Universidad Industrial de Santander

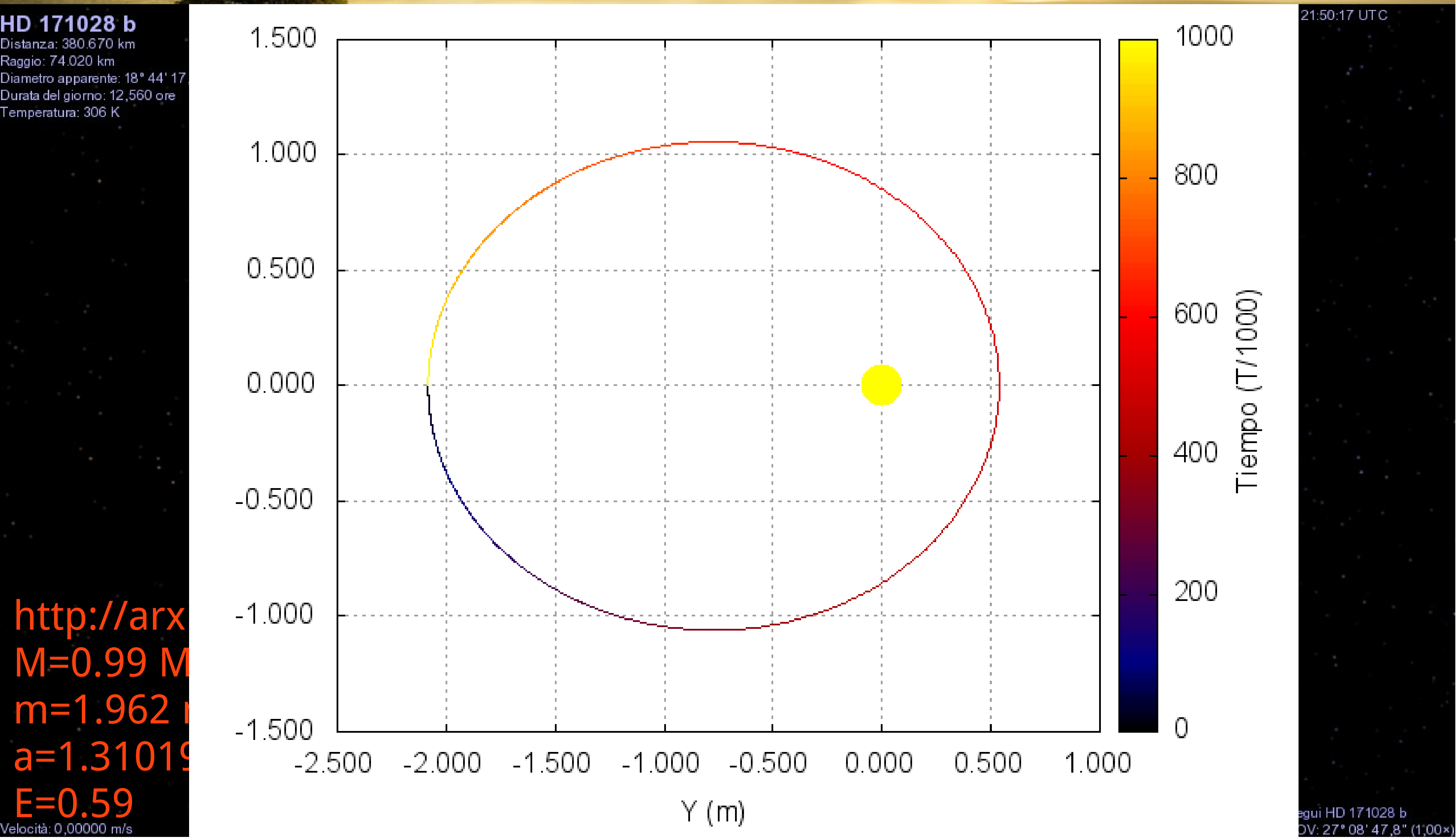
Introducción a la Física (2014)

- Unidad: 02
- Clase: 12
- Fecha: 20140729M
- Contenido: Kepler y Campos
- Web: http://halley.uis.edu.co/fisica_para_todos/
- Archivo: 20140729M-HA-kepler-y-campos.pdf

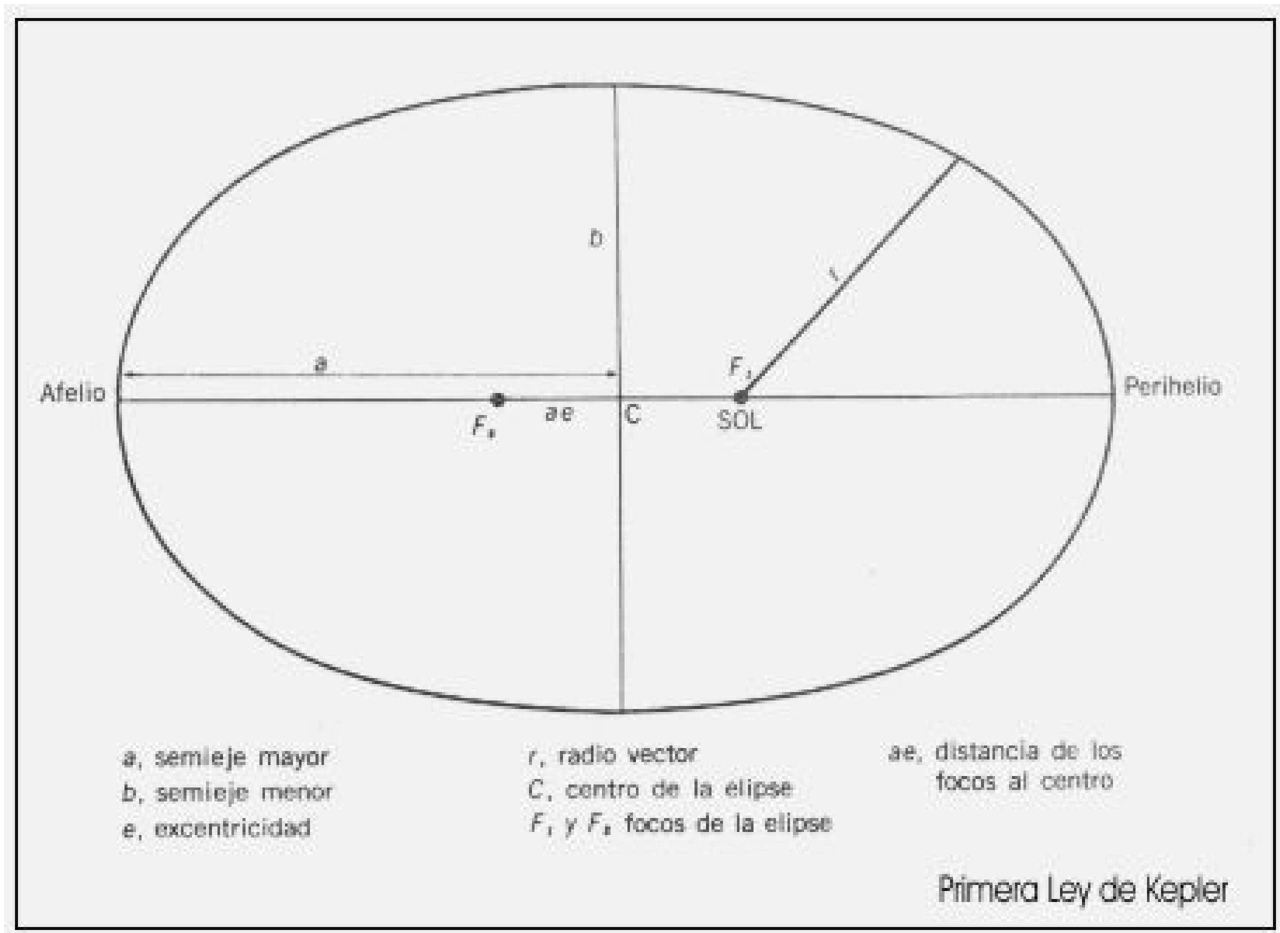
En el episodio anterior…

Satélites galileanos

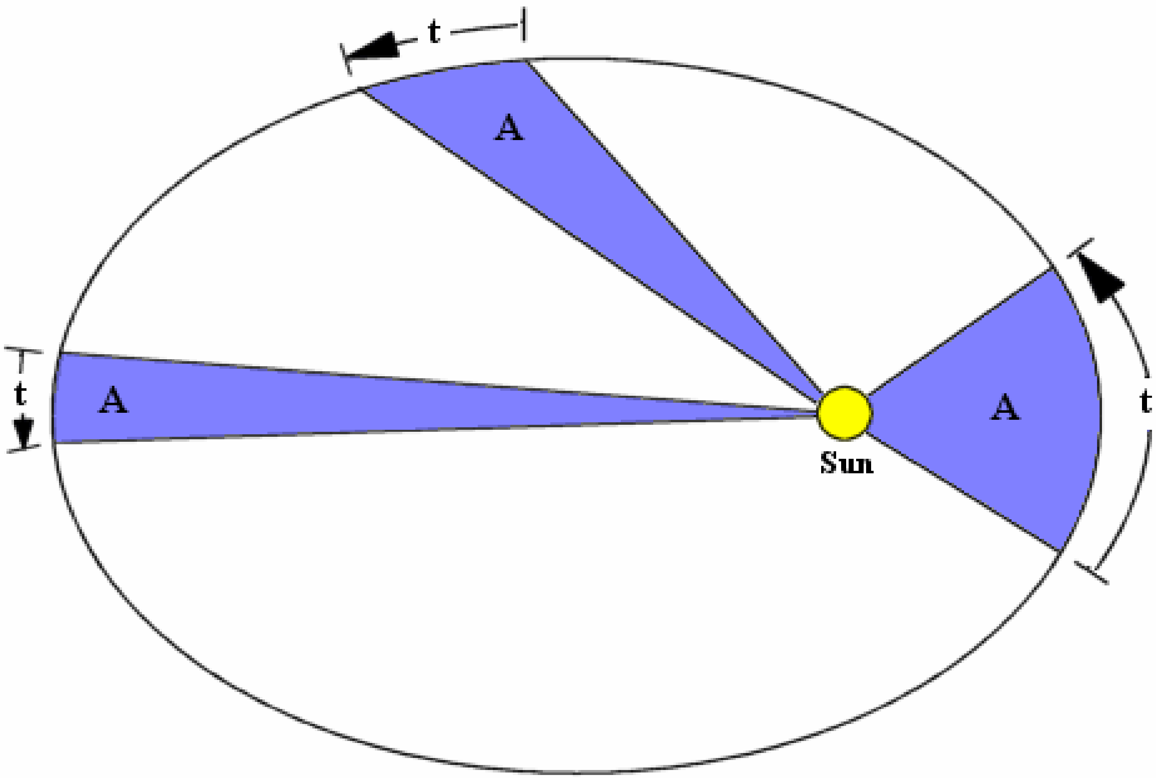
Resultado: órbita de # HD_171028_b



Primera Ley (1609): Los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas. El Sol se sitúa en uno de los focos.



Segunda Ley (1609): El radio vector que une el planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales



Tercera Ley

Tercera Ley (1618): El cuadrado del período orbital (tiempo que tarda en dar una vuelta alrededor del Sol) es directamente proporcional al cubo de la distancia media al Sol.

$$a^3 = k_{\mathrm{Sol}} T^2$$

$$k_{\mathrm{Sol}} = \frac{G M_{\mathrm{Sol}}}{4\pi^2}$$

Algoritmo general

- Trabajo en cartesianas, el origen en el foco (estrella).
- El tiempo avanza en pasos discretos: i=1,2,3..1000
  - En python: `for i in range(1,1001):`
- El intervalo temporal es $\Delta t=(T/1000)$
- Entonces, el tiempo transcurrido desde el inicio hasta el paso i-ésimo es

$$t_i = t_0 + i\,\Delta t \ ;\ \text{si}\ t_0 = 0,\ \text{entonces}\ t_i = i\,\Delta t$$

- Luego, cuando i=1000 entonces $t_i=T$

- Es más simple empezar en el apoastro:

$$\vec{r}=\left(-(a+f),0\right)$$

- En el el apoastro, la velocidad es perpendicular al vector posición y el modulo → “Vis Viva”
- La aceleración siempre tiene dirección radial, sentido hacia la estrella (negativo):

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=-\left(\frac{GM}{|\vec{r}|^2}\right)\hat{r} \quad \text{(notar que } \hat{r}=\frac{1}{|\vec{r}|}\vec{r} \;\rightarrow\; |\hat{r}|=1\text{)}$$

- Media vuelta después, el vector posición debe ser

$$|\vec{r}|=\left((a-f),0\right)$$

Entonces...

