

Universidad Nacional de Río Negro

Física III B – 2020

- **Unidad** 01
- **Clase** U01 C03 - 03
- **Fecha** 17 Mar 2019
- **Cont** Calores
- **Cátedra** Asorey
- **Web** <https://gitlab.com/asoreyh/unrn-f3b>



Unidad 1: Calor

Unidad 1

El Calor

Hace calor



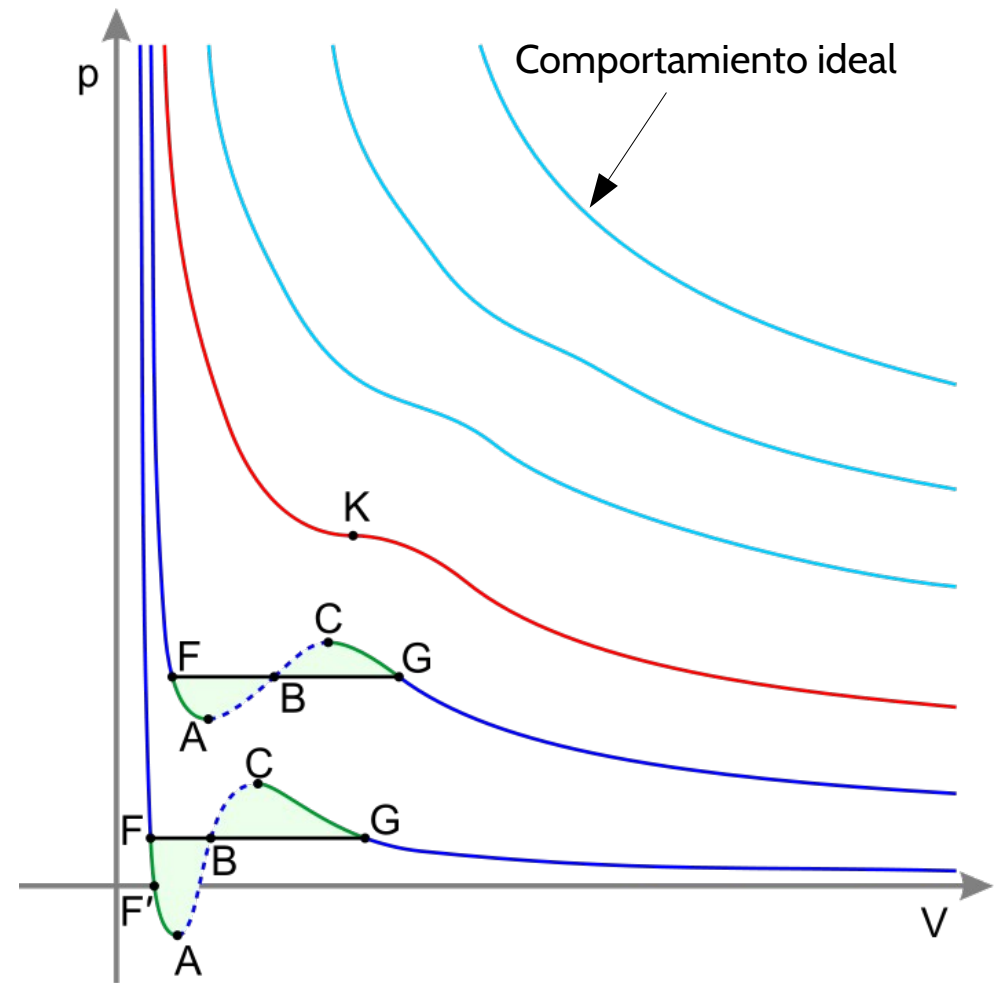
Módulo 1 - Unidad 1: Calor

Del 06/Mar al 22/Mar (5 encuentros)

- **El calor. Gases ideales y reales. Energía interna. Calorimetría. Calor específico. Teoría cinética de los gases. Temperatura: concepto macroscópico y microscópico. Cambios de fase y calor latente**



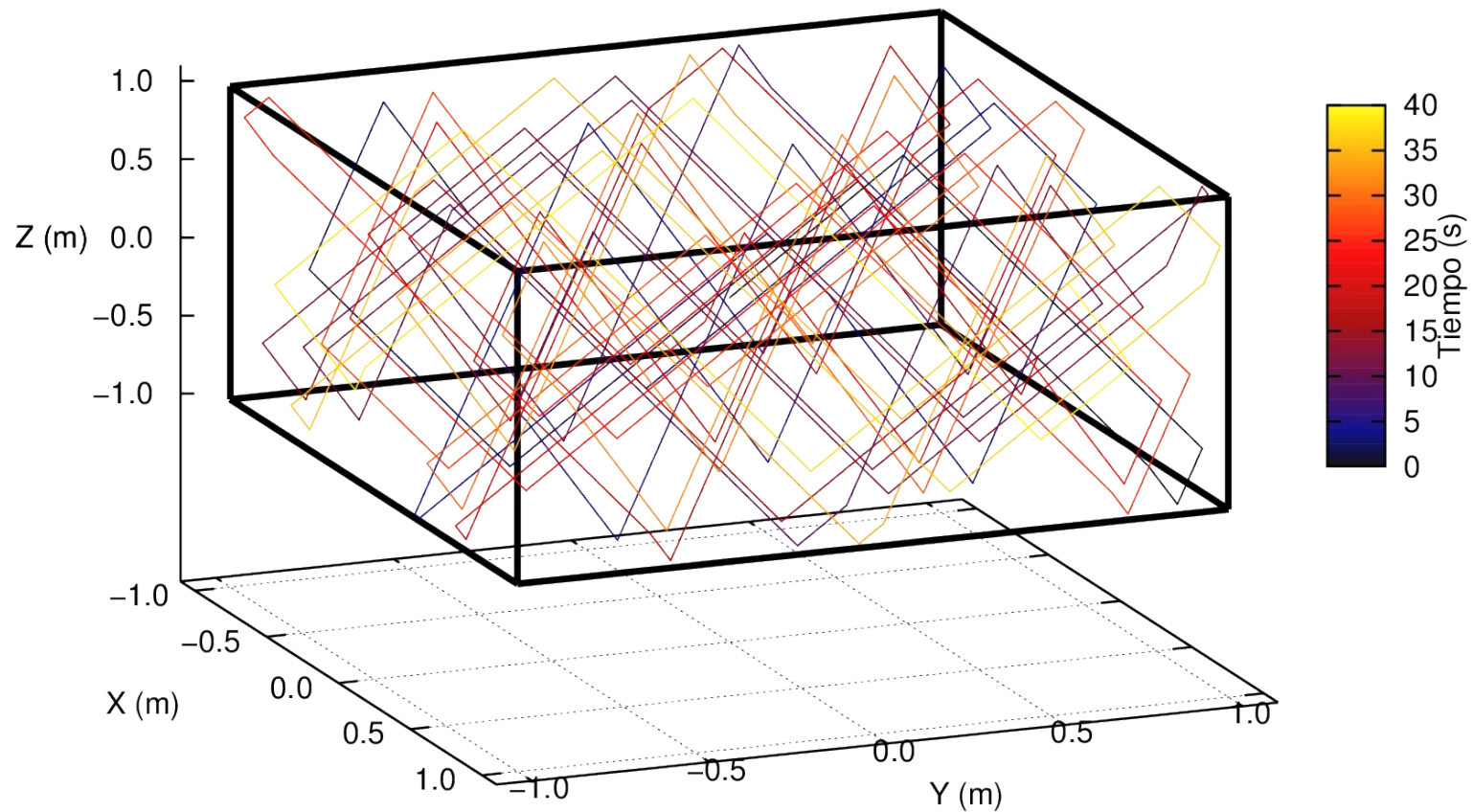
- Átomos y moléculas con interacción entre si (pero de corta distancia) → **Fuerzas de Van der Waals**
 - Monoatómicos: nobles, He, Ar,...
 - Diatómicos: H_2 , O_2 , N_2 ,...
 - Triatómicos: CO_2 , H_2O^*
 - Complejos: NH_3
- Mejor aproximación: **gases monoatómicos en condiciones de baja presión y temperatura (baja densidad)**



