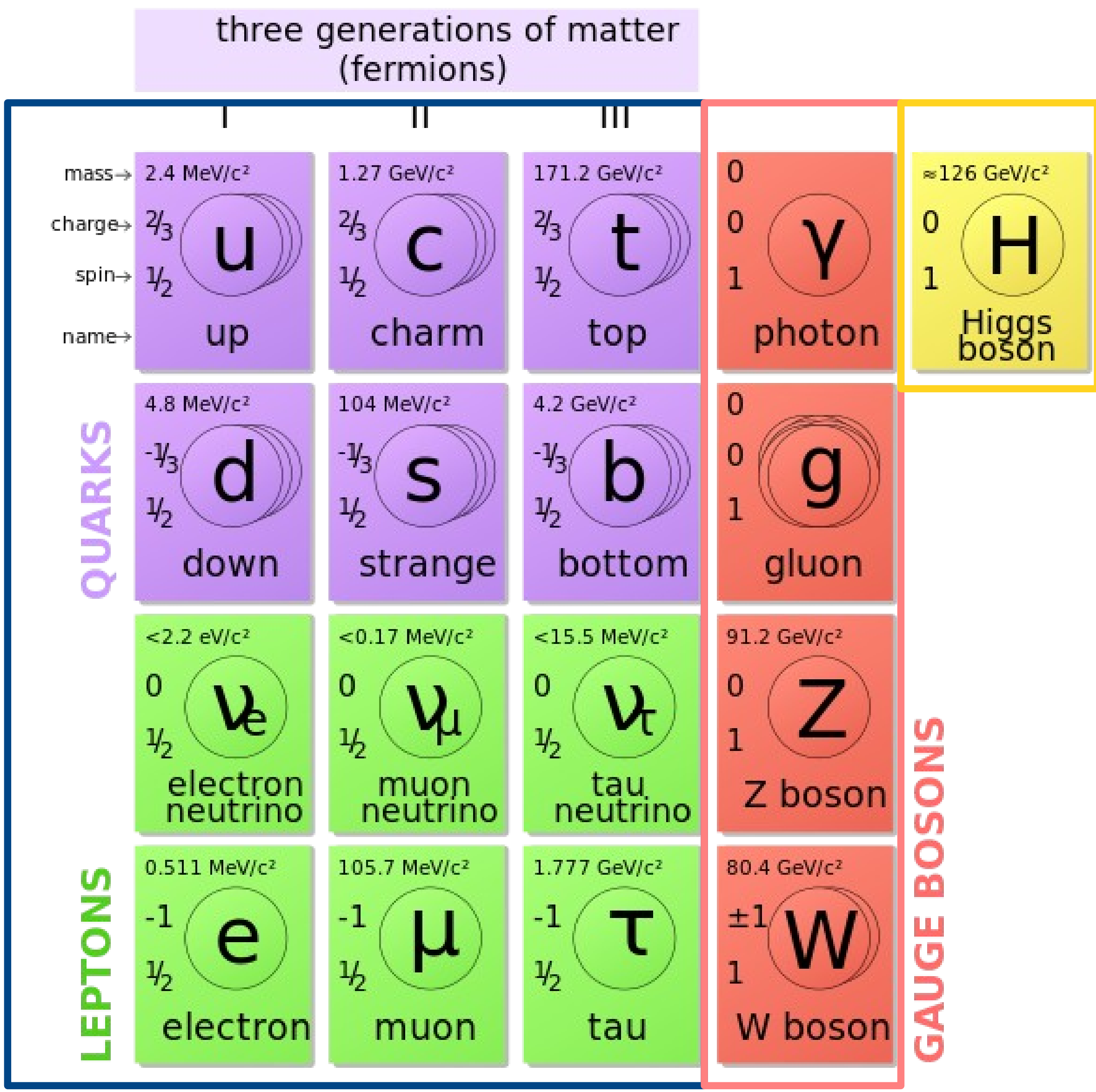
Física de Partículas 2013

- Unidad: 01
- Clase: 03
- Fecha: 20130910M
- Contenido: Dinámica
- Archivo: 01-03-20130910M-HA-dinamica.pdf