- El tiempo avanza y entonces, para calcular la posición en el tiempo (i+1)

$$\vec{r}_{i+1}=\vec{r}_i+\Delta t\,\vec{v}_i$$

- Imprimo las coordenadas de **r** en la nueva pos.
- Calculo la aceleración en $\mathbf{r}_{i+1}$, y entonces:

$$\vec{v}_{i+1}=\vec{v}_i+\Delta t\,\vec{a}_{i+1}$$

- Y este bucle continua hasta i=1000 (t=T)
- Sugerencia: suponga a=b=r y verifique que la trayectoria corresponde a una órbita circular. Luego vuelva a SU exoplaneta

Algoritmo “Newton-Hooke”

$$\Delta t = \frac{T}{1000} = \text{cte}$$

Datos: $\vec{r}_{i=0};\vec{v}_{i=0}$

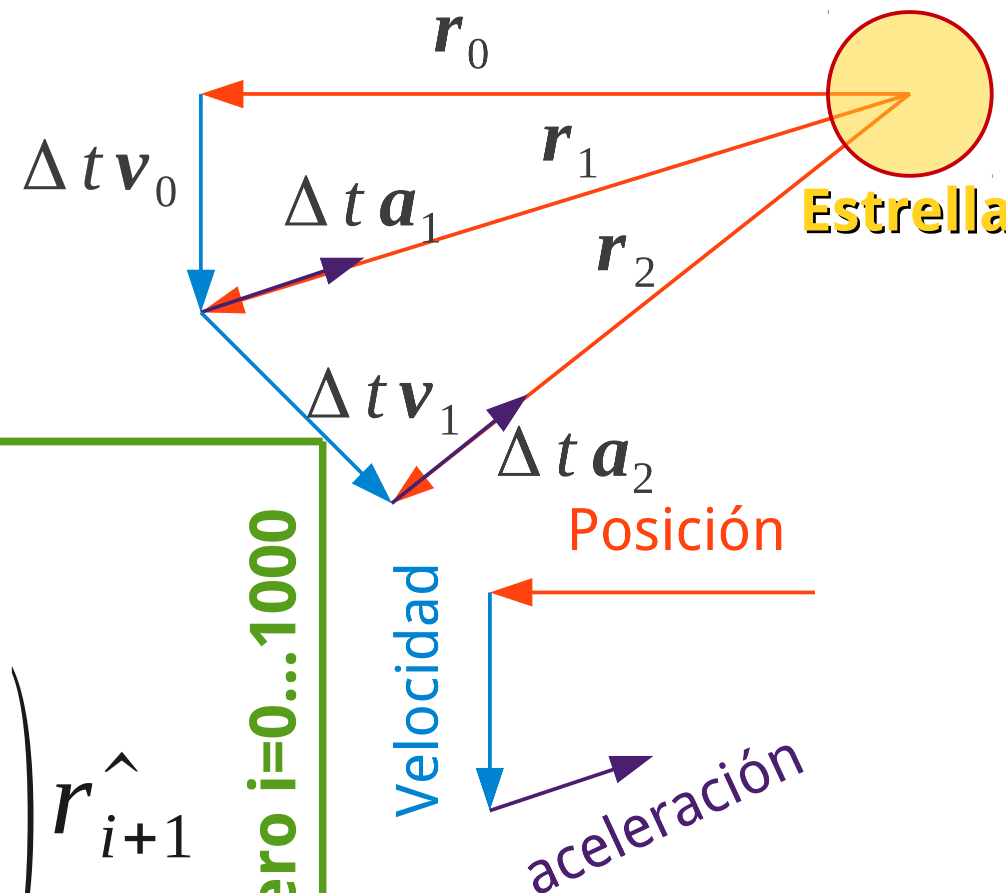
Imprimo $\vec{r}_i$

Calculo: $\vec{r}_{i+1} = \vec{r}_i + \Delta t\, \vec{v}_i$

Calculo: $\vec{a}_{i+1} = -\left(\frac{GM}{|\boldsymbol{r}_{i+1}|^2}\right)\hat{r}_{i+1}$

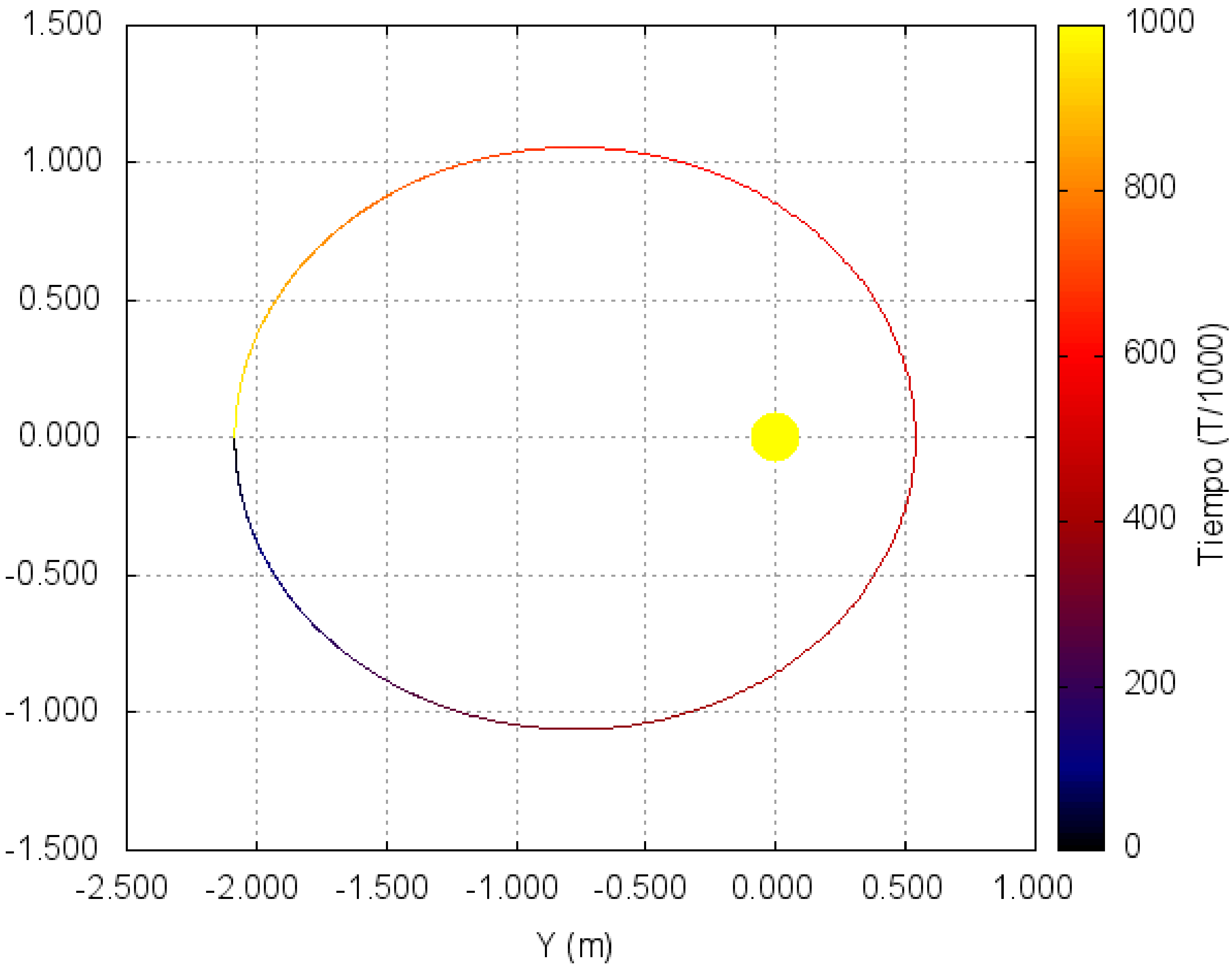
Calculo: $\vec{v}_{i+1} = \vec{v}_i + \Delta t\, \vec{a}_{i+1}$

itero i=0...1000

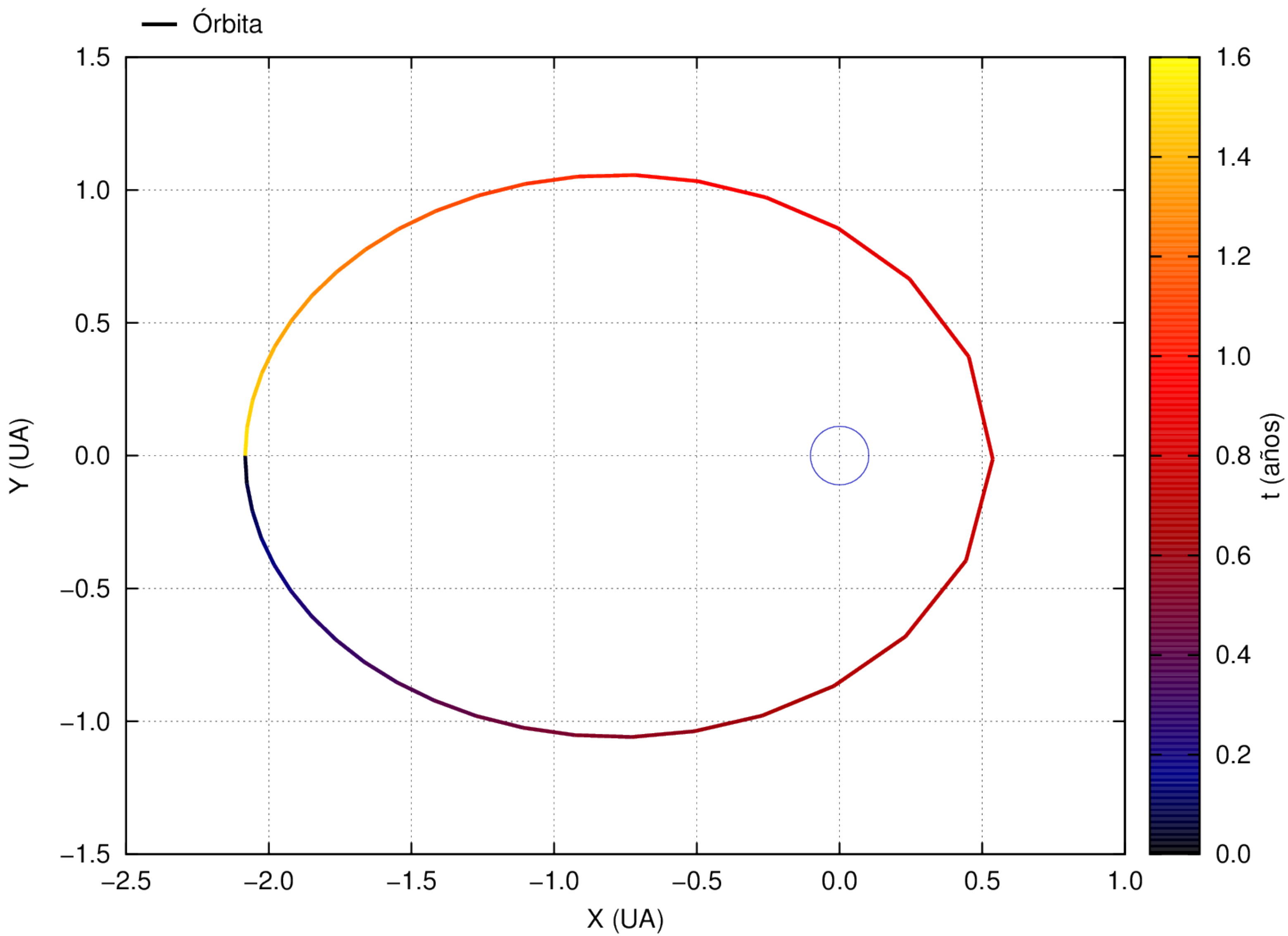


Notar: $\vec{a}_{i+1} = -\left(\frac{GM}{|\vec{r}_{i+1}|^3}\right)\vec{r}_{i+1}$

Algo más “tangible”

