

## Física 3B 2020

### Guía 03: Entropía

Asorey

30 de Abril de 2020

39. **El cuadrado inverso** Una máquina frigorífica está equipada con  $n = 1000$  moles de un gas ideal di-atómico inicialmente ocupando un volumen  $V_A = 112 \text{ m}^3$  a una temperatura  $T_A = 6825 \text{ K}$ , y que opera con el siguiente ciclo: 1) compresión isobárica hasta llegar a un quinto del volumen inicial; 2) enfriamiento isocórico hasta alcanzar un quinto de la temperatura inicial; 3) expansión isobárica; 4) calentamiento isocórico.

- Complete el cuadro de estados, encontrando los valores de  $P$ ,  $V$ ,  $T$  y  $n$  para cada uno de los estados  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ .
- En el diagrama  $PV$  ubique los estados y dibuje las transformaciones experimentadas por el gas. Luego hágalo para un diagrama  $TS$ .
- Complete el cuadro de transformaciones, encontrando los cambios de energía interna, calor, trabajo y entropía en cada transformación.
- Calcule el rendimiento de la máquina frigorífica usando la definición de una máquina térmica, pero adaptada a este caso:  $\eta = W_{\text{neto}}/Q_{<0}$ .
- Compare los valores obtenidos con los correspondientes del ejercicio 27 (Guía 02).
- Calcule el cambio de entropía total del Universo. Explique.

**R:** a)  $p_A = 506634,4 \text{ Pa}$ ,  $V_A = 112 \text{ m}^3$ ,  $n_A = 1000 \text{ mol}$ ,  $T_A = 6825 \text{ K}$ ;  $p_B = 506634,4 \text{ Pa}$ ,  $V_B = 22,4 \text{ m}^3$ ,  $n_B = 1000 \text{ mol}$ ,  $T_B = 1365 \text{ K}$ ;  $p_C = 101325 \text{ Pa}$ ,  $V_C = 22,4 \text{ m}^3$ ,  $n_C = 1000 \text{ mol}$ ,  $T_C = 273 \text{ K}$ ;  $p_D = 101325 \text{ Pa}$ ,  $V_D = 112 \text{ m}^3$ ,  $n_D = 1000 \text{ mol}$ ,  $T_D = 1365 \text{ K}$ . c)  $Q_1 = -158,9 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_1 = -113,5 \text{ MJ}$ ,  $W_1 = -45,4 \text{ MJ}$ ;  $Q_2 = -22,7 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_2 = -22,7 \text{ MJ}$ ,  $W_2 = 0$ ;  $Q_3 = 31,8 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_3 = 22,7 \text{ MJ}$ ,  $W_3 = 9,1 \text{ MJ}$ ;  $Q_4 = 113,5 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_4 = 113,5 \text{ MJ}$ ,  $W_4 = 0$ . d)  $\eta = (-36,3)/(-181,6) = 0,2 = 20\%$ ; f)  $\Delta S_{\text{sis}} = 0$ ;  $\Delta S_{\text{med}} = 159,64 \text{ kJ/K}$ ;  $\Delta S_U = 159,64 \text{ kJ/K} > 0 \rightarrow \text{irreversible}$ . Ayuda:  $\Delta S_{\text{med}} = +\frac{|Q_1|}{T_B} + \frac{|Q_2|}{T_C} - \frac{|Q_3|}{T_D} - \frac{|Q_4|}{T_A}$ .

#### 40. Ciclo Rankine

El ciclo de Rankine es un ciclo termodinámico de potencia utilizado en plantas de generación de energía eléctrica que utilizan vapor. Durante el ciclo se producen dos cambios de estado del agua (vaporización en la caldera, licuefacción en el condensador), de forma tal que se expande el vapor en la turbina y se comprime el agua en la bomba en forma líquida, reduciendo de esta forma la potencia necesaria para el funcionamiento de la bomba. De esta forma se logra una mejora del rendimiento al reducir la cantidad de trabajo mecánico interno que requiere el ciclo para su funcionamiento. Supondremos aquí que todos los procesos son reversibles, que no hay pérdidas de ningún tipo, que el agua es un fluido incompresible, y que en su estado gaseoso, el agua (vapor) se comporta como un gas ideal. Tener en cuenta que si bien los calores sensibles y latentes del agua líquida dependen de la presión, por simplicidad consideraremos que estos

son los mismos que para  $p = 1 \text{ atm}$ . Sea entonces una máquina térmica que funciona mediante un ciclo de Rankine ideal utilizando  $m = 1800 \text{ kg}$  de agua, que inicialmente se encuentra en estado líquido, con una presión de  $p_A = 1 \text{ atm}$  y a una temperatura de  $T_A = 300 \text{ K}$ , y que es sometida a las siguientes transformaciones:

1. **bomba:** compresión del agua líquida hasta una presión de  $10 \text{ MPa}$  ( $W = p \Delta V$ );
2. **caldera:** calentamiento isobárico y vaporización del agua líquida a la temperatura de vaporización;
3. **caldera:** calentamiento isobárico del vapor hasta una temperatura de  $1200 \text{ K}$ ;
4. **turbina:** expansión adiabática del vapor hasta la presión inicial;
5. **condensador:** enfriamiento del vapor hasta temperatura de vaporización
6. **condensador:** condensación del vapor y enfriamiento del agua líquida hasta la temperatura inicial.

