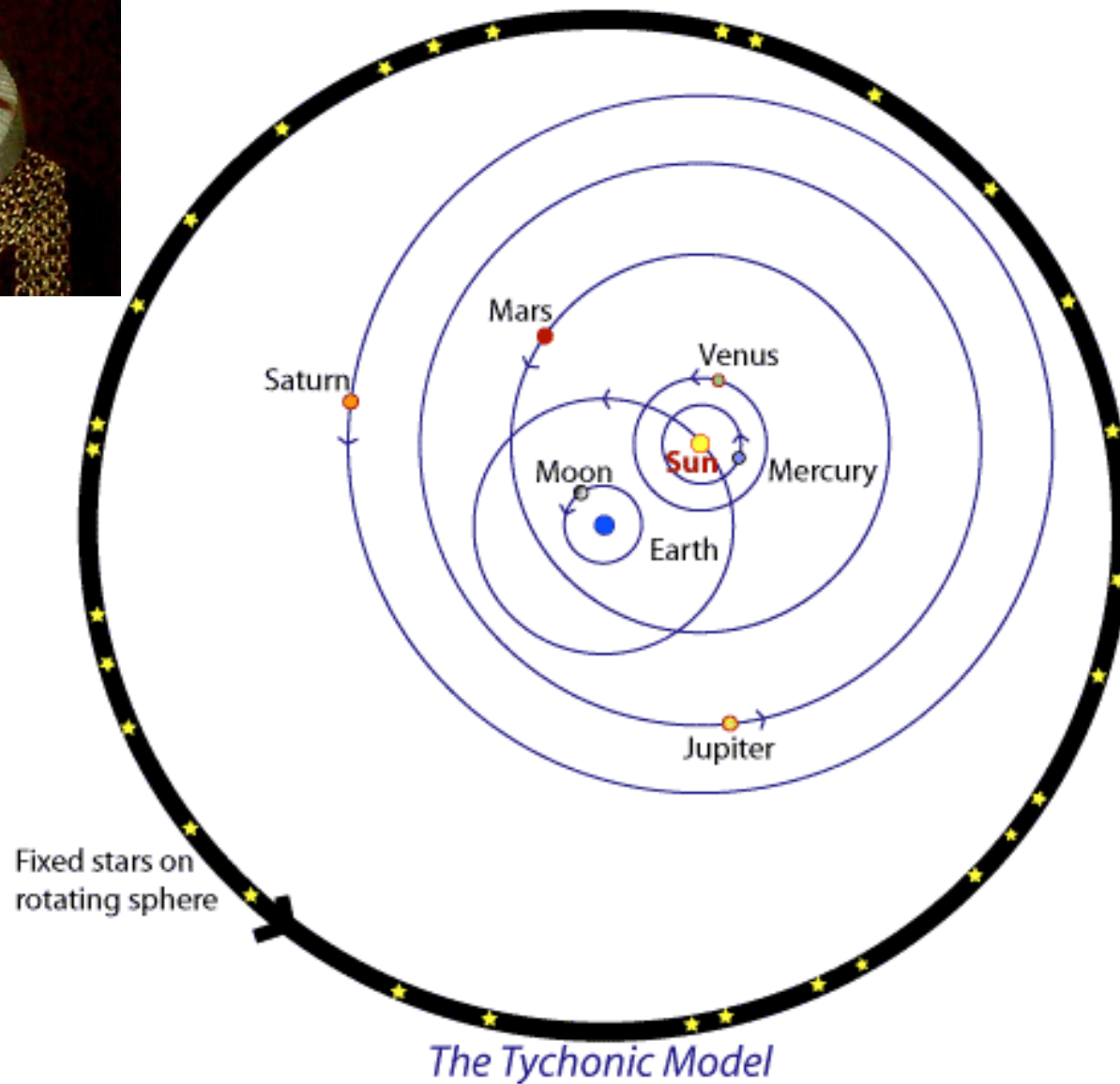
Giordano Bruno(1548 - 1600)