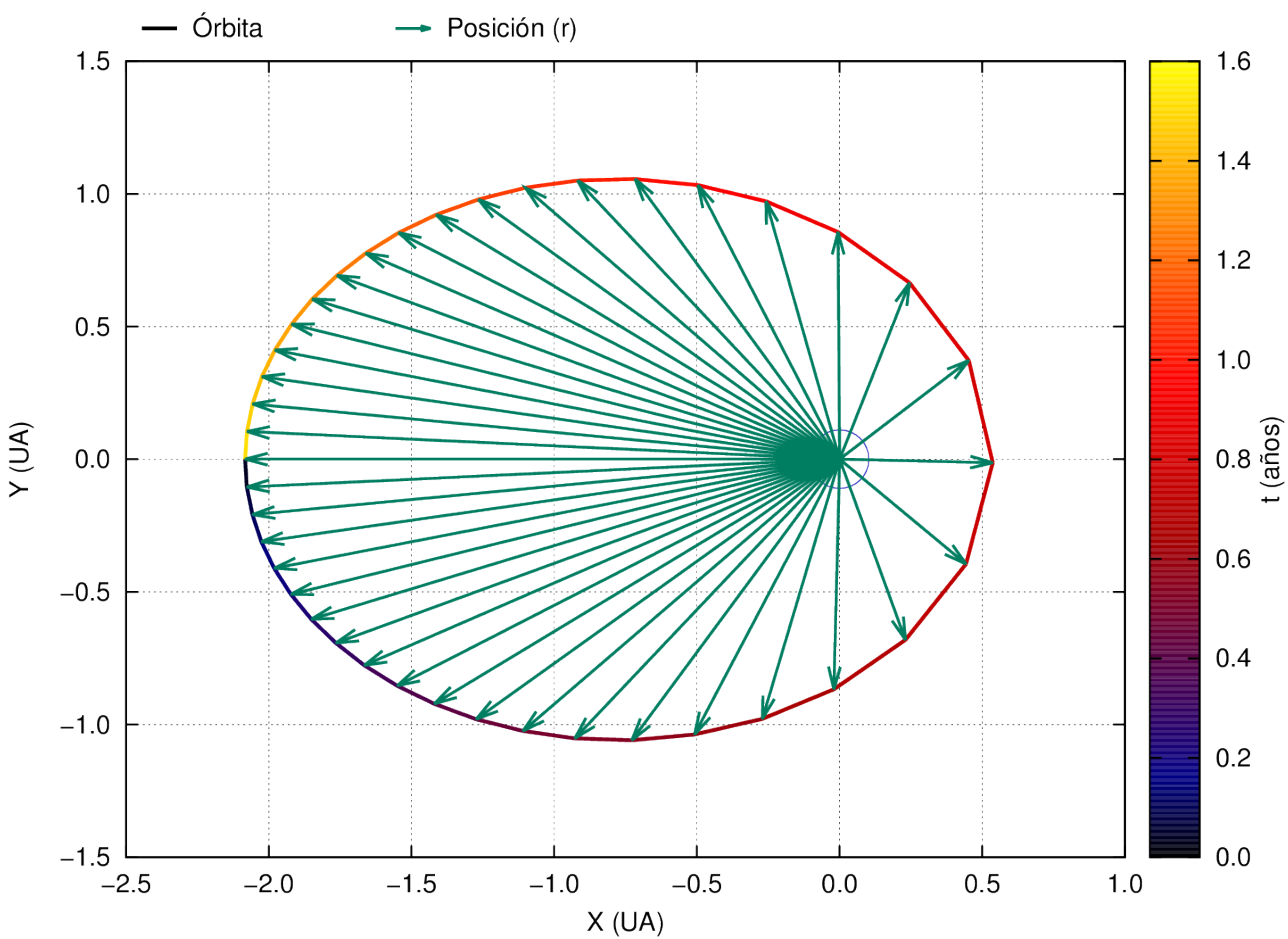


Órbita

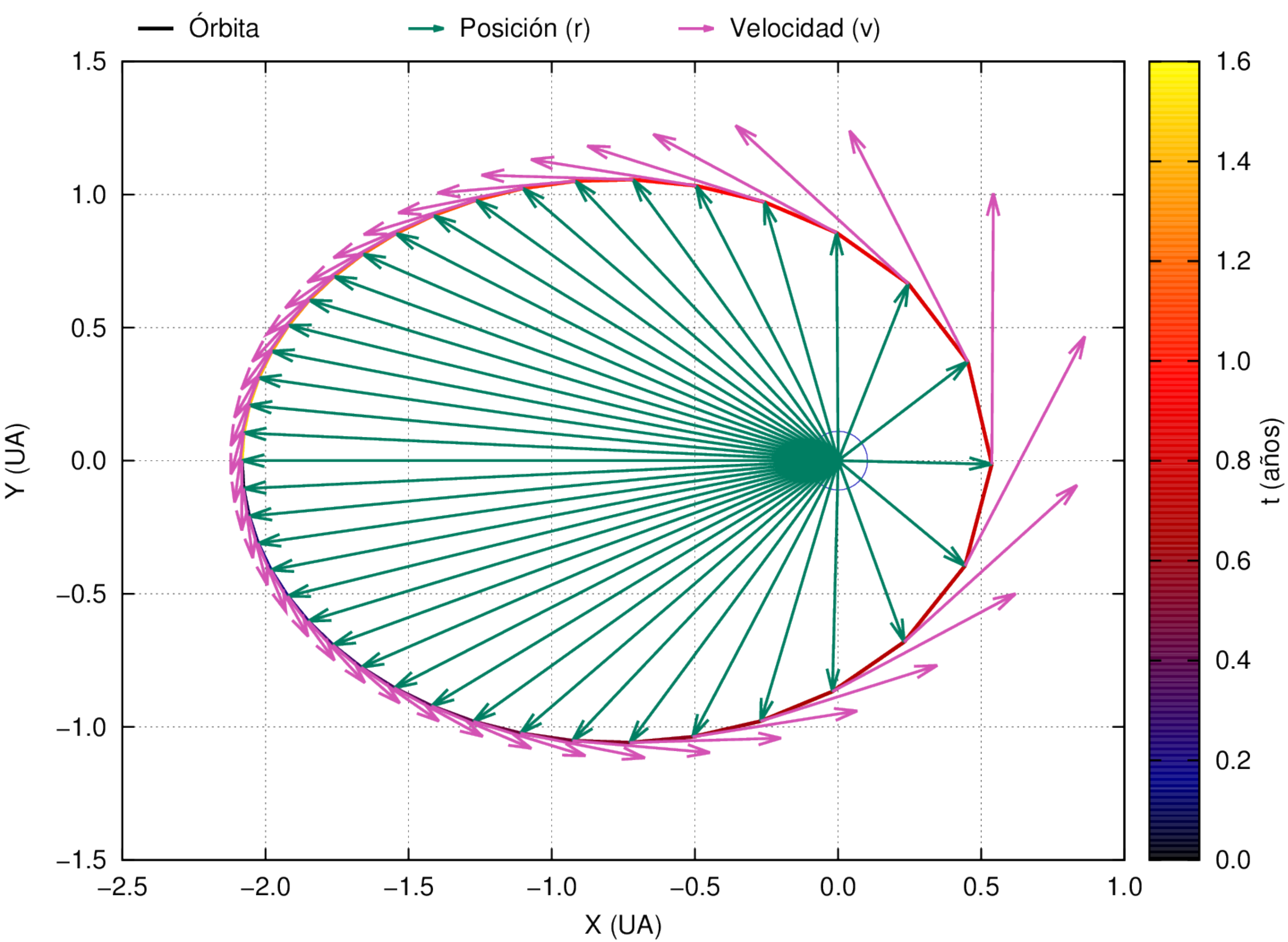


Órbita
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
Y (UA)
−2.5
−2.0
−1.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
X (UA)
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
t (años)