- a) Grafique el ciclo en un diagrama  $PV$  y en un diagrama  $TS$ .
- b) Complete el cuadro de estados (indicando su estado de agregación en cada caso) y el cuadro de transformaciones.
- c) Calcule la cantidad de calor absorbida, la cantidad de calor entregada y el trabajo neto intercambiado.
- d) Calcule el rendimiento del ciclo y compárelo con el de un ciclo de Carnot equivalente. Analice el resultado en función del teorema de Carnot.

**R:** b) Sin considerar los estados intermedios producidos por los cambios de fase del sistema, los estados son:

$p_A = 101325 \text{ Pa}$ ,  $V_A = 1,8 \text{ m}^3$ ,  $n_A = 10^5 \text{ mol}$ ,  $T_A = 300 \text{ K}$ , líquido;

$p_B = 10^7 \text{ Pa}$ ,  $V_B = 1,8 \text{ m}^3$ ,  $n_B = 10^5 \text{ mol}$ ,  $T_B = 300 \text{ K}$ , líquido;

$p_C = 10^7 \text{ Pa}$ ,  $V_C = 99,8 \text{ m}^3$ ,  $n_B = 10^5 \text{ mol}$ ,  $T_B = 1200 \text{ K}$ , gas;

$p_D = 101325 \text{ Pa}$ ,  $V_E = 3123,9 \text{ m}^3$ ,  $n_E = 10^5 \text{ mol}$ ,  $T_E = 380,7 \text{ K}$ , gas;

De la misma forma para las seis transformaciones indicadas tendremos:

$Q_1 = -17,8 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_1 = 0$ ,  $W_1 = -17,8 \text{ MJ}$ .

$Q_2 = 4638,7 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_2 = 4638,7 \text{ MJ}$ ,  $W_2 = 0, \text{ MJ}$ .

$Q_3 = 2750,3 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_3 = 2062,7 \text{ MJ}$ ,  $W_3 = 687,8 \text{ MJ}$ .

$Q_4 = 0$ ,  $\Delta U_4 = -2043,4 \text{ MJ}$ ,  $W_4 = -2043,4 \text{ MJ}$ .

$Q_5 = -25,7 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_5 = -19,3 \text{ MJ}$ ,  $W_5 = -6,4 \text{ MJ}$ .

$Q_6 = -4638,7 \text{ MJ}$ ,  $\Delta U_6 = -4638,7 \text{ MJ}$ ,  $W_6 = 0, \text{ MJ}$ .

c)  $Q_{\text{abs}} = 7388,9 \text{ MJ}$ ;  $W_n = 2706,8 \text{ MJ}$ ;  $Q_{\text{ent}} = -4682,2 \text{ MJ}$ ;

d)  $\eta = 2706,8/7388,9 = 0,366 = 36,6\%$ ;  $\eta_C = 75\%$ .

#### 41. Entropía en aumento, I

Para mantener la temperatura dentro de una casa a  $293 \text{ K}$  se necesita mantener funcionando un sistema de calefacción con una potencia térmica de  $30 \text{ kW}$  por día cuando la temperatura en el exterior es de  $266 \text{ K}$ . ¿Cuál es la tasa de incremento de la entropía total del Universo provocada por esta casa?

**R:**  $\Delta S_U = +10,4 \text{ W/K} \rightarrow$  irreversible.

#### 42. Variación de entropía, I

¿Cuál es la variación de entropía de  $1 \text{ mol}$  de un gas ideal monoatómico si su temperatura aumenta de  $100 \text{ K}$  a  $300 \text{ K}$  en una transformación: a) isocórica; b) isobárica; c) adiabática y reversible.

**R:** a)  $\Delta S = 13,7 \text{ J/K}$ ; b)  $\Delta S = 22,9 \text{ J/K}$ ; c)  $\Delta S = 0$ .

#### 43. Variación de entropía, II

Calcule la variación de entropía cuando un mol de un gas ideal monoatómico se lleva desde  $T_A = 273 \text{ K}$  y  $p_A = 2 \text{ atm}$  hasta un estado  $T_B = 233 \text{ K}$  y  $p_B = 0,4 \text{ atm}$ .