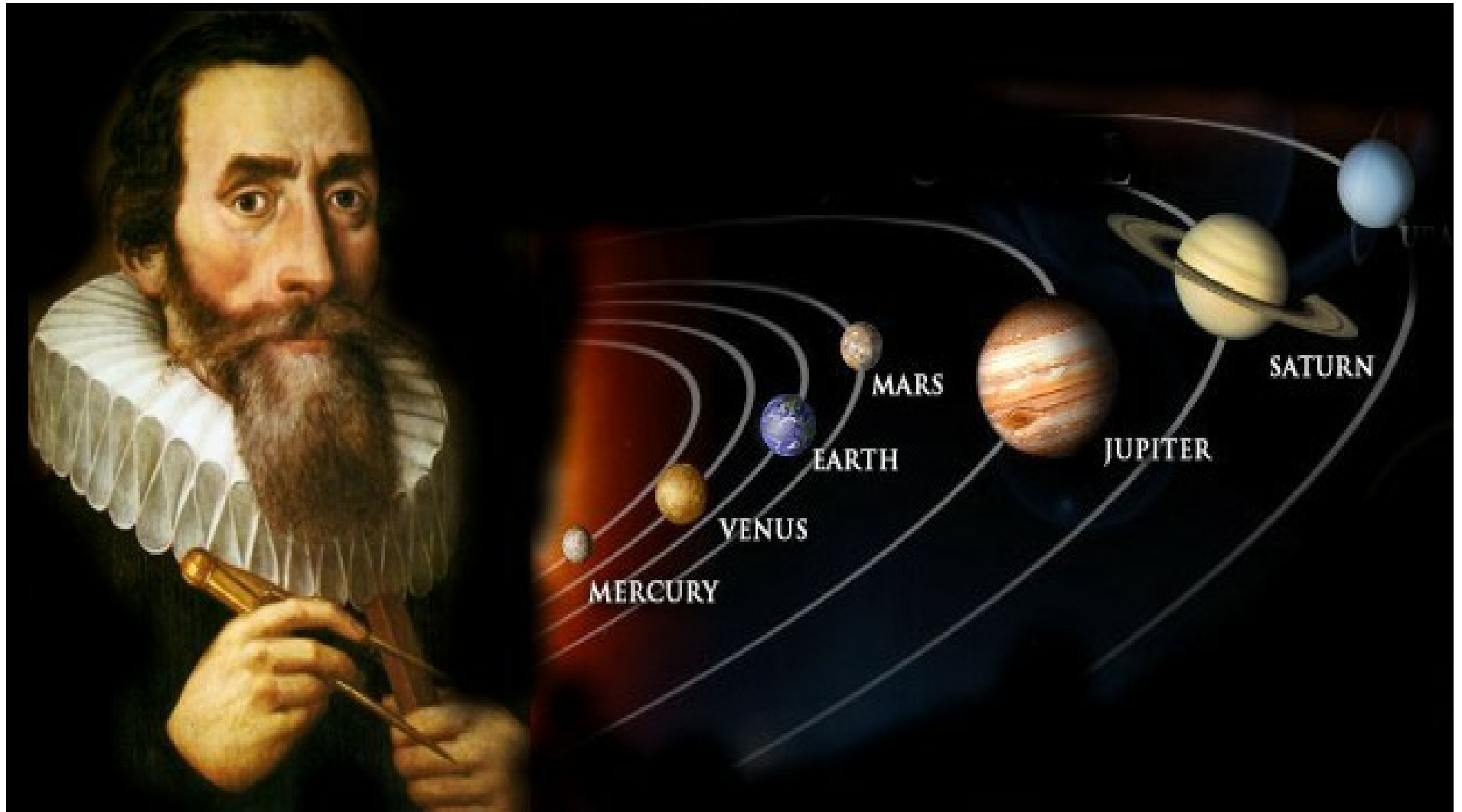
Copernico(1473 - 1543)