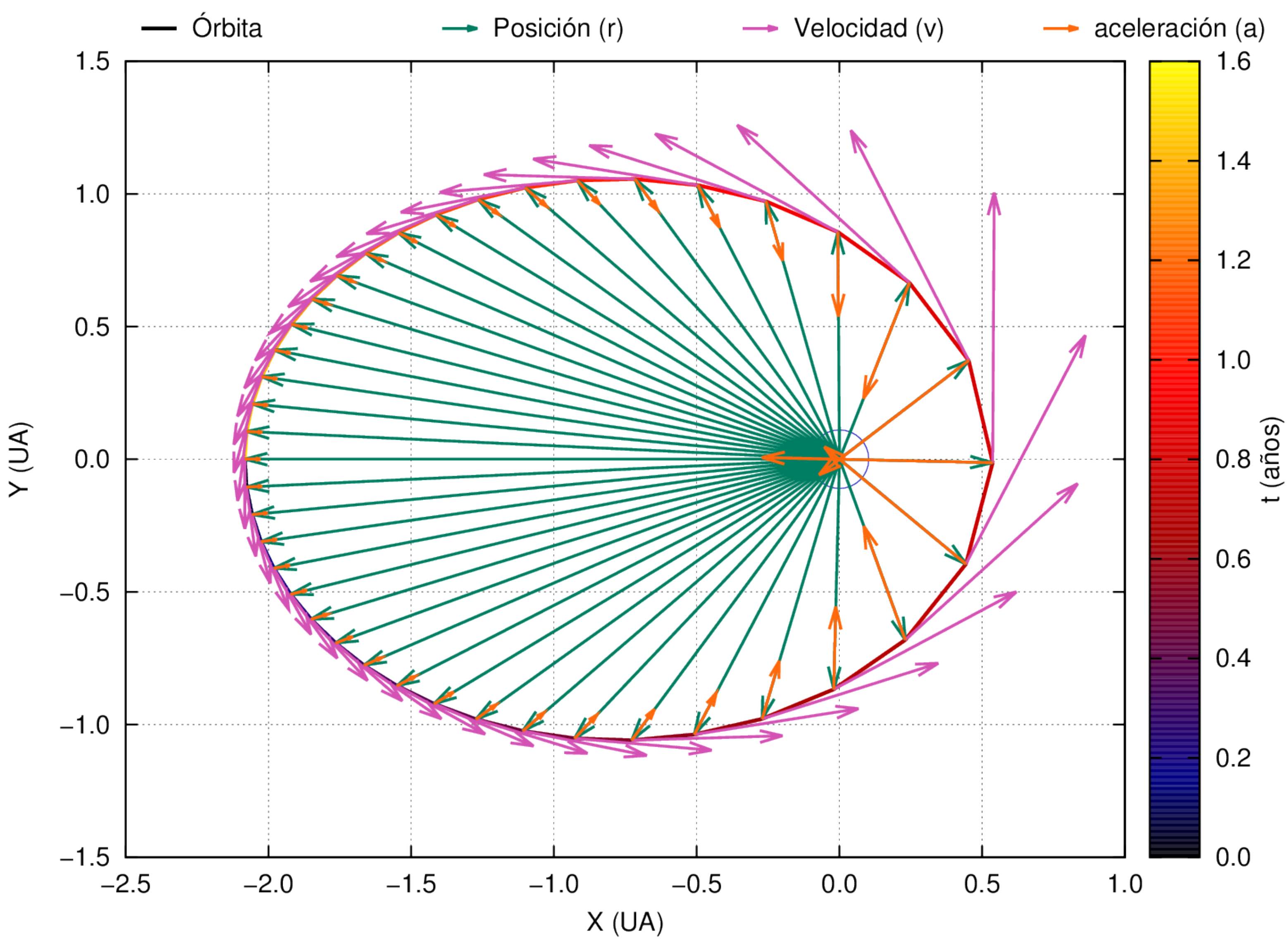
Órbita+posición



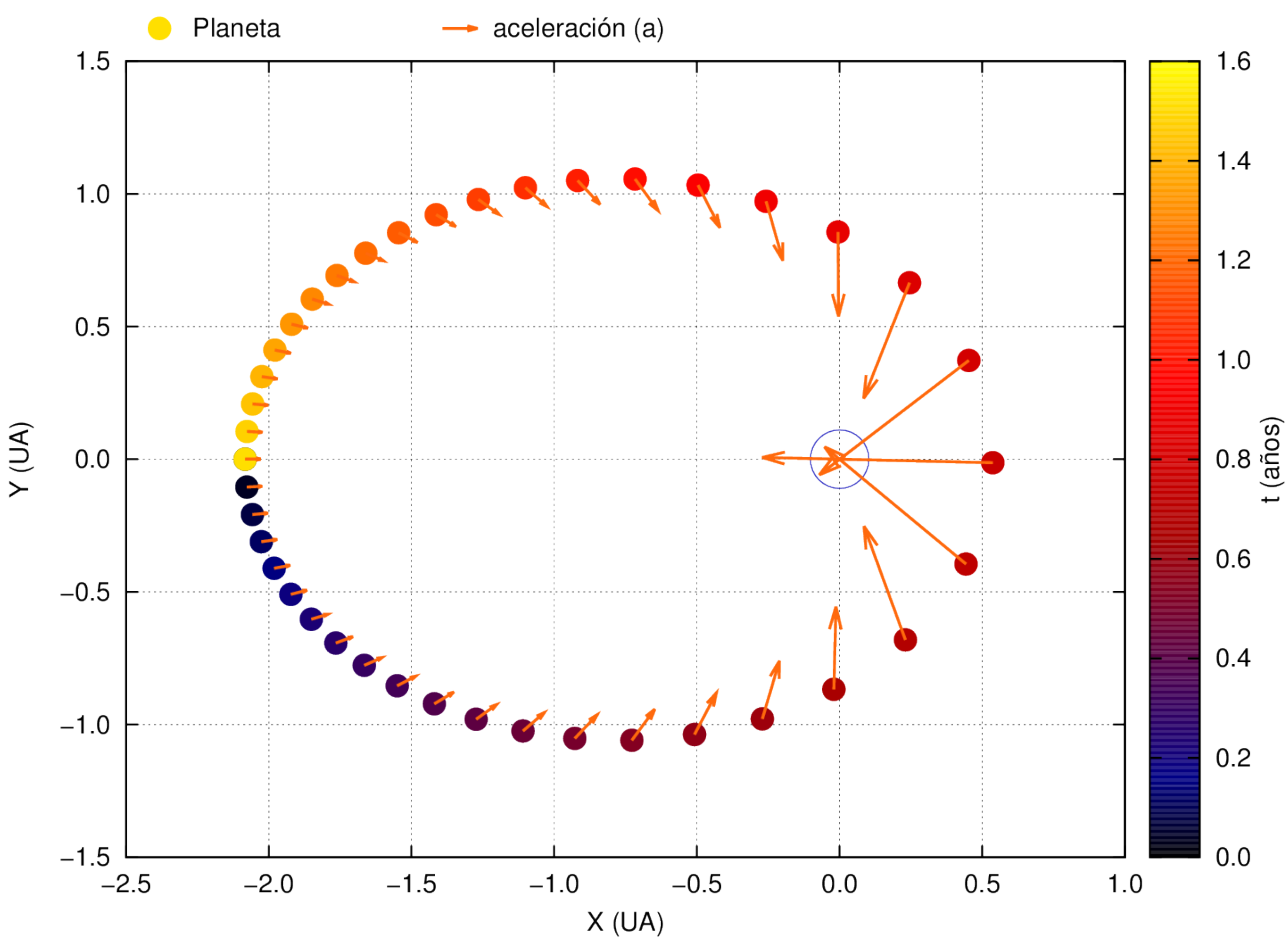
Órbita+posición+velocidad



Órbita+posición+velocidad+aceleración

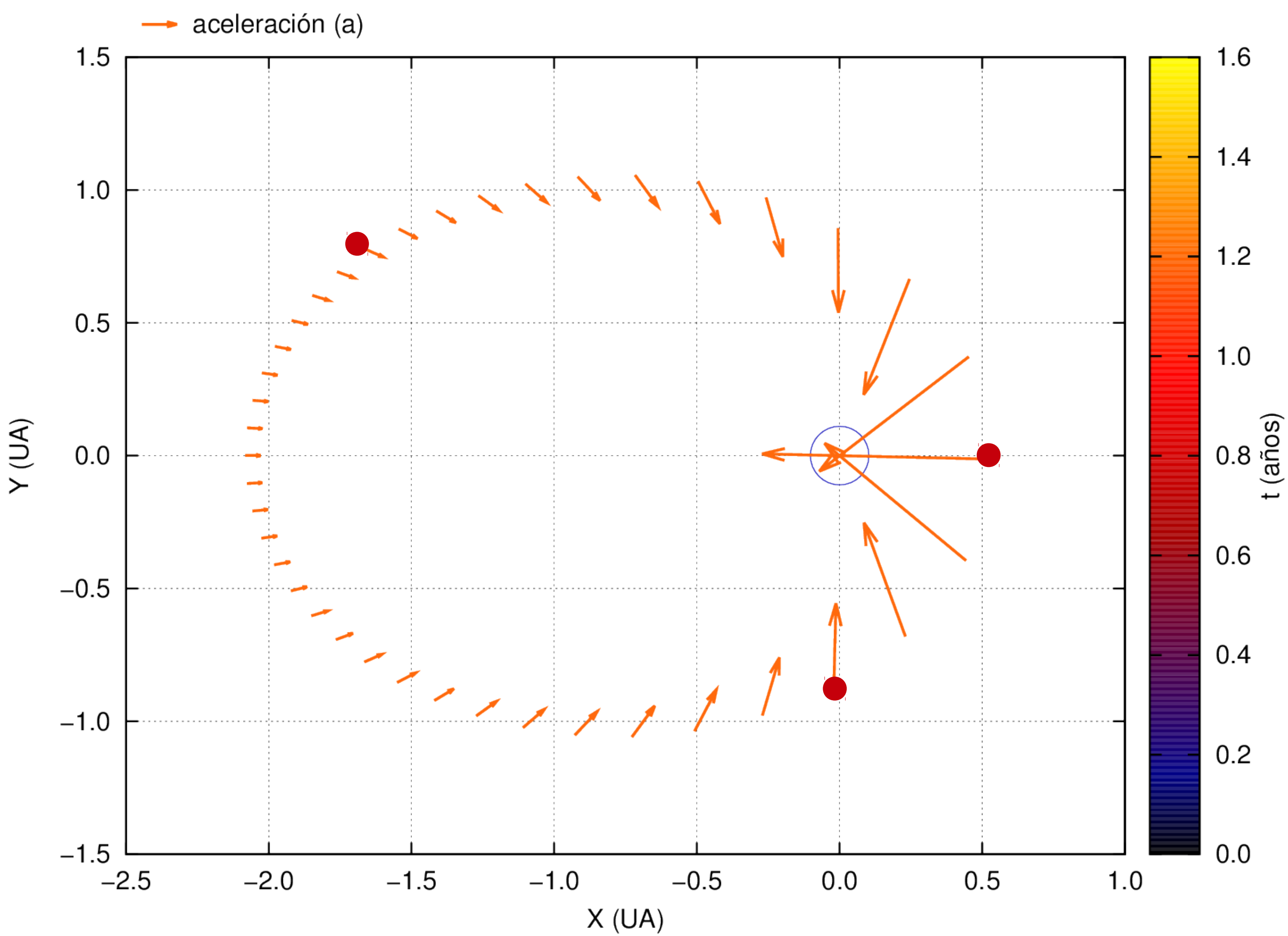


planeta+aceleración

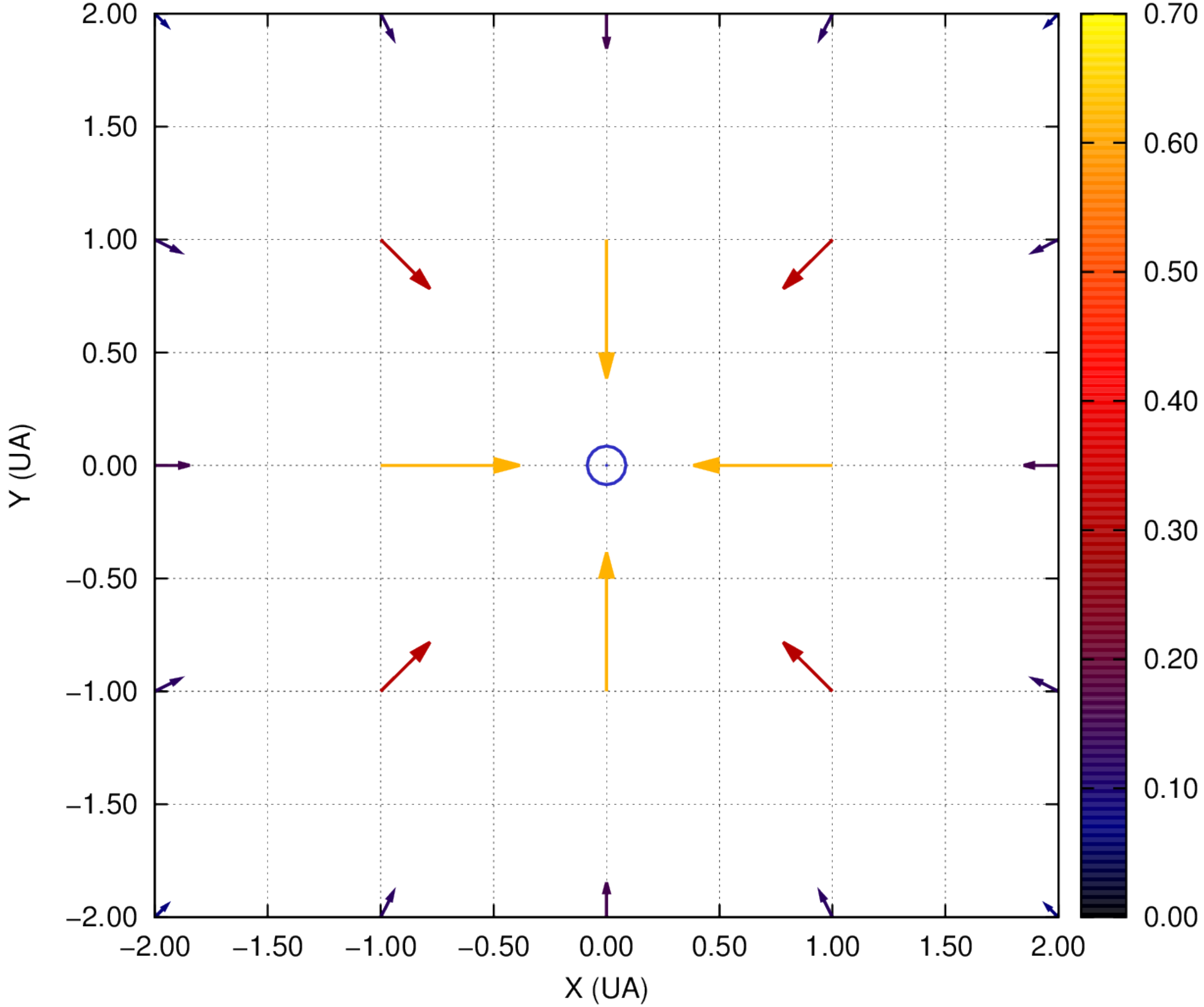


aceleración=Fuerza / masa

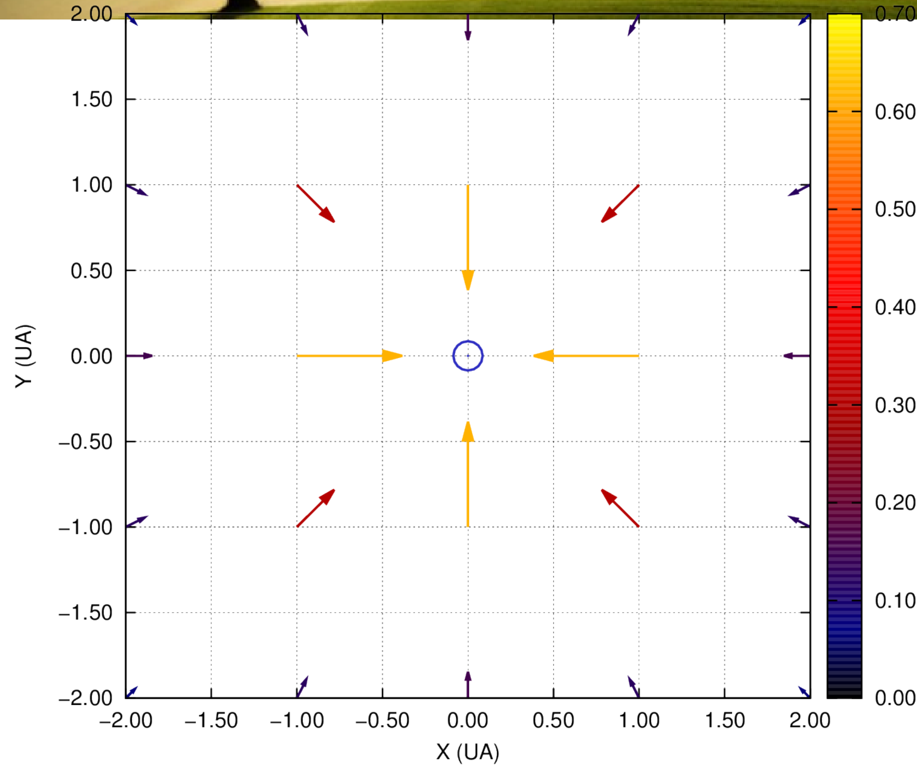
masa de prueba



Muevo la masa de prueba en el plano z=0



Muevo la masa de prueba en el plano z=0



$$\vec{F}(r) = \frac{G\,M\,m}{|\vec{r}|^2}\,\hat{r}$$

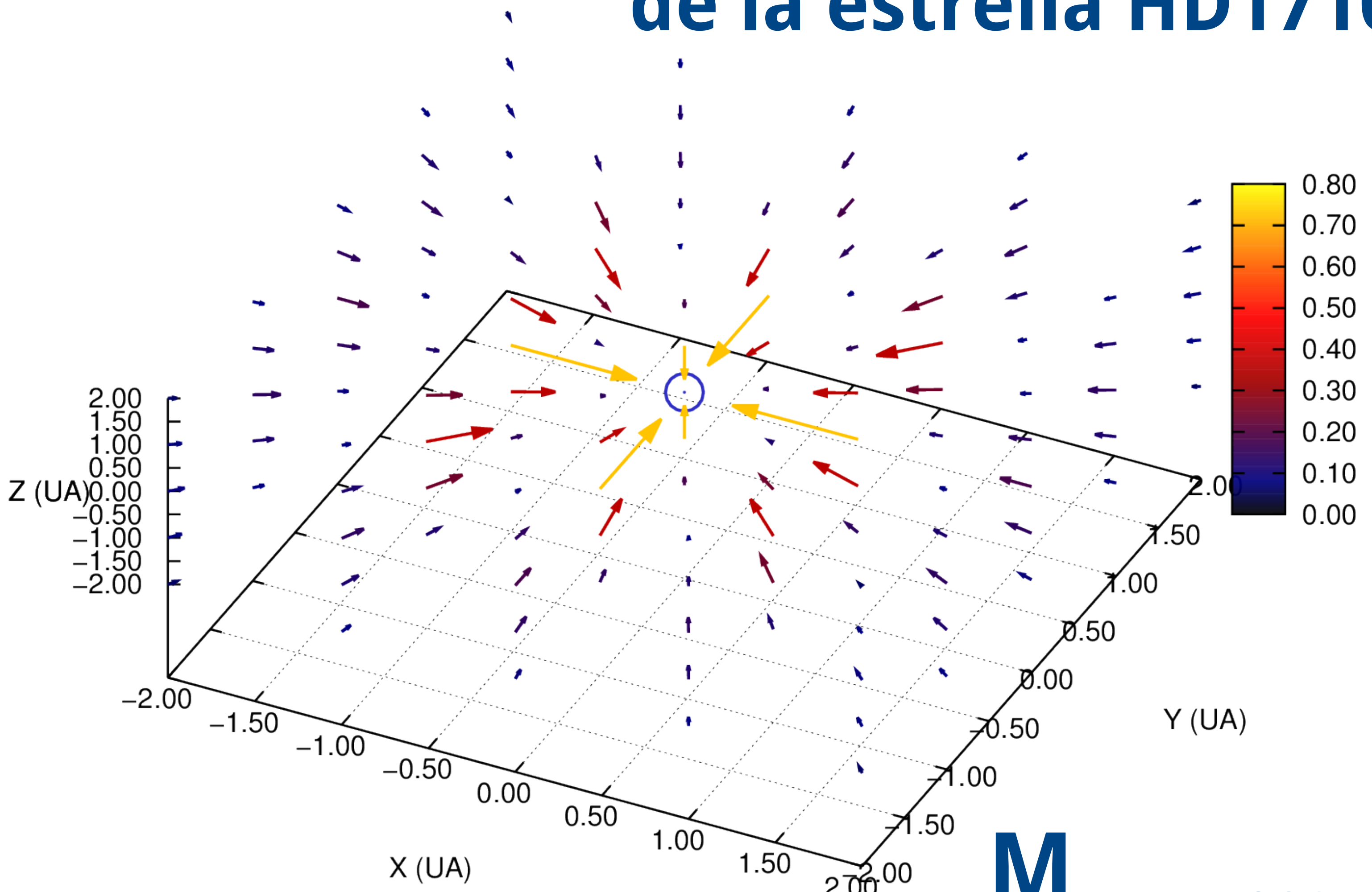
$$\vec{F}(r) = m\left[\left(\frac{G\,M}{|\vec{r}|^2}\right)\hat{r}\right]$$

$$\vec{F}(r) = m\,\vec{g}(r)$$

$$\boxed{\vec{g}(r) = \left(\frac{G\,M}{|\vec{r}|^2}\right)\hat{r}}$$

g(r) es un *campo vectorial*.
A cada punto **r** del espacio le asigna el vector **g(r)**