R:  $\Delta S = 10,1 \text{ J/K}$

#### 44. Ciclo irreversible

Una determinada cantidad de Helio está inicialmente a una presión  $p_A = 16 \text{ atm}$ ,  $T_A = 600 \text{ K}$  y ocupa un volumen  $V_A = 1 \text{ L}$ . Se somete a una expansión isotérmica de manera cuasiestática (reversible) hasta un volumen  $V_B = 4,0 \text{ L}$ . Luego, es comprimido cuasiestática e isobáricamente hasta que su volumen  $V_C$  y temperatura  $T_C$  le permiten volver de manera adiabática y reversible al estado original A.

- Complete el cuadro de estados y de transformaciones. Incluya para este último los cambios de entropía en cada transformación.
- Realice un esquema del ciclo en un diagrama  $PV$  y en un diagrama  $TS$ .
- Calcule la eficiencia del ciclo;
- Calcule el cambio de entropía del Universo

R: a)  $p_A = 1621200 \text{ Pa}$ ,  $V_A = 0,001 \text{ m}^3$ ,  $n_A = 0,325 \text{ mol}$ ,  $T_A = 600 \text{ K}$ ;  $p_B = 405307,5 \text{ Pa}$ ,  $V_B = 0,004 \text{ m}^3$ ,  $n_B = 0,325 \text{ mol}$ ,  $T_B = 600 \text{ K}$ ;  $p_C = 405307,5 \text{ Pa}$ ,  $V_C = 0,0023 \text{ m}^3$ ,  $n_C = 0,325 \text{ mol}$ ,  $T_C = 344,6 \text{ K}$ ;  $Q_1 = 2247,5 \text{ J}$ ,  $\Delta U_1 = 0$ ,  $W_1 = 2247,5 \text{ J}$ ,  $\Delta S_1 = 3,75 \text{ J/K}$   $Q_2 = -1725,2 \text{ J}$ ,  $\Delta U_2 = -1035,1 \text{ J}$ ,  $W_2 = -690,1 \text{ J}$ ,  $\Delta S_2 = -3,75 \text{ J/K}$   $Q_3 = 0$ ,  $\Delta U_3 = 1035,1 \text{ J}$ ,  $W_3 = -1035,1 \text{ J}$ ,  $\Delta S_3 = 0$ . c)  $\eta = (522,3 \text{ J}/2247,5 \text{ J}) = 0,232 = 23,2\%$ ;  $\eta_C = 42,6\%$ . d)  $\Delta S_{\text{sis}} = 0$ ;  $\Delta S_{\text{med}} = 1,26 \text{ kJ/K}$ ;  $\Delta S_U = 1,26 \text{ kJ/K} > 0 \rightarrow \text{irreversible}$ .

#### 45. Entropía del hielo

Calcule el cambio de entropía de un bloque de hielo de  $54,0 \text{ g}$  que se encuentra a  $250 \text{ K}$  cuando es convertido de manera reversible y a presión constante, en vapor a  $390 \text{ K}$ .

R:  $\Delta S = (10 + 66 + 70,45 + 326,8 + 5) \text{ J/K} = 478,25 \text{ J/K}$ .

#### 46. Ciclo de Stirling

Cien moles de un gas ideal biatómico es sometido a un ciclo de Stirling internamente reversible. El gas, inicialmente a una presión  $p_A = 150 \text{ kPa}$  y  $T_A = 300 \text{ K}$ , experimenta una compresión isoterma hasta alcanzar el estado B, seguido de una compresión isócara hasta una presión  $p_C = 3 \text{ MPa}$  y  $T_C = 2000 \text{ K}$ . Luego se realiza una expansión isotérmica hasta alcanzar el estado D tal que  $V_D = V_A$ . El ciclo se cierra con una decompresión isócara hasta volver al estado A.

- Grafique el ciclo en un diagrama  $PV$  y en un diagrama  $TS$ .
- Complete el cuadro de estados y el cuadro de transformaciones, calculando además los cambios de entropía del gas en cada transformación.
- Calcule la variación neta de entropía del Universo
- Calcule el rendimiento del ciclo y compárelo con el de un ciclo de Carnot equivalente. Analice el resultado en función del teorema de Carnot.