Postulados de la teoría cinética: Gas ideal

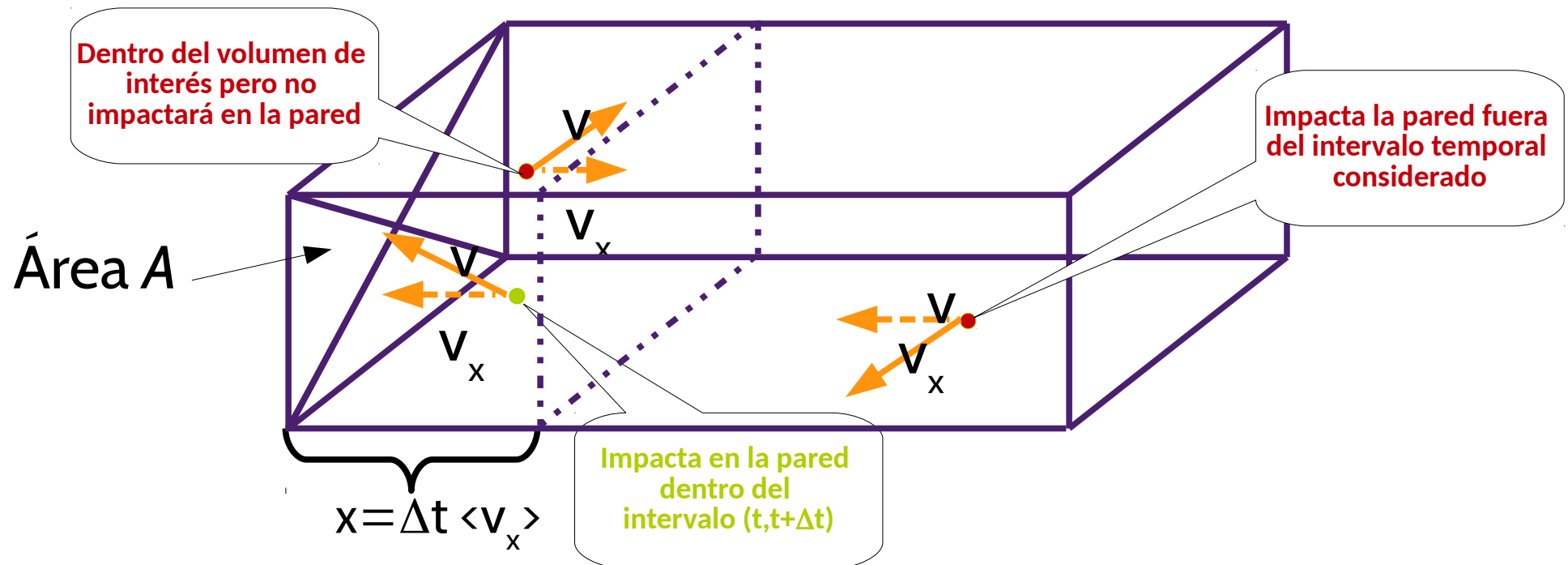
- Formado por un **gran número de moléculas idénticas**
- **Separación** media es **grande** respecto a las dimensiones
 - **Volumen despreciable** respecto al volumen contenedor
- Se mueven **aleatoriamente** con **velocidades diferentes**
 - La **velocidad media** de las moléculas es **constante**
- Obedecen las **leyes de Newton**
 - Sólo **interactúan** (con el recipiente) a través de **choques elásticos**
- El gas está en **equilibrio térmico** con el recipiente

Choques en las paredes del recipiente



¿Cuántos choques se producen en la pared en un tiempo Δt ?

- En el intervalo Δt , sólo impactarán en la pared A aquellas que estén a cierta distancia y en una cierta dirección
 - tres casos posibles



- La presión, hasta aquí:

$$P = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{V} \right) \underbrace{\left(\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \right)}_{\langle E_K \rangle}$$

- Reordenando

$$\frac{PV}{N} = \left(\frac{2}{3} \langle E_K \rangle \right)$$

**Ecuación de estado
microscópica**

- O también:

$$\frac{PV}{N} = \text{constante}$$

¿Cómo? ¿¿¿no era $PV = n R T$???

- La $\langle E_k \rangle$ es “**macroscópicamente inaccesible**”
- Definimos la **temperatura media**

$$T \equiv \frac{1}{k_B} \left(\frac{2}{3} \langle E_k \rangle \right)$$

donde $k_B = 1,3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ es la constante de Boltzmann.