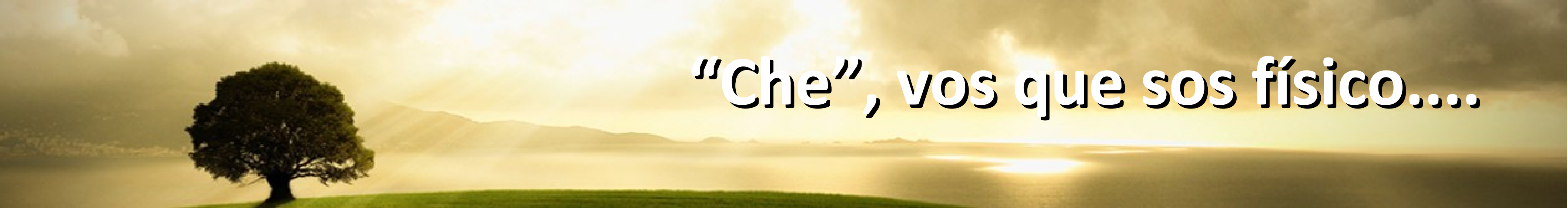
g(r) representa al campo gravitatorio de la estrella HD171028D



$$M_{HD171028D}=0.99\ M_S$$

Una de las moralejas de esta materia:

Sea físico y conviértase en el alma de las fiestas



“¿Cómo es posible que para llegar a la Luna necesitaron el Saturno V y para volver un motor tan chiquito?”

Poniendo en contexto...

Una buena respuesta...

“Para llegar a la Luna hacen falta 500 años de ciencia y millones de mentes humanas. Para inventarse que no se llegó basta con un gilipollas”

Visto en Microsiervos, *http://goo.gl/MB6FI*

Earth as viewed by Apollo 17
Photograph courtesy NASA

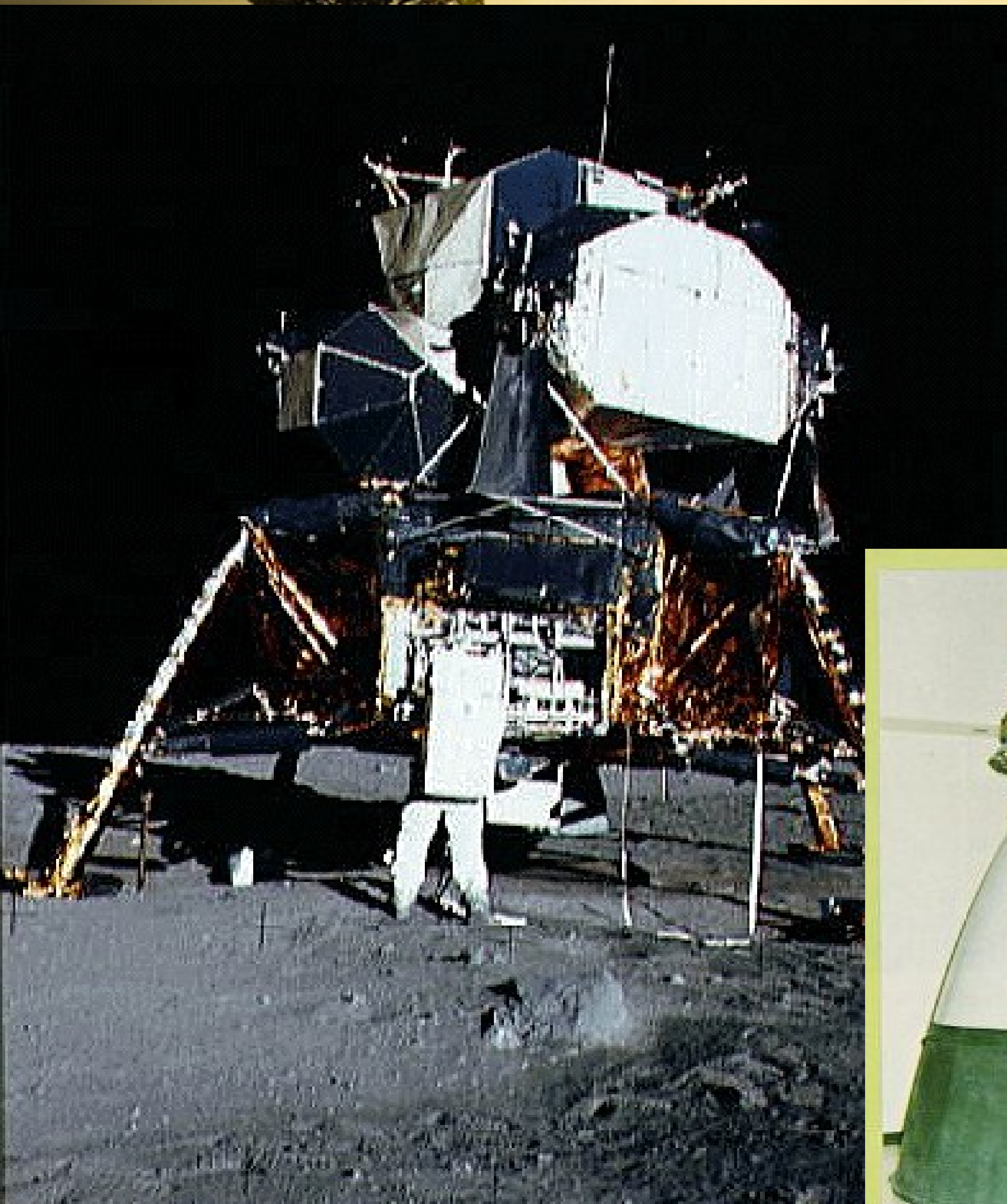
fly me to the moon...