Universidad Industrial de Santander

La “tabla periódica” de las partículas

Leptones, quarks y mediadores



- Materia
- Interacciones
- Masa
- Parece inocente:
  - (6·2) leptones = 12 l
  - ((6·3)·2) quarks = 36 q
  - (1+8+3+1)=13 bosones de calibre (gauge, interacciones)
- **61 partículas “fundamentales”**

Teorema de Noether

- **Simetrías de las ecuaciones $\leftrightarrow$ Cargas conservadas**
  - Invariancia rotaciones $\leftrightarrow$ Cons. momento angular
  - Invariancia traslaciones espaciales $\leftrightarrow$ Cons. momento lineal
  - Invariancia traslaciones temporales $\leftrightarrow$ Cons. Energía
    - Ver por ejemplo, Landau & Lifshitz, Vol 1 (Mechanics, Cap II)
    - Para simetrías, caldo Knorr, Landay & Lifshitz, Vol 3 (Quantum Mechanics, Non-Relativistic Theory, Cap XII)
- ¡Cuidado! Dice “simetría de las ecuaciones”, no del problema $\longrightarrow$ un cuerpo en rotación puede no tener un sólo eje de simetría pero conserva el impulso angular

Las ecuaciones de movimiento son simétricas $\leftrightarrow$
$\leftrightarrow$ Hay cargas conservadas

Acción, simetrías y cargas

- ¿Qué fue primero, el huevo o la gallina?
  - ¿La conservación de la energía o la invariancia temporal?
- Aquí es simple: el huevo fue primero...
  - Los principios de conservación se basan en observaciones de los sistemas naturales $\longrightarrow$ "prejuicios"
  - Las **ecuaciones movimiento**, y por ende la **acción**, debe tener las **simetrías** necesarias para verificar las **conservaciones observadas**
- **"La carga [eléctrica] es una magnitud conservada"**
- Significa que nunca en la historia (es decir, ***nunca hasta hoy y esperamos que eso no cambie -prejuicio-***) se observó un proceso donde la cantidad de carga [eléctrica] inicial y final difieren
- **Moraleja 1: Nuestra acción deberá incluir alguna simetría que, Noether mediante, contemple la conservación de la carga eléctrica**
- **Moraleja 2: La física es una ciencia natural, de carácter observacional y/o experimental $\longrightarrow$ no es una ciencia "exacta"**

Magnitudes conservadas

LEPTON CLASSIFICATION

l	Q	L_e	L_μ	L_τ
e	-1	1	0	0
ν_e	0	1	0	0
μ	-1	0	1	0
ν_μ	0	0	1	0
τ	-1	0	0	1
ν_τ	0	0	0	1

$$p^+ \bar{\nu}_e \rightarrow n\, e^+ \quad ✓$$

$$p^+ \nu_e \rightarrow n\, e^- \quad ✗$$

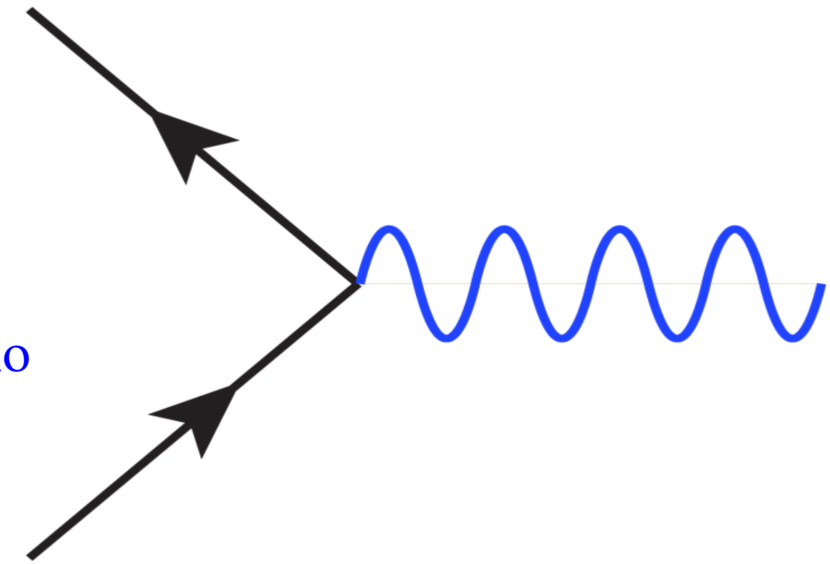
$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \quad ✓$$

$$p^+ \bar{\nu}_\mu \rightarrow n\, e^+ \quad ✗$$

- Carga eléctrica
- Número leptónico por sabor (flavor)
- Las antipartículas tienen signos opuestos en todos los números
- Entonces, hay “12” leptones diferentes
- **Los números antes y después de la reacción deben conservarse**