- La **temperatura media** es una medida de la **energía cinética media** de las partículas del sistema.
- Luego: $\frac{PV}{N} = k_b T$
- Y entonces

$$PV = N k_b T$$



Al fin, $PV = nRT$

- Multiplicando y dividiendo por el Número de Avogadro:

$$PV = \frac{N}{N_A} (N_A k_b) T$$

- N/N_A es el número de moles de gas en el recipiente V , n :

$$PV = n(N_A k_b) T$$

- Y al producto $(N_A k_B)$:

$$R \equiv N_A k_b = (6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) (1,3806 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1})$$

$$R \equiv N_A k_b = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

- Resultando:

$$PV = nRT$$

Ecuación de
estado de un gas
ideal

La constante universal de los gases ideales, R

- Relaciona, a través de la ecuación de estado, las distintas magnitudes físicas asociadas a un gas ideal:

- Cantidad de gas, n (moles)
- Presión del gas, P (Pa)
- Volúmen del gas, V (m^3)
- Temperatura del gas, T (K)

$$R = \frac{PV}{nT} \equiv N_A k_B$$

- En unidades del SI:

$$R \equiv N_A k_b = (6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) (1,3806 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1})$$

$$R \equiv N_A k_b = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

- Otro valor usual (no SI): $R = 0,082 \text{ L atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Condiciones “Normales” de Presión y Temperatura (CNPT)

- Parámetros “estandarizados” para trabajar con un gas...
 - Hay muchas convenciones → no son estándares...
 - ¿qué presión? ¿qué temperatura? ¿en qué unidades?
- Nuestra convención:
$$V = \frac{nRT}{P}$$
 - $T = 0^{\circ}\text{C} \rightarrow T = 273,15 \text{ K}$
 - $P = 1\text{atm} \rightarrow P = 101325 \text{ Pa}$ (ó $P=1013,25 \text{ hPa}$ ó $P=101,325 \text{ kPa}$)

→ $V_{\text{molar}} = 0,022309\text{m}^3 = 22,398 \text{ L}$ (volumen molar normal)
- Otras, por ej., $T=273,15 \text{ K}$; $P = 10^5 \text{ Pa} \rightarrow V_{\text{molar}} = 22,7 \text{ L}$
ó, $T=293,15\text{K}$; $P = 1\text{atm} \rightarrow V_{\text{molar}} = 24,06 \text{ L}$, etc



Aplicación: buscando al Helio

- La concentración de Helio en la atmósfera es tan baja (~5.2 ppm) que este gas fue descubierto en el Sol (Lockyer, 1868)
- Sin embargo, es muy abundante en el Universo
- ¿Dónde está el Helio?

Escape atmosférico (1ra parte)

Recordando

$$T = \frac{1}{k_B} \frac{2}{3} \langle E_k \rangle \Rightarrow T = \frac{1}{k_B} \frac{2}{3} \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$$

$$\Rightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{3 k_B T}{m} \text{ multiplico y divido por } N_A$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{N_A}{N_A} \frac{3 k_B T}{m M} \Rightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{3 R T}{M}$$

dónde M es la masa molar.

Entonces $v_{RMS} \equiv \sqrt{\langle v^2 \rangle} \Rightarrow$

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{3 R T}{M}} \quad \text{Para el Helio, } M = 4 \text{ g/mol}$$

$$\Rightarrow v_{RMS} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 300 \text{ K}}{0.004 \text{ kg mol}^{-1}}} = \sqrt{1870650 \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow v_{RMS} = 1370 \text{ m/s}$$

$$\left(v_e = \sqrt{\frac{G M_{\oplus}}{R_{\oplus}}} = 11186 \text{ m/s} \right)$$