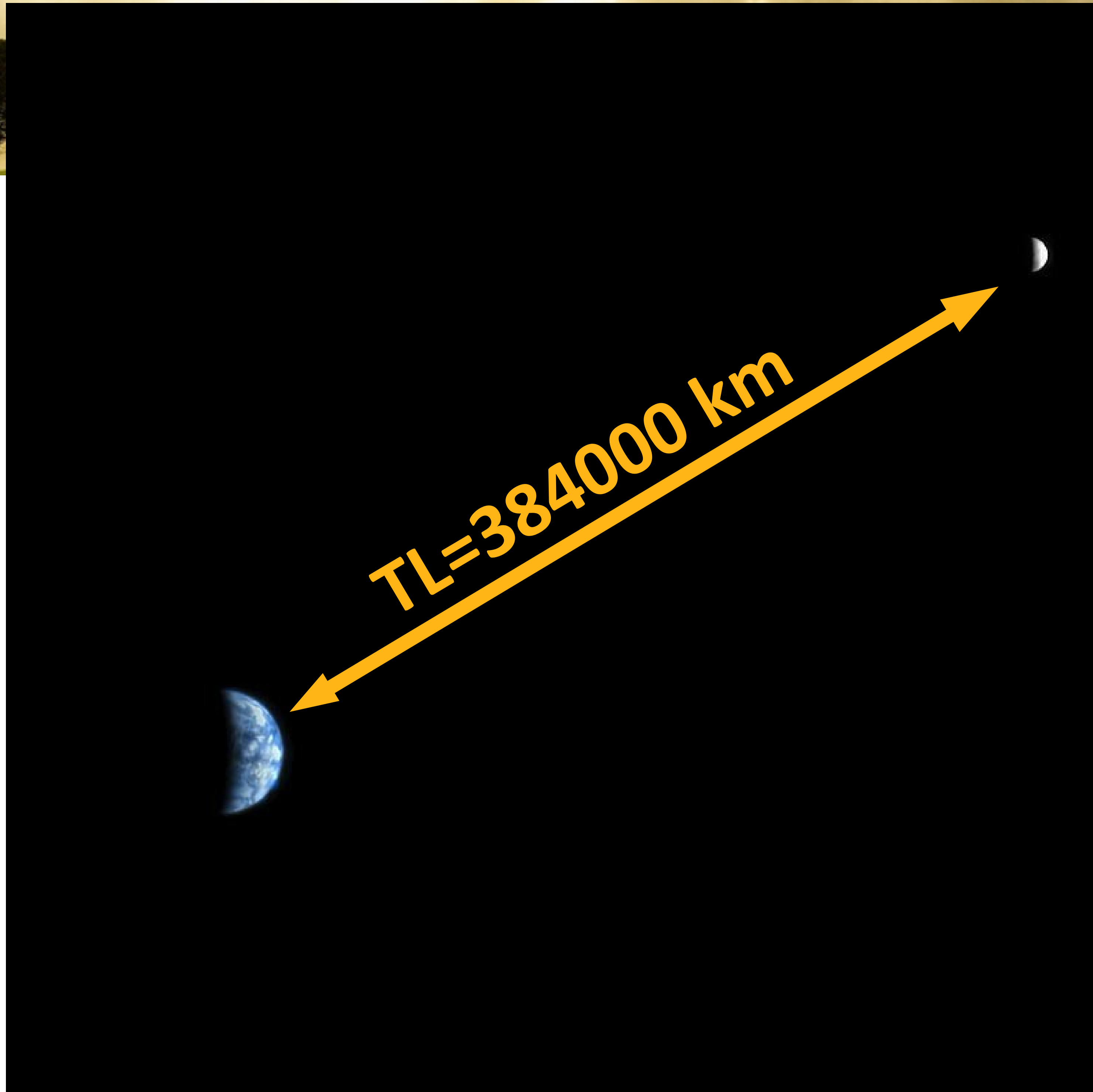
NATIONAL GEOGRAPHIC

Saturno V, un cohetito:
110.6 m altura, 10 m diám, 2900 Ton

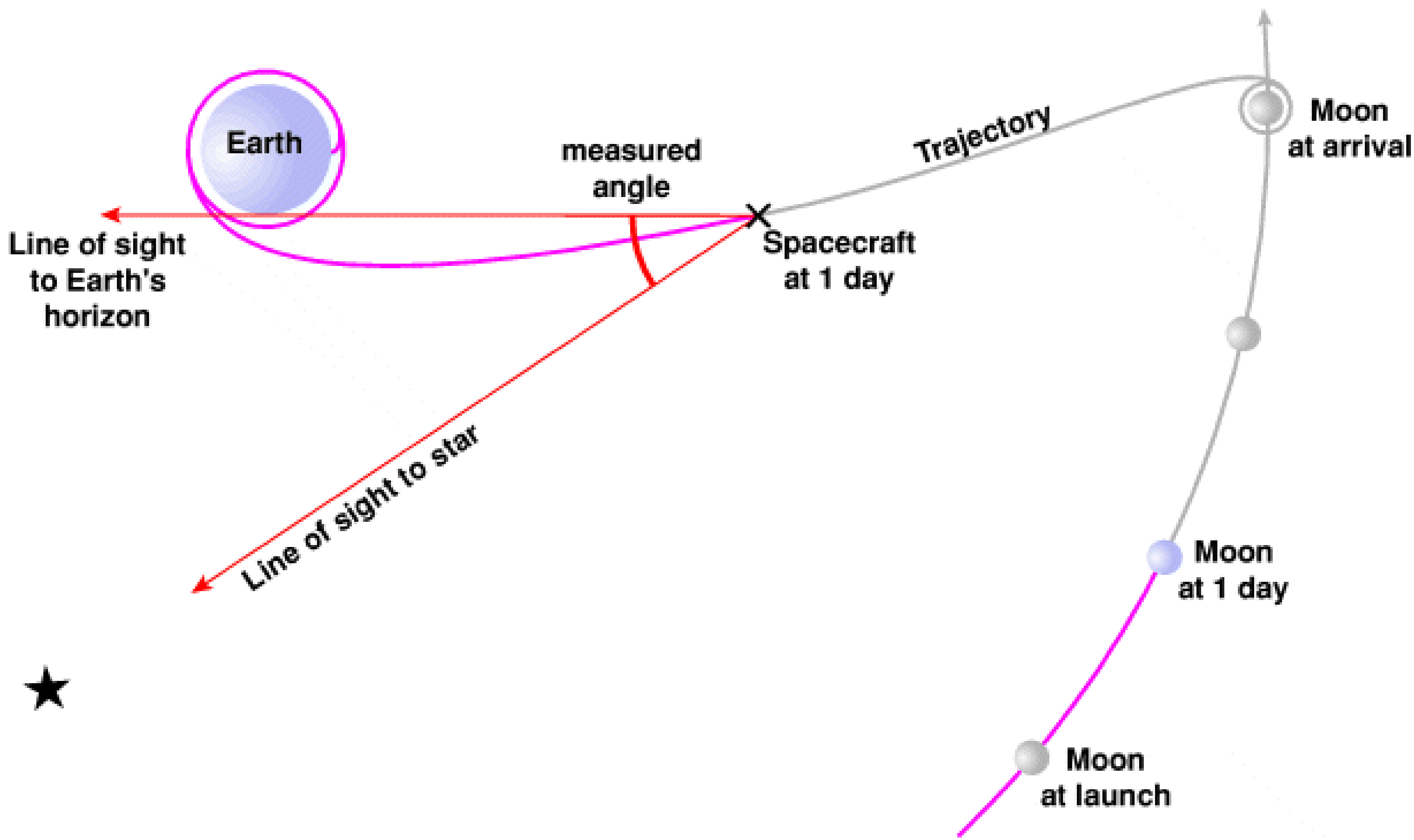
Empuje: 3.34×10^7 N

El módulo lunar (Eagle y Columbia)




TL=384000 km

Trayectoria de ida y vuelta



Pregunta:

¿Hasta dónde **“sube”** un cuerpo lanzado desde La Tierra en dirección a la Luna?

ó

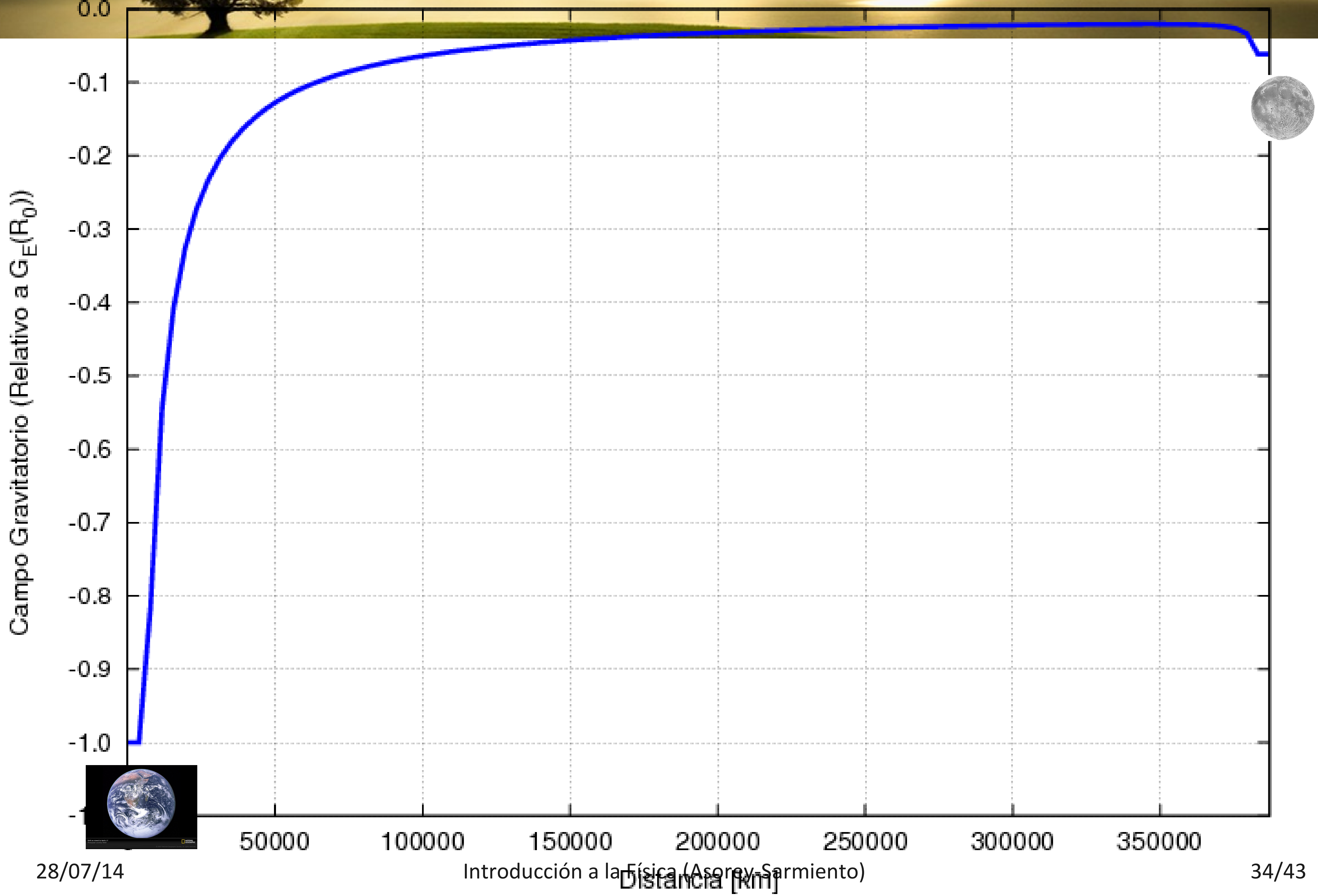
¿Cuándo ese cuerpo comienza a **“caer”** en la Luna?

Respuesta: (Aproximada)

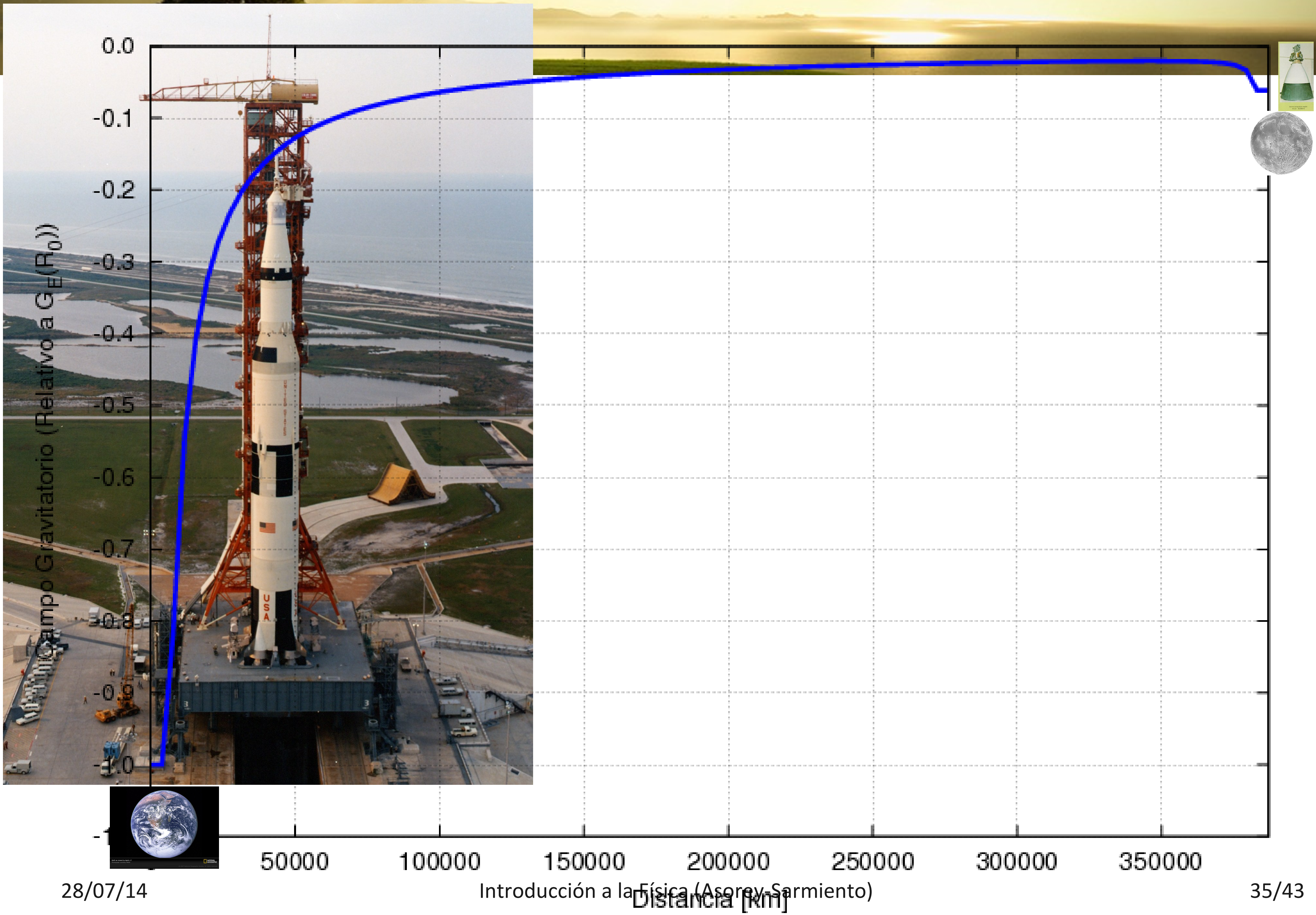
Hay un punto de equilibrio, donde las fuerzas de atracción gravitatorias que la Tierra y la Luna ejercen sobre el cuerpo se igualan

Veamos...

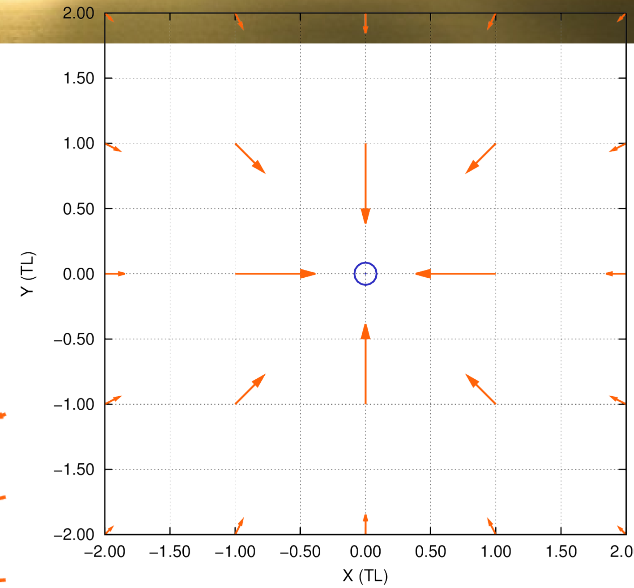
“Pozo de Potencial”



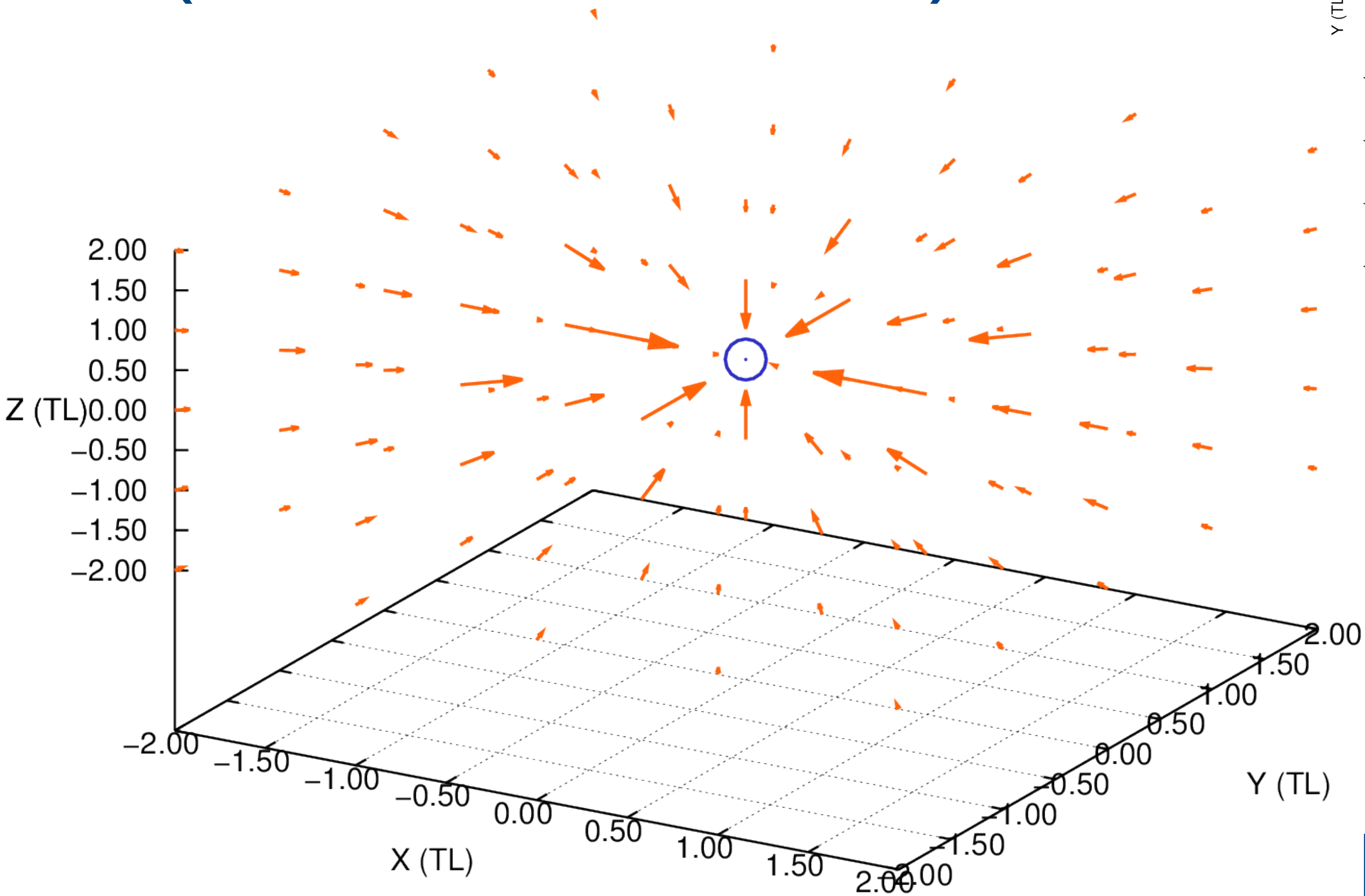
“Pozo de Potencial”



¿y la Tierra?