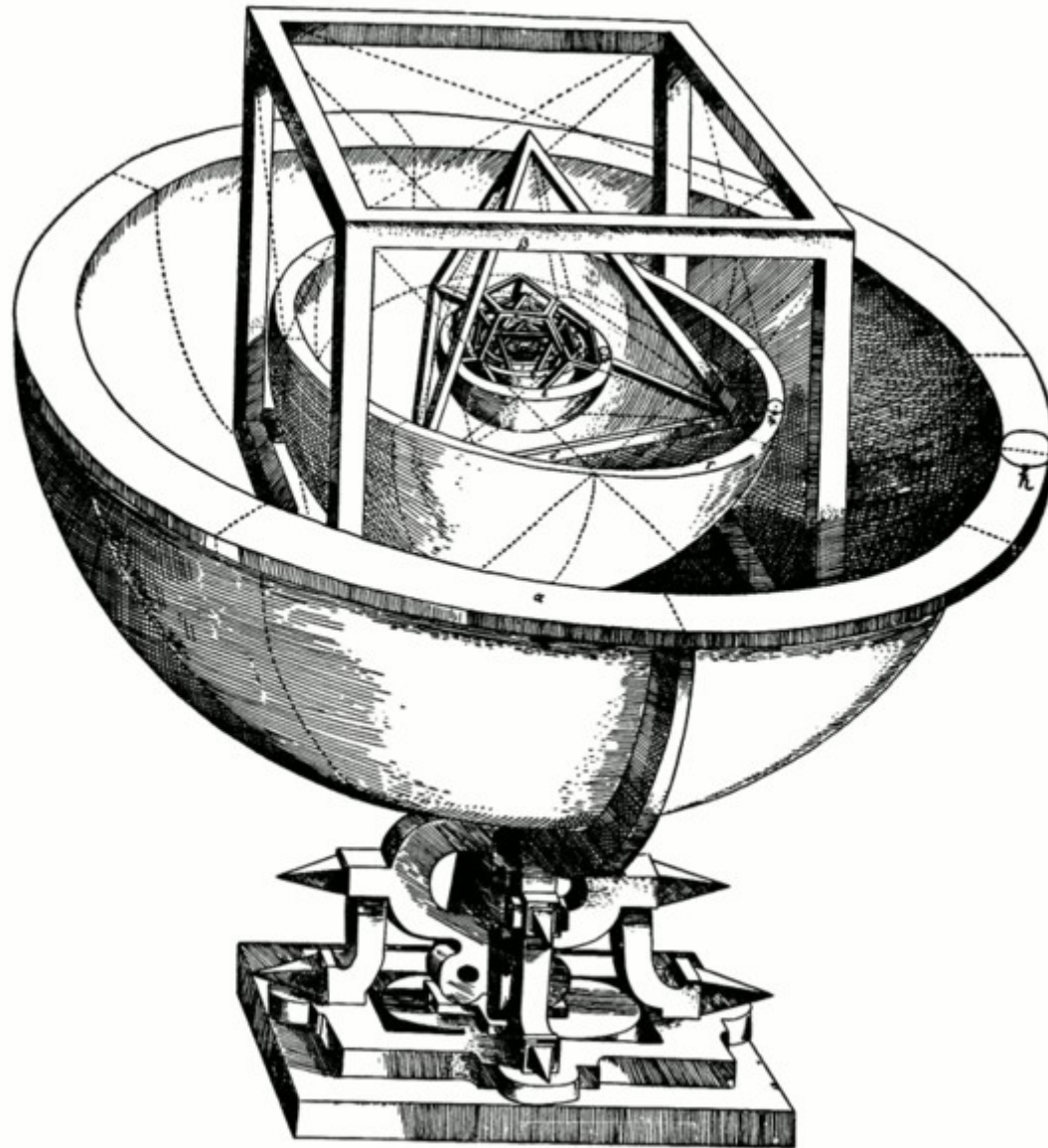
Thyco Brahe(1546 - 1601)



Kepler(1571 - 1630)

