Universidad Industrial de Santander - Escuela de Física

Introducción a la Física (Núñez-Asorey)

Guía 04:Kepler

2013

16. **Elipses**

    a) Verifique que el círculo, cuya expresión es $x^2 + y^2 = r^2$, pertenece a la familia de las elipses.

    b) La excentricidad ϵ es una características de las cónicas y está dada por

    $$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

    Utilizando las propiedades de la elipse, demuestre que la distancia f entre el centro de la elipse y uno de los focos está dada por:

    $$f = a\,\epsilon = \sqrt{a^2 - b^2}$$

    Luego, muestre que la distancia mínima del foco a un punto de la órbita (llamada periápside) esta dada por $r_{pe} = (1 - e)a$, mientras que la distancia máxima (apoápside) es $r_{ap} = (1 + e)a$.

    c) Utilizando el *método del jardinero*, construya una elipse que tenga $a = 10\,\text{cm}$, y $b = 5\,\text{cm}$.

17. **Primera ley de Kepler**.

    Recordemos la primera ley de Kepler:

    "*Todos los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas, estando el Sol situado en uno de sus focos*"

    Utilizando los valores del afelio, perihelio y excentricidad de Mercurio, Venus, la Tierra, Urano y Plutón (utilizar la tabla de la guía 2), calcule para cada uno de ellos lo siguiente:

    a) Los valores de a y b para cada una de las órbitas;

    b) La distancia desde el "*otro foco*" al Sol.

18. **Satélite geoestacionario**

    a) A partir de la expresión para la velocidad orbital de una órbita circular,

    $$v_O = \frac{2\pi r}{t},$$

    usando la tercera ley de Kepler demuestre que para el caso circular la velocidad orbital vale:

    $$v_O = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

    dónde G es la constante de gravitación universal, M es la masa del cuerpo central, r es el radio de la órbita y T es el periodo orbital.

    b) Calcule el radio r para la órbita de un satélite geoestacionario ($T = 24$ horas).

19. **Los planetas y la tercera ley**

    Utilizando los períodos orbitales y las distancias al Sol para Venus, La Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno, verifique la tercera ley de Kepler.

    Para ello, grafique el cuadrado del período orbital, medido en días, como función del cubo de la distancia al Sol, medida en millones de kilómetros.

    La pendiente de la recta obtenida, $\Delta y/\Delta x$, no es otra que la constante K, sólo que expresada en otro sistema de unidades.

    Para terminar, convierta las unidades al sistema métrico internacional y compárelo con el valor obtenido en el punto anterior. Justifique las diferencias encontradas.

20. **Cometa no es barrilete**

    Un nuevo cometa de masa $m = 10^{12}$ kg fue descubierto en el sistema solar. Luego de algunas mediciones, se supo que su órbita es elíptica y el perihelio está situado a sólo 10^6 km del Sol.

    a) Calcule la distancia al Sol del afelio sabiendo que el período es de 10 años.

    b) ¿Cuáles es el valor de la energía potencial en el perihelio y en el afelio?

    c) Usando la segunda ley de Kepler, calcule la relación entre las energías cinéticas en el afelio y en el perihelio (ayuda: suponga que las áreas barridas son triangulares, $A = \frac{1}{2} b \times h$).

21. **Velocidad orbital**

    Imagine que un planeta de masa $m = M_{\oplus}$ orbita en torno a una estrella de masa $M = 6{,}5 \times 10^{30}$ kg. a una distancia media $r = 4{,}5 \times 10^{8}$ km. Usando las leyes de Kepler, calcule el tiempo que requiere el planeta para completar una órbita completa y su velocidad orbital media.

22. **Mercurio, el planeta más cercano al Sol**

    La órbita del planeta Mercurio es bastante alongada y posee una de las mayores excentricidades del Sistema Solar, siendo sólo superada por Plutón. Las distancias al Sol en su perihelio y afelio son:

    Perihelio: $\overline{PE} = 45\,943\,700$ km; Afelio $\overline{AF} = 69\,874\,671$ km, respectivamente.

    a) Calcule la excentricidad ϵ de la órbita y determine el valor de los semiejes a y b.

    b) Se sabe que la cantidad de movimiento angular de Mercurio en su órbita es $L = 8{,}9585 \times 10^{38}\ \mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$. Calcule la velocidad del planeta en el perihelio y en el afelio.

    c) Usando la Tercera Ley de Kepler, determine el periodo T del planeta.