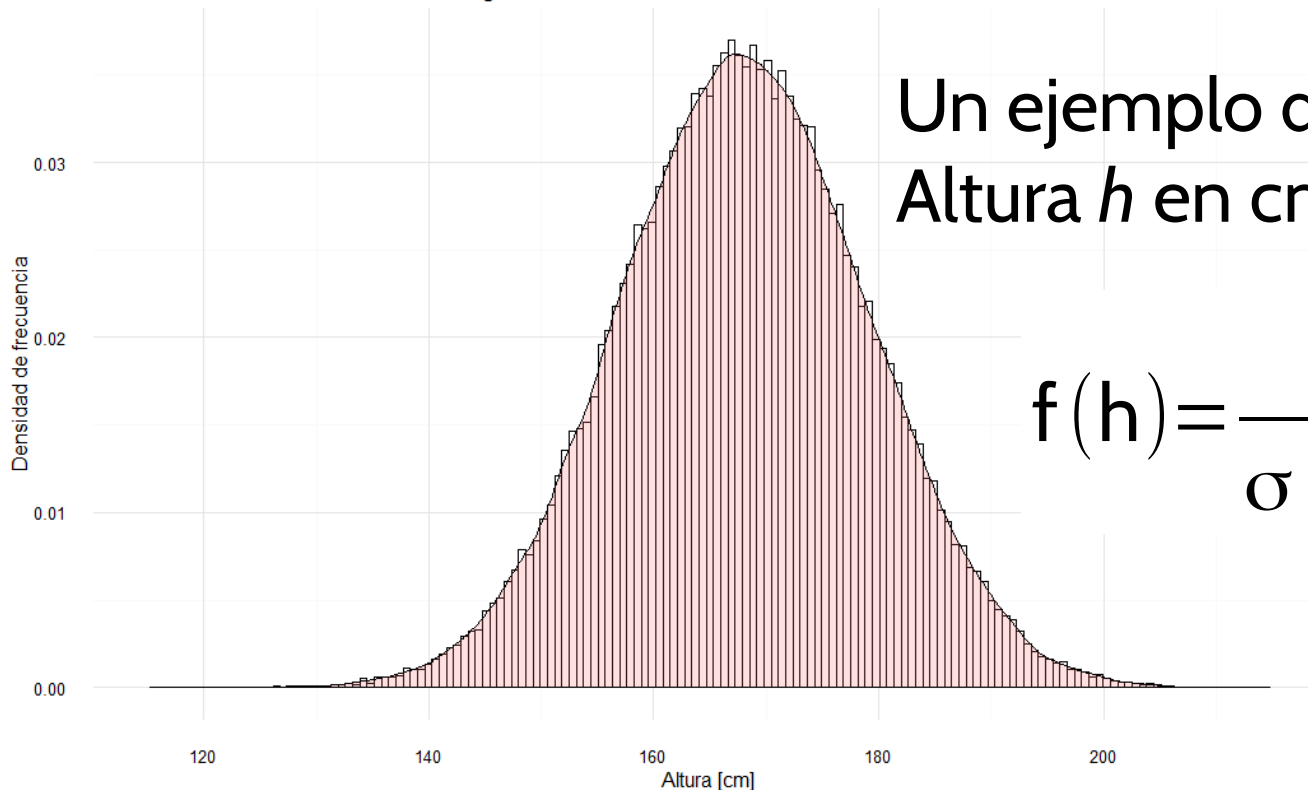
Mejorando el cálculo

- Lo que hay que recordar es que hemos utilizado la **velocidad promedio** del Helio
- Un **conjunto grande** (\sim Número de Avogadro) de átomos de Helio a 300K, la **$\langle v \rangle \sim 1370 \text{ m/s} \sim 0,1 v_e$** .
- Es $\sim 10\%$ de la velocidad de escape
- Las velocidades de cada átomo individual podrá distar (y mucho) de la promedio

Paréntesis: Distribución de probabilidad

- Función que asigna a cada suceso la probabilidad de que dicho suceso ocurra:
- Se puede determinar empíricamente a partir de la fracción de sucesos observados sobre el total

Histograma de la muestra de 100000 observaciones



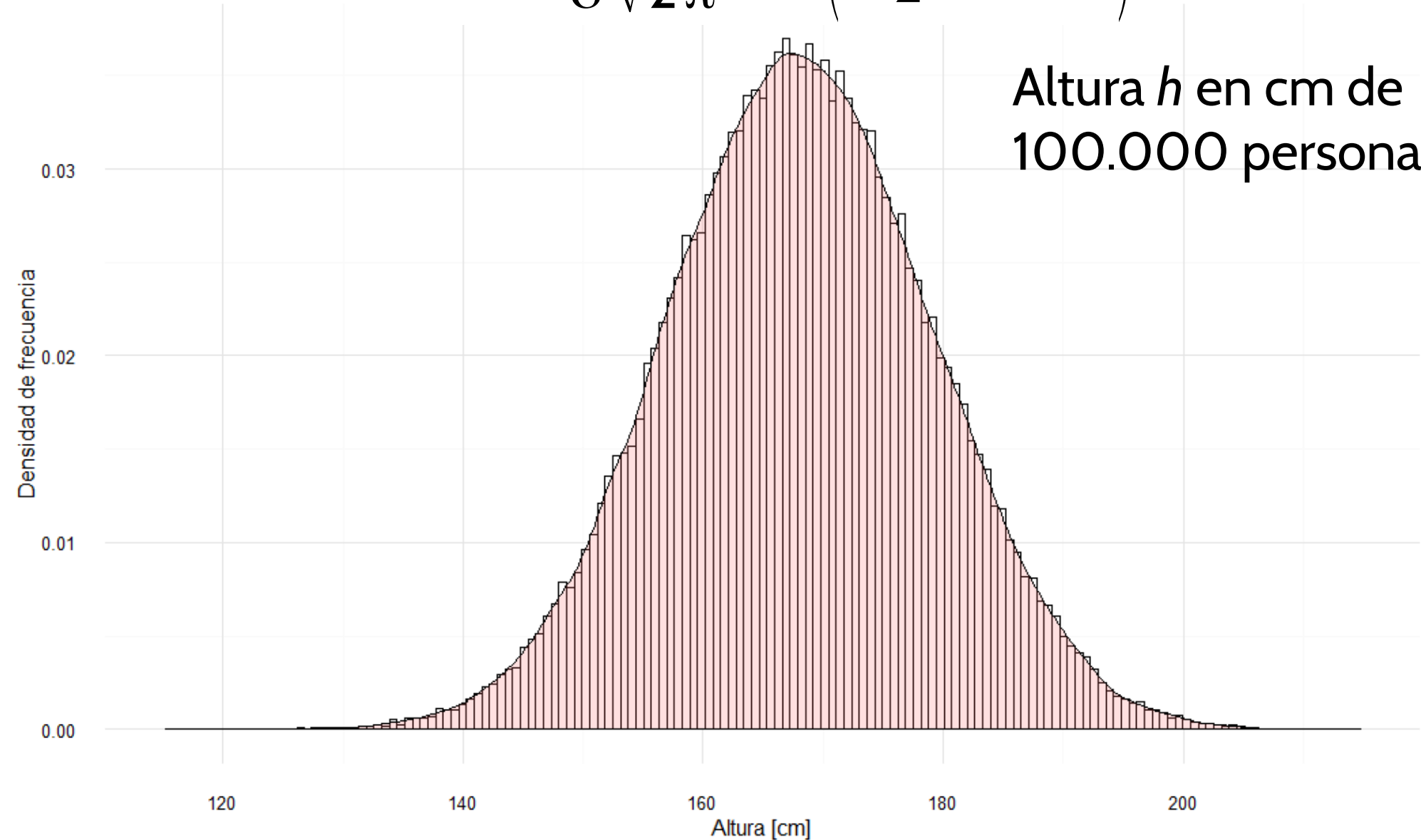
Un ejemplo de distribución normal
Altura h en cm de 100.000 personas

$$f(h) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h - \mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

Distribución normal o Gaussiana

$$f(h) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{h-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

Altura h en cm de
100.000 personas



Sea un gas ideal a una temperatura T

- ¿Cuál es la distribución de probabilidad del módulo de la velocidad $|v|$ de las moléculas que componen un gas

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

- ¿Cuál es la distribución de probabilidad de cada componente v_i de las moléculas que componen un gas?

Ley de los grandes números $\rightarrow v_i$ tiene distribución Normal

- La Distribución de Maxwell-Boltzmann representa la distribución $|v|$ si sus componentes son normales

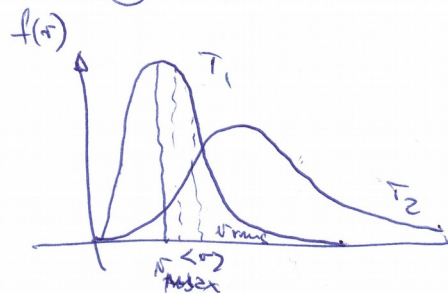
Si v_i tiene una distribución normal, $|v|$ tiene una distribución de Maxwell-Boltzmann

Ecuación de Maxwell Boltzmann.