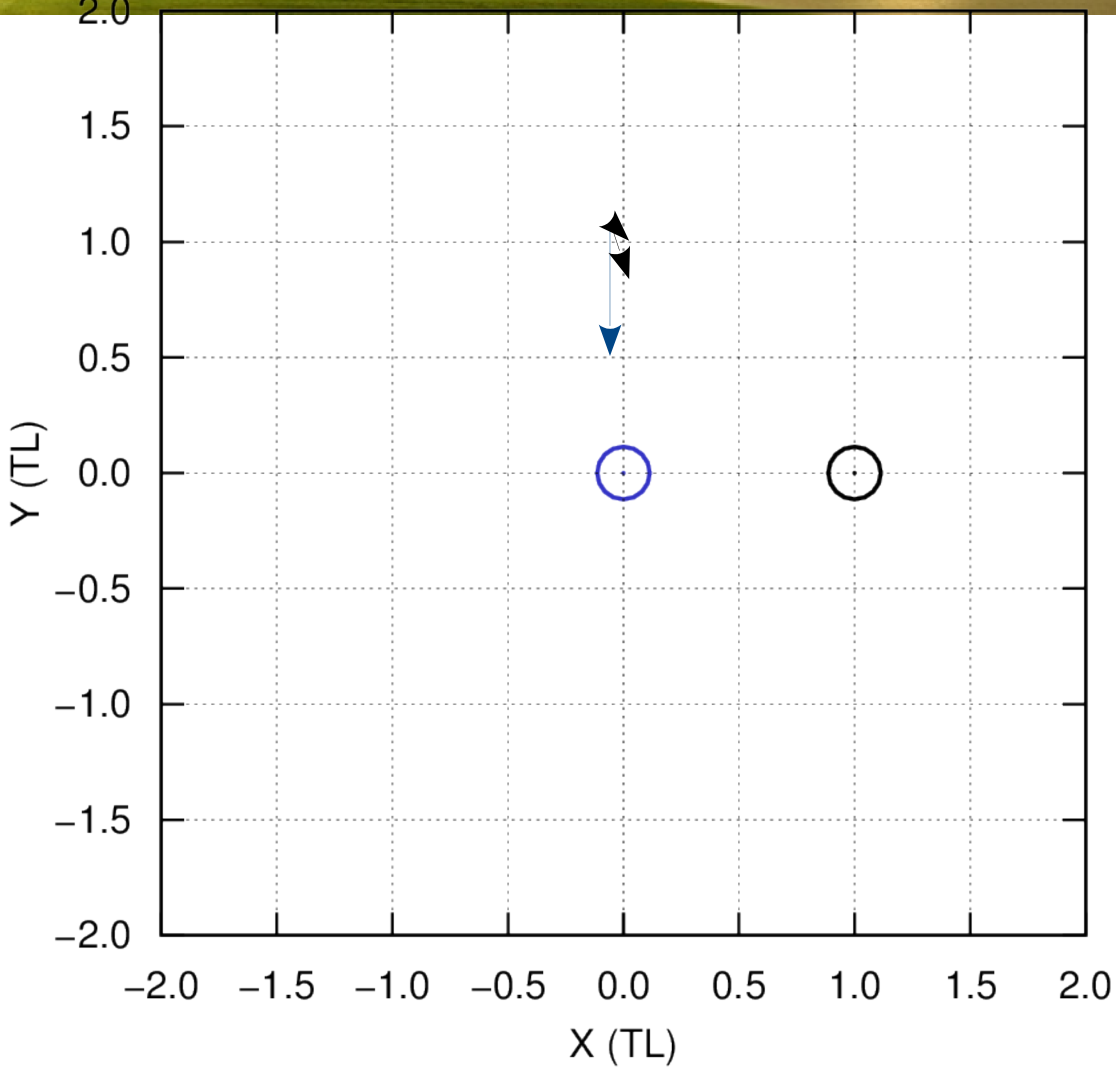


campo gravitatorio terrestre
(TL=dist. Tierra-Luna)



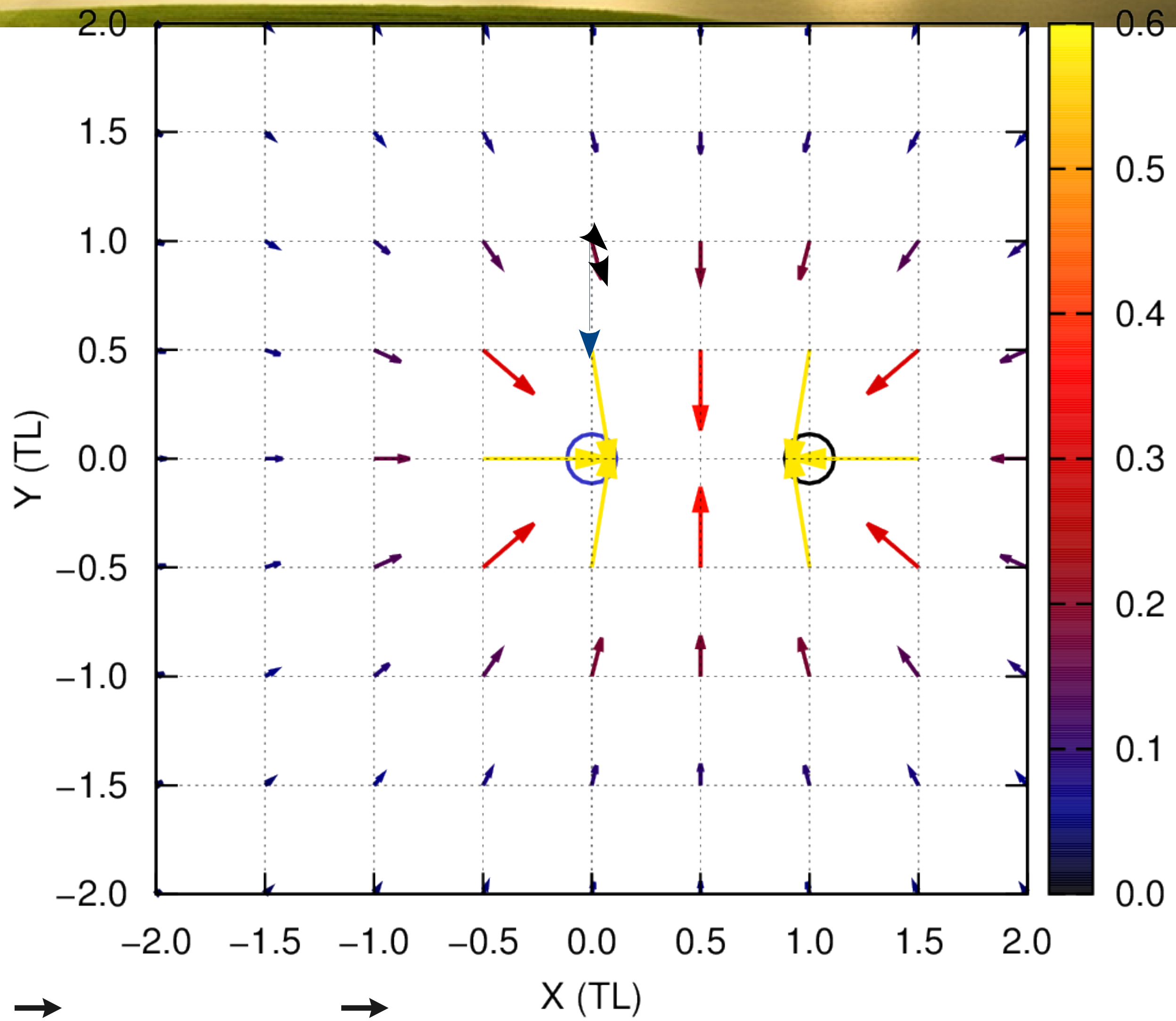
$M_T = 6 \times 10^{24}$ kg

Dos Tierras a distancia TL



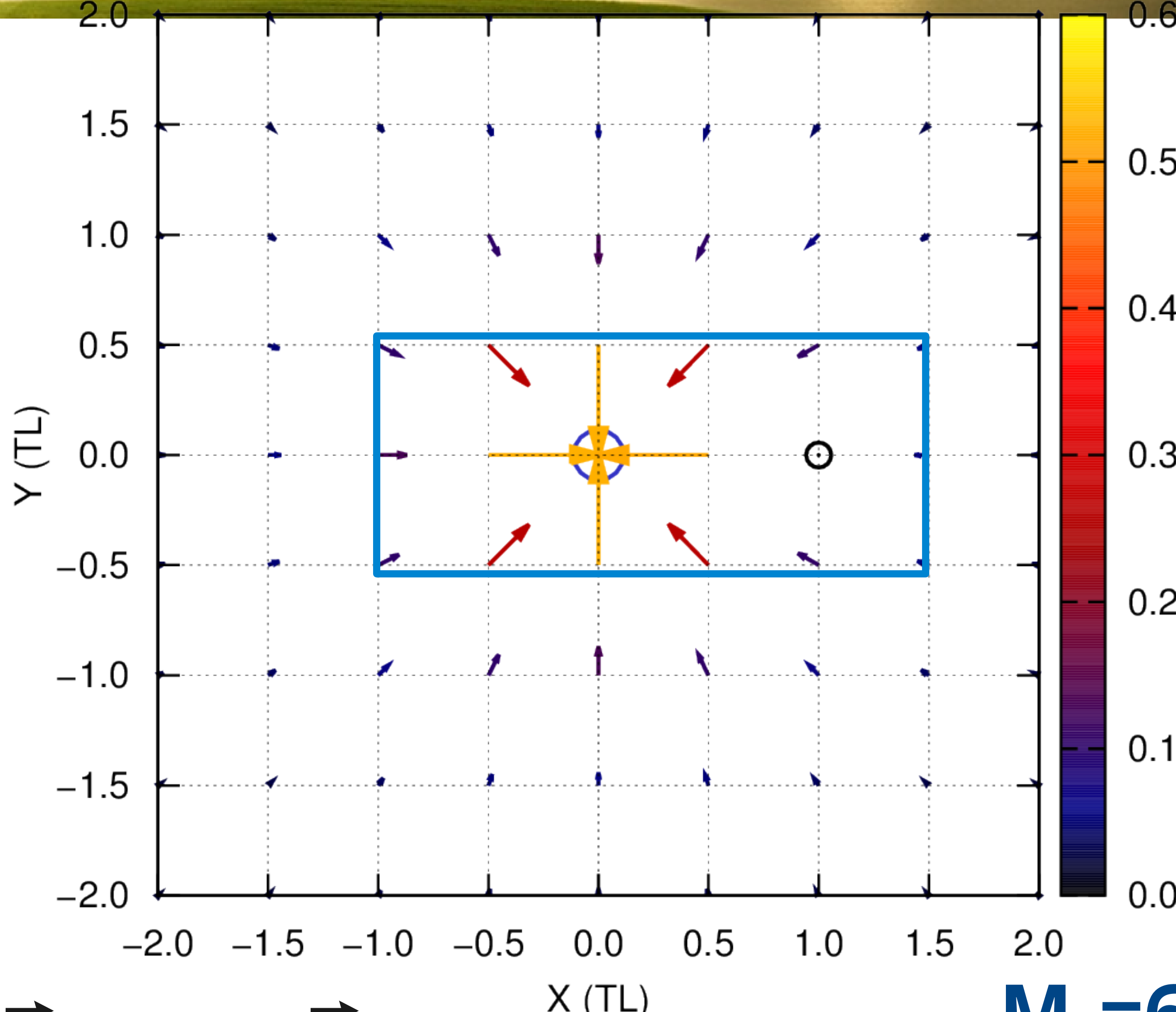
M_T=6x10^{24} kg

Campo gravitatorio “2 Tierras”