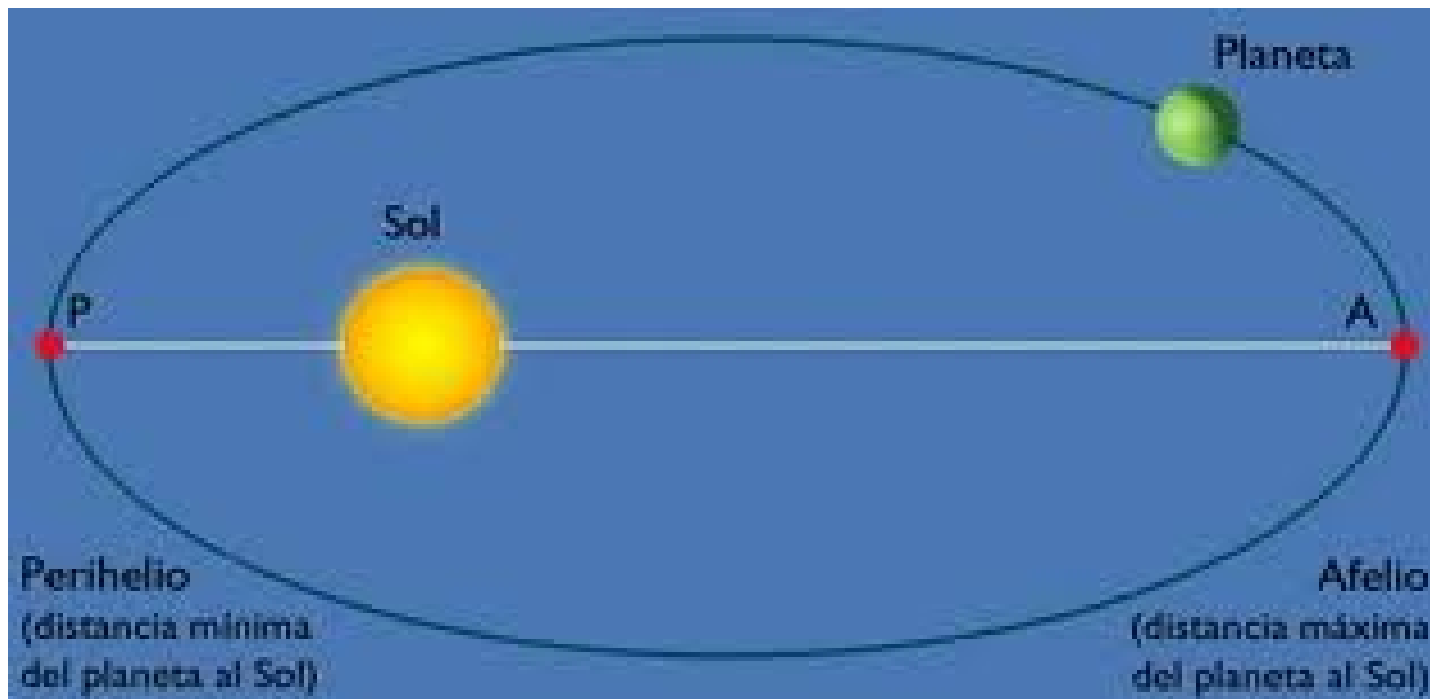


Modelo de Kepler basado en los cinco sólidos pitagóricos



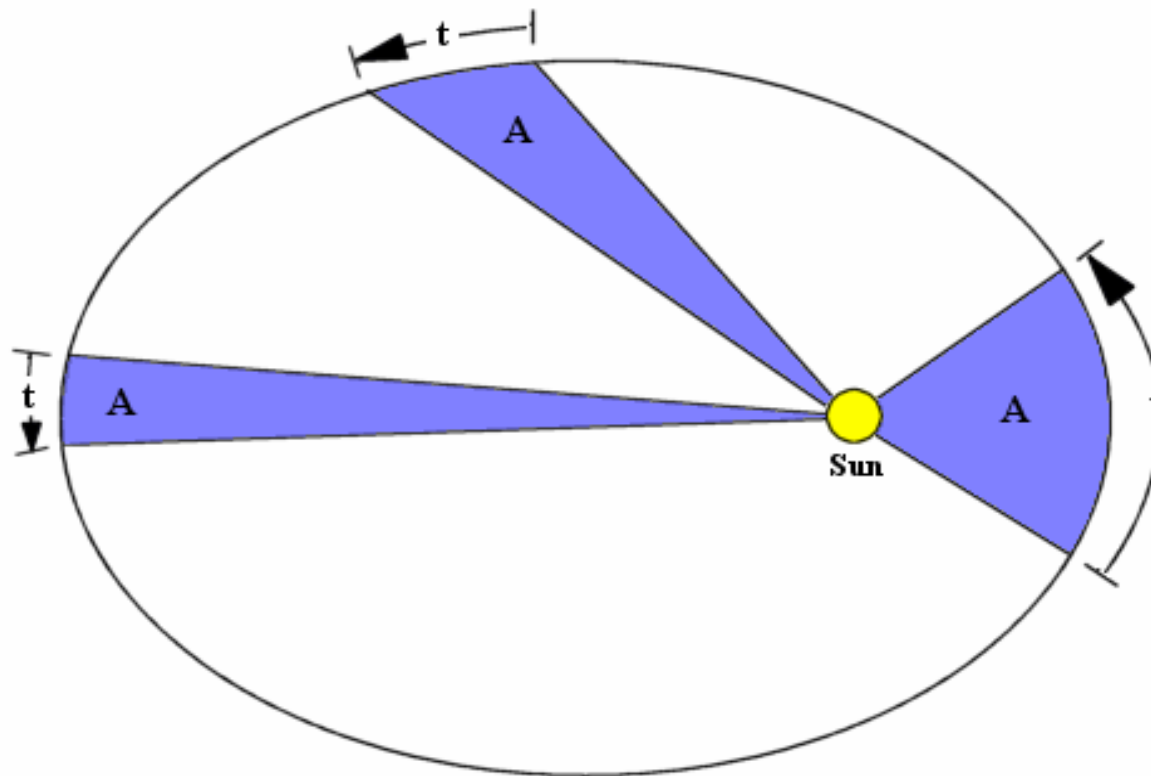
Primera ley

Primera Ley (1609): Los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas. El Sol se sitúa en uno de los focos.



Segunda ley

Segunda Ley (1609): El radio vector que une el planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales



Tercera Ley

Tercera Ley (1618): El cuadrado del período orbital (tiempo que tarda en dar una vuelta alrededor del Sol) es directamente proporcional al cubo de la distancia media al Sol.

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$