En un gas de N moléculas, ¿cuántas moléculas en velocidad v tengo? \rightarrow o. c. y en velocidades v y $v+dv$? \Rightarrow

$$dN = N f(v) dv$$

$$\Rightarrow \frac{dN}{N} = f(v) dv$$



$$\Rightarrow f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{m v^2}{kT}}$$

Si m es masa
molar, dividir k por R

Se puede ver que v_{max} se da para $\frac{\partial f}{\partial v} = 0 \Rightarrow$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \text{o} \quad v_{max} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} < v_{rms}$$

Si fimo en energía \Rightarrow Se hace un cambio de variable

$$\text{ya que } E = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow dE = m v dv$$

$$\Rightarrow N f(v) dv = N F(E) dE \quad \text{con } E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$F(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{kT} \right)^{3/2} E^{1/2} e^{-E/kT}$$

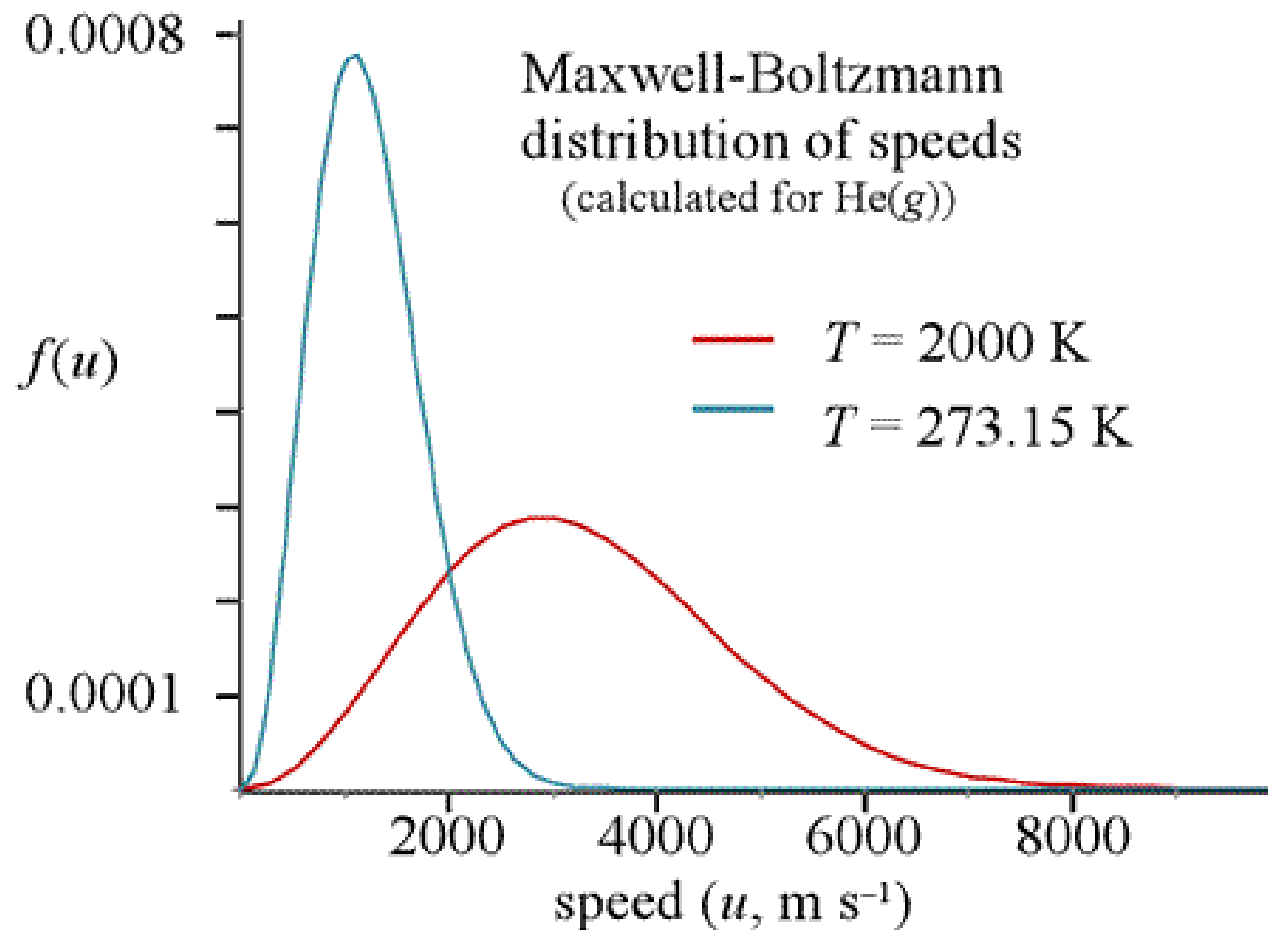
Prob. de estar en estado
factor Boltzmann

Maxwell-Boltzmann

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

$$F(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{kT} \right)^{3/2} E^{1/2} e^{-\frac{E}{kT}}$$