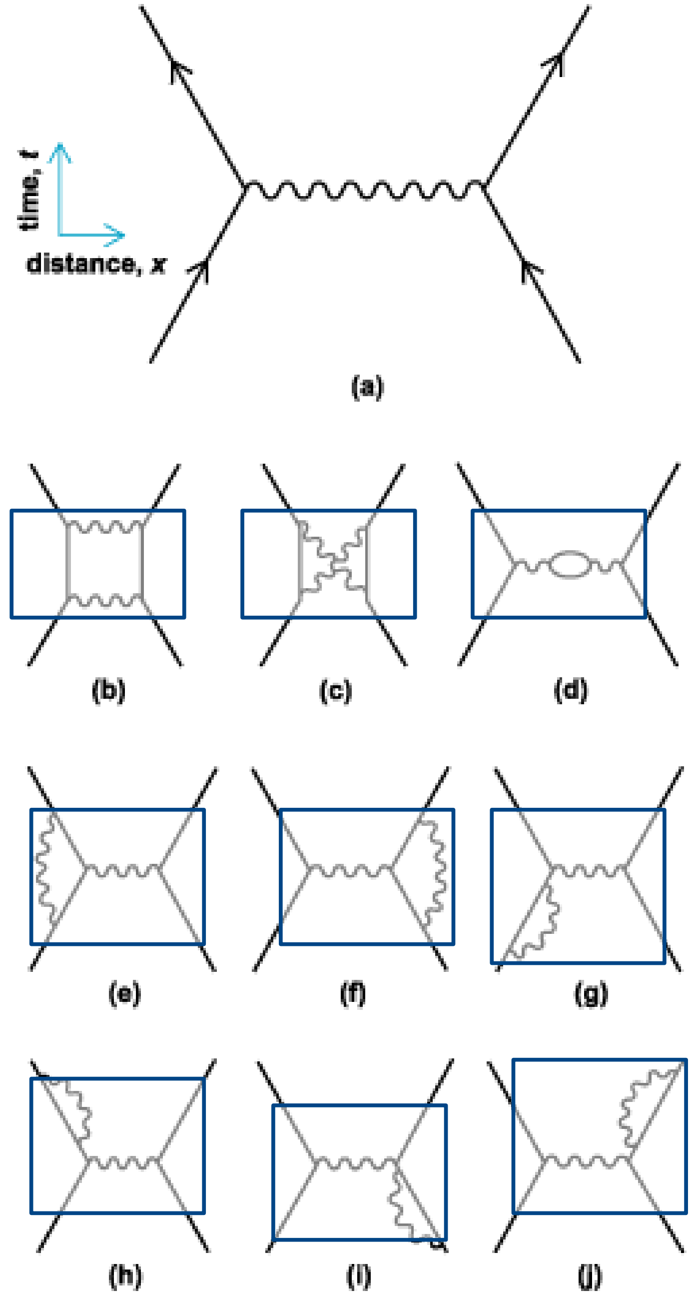
QED (Quantum Electro Dynamics)

- **Electrodinámica cuántica (QED)**: teoría cuántica de campos (relativista) que describe las interacciones EM que ocurren entre partículas con carga eléctrica (Q != 0)
- Diagramáticamente, el proceso elemental en QED puede representarse con el siguiente vértice:



- **Convenciones diagramáticas**
  - El tiempo se dibuja en dirección vertical sentido positivo hacia arriba
  - La línea ondulada representa el intercambio de un fotón
  - **La flecha corresponde a una partícula cargada. Si la flecha apunta “contra” el tiempo (sentido hacia abajo), representa a una antipartícula**
  - Los trazos no representan las trayectorias de las partículas
  - En los vértices no pueden violarse las leyes de conservación

Muchas contribuciones a un mismo estado



- Todos estos procesos tienen los **mismos estados| asintóticos**
- ¿Cuál de todos ellos ocurrió en realidad?
- Imposible saberlo ⟶ **Ocurrieron todos** al mismo tiempo, y las **infinitas posibles combinaciones** también
- En QED, las contribuciones de cada estado al resultado final son cada vez más pequeñas (vértice ~ α_{EM} ~ 1/137)