R: b)  $p_A = 150000 \text{ Pa}$ ,  $V_A = 1,663 \text{ m}^3$ ,  $n_A = 100 \text{ mol}$ ,  $T_A = 300 \text{ K}$ ;  $p_B = 450000 \text{ Pa}$ ,  $V_B = 0,554 \text{ m}^3$ ,  $n_B = 100 \text{ mol}$ ,  $T_B = 300 \text{ K}$ ;  $p_C = 3000000 \text{ Pa}$ ,  $V_C = 0,554 \text{ m}^3$ ,  $n_C = 100 \text{ mol}$ ,  $T_C = 2000 \text{ K}$ ;  $p_D = 1000000 \text{ Pa}$ ,  $V_D = 1,663 \text{ m}^3$ ,  $n_D = 100 \text{ mol}$ ,  $T_D = 2000 \text{ K}$ ;  $Q_1 = -274016 \text{ J}$ ,  $\Delta U_1 = 0$ ,  $W_1 = -274016 \text{ J}$ ,  $\Delta S_1 = -913,4 \text{ J/K}$ .  $Q_2 = 3553450 \text{ J}$ ,  $\Delta U_2 = 3533450 \text{ J}$ ,  $W_2 = 0$ ,  $\Delta S_2 = 3943,2 \text{ J/K}$ .  $Q_3 = 1826773 \text{ J}$ ,  $\Delta U_3 = 0$ ,  $W_3 = 1826773 \text{ J}$ ,  $\Delta S_3 = 913,4 \text{ J/K}$ .  $Q_4 = -3553450 \text{ J}$ ,  $\Delta U_4 = -3533450 \text{ J}$ ,  $W_4 = 0$ ,  $\Delta S_4 = -3943,2 \text{ J/K}$ . c)  $\Delta S_{\text{sis}} = 0$ ;  $\Delta S_{\text{med}} = 10011 \text{ J/K}$ ;  $\Delta S_U = 10011 \text{ J/K} > 0 \rightarrow \text{irreversible}$ . d)  $\eta = 0,29 = 29\%$ ;  $\eta_C = 85\%$ .

#### 47. Ciclo Otto

Dibuje el ciclo Otto del problema 36 (Guía 02) en un diagrama  $TS$  identificando cada transformación y los cambios de energía con el medio.

#### 48. Verificando el segundo principio

Compruebe el cumplimiento del segundo principio de la termodinámica en para los problemas 26, 27, 28, 29, 30 y 36, verificando que la entropía total del universo no decrezca en ninguno de esos casos. Identifique los ciclos reversibles y los ciclos irreversibles.

**R:** trabajo personal individual.

#### 49. Aumento de entropía, II

Un gas ideal biatómico se encuentra en el interior de un cilindro de paredes adiabáticas. El estado inicial del gas:  $p_A = 101325 \text{ Pa}$ ,  $T_A = 293 \text{ K}$  y  $V_A = 100 \text{ cm}^3$ . La tapa del cilindro es un pistón móvil también adiabático. De manera brusca se coloca una pesa en el pistón y la presión en el interior aumenta a  $p_B = 2p_A$ . Para hacerlo debe tener en cuenta que si bien la transformación es adiabática, esta no es reservable, y por lo tanto no es posible aplicar  $pV^\gamma = \text{cte}$ . Entonces:

- Verifique que la temperatura final está dada por  $T_B = \left( \frac{r(\gamma-1)+1}{\gamma} \right) T_A$ , donde  $r = p_B/p_A$ .
- Luego, a partir de esta expresión y utilizando la ecuación de estado, muestre que el volumen final en este caso está dado por  $V_B = \left( \frac{r(\gamma-1)+1}{\gamma r} \right) V_A$ .
- Determine el estado final del gas,  $B$ ,
- Calcule el trabajo total irreversible realizado sobre el sistema.
- Calcule la variación de entropía del sistema, del medio y del Universo, y verifique que el proceso fue irreversible.
- Finalmente, compare los resultados obtenidos con los que se obtienen durante una compresión adiabática reversible desde  $p_A$  a  $p_B$ .

**R:** c)  $n_B = 0,00416 \text{ mol}$ ;  $p_B = 202650 \text{ Pa}$ ;  $V_B = 64,3 \text{ cm}^3$ ;  $T_B = 376,7 \text{ K}$ . d)  $W_i = p_B(V_B - V_A) = -7,24 \text{ J}$ ;  $\Delta U = 7,24 \text{ J}$ . e)  $\Delta S_{\text{sis}} = 6,45 \text{ mJ/K}$ ;  $\Delta S_{\text{med}} = 0$  (adiabático);  $\Delta S_U = 6,45 \text{ mJ/K} > 0 \rightarrow$  irreversible. f) En el caso reversible, vale  $pV^\gamma = \text{cte}$ , y por lo tanto el estado final del gas sería:  $n_B = 0,00416 \text{ mol}$ ;  $p_B = 202650 \text{ Pa}$ ;  $V_B = 60,95 \text{ cm}^3$ ;  $T_B = 357 \text{ K}$ . El trabajo realizado sobre el sistema hubiera sido  $W_r = -5,55 \text{ J}$  y por ende  $\Delta U = 5,55$ . Y dado que hubiera sido un proceso adiabático y reversible, ergo isentrópico,  $\Delta S = 0$ .