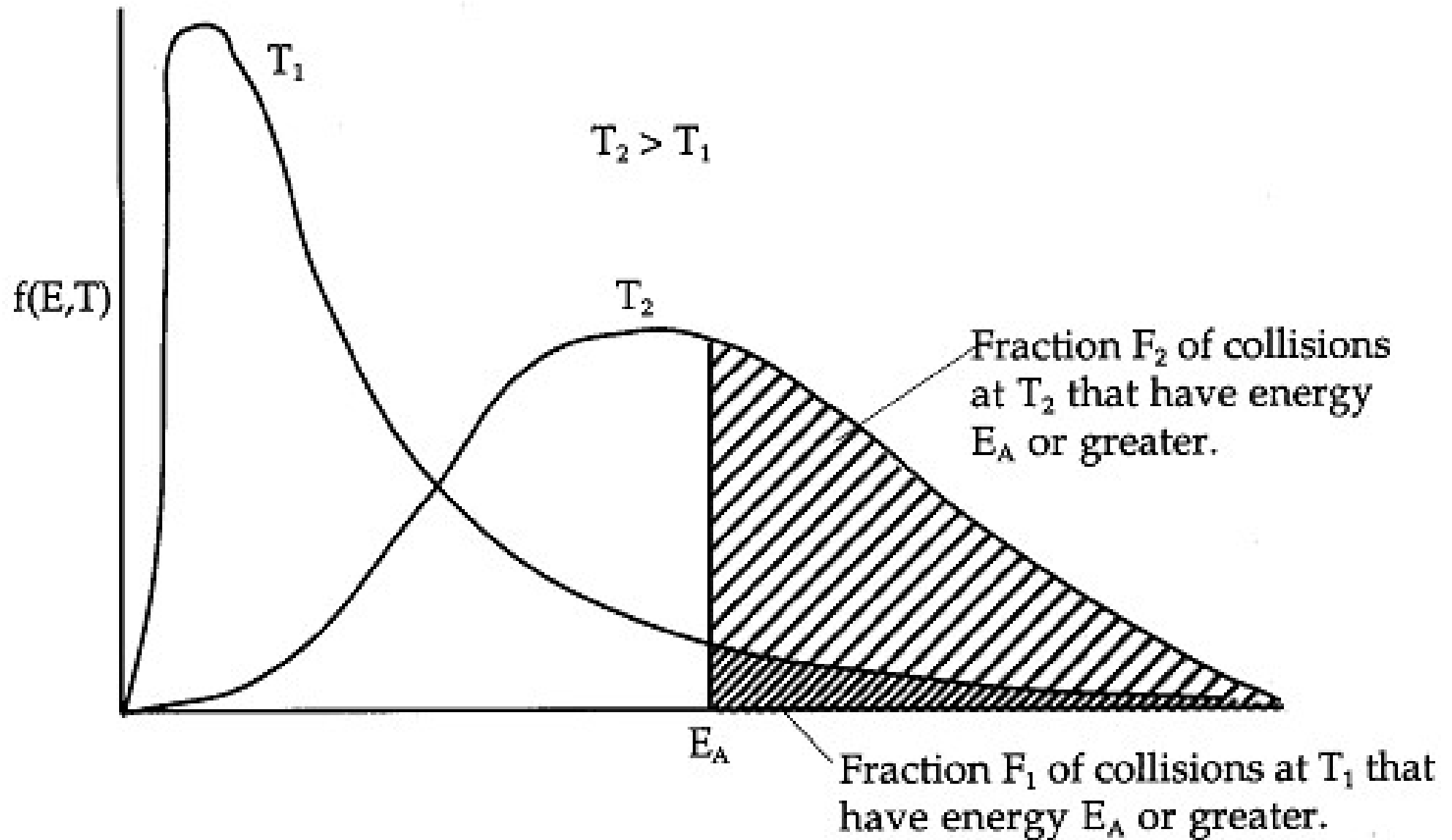
Funciones de distribución



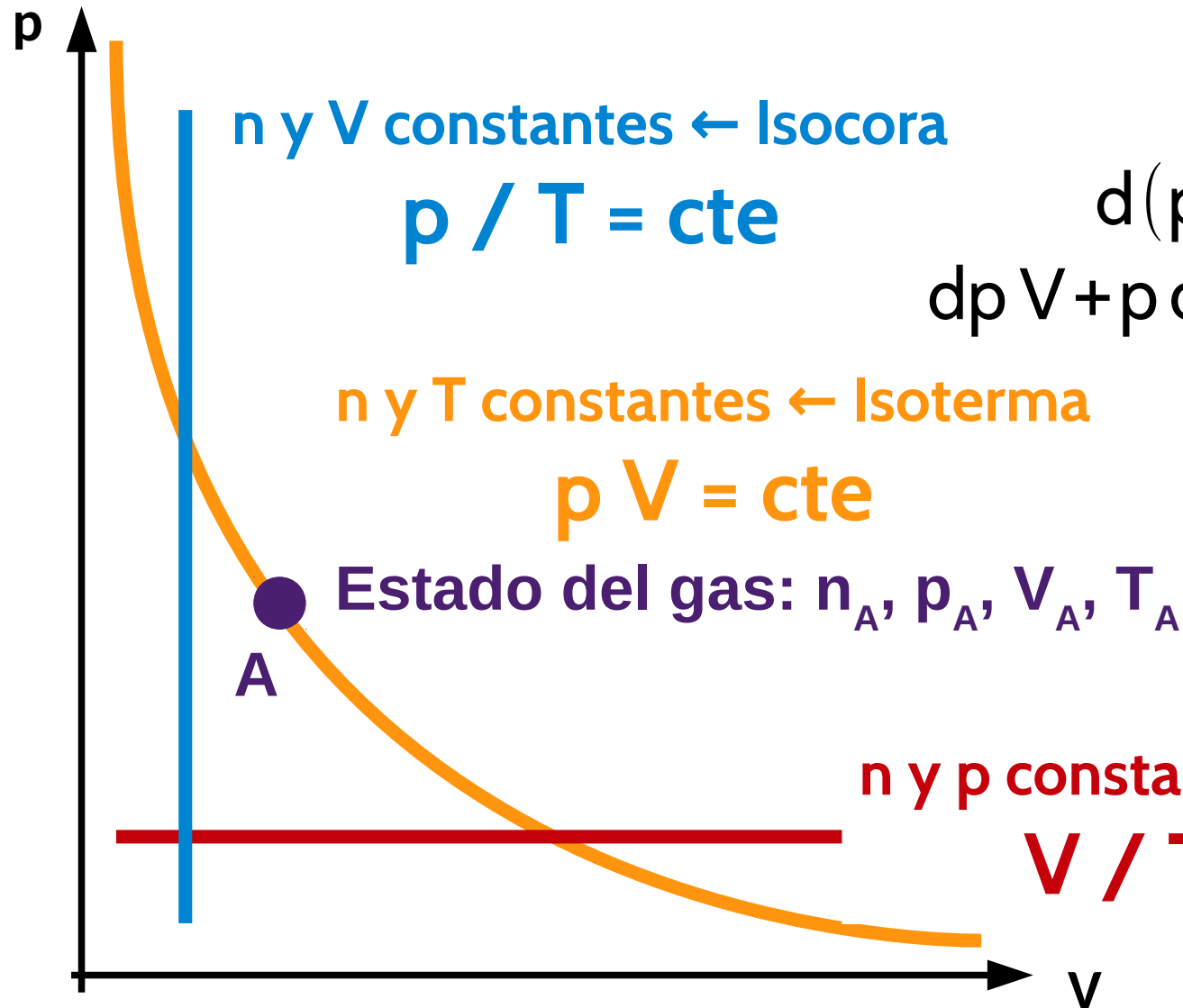
probability density function for speed

$$f(u) = \left[\frac{M}{2\pi RT} \right]^{3/2} \cdot 4\pi u^2 \cdot e^{-Mu^2/2RT}$$