Transformaciones de Lorentz (TL ó Λ)

- Grupo de Poincare: Grupo de isometrías del espacio tiempo de Minkowsky
  - Traslación temporal (1)
  - Traslación espacial (3)
  - Rotación espacial (3)
  - Boosts espacial (3)

$$x'^{\mu} = x^{\nu} \Lambda^{\mu}_{\nu} + C^{\mu}$$

- Forman grupo frente a la composición de operaciones
  - Hay una isometría "unidad" (no hago nada); existe la inversa (voy y vengo); son asociativas
- Las transformaciones de Lorentz (Λ) son un subgrupo del grupo de Poincare (**C** = **0**)
  - Preservan el origen (invariante) ⟶ Rotaciones y Boosts
- Caldo knorr sobre Poincare: se los consigo a pedido

Boosts

- Transformaciones de Lorentz no rotantes
  - Cambios entre marcos de referencia incerciales
- Quedan definidos por γ de Lorentz.
- Puede demostrarse que un boost en la dirección x puede expresarse

$$\mathbf{\Lambda} \equiv \Lambda^{\mu}_{\nu} = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Y luego, $S \longrightarrow S'$:

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

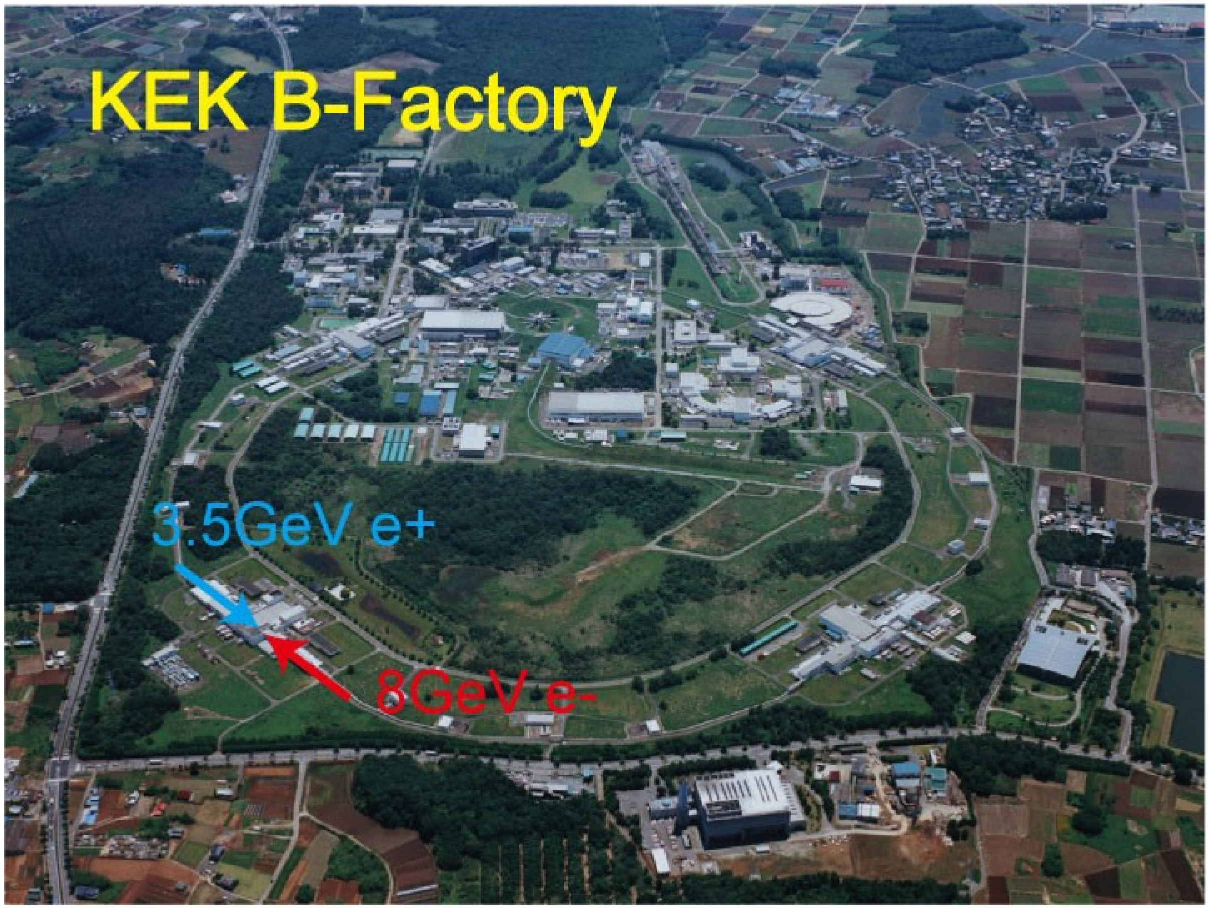
Tarea 03-I (entrega en la 05)