$$\vec{g}(\vec{r}) = \vec{g}_{T1}(\vec{r}) + \vec{g}_{T2}(\vec{r})$$

Campo gravitatorio sistema Tierra-Luna

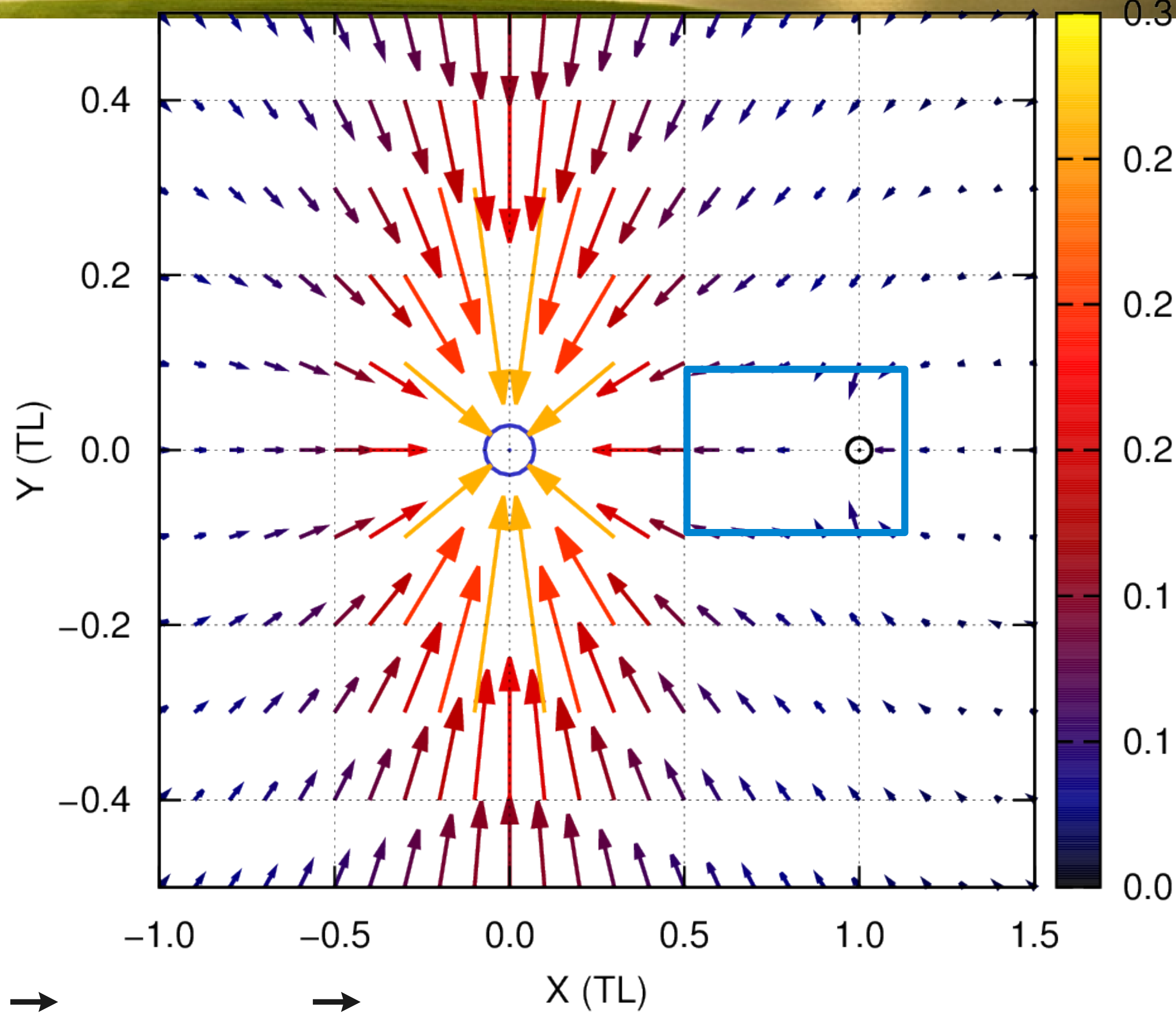


$$g(\vec{r})=g_T(\vec{r})+g_L(\vec{r})$$

M_T=6x10^{24} kg

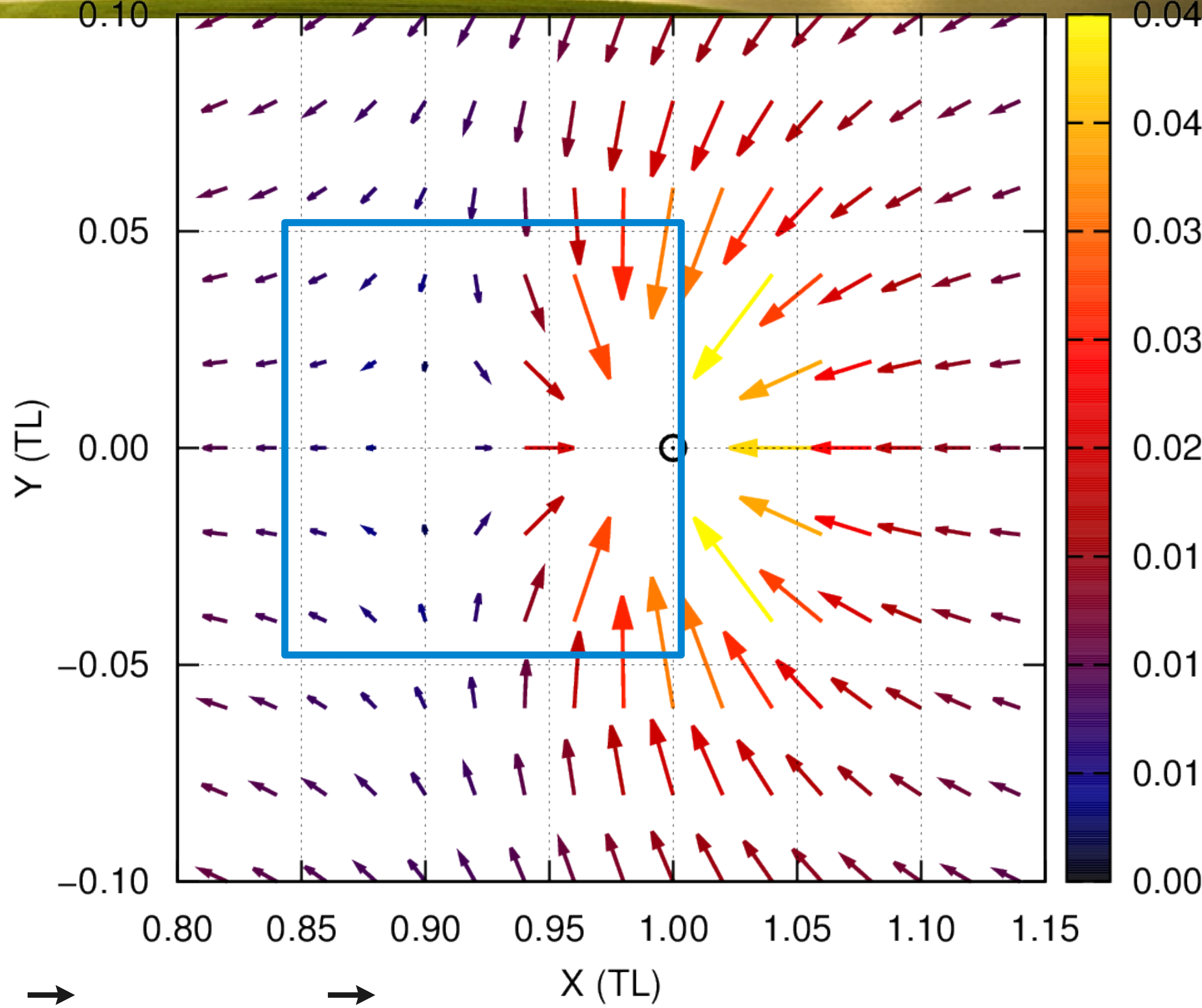
M_L=0.012 M_T

Campo gravitatorio sistema Tierra-Luna



$$\vec{g}(\vec{r}) = \vec{g}_T(\vec{r}) + \vec{g}_L(\vec{r})$$

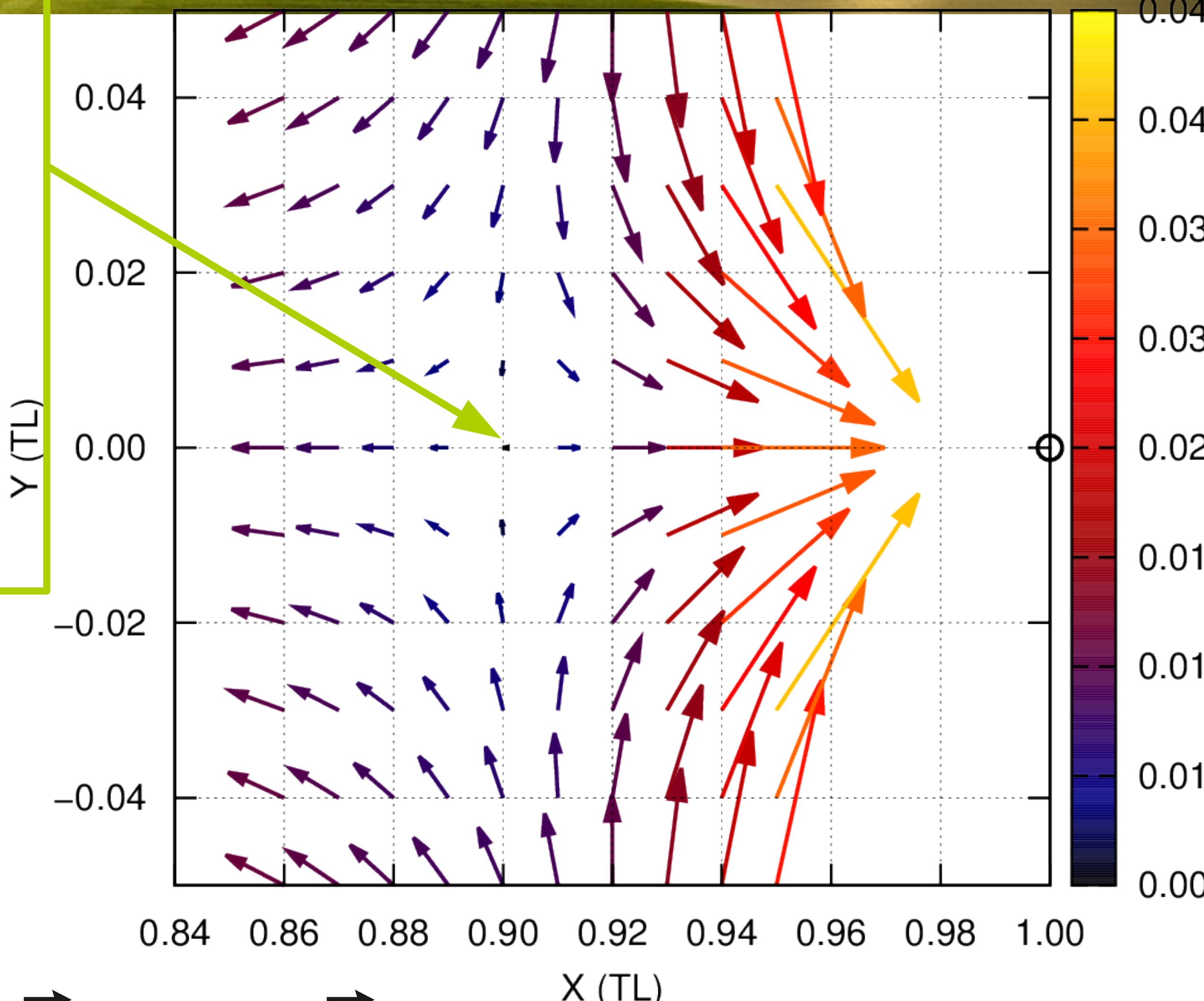
Campo gravitatorio sistema Tierra-Luna



$$\vec{g}(\vec{r}) = \vec{g}_T(\vec{r}) + \vec{g}_L(\vec{r})$$

Campo gravitatorio sistema Tierra-Luna

Hasta aquí subo desde la Luna, luego empiezo a “caer” hacia la Tierra



$$\vec{g}(\vec{r}) = \vec{g}_T(\vec{r}) + \vec{g}_L(\vec{r})$$

$$\vec{g}(\vec{r}) = 0 \rightarrow |\vec{r}| = 0.91\,TL$$

Declaración

- **Todos** los cálculos fueron realizados utilizando variaciones menores de los ejemplos **python realizados en clase**
  - cálculo de fuerzas
  - suma de vectores
  - impresión de resultados
- Los gráficos se hicieron usando gnuplot
- Scripts a disposición de los interesados en el blog