El problema de Richter



El diagrama PV



$$pV = nRT$$

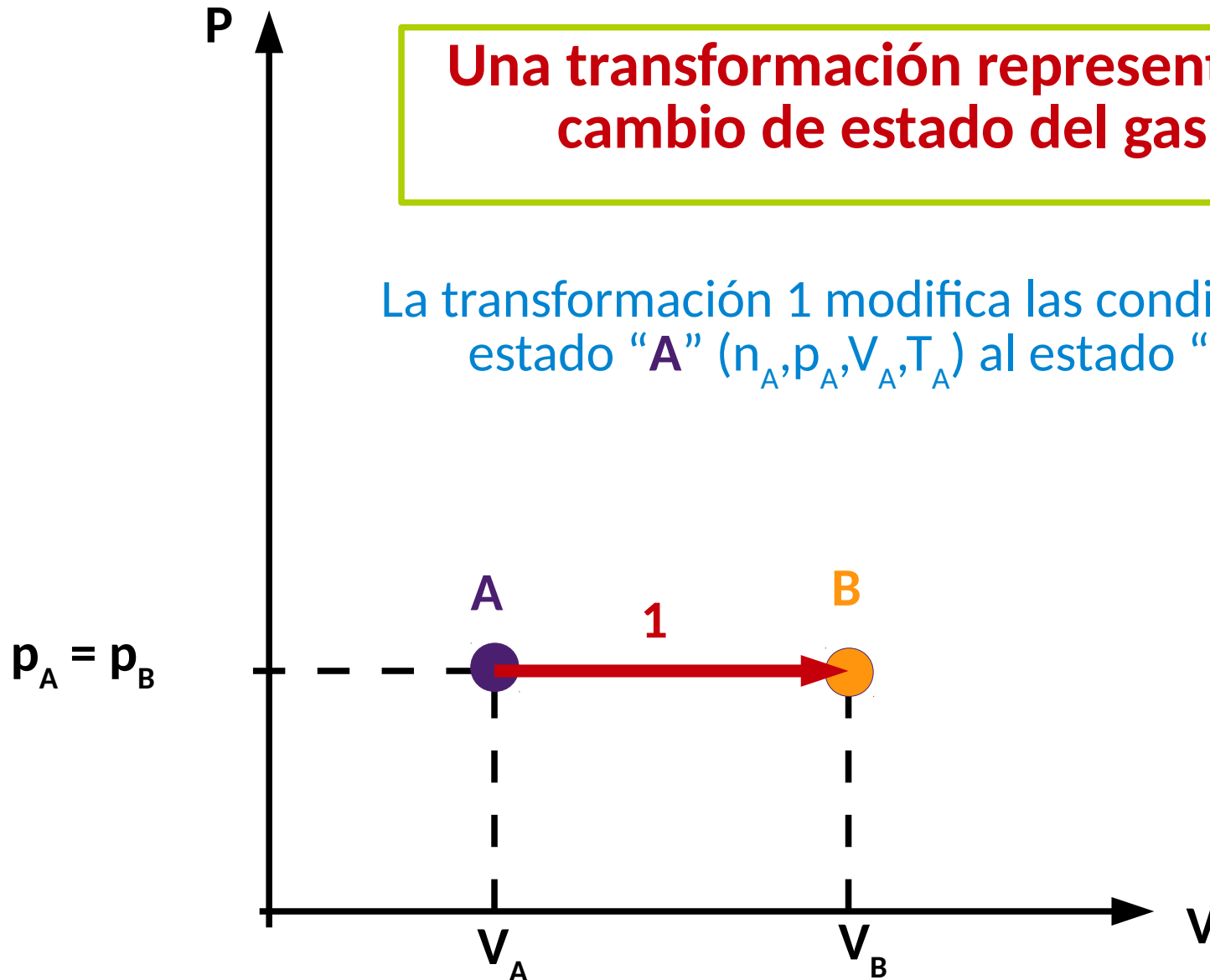
$$d(pV) = R d(nT)$$

$$dp V + p dV = R (dn T + n dT)$$

Transformaciones

Una transformación representa al cambio de estado del gas

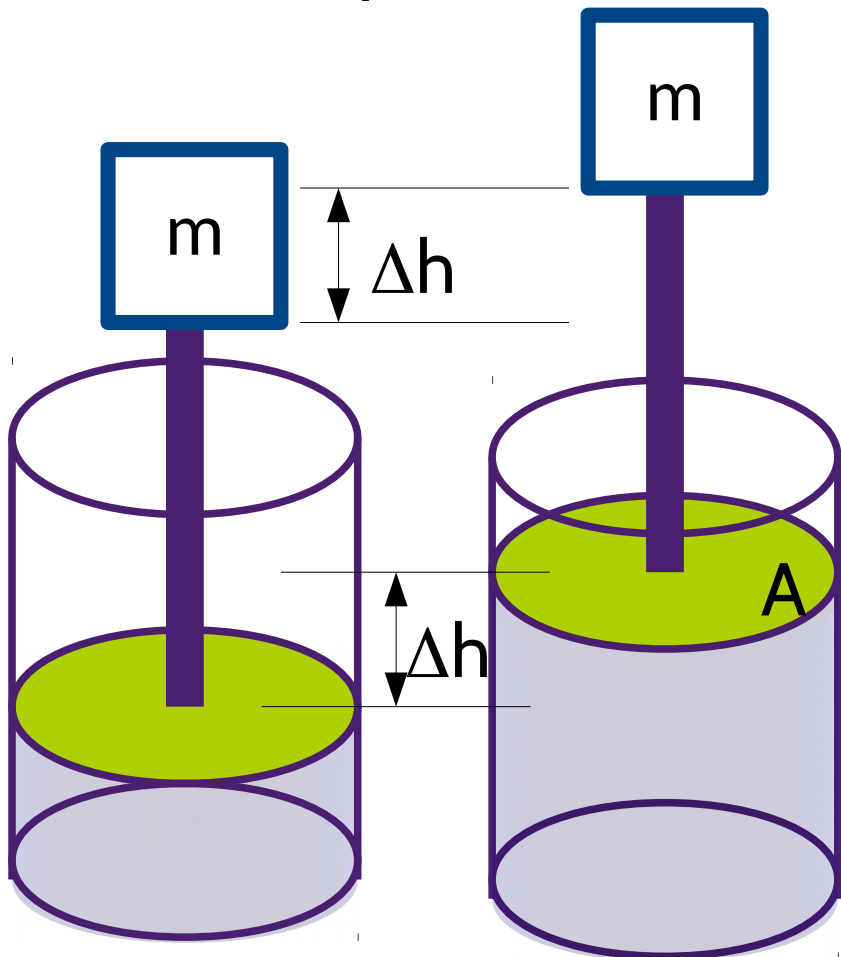
La transformación 1 modifica las condiciones del gas del estado "A" (n_A, p_A, V_A, T_A) al estado "B" (n_B, p_B, V_B, T_B)



¿Qué sucede cuando un gas se expande?