- Verificar que lo anterior representa un boost en la dirección x de un sistema S' a un sistema S
- Escribir la transformación **Λ** para un boost en la dirección z
- Encontrar que los componentes de la (por ahora) matriz **Λ** para una transformación general de Lorentz, $\boldsymbol{x}'=\boldsymbol{\Lambda}\,\boldsymbol{x}$, representando un boost a un sist. con velocidad **v**=$(\beta_1,\beta_2,\beta_3)$ c respecto al sistema de referencia son:

$$\Lambda_{00}=\gamma\,,$$
$$\Lambda_{i0}=\Lambda_{0i}=-\beta_i\,\gamma\,,$$
$$\Lambda_{ij}=\Lambda_{ji}=\delta_{ij}+(\gamma-1)\frac{\beta_i\beta_j}{\beta^2}$$

- continuará....

Ejemplo real



- Beam asimétrico
- Colisión e+/e-
- E_+=3.5 GeV
- E_-=8.0 GeV
- Boost CM:

$$\beta\gamma = \frac{E_- - E_+}{\sqrt{4 E_- E_+}}$$

Tareíta (continuación):
Con los valores dados, calcular la vida media τ de un bosón B en el frame del laboratorio (sacar τ_0 del booklet). Luego, calcular la distancia recorrida en el detector

Tensores

- Caldo Knorr: Hernández & Núñez, "Métodos de Matemáticas Aplicadas", Vol 1, Cap 3
- Convención de Einstein en notación covariante
  - Índices latinos, i,j,k... espaciales (1..3),
  - Índices griegos μ,ν,ρ,... espaciotemporales (0..3)
- Métrica de Minkowsky (plana)
- Convención de signos usual en partículas, (1,-1,-1,-1).
- La métrica queda

$$\boldsymbol{g} \equiv g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = g^{\mu\nu} \equiv \boldsymbol{g}^{-1}$$

Verificar: $\boldsymbol{g}\,\boldsymbol{g}^{-1} = \delta^{\mu}_{\nu}$

Verificar: $g_{\mu\nu} \Lambda^{\mu}_{\rho} \Lambda^{\nu}_{\sigma} = g_{\rho\sigma}$

- Definimos cuadrivector contravariante (**cuadrivector**) a un tensor contravariante de rango 1, que ante una transformación de Lorentz $\boldsymbol{\Lambda}$ se comporta como:

$$\boxed{a'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} a^{\nu} \qquad \text{cuadrivector}}$$

Tensores

- Tensores de rango n
  - Transforman según n TL

$$F'^{\mu\nu} = \Lambda^{\mu}_{\rho} \Lambda^{\nu}_{\sigma} F^{\rho\sigma}, \qquad O'^{\mu\nu\theta} = \Lambda^{\mu}_{\rho} \Lambda^{\nu}_{\sigma} \Lambda^{\theta}_{\tau} O^{\mu\nu\tau}$$

  - Hay tensores covariantes

$$F_{\mu\nu} = g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} F^{\rho\sigma}$$

  - Y tensores n-covariantes y m-contravariantes

$$F^{\nu}_{\mu} = g_{\mu\rho} F^{\nu\sigma}$$

  - Para propiedades generales, ver Cap. 03 Hernández & Núñez

cos y contras

- Cada vector contravariante (vector) tiene asociado un vector covariante (forma), gracias a la métrica (contra $\longrightarrow$ co)

(*"el tensor métrico sube y baja índices"*)
$$a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu = (t, -\boldsymbol{r})$$

- La transformación inversa co$\longrightarrow$contra

$$a^\mu = g^{\mu\nu} a_\nu = (t, \boldsymbol{r})$$

- ¿Cómo transforma ante Λ un vector covariante?

$$a'_\mu = g_{\mu\nu} a'^\nu = g_{\mu\nu} \Lambda^\nu_\rho a^\rho$$
$$a'_\mu = g_{\mu\nu} \Lambda^\nu_\rho g^{\rho\sigma} a_\sigma$$
$$a'_\mu = \left(\Lambda^{-1}\right)^\sigma_\mu a_\sigma$$

- Ya que:

$$g_{\mu\nu} \Lambda^\nu_\rho \Lambda^\mu_\theta = g_{\rho\theta}$$
$$g_{\mu\nu} \Lambda^\nu_\rho \Lambda^\mu_\theta g^{\rho\sigma} = g_{\rho\theta} g^{\rho\sigma}$$
$$\left(g_{\mu\nu} \Lambda^\nu_\rho g^{\rho\sigma}\right) \Lambda^\mu_\theta = \delta^\sigma_\theta$$
$$\Xi^\sigma_\mu \Lambda^\mu_\theta = \delta^\sigma_\theta \rightarrow \Xi^\sigma_\mu = \left(\Lambda^{-1}\right)^\sigma_\mu$$

Notar: Si
Λ representa un boost **$\boldsymbol{\beta}$**,
Λ^{-1} representa un boost **-$\boldsymbol{\beta}$**

(covariantes · contravariantes) → invariantes

- **Propuesta 1**: La composición de dos TL es una TL
- **Prueba**: $a'^{\mu}=\Lambda^{\mu}_{\nu}a^{\nu},\quad a''^{\rho}=\Lambda'^{\rho}_{\mu}a'^{\mu}$

$$a''^{\rho}=\Lambda'^{\rho}_{\mu}\Lambda^{\mu}_{\nu}a^{\nu}$$

$$a''^{\rho}=\left(\Lambda'\Lambda\right)^{\rho}_{\nu}a^{\nu}$$

$$a''^{\rho}=\Lambda''^{\rho}_{\nu}a^{\nu}$$

- **Propuesta 2**: El producto escalar $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\equiv a_{\mu}b^{\mu}$ es invariante ante transformaciones de Lorentz
- **Prueba**: $\boldsymbol{a}'\cdot\boldsymbol{b}'=a'_{\mu}b'^{\mu}$

$$\boldsymbol{a}'\cdot\boldsymbol{b}'=\left(\Lambda^{-1}\right)^{\sigma}_{\mu}a_{\sigma}\left(\Lambda\right)^{\mu}_{\rho}b^{\rho}$$

$$\boldsymbol{a}'\cdot\boldsymbol{b}'=\left(\Lambda^{-1}\right)^{\sigma}_{\mu}\left(\Lambda\right)^{\mu}_{\rho}a_{\sigma}b^{\rho}$$

$$\boldsymbol{a}'\cdot\boldsymbol{b}'=\delta^{\sigma}_{\rho}a_{\sigma}b^{\rho}$$

$$\boldsymbol{a}'\cdot\boldsymbol{b}'=a_{\rho}b^{\rho}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$$

Tres invariantes famosos

- II

$$ds^2 \equiv dx^\mu dx_\mu = d(ct)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$$

- Derivadas parciales

$$\frac{\partial}{\partial^\mu} \equiv \partial_\mu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \nabla\right) \text{ y } \frac{\partial}{\partial_\mu} \equiv \partial^\mu = g^{\mu\nu}\partial_\nu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla\right)$$

luego $\partial_\mu \partial^\mu = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right)$ Operador de D'Alambert

- Cuadrivector Energía-momento $E = \gamma m_0$ $\boldsymbol{p} = \gamma m_0 \boldsymbol{v}$

$$p^\mu = (E, \boldsymbol{p}) \text{ y } p_\mu = g_{\mu\nu} p^\mu = (E, -\boldsymbol{p})$$

luego

$$\boxed{p^\mu p_\mu = E^2 - \boldsymbol{p}^2 = m_0^2}$$

Tarea 03 (viene de antes)

- Verificar explicitamente que pmpm es un invariante
- Leer sección 3.4 Griffiths, para discutir en clase 05
- Problema 3.4, 3.11, 3.12, 3.14, alguno del 3.15