- Si n y P son constantes, V aumenta $\rightarrow V_f - V_i = \Delta V$

- Sea un pistón de área A y Volúmen V
 $W = F \Delta h$
 $W = p A \Delta h$



W es el trabajo realizado por el gas
Tiene el signo de ΔV

$$W = p \Delta V$$

$$\text{Si } \Delta V = 0 \rightarrow W = 0$$

Al expandirse, el gas realiza un trabajo sobre el medio
 $\rightarrow W = p \Delta V = mg \Delta h$

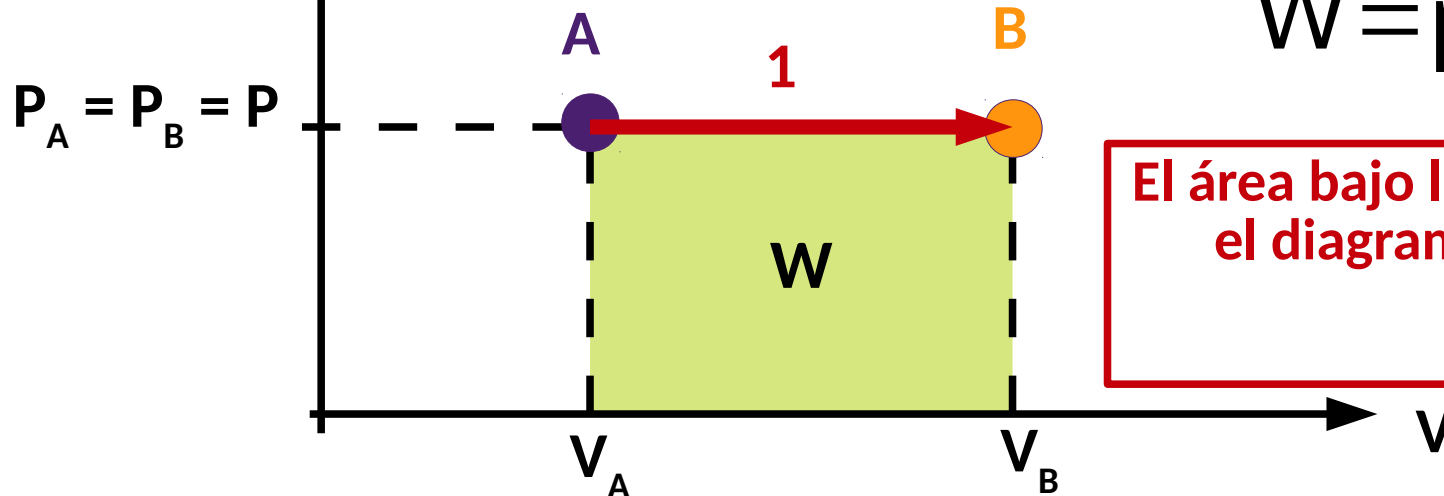
Transformaciones

Una transformación representa al cambio de estado del gas

La transformación 1 modifica las condiciones del gas del estado "A" (n_A, P_A, V_A, T_A) al estado "B" (n_B, P_B, V_B, T_B)

$$W = p \Delta V$$

$$W = p(V_B - V_A)$$



El área bajo las transformaciones en el diagrama P-V representa al trabajo

Energía interna

- Energía media de las N partículas de un gas a temp. T :

$$U \stackrel{\text{def}}{=} N \langle E_K \rangle = N \frac{1}{N} \sum_{i_1}^N E_{i,k} = \sum_{i_1}^N E_{i,k}$$

$$U = N \left(\frac{3}{2} k T \right) = \frac{3}{2} \frac{N}{N_A} N_A k T \rightarrow U = \frac{3}{2} n R T$$

- Variaciones a $n=\text{cte}$,

$$dU = \frac{3}{2} R d(nT) = \frac{3}{2} R (dn T + n dT)$$

$$dU = \frac{3}{2} n R dT \rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

**Si T cambia,
necesariamente
habrá un cambio en
la energía interna del
gas (y viceversa)**

- ¿Qué es el calor específico?

Calor específico: cantidad de calor necesaria para que un mol de una sustancia cambie su temperatura en 1 K

- Le entrego calor a n moles de una sustancia y su temperatura aumenta ΔT , entonces:

$$C \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Q}{n \Delta T} \rightarrow Q = C n \Delta T$$

Calor específico de un gas ideal

- Al calentar un gas, ¿cuántos tipos de transformaciones son posibles?
- A $V=\text{cte}$, caliento n moles de un gas ideal... ¿y T ?
- ¿Qué pasa con la energía total? $Q = \Delta U$
- Q se transforma en ... ¿? $C_V n \Delta T = \frac{3}{2} n R \Delta T$

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

El calor específico a $V=\text{cte}$ de un gas ideal, C_V , es proporcional a R

¿Qué pasa si caliento el gas a $P=\text{cte}$?

- A $P=\text{cte}$, caliento n moles de un gas ideal... ¿y V ?

- Si ΔV no es 0 \rightarrow Trabajo \rightarrow

$$W = p \Delta V$$

¡uso la ec. de estado! \rightarrow

$$W = p \left(\frac{n R \Delta T}{p} \right)$$

$$\rightarrow W = n R \Delta T$$

- Además hay un cambio de la energía interna:

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

- **Ahora, ¿de donde proviene el trabajo y ΔU ?**



Entonces... C_p es...

$$Q = \Delta U + W$$

$$C_p n \Delta T = \frac{3}{2} n R \Delta T + n R \Delta T$$

$$C_p n \Delta T = \left(\frac{3}{2} R + R \right) n \Delta T$$

$$C_p = \frac{3}{2} R + R \rightarrow C_p = C_v + R$$